

2025 学年第一学期预初数学练习 10 月

基础部分 (共 100 分)

一、选择题 (每题 3 分, 共 18 分)

1. 下列各组数中, 第一个数能整除第二个数的是 ()

A. 10, 2.5

B. 4, 2

C. 6, 30

D. 0.4, 2

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查整除的定义, 理解整除的定义是解题的关键, 若整数 a 除以非零整数 b , 商为整数, 且余数为零, 我们就说 a 能被 b 整除, 或说 b 能整除 a .

【详解】解: A、2.5 不是整数, 则 10 不能整除 2.5, 不符合题意;

B、 $2 \div 4 = \frac{1}{2}$, 则 4 不能整除 2, 不符合题意;

C、 $30 \div 6 = 5$, 则 6 能整除 30, 符合题意;

D、0.4 不是整数, 则 0.4 不能整除 2, 不符合题意;

故选: C.

2. 下面的说法正确的是 ()

A. 所有的奇数都是素数

B. 所有的偶数都是合数

C. 一个合数至少有 3 个因数

D. 在正整数中, 除了素数都是合数

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了合数、素数等概念, 熟练掌握这些概念是解答本题的关键. 在自然数中, 除了 1 和它本身外, 没有别的因数的数叫做素数, 还有别的因数的数叫做合数, 最小的素数是 2, 最小的合数是 4, 根据定义逐一分析即可.

【详解】解: 所有的素数都是质数, 但奇数不一定是素数, 如 9、15 等. 说法错误. 故 A 不符合题意; 在偶数中, 2 是质数, 不是合数, 所有的偶数都是合数说法错误. 故 B 不符合题意;

合数除了 1 和它本身外, 至少还有一个因数, 即合数至少有 3 个因数, 说法正确; 故 C 符合题意;

1 既不是合数也不是素数, 所以, 在整数中, 除了素数就是合数说法错误. 故 D 不符合题意;

故选 C.

3. 在 $\frac{7}{4}$, $\frac{95}{38}$, $\frac{23}{24}$, $\frac{25}{10}$, $\frac{19}{57}$ 中, 最简分数 ()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了最简分数的定义，解题的关键是理解定义，根据分子、分母只有公因数1的分数叫做最简分数，进行判断即可.

【详解】解：在 $\frac{7}{4}$ ， $\frac{95}{38}=\frac{5}{2}$ ， $\frac{23}{24}$ ， $\frac{25}{10}=\frac{5}{2}$ ， $\frac{19}{57}=\frac{1}{3}$ 中，最简分数有 $\frac{7}{4}$ ， $\frac{23}{24}$ 共2个，故B正确.

故选：B.

4. 一个分数的分子扩大为原来的4倍，分母缩小为原来的 $\frac{1}{2}$ ，这个分数的值（ ）

- A. 扩大为原来的8倍
B. 缩小为原来的 $\frac{1}{8}$
C. 不变
D. 扩大为原来的2倍

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了分式的基本性质，熟练掌握分式的基本性质是解答本题的关键. 分式的分子与分母都乘以（或除以）同一个不等于零的整式，分式的值不变. 根据分式的基本性质，即可通过计算得到答案.

【详解】设这个分数为 $\frac{x}{y}$ ，其中 x, y 均为正整数，

当分数的分子扩大为原来的4倍，分母缩小为原来的 $\frac{1}{2}$ 时，

$$\text{这个分数为 } \frac{4x}{\frac{1}{2}y} = \frac{8x}{y} = 8 \cdot \frac{x}{y},$$

即这个分数的值扩大为原来的8倍.

故选A.

5. 下列各数中，大于 $\frac{1}{4}$ 且小于 $\frac{1}{3}$ 的数是（ ）

- A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{6}{12}$ C. $\frac{7}{24}$ D. $\frac{13}{24}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查的是分数的大小比较，先把 $\frac{1}{4}$ ， $\frac{1}{3}$ 化为分母为12或24的分数，从而可得答案.

【详解】解： $\frac{1}{4}=\frac{3}{12}=\frac{6}{24}$ ， $\frac{1}{3}=\frac{4}{12}=\frac{8}{24}$ ，

则 $\frac{6}{24} < \frac{7}{24} < \frac{8}{24}$,

故选 C

6. 一根绳子剪成两段, 第一段长 $\frac{3}{5}$ 米, 第二段占全长的 $\frac{3}{5}$, 两段绳子相比, ()

- A. 第一段长 B. 第二段长 C. 一样长 D. 不能确定

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了分数的认识, 把整条绳子看出单位“1”, 由第二段绳子占全长的 $\frac{3}{5}$, 可得第一段绳子占全长的 $\frac{2}{5}$, 据此即可判断求解, 把整条绳子看出单位“1”是解题的关键.

【详解】 解: $\because$ 第二段绳子占全长的 $\frac{3}{5}$,

$$\therefore \text{第一段绳子占全长的 } 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5},$$

$$\therefore \frac{3}{5} > \frac{2}{5},$$

$\therefore$ 第二段绳子长,

故选: B.

二、填空题 (每题 2 分, 共 24 分)

7. 已知 $18 \div 6 = 3$, 那么我说 _____ 是 _____ 的倍数, _____ 是 _____ 的因数.

【答案】 ①. 18 ②. 6 ③. 6 ④. 18

【解析】

【分析】 本题考查因数和倍数, 熟练掌握因数和倍数的意义, 如果数 a 能被数 b 整除 ($b \neq 0$), a 就叫做 b 的倍数, b 就叫做 a 的因数是解题的关键.

根据因数和倍数的定义进行判断即可.

【详解】 根据 $18 \div 6 = 3$, 所以 18 是 6 的倍数, 6 是 18 的因数,

故答案为: 18; 6; 6; 18.

8. 两个正整数的乘积是 91, 那么他们的最大公因数是 _____ 最小公倍数是 _____.

【答案】 ①. 1 ②. 91

【解析】

【分析】 本题考查了最大公因数和最小公倍数. 先将 91 分解因数, 再根据因数情况确定这两个数, 最后求

出它们的最大公因数和最小公倍数，即可作答.

【详解】解：依题意， $91 = 7 \times 13 = 1 \times 91$ ，

$\therefore$ 两个正整数分别是 7 和 13 或 1 和 91，

$\therefore$ 7 和 13 互质，1 和 91 互质，

$\therefore$ 他们的最大公因数是 1，最小公倍数是 $7 \times 13 = 1 \times 91 = 91$ ，

故答案为：1，91.

9. 12 的素因数有_____.

【答案】2、2、3

【解析】

【分析】素因数是指质因数，根据质数的含义：除了 1 和它本身两个约数外，不含其它的约数；进行解答即可.

【详解】解： $\because 12 = 2 \times 2 \times 3$ ，

$\therefore$ 12 的素因数是 2、2、3.

故答案为：2、2、3.

【点睛】本题考查了素因数，解题关键是应根据找一个数的因数的方法和质数的意义进行解答.

10. $48\text{cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{m}$ (答案用分数表示)

【答案】 $\frac{12}{25}$

【解析】

【分析】本题主要考查单位换算和小数化分数，熟练掌握单位换算和小数化分数的方法是解题的关键. 根据 $1\text{m} = 10\text{dm}$, $1\text{dm} = 10\text{cm}$ 列式计算即可.

【详解】解： $\because 48\text{cm} = 4.8\text{dm} = 0.48\text{m}$ ，

$\therefore 0.48\text{m} = \frac{48}{100}\text{m} = \frac{12}{25}\text{m}$.

故答案为： $\frac{12}{25}$.

11. 用分数表示除法的商： $17 \div 8 = \underline{\hspace{2cm}}$

【答案】 $\frac{17}{8}$

【解析】

【分析】本题主要考查分数和除法运算的关系，掌握“两数相除，被除数作为分子，除数作为分母”是关键.

把被除数作为分子，除数作为分母，即可。

【详解】解： $17 \div 8 = \frac{17}{8}$ ，

故答案为： $\frac{17}{8}$ 。

12. 一条公路长 20 千米，已修了 5 千米，没修的占全长的_____（填几分之几）。

【答案】 $\frac{3}{4}$

【解析】

【分析】用没修的部分除以总长即可。

【详解】解：由题意可得，

$$(20 - 5) \div 20$$

$$= 15 \div 20$$

$$= \frac{3}{4},$$

即没修的占全长的 $\frac{3}{4}$ ，

故答案为： $\frac{3}{4}$ 。

【点睛】本题考查分数除法的应用，解答本题的关键是正确列出算式。

13. 一包糖果，平均分给 3 个人多两个，平均分给 4 个人少一个，平均分给 5 个人多 4 个，这包糖果至少_____块。

【答案】 59

【解析】

【分析】此题考查了最小公倍数的应用，解决本题的关键是理解题目意义。

根据题意得出这包糖果数为 3 和 4 和 5 的最小公倍数减 1 即可求解。

【详解】解：根据题意，平均分给 3 个人多 2 个，说明糖果数加 1 是 3 的倍数；平均分给 4 个人少 1 个，说明糖果数加 1 是 4 的倍数；平均分给 5 个人多 4 个，说明糖果数加 1 是 5 的倍数。因此，这包糖果的数量加 1 是 3、4、5 的公倍数，要求糖果至少有多少块，即为 3、4、5 的最小公倍数减 1，

$$\therefore \text{它们的最小公倍数为：} 3 \times 4 \times 5 = 60,$$

$$\therefore \text{糖果至少有 } 60 - 1 = 59 \text{ (块)},$$

故答案为： 59。

14. 在分数 $\frac{15}{20}, \frac{9}{12}, \frac{18}{24}, \frac{25}{100}, \frac{75}{125}$ 中，与 $\frac{3}{4}$ 相等的分数的个数共有_____个。

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查了分数的化简，熟悉相关的性质是解题的关键.

先化简分数，然后再根据结果比较即可.

【详解】 解： $\because \frac{15}{20} = \frac{3}{4}, \frac{9}{12} = \frac{3}{4}, \frac{18}{24} = \frac{3}{4}, \frac{25}{100} = \frac{1}{4}, \frac{75}{125} = \frac{3}{5},$

$\therefore$ 与 $\frac{3}{4}$ 相等的分数有 $\frac{15}{20}, \frac{9}{12}, \frac{18}{24}$ ，共三个，

故答案为：3.

15. 填空： $\frac{18}{24} = \frac{18 - (\quad)}{24 \div 3}$ ，括号内应填入：_____.

【答案】 12

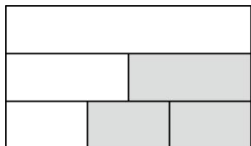
【解析】

【分析】 本题主要考查了分数的性质，分数的分子和分母同时乘以或除以一个不为 0 的数分式的值不变，据此结合题意可知分子要除以 3 才会使分式的值不变，据此可得答案.

【详解】 解： $\frac{18}{24} = \frac{18 \div 3}{24 \div 3} = \frac{6}{24 \div 3} = \frac{18 - 12}{24 \div 3},$

故答案为：12.

16. 如图，三个大小相同的长方形拼在一起，组成一个大长方形，把第二个长方形平均分成 2 份，再把第三个长方形平均分成 3 份，那么图中阴影部分面积是大长方形面积的_____.



【答案】 $\frac{7}{18}$

【解析】

【分析】 三个大小相同的长方形拼在一起，组成一个大长方形，把第二个长方形平均分成 2 份，则其中一份就是一个长方形的 $\frac{1}{2}$ ，再把第三个长方形平均分成 3 份，则其中 2 份就是一个小长方形的 $\frac{2}{3}$ ，所以阴影部分的面积等于一个小长方形的 $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6}$ ，又因为一个小长方形占大长方形的 $\frac{1}{3}$ ，所以阴影部分的面积等于大长方形的 $\frac{7}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{7}{18}$ ，据此即可解答.

【详解】 解： 阴影部分的面积是大长方形面积的：

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) \times \frac{1}{3},$$

$$= \frac{7}{6} \times \frac{1}{3},$$

$$= \frac{7}{18},$$

所以图中阴影部分的面积是大长方形面积的 $\frac{7}{18}$.

故答案为: $\frac{7}{18}$.

【点睛】 本题考查了认识平面图形. 解题的关键是能够把阴影部分转化为大长方形面积的几分之几.

17. 一个分数约分后是 $\frac{1}{7}$, 原分数的分子和分母之和是 72, 原分数是_____.

【答案】 $\frac{9}{63}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分数的约分, 根据约分结果可知该分数的分母是分子的 7 倍, 再由原分数的分母与分子之和为 72 求出原分数的分子与分母即可得到答案.

【详解】 解: 因为一个分数约分后是 $\frac{1}{7}$,

所以该分数的分母是分子的 7 倍,

因为原分数的分子和分母之和是 72,

所以原分式的分母为 $72 \times \frac{1}{7+1} = 63$, 分子为 $72 \times \frac{1}{7+1} = 9$,

$\therefore$ 原分数是 $\frac{9}{63}$,

故答案为: $\frac{9}{63}$.

18. 两个数的最小公倍数是 72, 最大公因数是 12, 则这两个数分别是_____.

【答案】 12 和 72 或 24 和 36

【解析】

【分析】 首先要知道最大公因数是两个数公有质因数的乘积, 最小公倍数是两个数公有质因数和独有质因数的乘积, 所以用最小公倍数除以最大公因数得到两个数的独有质因数的乘积, 从而求出结论.

【详解】 解: $72 \div 12 = 6$

而 $6 = 1 \times 6 = 2 \times 3$

则这两个数为 $1 \times 12 = 12$ 和 $6 \times 12 = 72$ 或 $2 \times 12 = 24$ 和 $3 \times 12 = 36$

故答案为: 12 和 72 或 24 和 36.

【点睛】此题考查的是最大公因数和最小公倍数，解题关键是最小公倍数除以最大公因数得到两个数的独有质因数的乘积.

三、简答题 (每题 6 分, 共 18 分)

19 用短除法分解素因数

(1) 143

(2) 216

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】本题考查了用短除法分解素因数，正确掌握相关性质内容是解题的关键.

(1) 先运用短除法分解素因数，则 $143 = 11 \times 13$ ，即可作答.

(2) 先运用短除法分解素因数，则 $216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$ ，即可作答.

【小问 1 详解】

解：依题意，

$$\begin{array}{r} 11 \overline{) 143} \\ 13 \overline{) 13} \\ 1 \end{array}$$

$$\therefore 143 = 11 \times 13;$$

【小问 2 详解】

解：依题意，

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 216} \\ 2 \overline{) 108} \\ 2 \overline{) 54} \\ 3 \overline{) 27} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \overline{) 3} \\ 1 \end{array}$$

$$\therefore 216 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3.$$

20. 用短除法分别求出下列各组数的最大公因数和最小公倍数.

(1) 24、56;

(2) 12、30、36.

【答案】(1) 最大公因数为 8; 最小公倍数为 168

(2) 最大公因数为 6；最小公倍数为 180

【解析】

【分析】 本题主要考查了求一组数的最大公因数和最小公倍数，解题的关键是熟练掌握定义，根据最大公因数和最小公倍数的概念进行计算即可.

【小问 1 详解】

解： $\because 24 = 2^3 \times 3$ ， $56 = 2^3 \times 7$ ，

$\therefore 24、56$ 的最大公因数为： $2 \times 2 \times 2 = 8$ ，

最小公倍数为： $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 168$ ；

【小问 2 详解】

解： $\because 12 = 2 \times 2 \times 3$ ， $30 = 2 \times 3 \times 5$ ， $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ ，

$\therefore 12、30、36$ 的最大公因数为： $2 \times 3 = 6$ ，

最小公倍数为： $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180$.

21. 计算：

$$(1) 3\frac{13}{15} + \frac{4}{5} - 1\frac{1}{3}$$

$$(2) 3\frac{5}{12} \times 2\frac{3}{4} \times \frac{3}{22} \div 2\frac{3}{7}$$

【答案】 (1) $3\frac{1}{3}$

$$(2) \frac{287}{544}$$

【解析】

【分析】 本题考查了分数的乘除法运算法则，准确的计算是解决本题的关键.

(1) 先通分，再根据分数的加减法法则求解即可；

(2) 先通分，再将除法化为乘法，最后约分相乘即可求解.

【小问 1 详解】

解： $3\frac{13}{15} + \frac{4}{5} - 1\frac{1}{3}$

$$= 3\frac{13}{15} + \frac{12}{15} - 1\frac{5}{15}$$

$$= 3\frac{25}{15} - 1\frac{5}{15}$$

$$= 4\frac{10}{15} - 1\frac{5}{15}$$

$$= 3\frac{5}{15}$$

$$= 3\frac{1}{3};$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned} \text{解: } & 3\frac{5}{12} \times 2\frac{3}{4} \times \frac{3}{22} \div 2\frac{3}{7} \\ &= \frac{41}{12} \times \frac{11}{4} \times \frac{3}{22} \div \frac{17}{7} \\ &= \frac{41}{12} \times \frac{11}{4} \times \frac{3}{22} \times \frac{7}{17} \\ &= \frac{41}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{17} \\ &= \frac{287}{544}. \end{aligned}$$

四、解答题 (22, 23 题每题 6 分, 24、25 每题 8 分, 26 题 12 分)

22. 小明同学的学号是 7 位数字, 请根据提示逐步推理出他的学号: 第 1 位: 唯一的偶素数; 第 2 位: 10 以内既是奇数又是合数的数; 第 3 位: 最小的自然数; 第 4 位: 能同时被 2、3 整除的最小一位数 (非 0); 第 5 位: 10 以内最大的素数; 第 6 位: 10 以内最小的合数; 第 7 位: 10 以内最小的奇数且是素数.

【答案】2906743

【解析】

【分析】本题主要考查素数与合数、奇数与偶数, 关键是按要求写出符合条件的各个数位上的数字. 根据素数与合数的定义、奇数与偶数的定义求出符合条件的各个数位上的数字.

【详解】解: 根据题意得, 第 1 位: 唯一的偶素数是 2;

第 2 位: 10 以内既是奇数又是合数的数是 9;

第 3 位: 最小的自然数是 0;

第 4 位: 能同时被 2、3 整除的最小一位数 (非 0) 是 6;

第 5 位: 10 以内最大的素数是 7;

第 6 位: 10 以内最小的合数是 4;

第 7 位: 10 以内最小的奇数且是素数是 3,

$\therefore$ 他的学号为 2906743.

23. 已知 $A = 2 \times 3 \times m$, m 为素数, $B = 2 \times 3 \times 5$, 如果 A 和 B 的最大公因数比最小公倍数小 84, 求 m 的值.

【答案】3

【解析】

【分析】本题主要考查最大公因数和最小公倍数的求法, 关键在于应用两个数的最大公因数和最小公倍数

的方法解决实际问题，如果两个数是互质数，它们的最大公因数是 1，最小公倍数是这两个数的乘积；两个数为倍数关系，最大公因数为较小的数，较大的那个数是这两个数的最小公倍数。根据题意得出，求出 m 的值即可。

【详解】解：∵ $A = 2 \times 3 \times m$ ， m 为素数， $B = 2 \times 3 \times 5$ ，

∴ 需要分情况讨论，

当 $m = 5$ 时， $A = B = 30$ ，

A 和 B 的最大公因数和最小公倍数都是 30，它们的差为 0，不符合题意，舍去；

当 $m \neq 5$ 时， A 和 B 的最大公因数是 6，最小公倍数为 $2 \times 3 \times 5 \times m$ ，

∵ A 和 B 的最大公因数比最小公倍数小 84，

∴ $2 \times 3 \times 5 \times m = 6 + 84$ ，

解得： $m = 3$ ，符合题意，

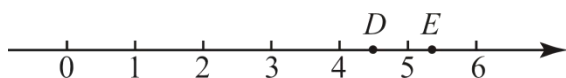
综上， $m = 3$ 。

故答案为：3。

24. (1) 在数轴上分别用 A 、 B 表示出 $\frac{2}{3}$ ， $\frac{11}{4}$ 这两个分数所对应的点。

(2) 写出数轴上的点 D 、点 E 所对应的分数，点 D _____，点 E _____。

(3) 若数轴上还有点 F ，点 F 和点 B 的距离为 $\frac{1}{3}$ 个单位， F 所对应数是_____。



【答案】(1) 画图见解析；(2) D 为 $4\frac{1}{2}$ ， E 为 $5\frac{1}{3}$ ；(3) $\frac{37}{12}$ 或 $\frac{29}{12}$

【解析】

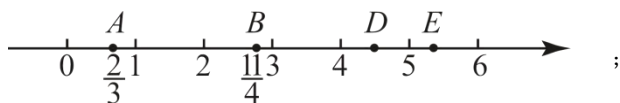
【分析】本题考查的是在数轴上表示有理数，数轴上的点对应的数，数轴上两点之间的距离的含义，掌握数轴的相关知识是解本题的关键；

(1) 由 $\frac{2}{3}$ 在 1 与 2 之间， $\frac{11}{4}$ 在 2 与 3 之间，再在数轴上表示即可；

(2) 根据 D 、 E 的位置确定对应的数即可；

(3) 根据 F 的位置列式计算即可得到 F 对应的数。

【详解】解：(1) 如图，



(2) D 为 $4\frac{1}{2}$ ， E 为 $5\frac{1}{3}$ ；

(3) 数轴上还有点 F , 点 F 和点 B 的距离为 $\frac{1}{3}$ 个单位, F 所对应数是

$$\frac{11}{4} + \frac{1}{3} = \frac{33}{12} + \frac{4}{12} = \frac{37}{12} \text{ 或 } \frac{11}{4} - \frac{1}{3} = \frac{33}{12} - \frac{4}{12} = \frac{29}{12}.$$

25. 长方形的操场, 长 100 米, 宽 60 米, 在四角和四周种上树苗, 并使相邻两棵树苗间的距离都相等, 问: 最远应每隔多少米种一棵? 一共需要树苗多少棵?

【答案】间隔 20 米; 种 16 棵

【解析】

【分析】本题主要考查了最大公因数的应用, 每相邻两颗树之间的最大距离为 100 和 60 的最大公因数, 求出 100 和 60 的最大公因数, 然后列式即可求出需要的树苗数.

【详解】解: $100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$, $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$,

所以 100 和 60 的最大公因数为 $2 \times 2 \times 5 = 20$,

所以最远应每隔 20 米种一棵,

一共需要树苗棵数为 $(100 + 60) \times 2 \div 20 = 16$ (棵);

答: 最远应每隔 20 米种一棵, 一共需要树苗 16 棵.

26. 我们知道, 任意一个正整数 n 都可以进行这样的分解: $n = p \times q$ (p 、 q 是正整数, 且 $p \leq q$), 在 n 的所有这种分解中, 如果 $q - p$ 的值最小, 我们就称是 n 的“最优分解”, 并规定在“最优分解”时:

$$F(n) = \frac{p}{q}$$

例如 18 可以分解成 $1 \times 18, 2 \times 9, 3 \times 6$, 因为 $18 - 1 > 9 - 2 > 6 - 3$, 所以 3×6 是 18 的“最优分解”,

$$F(18) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

(1) $F(24) =$ _____, $F(25) =$ _____;

(2) 若 $F(a) = \frac{5}{6}$ 且 a 为 200 以内的正整数, 求 a 的值.

【答案】(1) $\frac{2}{3}$, 1

(2) 30 或 120

【解析】

【分析】本题考查新定义运算, 分解质因数, 理解新定义是解题的关键.

(1) 根据定义求解即可;

(2) 设 $a = 5m \times 6m = 30m^2$, 根据 a 为 200 以内的正整数, 求出 m 可能取的数, 即可求解.

【小问 1 详解】

解: $24 = 1 \times 24 = 2 \times 12 = 3 \times 8 = 4 \times 6$,

因为 $24 - 1 > 12 - 2 > 8 - 3 > 6 - 4$,

所以 24 的最优分解为 4×6 , $F(24) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

$25 = 1 \times 5 = 5 \times 5$,

因为 $5 - 1 > 5 - 5$,

所以 25 的最优分解为 5×5 , $F(25) = \frac{5}{5} = 1$,

故答案为: $\frac{2}{3}$, 1;

【小问 2 详解】

解: 因为 $F(a) = \frac{5}{6}$,

所以设 $a = 5m \times 6m = 30m^2$, m 为正整数,

因为 a 为 200 以内的正整数,

所以 $30m^2 \leq 200$,

所以 $m^2 \leq \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$,

所以 m 为 1 或 2,

当 $m = 1$ 时, $a = 30 \times 1^2 = 30$;

当 $m = 2$ 时, $a = 30 \times 2^2 = 120$;

综上所述, a 的值为 30 或 120.

拓展部分 (共 20 分)

一、填空题 (每题 3 分, 共 6 分)

27. 规定一种新的运算: 对于一个合数 n , (n) 表示不是 n 的素因数的最小素数, 如 $(4) = 3$, $(12) = 5$. 那么 $(60) + (84)$ 的值是_____.

【答案】12

【解析】

【详解】试题分析: 因为 $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$, 所以 $(60) = 7$, 因为 $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$, 所以 $(84) = 5$, 所以 $(60) + (84) = 7 + 5 = 12$.

考点: 分解因数.

28. $999\frac{998}{999} \times 999 =$ _____.

【答案】 998999

【解析】

【分析】 本题考查乘法分配律，准确的计算是解决本题的关键.

将 $999\frac{998}{999} \times 999$ 变形为 $\left(1000 - \frac{1}{999}\right) \times 999$ ，利用乘法分配律进行简便运算即可.

【详解】 解： $999\frac{998}{999} \times 999$

$$= \left(1000 - \frac{1}{999}\right) \times 999$$

$$= 1000 \times 999 - \frac{1}{999} \times 999$$

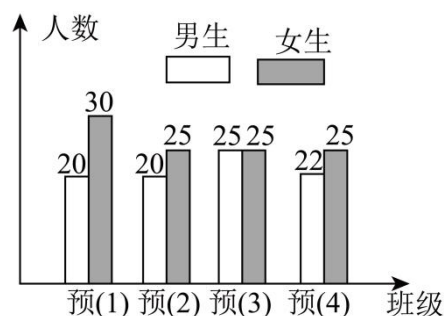
$$= 999000 - 1$$

$$= 998999$$

故答案为：998999.

二、解答题 (3 题 6 分，4 题 8 分，共 14 分)

29. 预备年级四个班的人数如图所示：



(1) 男生人数占全年级人数的几分之几？

(2) 预备 (2) 班人数是预备 (1) 班人数的几分之几？

(3) 女生人数比男生人数多几分之几？

【答案】 (1) $\frac{29}{64}$

(2) $\frac{9}{10}$

(3) $\frac{6}{29}$

【解析】

【分析】 本题考查了统计图的认识和分数运算，准确理解题意，正确计算是解题关键.

- (1) 先算出所有的男生数，然后算出全年级人数，然后两数相除化简即可；
- (2) 两班人数相除，然后化成最简分数即可；
- (3) 先算出所有的女生数与所有的男生数的差，再除以所有的男生数，计算化简即可。

【小问 1 详解】

解：全年级人数： $50 + 45 + 50 + 47 = 192$ ，

男生人数占全年级人数： $(20 + 20 + 25 + 22) \div 192 = \frac{87}{192} = \frac{29}{64}$ 。

答：男生人数占全年级人数的 $\frac{29}{64}$ 。

【小问 2 详解】

解： $45 \div 50 = \frac{45}{50} = \frac{9}{10}$ 。

答：预备（2）班人数是预备（1）班人数的 $\frac{9}{10}$ 。

【小问 3 详解】

解：男生人数： $20 + 20 + 25 + 22 = 87$ ，

女生人数： $30 + 25 + 25 + 25 = 105$ ，

$\therefore (105 - 87) \div 87 = 18 \div 87 = \frac{18}{87} = \frac{6}{29}$ 。

答：女生人数比男生人数多 $\frac{6}{29}$ 。

30. 已知 A 与 B 分别表示不超过 100 的正整数，且 $A \neq B$ ，

(1) 若 $\frac{B}{A \times A} = \frac{1}{24}$ ，则 A 与 B 的最小值分别是多少？

(2) 如果 $\frac{B}{A \times A} = \frac{1}{3}$ ，则 A 与 B 分别表示哪些数？

【答案】 (1) $A = 12$ ， $B = 6$

(2) $A = 6$ ， $B = 12$ ； $A = 9$ ， $B = 27$ ； $A = 12$ ， $B = 48$ ； $A = 15$ ， $B = 75$

【解析】

【分析】 本题考查了 3 的倍数，整除，解题的关键是掌握 3 的倍数的特点；

(1) 由已知可得 $B = \frac{1}{24}A^2$ ，根据整除的特性即可得解；

(2) 由已知可得 $B = \frac{1}{3}A^2$ ，则 A 是 3 的倍数，再对 A 进行讨论求解即可。

【小问 1 详解】

解： $\therefore \frac{B}{A \times A} = \frac{1}{24}$ ，

$$\therefore B = \frac{1}{24} A^2,$$

$\because A, B$ 是不超过 100 的正整数, 且 $A \neq B$,

$\therefore A$ 的最小值为 12,

$$\therefore B = \frac{1}{24} \times 12^2 = \frac{1}{24} \times 144 = 6,$$

$\therefore B$ 的最小值为 6,

$\therefore A$ 与 B 的最小值分别是 12, 6.

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \because \frac{B}{A \times A} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore B = \frac{1}{3} A^2,$$

$\because A, B$ 是不超过 100 的正整数, 且 $A \neq B$,

$\therefore A$ 是 3 的倍数,

当 $A = 3$ 时, $B = \frac{1}{3} \times 3^2 = \frac{1}{3} \times 9 = 3$, 不满足 $A \neq B$, 不符合题意;

当 $A = 6$ 时, $B = \frac{1}{3} \times 6^2 = \frac{1}{3} \times 36 = 12$, 符合题意;

当 $A = 9$ 时, $B = \frac{1}{3} \times 9^2 = \frac{1}{3} \times 81 = 27$, 符合题意;

当 $A = 12$ 时, $B = \frac{1}{3} \times 12^2 = \frac{1}{3} \times 144 = 48$, 符合题意;

当 $A = 15$ 时, $B = \frac{1}{3} \times 15^2 = \frac{1}{3} \times 225 = 75$, 符合题意;

当 $A = 18$ 时, $B = \frac{1}{3} \times 18^2 = \frac{1}{3} \times 324 = 108 > 100$, 不符合题意;

$\therefore A, B$ 的值为 $A = 6, B = 12$; $A = 9, B = 27$; $A = 12, B = 48$; $A = 15, B = 75$.