

2025 学年第一学期六年级数学学科第一次阶段练习

(时间: 50 分钟 满分: 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列算式中, 第一个数能被第二个数整除的是 ()

- A. 2 和 4 B. 35 和 3.5 C. 10 和 3 D. 51 和 17

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了数的整除, 整数 b 除以非零整数 a , 商为整数, 且余数为零, 我们就说 b 能被 a 整除 (或说 a 能整除 b), 据此逐项判断即可.

【详解】解: A、 $2 \div 4 = 0.5$, 则 2 不能被 4 整除, 不符合题意;

B、3.5 不是整数, 故 $35 \div 3.5 = 10$ 不是整除, 不符合题意;

C、 $10 \div 3 = 3 \dots 1$, 则 10 不能被 3 整除, 不符合题意;

D、 $51 \div 17 = 3$, 则 51 能被 3 整除, 符合题意;

故选: D.

2. 下列句子中错误的句子有 () 个

①所有正整数, 不是素数就是合数; ②互素的两个数一定都是素数; ③两个数的最小公倍数一定能被两个数的最大公因数整除; ④两个互素的数没有公因数.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查素数, 合数, 公因数和最小公倍数, 根据相关定义, 逐一进行判断即可, 熟练掌握相关知识点, 是解题的关键.

【详解】解: 1 既不是素数也不是合数, 故①说法错误;

互素的两个数不一定是素数, 比如 8 和 9 互素, 但 8 和 9 都是合数, 故②说法错误;

两个数的最小公倍数一定能被两个数的最大公因数整除, 故③说法正确;

两个互素的数有公因数 1, 故④说法错误;

故错误的有 3 个;

故选 C.

3. 如果一个分数的分母扩大为原来的 4 倍, 分子缩小为原来的一半, 那么这个分数 ()

- A. 大小不变
B. 变为原分数的 $\frac{1}{8}$
C. 变为原分数的 $\frac{1}{2}$
D. 变为原分数的 2 倍

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查分数的基本性质，根据分数的基本性质进行判断即可.

【详解】 解：设这个分数为 $\frac{b}{a} (a \neq 0)$,

由题意，变化后的分数为 $\frac{\frac{1}{2}b}{4a} = \frac{1}{8} \cdot \frac{b}{a}$ ，即：这个分数变为原分数的 $\frac{1}{8}$ ；

故选 B.

4. 分数 $\frac{43}{7}$ 介于哪两个正整数之间 ()

- A. 5 和 6
B. 6 和 7
C. 7 和 8
D. 8 和 9

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查假分数和带分数，把假分数化为带分数，即可得出结果.

【详解】 解： $\frac{43}{7} = 6\frac{1}{7}$ ， $6 < 6\frac{1}{7} < 7$ ，

故分数 $\frac{43}{7}$ 介于 6 和 7 之间；

故选 B.

5. 甲乙两人买相同品种的苹果，甲用 22 元买了 4 千克苹果，乙用 17 元买了 3 千克苹果，谁买的苹果更便宜？ ()

- A. 甲
B. 乙
C. 一样
D. 无法比较

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题主要考查了有理数大小比较的应用. 解决问题的关键是熟练掌握总价与单价和数量的关系，比较计算出的单价大小.

用每人所付的钱数除以购买的苹果的千克数得到每人买的苹果的单价，比较单价的大小即可.

【详解】 解：甲购买苹果的单价为： $22 \div 4 = 5.5$ (元/千克)

乙购买苹果的单价为： $17 \div 3 \approx 5.67$ (元/千克)

$5.5 < 5.67$ ，因此甲购买的苹果更便宜.

故选：A.

6. 有 6 吨货物，第一次运走了它的 $\frac{1}{3}$ ，第二次运走了 $\frac{1}{2}$ 吨，两次运完后还剩 ()

- A. 5 吨 B. $\frac{5}{6}$ 吨 C. $5\frac{1}{6}$ 吨 D. $3\frac{1}{2}$ 吨

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查求一个数的几分之几的问题，用原来的质量减去两次运走的质量，进行计算即可.

【详解】解： $6 - 6 \times \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$ (吨)；

故选：D.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 3 分，满分 36 分)

7. 把 18 分解素因数_____.

【答案】 $2 \times 3 \times 3$

【解析】

【分析】此题主要考查了质因数分解，求一个数分解质因数，要从最小的质数除起，一直除到结果为质数为止；根据 18 是一个偶数，可得：把 18 分解素因数时，最小的素因数是 2，再找出另外两个素因数都是 3，据此把 18 分解素因数即可.

【详解】解：把 18 分解素因数，那么 $18 = 2 \times 3 \times 3$

故答案为： $2 \times 3 \times 3$.

8. 已知 $m = 2 \times 2 \times 3 \times k$, $n = 2 \times 3 \times 3 \times k$ ，那么 m 和 n 的最大公因数是 30，那么 k 是_____.

【答案】 5

【解析】

【分析】本题考查最大公因数，根据题意可知， m 和 n 的最大公因数为 $2 \times 3 \times k$ ，结合 m 和 n 的最大公因数是 30，进行求解即可.

【详解】解：因为 $m = 2 \times 2 \times 3 \times k$, $n = 2 \times 3 \times 3 \times k$ ，

所以 m 和 n 的最大公因数为 $2 \times 3 \times k = 30$ ，

所以 $k = 5$ ；

故答案为： 5.

9. 如果两个数的最大公因数是 15，最小公倍数是 90，那么这两个数分别是_____.

【答案】 30 和 45 或 15 和 90.

【解析】

【分析】 本题考查了解质因数，首先把90分解成 $2 \times 3 \times 3 \times 5$ ，把15分解成 3×5 ，根据两个数的最大公因数是15，可知这两个数都有因数15，所以这两个数可能是15、30、45、60、75、90，又因为这两个数的最小公倍数是90，可知这两个数可能是15、30、45、90，所以这两个数可能是30和45或15和90.

【详解】 解： $\because 90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$ ， $15 = 3 \times 5$ ，

$\therefore$ 这两个数分别是 $2 \times 3 \times 5 = 30$ 和 $3 \times 3 \times 5 = 45$ 或 $3 \times 5 = 15$ 和 $2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$.

故答案为：30和45或15和90.

10. $3\frac{1}{5}$ 的倒数是_____.

【答案】 $\frac{5}{16}$

【解析】

【分析】 本题考查倒数，带分数化为假分数，再根据积为1的两个数互为倒数，进行求解即可.

【详解】 解： $3\frac{1}{5} = \frac{16}{5}$ 的倒数是 $\frac{5}{16}$ ；

故答案为： $\frac{5}{16}$

11. 如果 $\frac{x}{8}$ 是假分数， $\frac{x}{11}$ 是真分数，那么 x 可以取的正整数是_____.

【答案】 8,9,10

【解析】

【分析】 本题考查假分数和真分数的定义，根据题意，确定 x 的取值范围，从而找出满足条件的正整数 x 的值.

【详解】 解：要使 $\frac{x}{8}$ 为假分数，需满足 $x \geq 8$ ；

要使 $\frac{x}{11}$ 为真分数，需满足 $x < 11$ ；

因此， x 的取值范围是 $8 \leq x < 11$ ；

在 $8 \leq x < 11$ 的范围内， x 的正整数取值为8,9,10.

故答案为：8,9,10.

12. 在 $\frac{3}{7}$ ， $\frac{21}{24}$ ， $\frac{5}{12}$ ， $\frac{3}{52}$ ， $\frac{17}{40}$ 中，能化成有限小数的有_____个.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查分数化小数，根据能化成有限小数的分数的特点，分数的分子和分母互质且分母的质因

数只有 2 和 5，进行判断即可.

【详解】解：在 $\frac{3}{7}$, $\frac{21}{24} = \frac{7}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{3}{52}$, $\frac{17}{40}$ 中，只有 $\frac{21}{24}$ 和 $\frac{17}{40}$ 能化成有限小数，共 2 个；

故答案为：2

13. 用分数表示：2 小时 21 分 = _____ 小时.

【答案】 $2\frac{7}{20}$

【解析】

【分析】此题考查了时间的单位换算，熟练掌握以上知识是解题的关键.

根据 1 小时 = 60 分钟，将 21 分钟换算为小时，再加上 2 小时，最后用带分数表示即可.

【详解】解： $2 + \frac{21}{60} = 2 + \frac{7}{20} = 2\frac{7}{20}$ 小时，

即 2 小时 21 分 = $2\frac{7}{20}$ 小时，

故答案为： $2\frac{7}{20}$.

14. 计算： $2.5 - \frac{5}{6} =$ _____.

【答案】 $\frac{5}{3}$

【解析】

【分析】本题考查了分数的减法，首先把小数化为分数，再通分把异分母分数化为同分母分数，根据同分母分数的减法法则进行计算，最后把计算结果化为最简分数.

【详解】解： $2.5 - \frac{5}{6}$
 $= \frac{5}{2} - \frac{5}{6}$
 $= \frac{15}{6} - \frac{5}{6}$
 $= \frac{10}{6}$
 $= \frac{5}{3}$

故答案为： $\frac{5}{3}$.

15. $1\frac{3}{7}$ 米的 _____ 是 $\frac{5}{6}$ 米.

【答案】 $\frac{7}{12}$

【解析】

【分析】本题主要考查了分数的除法，熟练掌握以上知识是解题的关键.

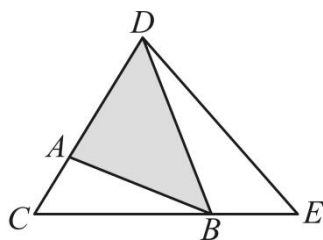
把 $1\frac{3}{7}$ 化为 $\frac{10}{7}$ ，让 $\frac{5}{6}$ 除以 $\frac{10}{7}$ 即可求解.

【详解】解： $\because \frac{5}{6} \div 1\frac{3}{7} = \frac{5}{6} \times \frac{7}{10} = \frac{7}{12}$ ，

$\therefore 1\frac{3}{7}$ 米的 $\frac{7}{12}$ 是 $\frac{5}{6}$ 米，

故答案为： $\frac{7}{12}$.

16. 如图，点 A 、 B 是三角形 CDE 的边 CD 和 CE 上的点，且 $AD = 2AC$ ， $CB = 2BE$ ，则图中的阴影部分面积占总面积的_____。（填几分之几）



【答案】 $\frac{4}{9}$

【解析】

【分析】本题考查了分数的乘法应用、三角形的面积比例关系，熟练掌握等高的三角形面积之比等于底边长度之比是解题的关键。根据三角形的面积公式和分数的乘法即可求解.

【详解】解： $\because CB = 2BE$ ，

$$\therefore \frac{CB}{CE} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore S_{\triangle CDB} = \frac{2}{3} S_{\triangle CDE},$$

$$\because AD = 2AC,$$

$$\therefore \frac{AD}{CD} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore S_{\triangle ADB} = \frac{2}{3} S_{\triangle CDB},$$

$$\therefore S_{\triangle ADB} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} S_{\triangle CDE} = \frac{4}{9} S_{\triangle CDE},$$

$\therefore$ 图中的阴影部分面积占总面积的 $\frac{4}{9}$.

故答案为： $\frac{4}{9}$.

17. 我们知道循环小数可以化成分数，如 $0.\dot{5}\dot{3}$ 化成分数，设 $0.\dot{5}\dot{3} = x$ ，那么 $100x = 53.\dot{5}\dot{3}$ ，所以 $99x = 53$ ，

解得 $x = \frac{53}{99}$ ，所以 $0.\dot{5}\dot{3} = \frac{53}{99}$ ，则将 3.257 化成分数为_____.

【答案】 $3\frac{17}{66}$

【解析】

【分析】 本题考查一元一次方程以及分数与小数的互化，通过设定方程并利用循环小数的特性消去重复部分，最终化简分数得到结果. 需注意在构造方程时选择合适的倍数（如 10、100 等），以确保相减后能有效消除循环部分.

【详解】 解：设 $x = 0.2\dot{5}\dot{7} = 0.2575757\dots$ ，

$$\therefore 10x = 2.575757\dots,$$

$$\therefore 1000x = 257.575757\dots,$$

$$\therefore 1000x - 10x = 257.575757\dots - 2.575757\dots,$$

$$\text{化简得 } 990x = 255,$$

$$\text{解得： } x = \frac{17}{66}, \text{ 即 } 0.2\dot{5}\dot{7} = \frac{17}{66},$$

$$\text{综上， } 3.2\dot{5}\dot{7} = 3\frac{17}{66}.$$

$$\text{故答案为： } 3\frac{17}{66}.$$

18. 蓄水池有甲、丙两条进水管和乙、丁两条排水管，要灌满一池水，单开甲管需要 3 小时，单开丙管需要 4 小时；排一池水，单开乙管需要 5 小时，单开丁管需要 6 小时. 现在池内有 $\frac{1}{6}$ 池水，如果按甲、乙、丙、丁的顺序轮流打开，每次开 1 小时，则_____小时后水开始溢出水池.

【答案】 $12\frac{11}{20}$

【解析】

【分析】 本题考查一元一次方程的应用、有理数的混合运算，熟练掌握运算法则是解答本题的关键. 先计算出第一次甲、乙、丙、丁的顺序，轮流打开，每次开 1 小时后池内的水，然后再计算后面的几次，直到发现这一次结束后再加下一次中先开甲多长时间后水池内水的体积超过 1 即可.

【详解】 解：由题意可得，甲水管 1 小时进水 $\frac{1}{3}$ ，丙水管 1 小时进水 $\frac{1}{4}$ ，

乙水管 1 小时排水 $\frac{1}{5}$ ，丁水管 1 小时排水 $\frac{1}{6}$ ，

$$\text{打开甲水管 1 小时后池内的水为： } \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2},$$

$$\text{打开乙水管 1 小时后池内的水为： } \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10},$$

打开丙水管 1 小时后池内的水为: $\frac{3}{10} + \frac{1}{4} = \frac{11}{20}$,

打开丁水管 1 小时后池内的水为: $\frac{11}{20} - \frac{1}{6} = \frac{23}{60}$,

则第二次按甲、乙、丙、丁的顺序, 轮流打开, 每次开 1 小时后池内的水为:

$$\frac{23}{60} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{23}{60} + \frac{20}{60} - \frac{12}{60} + \frac{15}{60} - \frac{10}{60} = \frac{3}{5},$$

第三次按甲、乙、丙、丁的顺序, 轮流打开, 每次开 1 小时后池内的水为:

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{36}{60} + \frac{20}{60} - \frac{12}{60} + \frac{15}{60} - \frac{10}{60} = \frac{49}{60},$$

第四次打开甲水管 1 小时后池内的水为:

$$\frac{49}{60} + \frac{1}{3} = \frac{49}{60} + \frac{20}{60} = \frac{69}{60} > 1,$$

设第四次, 甲打开 x 小时, 水池内的水正好满了,

$$\frac{49}{60} + \frac{1}{3}x = 1,$$

$$\text{解得 } x = \frac{11}{20},$$

∴ 每次需要 4 小时,

$$\therefore \text{水开始溢出水池的时间为: } 4 \times 3 + \frac{11}{20} = 12 + \frac{11}{20} = 12\frac{11}{20} \text{ (小时)},$$

故答案为: $12\frac{11}{20}$.

三、解答题: (本大题共 8 题, 满分 46 分)

19. 用短除法求 24 和 60 的最大公因数和最小公倍数.

【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查短除法求两个数的最大公因数和最小公倍数, 利用短除法进行求解即可.

【详解】解: 用短除法求 24 和 60 的最大公因数和最小公倍数为:

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \quad 60} \\ 2 \overline{) 12 \quad 30} \\ 3 \overline{) 6 \quad 15} \\ 2 \quad 5 \end{array}$$

最大公因数为 $2 \times 2 \times 3 = 12$, 最小公倍数为 $2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 5 = 120$.

$$20. \text{ 计算: } \left(3\frac{7}{12} + 2\frac{5}{8} \right) - \left(1\frac{5}{12} - 1.375 \right)$$

【答案】 $6\frac{1}{6}$

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的加减混合运算，熟练掌握运算法则和运算律是解题的关键.

去括号后利用加法的运算律计算即可.

【详解】 解: $\left(3\frac{7}{12}+2\frac{5}{8}\right)-\left(1\frac{5}{12}-1.375\right)$
 $=3\frac{7}{12}+2\frac{5}{8}-1\frac{5}{12}+1\frac{3}{8}$
 $=\left(3\frac{7}{12}-1\frac{5}{12}\right)+\left(2\frac{5}{8}+1\frac{3}{8}\right)$
 $=2\frac{1}{6}+4$
 $=6\frac{1}{6}.$

21. 计算: $\frac{3}{4}\div\frac{1}{3}-\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}$

【答案】 $\frac{9}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的混合运算，熟练掌握有理数的混合运算是解题的关键.

先将除法转化为乘法，然后先计算乘法，再通分后计算减法，最后约分即可.

【详解】 解: $\frac{3}{4}\div\frac{1}{3}-\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}$
 $=\frac{3}{4}\times 3-\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}$
 $=\frac{9}{4}-\frac{9}{20}$
 $=\frac{45}{20}-\frac{9}{20}$
 $=\frac{36}{20}$
 $=\frac{9}{5}.$

22. 计算: $\frac{13}{2}\times\left(\frac{25}{91}-\frac{5}{78}\right)+0.25\div 1\frac{1}{6}$

【答案】 $\frac{19}{12}$

【解析】

【分析】 本题考查了分数的混合运算.

先将小数、带分数化为假分数, 并运用乘法分配律运算, 再计算乘除, 最后计算加减即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & \frac{13}{2} \times \left(\frac{25}{91} - \frac{5}{78} \right) + 0.25 \div 1\frac{1}{6} \\ &= \frac{13}{2} \times \frac{25}{91} - \frac{13}{2} \times \frac{5}{78} + \frac{1}{4} \div \frac{7}{6} \\ &= \frac{25}{14} - \frac{5}{12} + \frac{3}{14} \\ &= \frac{25}{14} + \frac{3}{14} - \frac{5}{12} \\ &= 2 - \frac{5}{12} \\ &= \frac{19}{12}. \end{aligned}$$

23. 已知一个数的1.4倍与 $\frac{5}{6}$ 的和是 $1\frac{2}{9}$, 求这个数.

【答案】 $\frac{5}{18}$

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次方程的应用. 根据题目中的数量关系正确列出方程是解题的关键.

通过设未知数, 根据题目中的数量关系列出方程, 再求解方程即可.

【详解】 解: 设这个数为 x ,

$$\begin{aligned} 1.4x + \frac{5}{6} &= 1\frac{2}{9}, \\ 1.4x &= 1\frac{2}{9} - \frac{5}{6} \\ 1.4x &= \frac{11}{9} - \frac{5}{6} \\ 1.4x &= \frac{22}{18} - \frac{15}{18} \\ 1.4x &= \frac{7}{18} \\ x &= \frac{7}{18} \div 1.4 \\ x &= \frac{7}{18} \div 1\frac{2}{5} \\ x &= \frac{7}{18} \div \frac{7}{5} \\ x &= \frac{7}{18} \times \frac{5}{7} \end{aligned}$$

$$x = \frac{5}{18},$$

所以这个数为 $\frac{5}{18}$.

24. 在长 1000 米的道路一侧种树，每间隔 8 米种一棵树（道路两端也种）。由于树太密集遮挡了部分光线，因此需要移走一些树木。现计划改为每间距 20 米种一棵树，请问：

(1) 有多少棵树可保留不动？

(2) 在两次植树过程中一共挖了多少个坑来种树？

【答案】(1) 有 26 棵树可保留不动

(2) 在两次植树过程中一共挖了 151 个坑来种树

【解析】

【分析】本题考查植树问题与最小公倍数的应用，理解题意是解题的关键。

(1) 先求出 8 和 20 的最小公倍数为 40，再根据每间距 40 米的树保留不动，列式计算即可得出答案；

(2) 分别求出两次的坑数，相加后减去保留不动的数量即可。

【小问 1 详解】

解：8 和 20 的最小公倍数为 40，

$$1000 \div 40 + 1 = 26 \text{ (棵)},$$

答：有 26 棵树可保留不动；

【小问 2 详解】

解：第一次挖坑数量为 $1000 \div 8 + 1 = 126$ (个)，

第二次挖坑数量为 $1000 \div 20 + 1 = 51$ (个)，

一共挖坑 $126 + 51 - 26 = 151$ (个)，

答：在两次植树过程中一共挖了 151 个坑来种树。

25. 某中学举行国防知识竞赛，全校一共有 240 位学生参赛，比赛设一、二、三等奖三个奖项，其中，获得一等奖、二等奖的人数情况如下表所示，根据表格回答：

奖项	一等奖	二等奖	三等奖
人数	10	25	

(1) 一、二等奖人数之和占全校参赛学生人数的几分之几？

(2) 若二等奖人数比三等奖人数少 $\frac{3}{8}$ ，那么三等奖人数比二等奖人数多了几分之几？

【答案】(1) 一、二等奖人数之和占全校参赛学生人数的 $\frac{7}{48}$

(2) 三等奖人数比二等奖人数多了 $\frac{3}{5}$

【解析】

【分析】本题考查分数运算的实际应用，正确的列出算式，是解题的关键：

(1) 用一、二等奖人数之和除以全校参赛学生人数，即可得出结果；

(2) 先求出三等奖的人数，再用三等奖的人数减去二等奖的人数，然后再除以二等奖的人数即可得出结果，

【小问1详解】

$$\text{解：} \frac{10+25}{240} = \frac{7}{48};$$

答：一、二等奖人数之和占全校参赛学生人数的 $\frac{7}{48}$ ；

【小问2详解】

$$\text{解：三等奖的人数为：} 25 \div \left(1 - \frac{3}{8}\right) = 25 \times \frac{8}{5} = 40 \text{ (人),}$$

$$\frac{40-25}{25} = \frac{3}{5};$$

答：三等奖人数比二等奖人数多了 $\frac{3}{5}$.

26. 求 $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} - \frac{1}{12} - \frac{1}{20} - \frac{1}{30}$ 的值，可以用下面的方法：

$$\text{因为 } \frac{1}{6} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{12} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, \quad \frac{1}{20} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}, \quad \frac{1}{30} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6},$$

$$\text{所以原式} = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) - \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right)$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$$

$$= \frac{1}{6}$$

我们将以上方法称为拆项法。请阅读后完成以下问题：

$$(1) \text{ 计算：} \frac{1}{5} - \frac{1}{30} - \frac{1}{42} - \frac{1}{56} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(2) \text{ 基于“拆项”的思想，试对以下算式进行简便计算：} 2\frac{1}{3} + 4\frac{1}{15} + 6\frac{1}{35} + 8\frac{1}{63} + \cdots + 100\frac{1}{9999}$$

【答案】 (1) $\frac{1}{8}$

(2) $2550\frac{50}{101}$

【解析】

【分析】 本题考查分数的加减法运算，熟练掌握拆项法，是解题的关键：

(1) 利用拆项法进行计算即可；

(2) 带分数化为整数和分数的和的形式，再利用拆项法进行计算即可.

【小问 1 详解】

解： 因为 $\frac{1}{30} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$, $\frac{1}{42} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7}$, $\frac{1}{56} = \frac{1}{7} - \frac{1}{8}$,

$$\text{所以原式} = \frac{1}{5} - \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) - \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right) - \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{8}\right)$$

$$= \frac{1}{5} - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{7} + \frac{1}{8}$$

$$= \frac{1}{8},$$

故答案为: $\frac{1}{8}$;

【小问 2 详解】

因为 $\frac{1}{3} = \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)$, $\frac{1}{15} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right)$, $\frac{1}{35} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) \cdots \frac{1}{9999} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{101}\right)$,

$$\text{所以原式} = 2 + \frac{1}{3} + 4 + \frac{1}{15} + 6 + \frac{1}{35} + 8 + \frac{1}{63} + \cdots + 100 + \frac{1}{9999}$$

$$= 2 + 4 + 6 + 8 + \cdots + 100 + \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \cdots + \frac{1}{9999}$$

$$= \frac{(2+100) \times 50}{2} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{101}\right)$$

$$= 2550 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{101}\right)$$

$$= 2550 + \frac{50}{101}$$

$$= 2550\frac{50}{101}.$$