

课堂作业 9

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

1. 已知下列各数: $-(-5)$ 、 $-|-2\frac{1}{2}|$ 、 0.45 、 0 , 这四个数中非负数的个数是 ()

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 1 个

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查非负数的概念, 掌握相关的概念是解决本题的关键.

非负数包括正数和零, 需要先化简每个数, 然后判断是否非负即可.

【详解】 解: $\because -(-5) = 5 > 0$, 是非负数;

$\because -|-2\frac{1}{2}| = -2\frac{1}{2} < 0$, 不是非负数;

$\because 0.45 > 0$, 是非负数;

$\because 0 = 0$, 是非负数.

$\therefore$ 非负数有 3 个,

故选 B.

2. 下列方程中, 一元一次方程是 ()

A. $8x - 6$

B. $x + y = 2$

C. $x^2 + 1 = 5$

D. $\frac{1}{2}x = 5$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次方程的定义. 一元一次方程中只含有一个未知数, 未知数的最高次数为 1 且两边都是整式. 根据一元一次方程的定义判断各选项即可.

【详解】 解: A、不是一元一次方程, 故本选项不符合题意;

B、不是一元一次方程, 故本选项不符合题意;

C、不是一元一次方程, 故本选项不符合题意;

D、是一元一次方程, 故本选项符合题意;

故选: D

3. 下列说法中错误的是 ()

A. 常数项都是同类项

B. -9 是一次式

C. $a+2b-3c+4d-5e+6$ 是一次式

D. $-\frac{2x}{3}$ 的系数是 $-\frac{2}{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查单项式、多项式定义，系数及次数，同类项定义. 熟练掌握定义是解题的关键；
本题可根据同类项、单项式与多项式的次数、单项式系数的相关概念，逐一分析选项即可解答.

【详解】解：A. 所有常数项都是同类项，因为它们都可以看作是不含字母，次数为 0 的单项式，故该选项说法正确，不符合题意；

B. -9 是一个常数项，可看作 $-9x^0$ (x 为任意字母)，它的次数是 0，是零次单项式，不是一次式，故该选项说法错误，符合题意；

C. 在多项式 $a+2b-3c+4d-5e+6$ 中，每一项 a 、 $2b$ 、 $-3c$ 、 $4d$ 、 $-5e$ 、 6 的次数最高为 1，所以它是一次式，故该选项说法正确，不符合题意；

D. 在单项式 $-\frac{2x}{3}$ 中，数字因数是 $-\frac{2}{3}$ ，所以它的系数是 $-\frac{2}{3}$ ，故该选项说法正确，不符合题意；

故选：B.

4. 下面计算正确的是 ()

A. $-(-2)^2 = 2^2$

B. $(-3)^2 \times (-\frac{2}{3}) = 6$

C. $-3^4 = (-3)^4$

D. $(-0.1)^2 = 0.1^2$

【答案】D

【解析】

【分析】分别计算出各选项的结果，即可判断.

【详解】解：A. $-(-2)^2 = -2^2$ ，不正确，故不符合题意；

B. $(-3)^2 \times (-\frac{2}{3}) = -6$ ，不正确，故不符合题意；

C. $-3^4 = -(-3)^4$ ，不正确，故不符合题意；

D. $(-0.1)^2 = 0.1^2$ ，正确，故符合题意，

故选：D.

【点睛】本题主要考查有理数的乘方以及有理数的乘法运算，属于基础题，熟练掌握运算法则是解题的关键.

5. 根据等式的性质，下列各式变形正确的是 ()

A. 若 $a^2 = b^2$ ，则 $a = b$

B. 若 $ac = bc$ ，则 $a = b$

C. 若 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c} (c \neq 0)$ ，则 $a = b$

D. 若 $-\frac{1}{3}x = 6$ ，则 $x = -2$

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了等式的性质，根据等式的性质，对所给选项依次进行判断即可.

【详解】解：A、由 $a^2 = b^2$ 可得出 $a = b$ 或 $a = -b$ ，所以 A 选项不符合题意.

B、当 $c = 0$ 时 $ac = bc$ 恒成立，而 $a = b$ 不一定成立，所以 B 选项不符合题意.

C、由 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c} (c \neq 0)$ 可得出 $a = b$ ，故 C 选项符合题意.

D、由 $-\frac{1}{3}x = 6$ 可得出 $x = -18$ ，所以 D 选项不符合题意.

故选：C.

6. a 、 b 均为有理数，则下列说法中正确的个数有 ()

(1) 若 $a \neq b$ ，则 $a^2 \neq b^2$ ；(2) 若 $a > |b|$ ，则 $a^2 > b^2$ ；(3) 若 $|a| > |b|$ ，则 $a > b$ ；(4) 若 $a^2 > b^2$ ，则 $a > b$.

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查绝对值、有理数的乘方，根据 a 、 b 的符号情况，找出反例，逐项判断即可.

【详解】解：当 a 、 b 互为相反数时， $a \neq b$ ，但 $a^2 = b^2$ ，

故 (1) 错误；

若 $a > |b|$ ，则 $a^2 > b^2$ ，故 (2) 正确；

当 a 为负数时，若 $|a| > |b|$ ，则 $a < b$ ，

故 (3) 错误；

当 a 为负数，若 $a^2 > b^2$ ，则 $a < b$ ，

故 (4) 错误；

综上所述，正确的个数有 1 个，

故选 B.

二、填空题 (本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分)

7. 比较大小： -0.6 _____ $-\frac{5}{8}$ (填 “>”、“=” 或 “<”)

【答案】>

【解析】

【分析】本题主要考查了有理数比较大小，两个负数比较大小，绝对值越大，其值越小，据此可得答案.

【详解】解：∵ $|-0.6| = \frac{3}{5} = \frac{24}{40} < \left| -\frac{5}{8} \right| = \frac{5}{8} = \frac{25}{40}$,

$$\therefore -0.6 > -\frac{5}{8},$$

故答案为：>.

8. 用代数式表示：“ x 与 y 的和的倒数”_____.

【答案】 $\frac{1}{x+y}$

【解析】

【分析】应先表示 x 与 y 的和为 $x+y$ ，再表示其倒数为 $\frac{1}{x+y}$ 即可.

【详解】解：根据题意可得：所求代数式为 $\frac{1}{x+y}$,

故答案为： $\frac{1}{x+y}$.

【点睛】本题考查了列代数式，解决问题的关键是读懂题意，找到所求的量的等量关系. 注意根据题中的关键词来确定运算的先后顺序.

9. 代数式 $4-\frac{x}{2}$ 中的一次项系数是_____.

【答案】 $-\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】本题考查了多项式的相关定义，熟练掌握一次式的相关概念是解题的关键.

根据只含有一个字母，且字母的指数是1，这样的项叫做一次项；不含字母的项叫做常数项；一次项中的数字因数叫做项的数字系数；据此即可解答.

【详解】解：代数式 $4-\frac{x}{2}$ 中一次项的系数是： $-\frac{1}{2}$.

故答案为： $-\frac{1}{2}$.

10. 计算 $(8a-7)-3(4a-5)=$ _____.

【答案】 $-4a+8$

【解析】

【分析】 本题考查整式的四则混合运算，熟练掌握运算法则是解题的关键。运用去括号法则和合并同类项法则进行计算，注意括号前为负数时，去括号后各项符号需改变。

$$\begin{aligned}\text{【详解】解：原式} &= 8a - 7 - 3 \times 4a + 3 \times 5 \\ &= 8a - 7 - 12a + 15 \\ &= (8a - 12a) + (-7 + 15) \\ &= -4a + 8\end{aligned}$$

故答案为： $-4a+8$ 。

11. 一根管子用去 $\frac{2}{7}$ 后剩余 17.5 米，则这根管子原来长_____米。

【答案】 24.5

【解析】

【分析】 本题考查了分数的除法应用，理解题意，用 17.5 除以 $1 - \frac{2}{7}$ 的差，即可作答。

【详解】解： $\because$ 一根管子用去 $\frac{2}{7}$ 后剩余 17.5 米，

$$\therefore 17.5 \div \left(1 - \frac{2}{7}\right) = 17.5 \times \frac{7}{5} = 24.5 \text{ (米)}$$

$\therefore$ 这根管子原来长 24.5 米，

故答案为： 24.5 。

12. 如果 a 、 b 互为相反数， c 是最大的负整数，那么 $a+b+c^{2025}$ 的值为_____。

【答案】 -1

【解析】

【分析】 本题主要考查了代数式求值，解题的关键是熟练掌握相反数的定义，有理数的分类，先根据 a 、 b 互为相反数， c 是最大的负整数，得出 $a+b=0$ ， $c=-1$ ，然后代入求值即可。

$$\begin{aligned}\text{【详解】解：} &\because a、b \text{ 互为相反数，} c \text{ 是最大的负整数，} \\ \therefore a+b &= 0, \quad c = -1, \\ \therefore a+b+c^{2025} &= 0 + (-1)^{2025} = 0 - 1 = -1.\end{aligned}$$

故答案为： -1 。

13. 如果 $(x+2)^2 + |3-y| = 0$ ，那么 x^y 的值为_____。

【答案】 -8

【解析】

【分析】 本题考查的是绝对值的非负性是应用，乘方运算的含义，根据两个非负数相加得 0，则每个加数均为 0，解 $x+2=0$ ，和 $3-y=0$ 得出 x, y 值，代入结论即可求解.

【详解】 解： $\because (x+2)^2 + |3-y| = 0$,

$$\therefore x+2=0, \quad 3-y=0,$$

$$\therefore x=-2, \quad y=3,$$

$$\therefore x^y = (-2)^3 = -8.$$

故答案为： -8.

14. 关于 x 的方程 $(k+3)x^{k-2} + 3 = 0$ 是一元一次方程，那么这个方程的解为_____.

【答案】 $x = -\frac{1}{2}$ ## $x = -0.5$

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次方程的定义、解一元一次方程，熟练掌握一元一次方程的定义是解题的关键. 根据一元一次方程的定义求出 k 的值，再代入 k 的值解方程求出 x 的值即可.

【详解】 解： $\because$ 关于 x 的方程 $(k+3)x^{k-2} + 3 = 0$ 是一元一次方程，

$$\therefore k-2=1, \quad k+3 \neq 0,$$

$$\therefore k=3,$$

代入 $k=3$ 得， $6x+3=0$,

$$\text{解得： } x = -\frac{1}{2}.$$

故答案为： $x = -\frac{1}{2}$.

15. 若 $x=a$ 是关于 x 的方程 $x-b=2$ 的解，则 $1+a-b$ 的值为_____.

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次方程的解，熟练掌握解的定义是解答本题的关键，能使一元一次方程左右两边相等的未知数的值叫做一元一次方程的解.

根据方程解的定义，将 $x=a$ 代入方程求出 $a-b$ 的值，再代入 $1+a-b$ 计算.

【详解】 解： 因为 $x=a$ 是关于 x 的方程 $x-b=2$ 的解，

所以将 $x = a$ 代入方程，得 $a - b = 2$ ，

因此， $1 + a - b = 1 + 2 = 3$ 。

故答案为 3。

16. 小马虎在计算一次式 $-3x + 1$ 与另一个一次式的差时，把差当成了和，求出的答案是 $2x - 3$ ，则正确的答案是_____。

【答案】 $-8x + 5$ ## $5 - 8x$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的加减运算，设另一个一次式为 A ，根据题意求得 $A = 5x - 4$ ，再计算 $-3x + 1$ 与 A 的差，即可求解。

【详解】 解：设另一个一次式为 A ，

依题意， $A = 2x - 3 - (-3x + 1)$

$$= 2x - 3 + 3x - 1$$

$$= 5x - 4$$

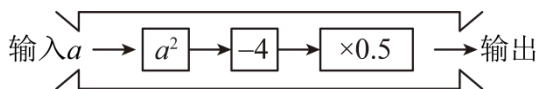
$$\therefore \text{正确的答案是 } -3x + 1 - (5x - 4)$$

$$= -3x + 1 - 5x + 4$$

$$= -8x + 5$$

故答案为： $-8x + 5$ 。

17. 如图是一个“数值转换机”，如果输出的结果为 16，那么输入的 a 值是_____。



【答案】 ± 6

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的混合运算，熟练掌握运算法则是解题的关键。

根据“数值转换机”得到 $(a^2 - 4) \times 0.5 = 16$ ，然后求出 $a^2 = 36$ ，再根据乘方的逆运算求解。

【详解】 解：由题意得， $(a^2 - 4) \times 0.5 = 16$ ，

$$\therefore a^2 = 36,$$

$$\therefore (\pm 6)^2 = 36,$$

$$\therefore a = \pm 6,$$

故答案为： ± 6 。

18. 定义: 如果将一组从小到大排列的最简真分数进行通分, 通分后得到的分数的分子依次增加相同的数值, 那么这组数称为“和谐序列” 例如一组数 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{1}{2}$ 从小到大排列后得到 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{2}$ 和 $\frac{2}{3}$, 通分后得到 $\frac{2}{6}$ 、 $\frac{3}{6}$ 和 $\frac{4}{6}$, 分子依次增加了 1, 那么这组数是“和谐序列”. 已知 $\frac{7}{24}$ 、 $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{5}{12}$ 和 m 是一个“和谐序列”, 那么 $m =$ _____.

【答案】

$$\frac{1}{24} \text{ 或 } \frac{13}{24}$$

【解析】

【分析】 本题主要考查了数字变化规律,

根据“和谐序列”的定义, 将已知分数 $\frac{7}{24}$ 、 $\frac{1}{6}$ 、 $\frac{5}{12}$ 和 m 从小到大排列后通分, 分子成“和谐序列, 再根据 m 在序列中的可能位置得出答案.

【详解】 解: $\frac{1}{6} = \frac{4}{24}$, $\frac{7}{24}$, $\frac{5}{12} = \frac{10}{24}$, 故 $\frac{1}{6} < \frac{7}{24} < \frac{5}{12}$,

序列排序后, m 可能位于 (1) m 最小; (2) 在 $\frac{4}{24}$ 和 $\frac{7}{24}$ 之间; (3) 在 $\frac{7}{24}$ 和 $\frac{5}{12}$ 之间; (4) m 最大.

当 m 最小时, 序列为 m 、 $\frac{4}{24}$ 、 $\frac{7}{24}$ 、 $\frac{10}{24}$, 根据“和谐序列”的定义, 得 $m = \frac{1}{24}$;

当 m 在 $\frac{4}{24}$ 和 $\frac{7}{24}$ 之间, 或在 $\frac{7}{24}$ 和 $\frac{10}{24}$ 之间时, 四个分数通分后的分子无法构成等差数列, 故这两种情况不存在;

当 m 最大时, 序列为 $\frac{4}{24}$ 、 $\frac{7}{24}$ 、 $\frac{10}{24}$ 、 m , 根据“和谐序列”的定义, 得 $m = \frac{13}{24}$.

当 $m = \frac{1}{24}$ 或 $m = \frac{13}{24}$ 时, 通分后分子分别为 1, 4, 7, 10 或 4, 7, 10, 13, 均成等差数列, 满足定义.

故答案为: $\frac{1}{24}$ 或 $\frac{13}{24}$.

三、简答题 (本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 满分 30 分)

19. 计算: $(-5) - 2 + 13 - (-6)$

【答案】 12

【解析】

【分析】 本题考查有理数的加减法, 解题的关键是熟练掌握有理数加法的运算法则, 即同号两数相加, 取相同的符号, 并把绝对值相加; 异号两数相加, 取绝对值较大的加数的符号, 并用较大的绝对值减去较小

的绝对值. 本题根据有理数加减法的运算法则进行计算即可.

【详解】解: 原式 $= (-5) + (-2) + 13 + 6 = (-7) + 13 + 6 = 6 + 6 = 12$.

20. 计算: $-18 + (-6) \times \left(-\frac{1}{6}\right)$

【答案】 -17

【解析】

【分析】 本题考查有理数的四则混合运算, 熟练掌握运算法则是解题的关键. 根据运算顺序, 先计算乘法, 再计算加法.

【详解】解: 原式 $= -18 + 1 = -17$.

21. 计算: $-1^{2024} - 24 \times \left(-\frac{7}{12} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)$

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查有理数的混合运算, 包括乘方及乘法分配律, 熟练掌握有理数混合运算的顺序是解题的关键. 先计算整数幂, 再利用乘法分配律将括号内的每一项分别与 (-24) 相乘, 最后进行加减运算得出结果.

【详解】解: 原式 $= -1 + (-24) \times \left(-\frac{7}{12}\right) + (-24) \times \frac{2}{3} + (-24) \times \left(-\frac{1}{6}\right)$

$$= -1 + 14 + (-16) + 4$$

$$= 1.$$

22. 计算: $2(m-7) - \frac{1}{2}(m+4)$

【答案】 $\frac{3}{2}m - 16$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的乘法运算, 熟练掌握运算法则是解题的关键. 运用乘法分配律展开多项式, 再逐项合并同类项, 运算过程中注意正负号的处理.

【详解】解: 原式 $= 2m - 14 - \frac{1}{2}m - 2$

$$= \frac{3}{2}m - 16.$$

23. 计算: $-\frac{1}{2}(6m-16)+\frac{1}{3}(-9-3m)$

【答案】 $-4m+5$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的加减运算, 熟练掌握运算法则是解题的关键. 运用乘法分配律展开计算, 再逐项合并同类项, 运算过程中注意正负号的处理.

【详解】 解: 原式 $= -3m+8-3-m$
 $= -4m+5.$

24. 解方程: $2x+6-9=\frac{3}{2}x+\frac{9}{2}$

【答案】 $x=15$

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次方程的解法, 属于基本题型, 熟练掌握一元一次方程的解法是解题的关键. 按移项、合并同类项、系数化为1的步骤进行求解即可.

【详解】 解: $2x+6-9=\frac{3}{2}x+\frac{9}{2},$

移项, 得 $2x-\frac{3}{2}x=9-6+\frac{9}{2},$

合并同类项, 得 $\frac{1}{2}x=\frac{15}{2},$

系数化为1, 得 $x=15.$

四、解答题 (第 25, 26 题 6 分, 第 27, 28 题 8 分, 共 28 分)

25. 先化简, 再求值: $2x-5y-3(3x-4y)+1$, 其中 $x=2, y=-1.$

【答案】 $-7x+7y+1, -20$

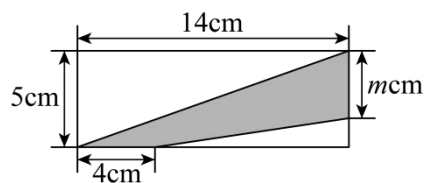
【解析】

【分析】 本题考查了整式的混合运算、化简求值, 熟练掌握运算法则是解题的关键. 运用乘法分配律展开多项式, 再逐项合并同类项得到最简结果, 把 x 与 y 的值代入计算即可求值, 运算过程中注意正负号的处理.

【详解】 解: 原式 $= 2x-5y-9x+12y+1$
 $= -7x+7y+1,$

当 $x=2, y=-1$ 时, 原式 $= -7\times 2+7\times (-1)+1=-14-7+1=-20.$

26. 如图所示是一个长方形.



(1) 根据图中尺寸大小, 用含 m 的代数式表示阴影部分的面积 S ;

(2) 若 $m = 3.5$ 时, 求 S 的值.

【答案】(1) $S = 10 + 5m$

(2) $S = 27.5$

【解析】

【分析】本题考查长方形与三角形的面积计算及代数式求值, 运用割补思想;

(1) 用长方形面积减去两个空白三角形面积列代数式;

(2) 代入 m 的值计算, 关键是准确计算图形面积, 易错点是三角形面积公式运用错误或代数求值计算失误;

解题思路: (1) 通过割补法, 用长方形面积减空白三角形面积得阴影面积的代数式;

(2) 将 $m = 3.5$ 代入代数式求值.

【小问 1 详解】

解: 长方形的面积为 $14 \times 5 = 70 \text{cm}^2$;

左上角空白部分三角形: $\frac{1}{2} \times 14 \times 5 = 35 \text{cm}^2$;

右下角空白部分三角形: $\frac{1}{2} \times (14 - 4) \times (5 - m) = 5(5 - m) \text{cm}^2$;

阴影部分面积: $S = 70 - 35 - 5(5 - m) = 70 - 35 + 5m - 25 = (10 + 5m) \text{cm}^2$

故答案为: $S = 10 + 5m$;

【小问 2 详解】

将 $m = 3.5$ 代入 $S = 10 + 5m$ 得:

$S = 10 + 5 \times 3.5 = 10 + 17.5 = 27.5 \text{cm}^2$

故答案为: $S = 27.5$

27. 某工厂根据安排原计划每天生产 300 个零件, 但实际日产量与原计划相比有出入, 下表是一周内的实际日产量. (增产记为正, 减产记为负)

星期	一	二	三	四	五	六	日
----	---	---	---	---	---	---	---

产量/个	+15	-6	-12	-9	-8	+10	+18
------	-----	----	-----	----	----	-----	-----

(1) 日实际产量最多为_____个，最少为_____个；

(2) 该厂实行计件工资制：若当天完成计划，计划内生产出的零件每个按10元发工资，超额完成的部分每个按15元发工资；若当天未完成计划，已完成的部分每个按10元的六折发工资，求该厂这一周发放的工资总额.

【答案】 (1) 318, 288

(2) 16635 元

【解析】

【分析】 本题主要考查正负数在实际生活中的应用，熟练掌握有理数的运算法则是解题的关键.

(1) 根据正负数的实际意义，进行有理数的大小比较即可；

(2) 先计算每天的工资，再相加即可求解.

【小问 1 详解】

解：∵增产记为正，减产记为负， $18 > 15 > 10$ ， $-6 > -8 > -9 > -12$

∴日实际产量最多为： $300 + 18 = 318$ (个)，

日实际产量最少为： $300 - 12 = 288$ (个).

故答案为：318, 288；

【小问 2 详解】

解：由题意得，该厂这一周发放的工资总额为：

$$300 \times 3 \times 10 + (18 + 15 + 10) \times 15 + (300 \times 4 - 6 - 12 - 9 - 8) \times 10 \times 0.6$$

$$= 9000 + 43 \times 15 + (1200 - 35) \times 6$$

$$= 9000 + 645 + 1165 \times 6$$

$$= 9000 + 645 + 6990$$

$$= 16635 \text{ (元)},$$

答：该厂这一周发放的工资总额为16635元.

28. 我们知道， $2x + 3x - x = (2 + 3 - 1)x = 4x$ ，类似地，我们也可以将 $(a + b)$ 看成一个整体，则

$$2(a + b) + 3(a + b) - (a + b) = (2 + 3 - 1)(a + b) = 4(a + b).$$

整体思想是中学数学解题中的一种重要的思想方法，

请根据上面的提示和范例，解决下面的题目：

(1) 把 $(p+q)^3$ 看成一个整体，求 $3(p+q)^3 - 7(p+q)^3 + 2(p+q)^3$ 合并的结果；

(2) 已知 $3x + \frac{1}{2}y = 5$ ，求 $12x + 2y - 8$ 的值；

(3) 已知 $x - 3z = 4$ ， $z - y = -1$ ， $2y + w = 9$ ，求 $x + y - 2z + w$ 的值.

【答案】 (1) $-2(p+q)^3$

(2) 12 (3) 12

【解析】

【分析】 本题主要考查了代数式求值，整式的加减计算，合并同类项，利用整体法求解是解题的关键.

(1) 根据合并同类项的法则求解即可；

(2) 根据 $12x + 2y - 8 = 4\left(3x + \frac{1}{2}y\right) - 8$ ，利用整体代入法求解即可；

(3) 根据 $x + y - 2z + w = (x - 3z) + (2y + w) + (z - y)$ ，利用整体代入法求解即可.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & 3(p+q)^3 - 7(p+q)^3 + 2(p+q)^3 \\ &= (3 - 7 + 2)(p+q)^3 \\ &= -2(p+q)^3;\end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & \because 3x + \frac{1}{2}y = 5, \\ \therefore & 12x + 2y - 8 = 4\left(3x + \frac{1}{2}y\right) - 8 = 4 \times 5 - 8 = 12;\end{aligned}$$

【小问 3 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & \because x - 3z = 4, \quad z - y = -1, \quad 2y + w = 9, \\ \therefore & x + y - 2z + w \\ &= (x - 3z) + (2y + w) + (z - y) \\ &= 4 + 9 + (-1) \\ &= 12.\end{aligned}$$

附加题

29. 将 3, 4, 5, 6, 7, 8 六个数随机分成两组, 每组 3 个, 分别用 a_1, a_2, a_3 和 b_1, b_2, b_3 表示, 且 $a_1 < a_2 < a_3$, $b_1 > b_2 > b_3$, 设 $m = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + |a_3 - b_3|$, 则 m 为_____

【答案】9

【解析】

【分析】本题考查绝对值的性质, 解题的关键是学会用分类讨论的思想解决问题. 设 a_1, a_2, a_3 分别是 3, 4, 5, b_1, b_2, b_3 分别是 8, 7, 6, 进行计算求值; 然后得出不论怎么分组, 原式的值都为恒值 9, m 的值仍不变, 由此即可确定答案.

【详解】解: $\because$ 将 3, 4, 5, 6, 7, 8 六个数随机分成两组, 每组 3 个, 分别用 a_1, a_2, a_3 和 b_1, b_2, b_3 表示, 且 $a_1 < a_2 < a_3$, $b_1 > b_2 > b_3$,

设 a_1, a_2, a_3 分别是 3, 4, 5, b_1, b_2, b_3 分别是 8, 7, 6,

$$\therefore m = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + |a_3 - b_3| = (8 + 7 + 6) - (3 + 4 + 5) = 21 - 12 = 9.$$

由上可知, 不论怎么分组, 原式的值都为恒值 9, 故 $m = 9$.

故答案为: 9.

30. 黑洞是一种引力极大的天体, 连光都逃脱不了它的束缚. 数学中也存在有趣的黑洞现象: 任选一个三位数, 要求个、十、百位的数字各不相同, 把这个三位数的三个数字按大小重新排列, 得出一个最大的数和一个最小的数, 用得出的最大的数减去最小的数得到一个新数 (例如若选的数为 325, 则用 $532 - 235 = 297$), 再将这个新数按上述方式重新排列, 再相减, 像这样运算若干次后一定会得到同一个重复出现的数, 这个数称为“卡普雷卡尔黑洞数”.

(1) 该“卡普雷卡尔黑洞数”为_____;

(2) 设任选的三位数 $\overline{abc}$, 不妨设 $a > b > c$, 试说明其均可产生该黑洞数.

【答案】(1) 495 (2) 见解析

【解析】

【分析】本题主要考查整式加减的应用, 解题的关键是理解“卡普雷卡尔黑洞数”的定义;

(1) 根据题意直接进行求解即可;

(2) 由题意易得该三位数可表示为 $100a + 10b + c$, 则有最大的数为 $100a + 10b + c$, 最小的数为 $100c + 10b + a$, 它们的差为 $100a + 10b + c - (100c + 10b + a) = 99a - 99c$, 然后根据上述进行换元操作,

进而问题可求解.

【小问 1 详解】

解: 由题意得: 297 重新排列后, 最大的数是 972, 最小的数是 279, 作差得: $972 - 279 = 693$;

再把 693 重新排列后, 同理可得最大数与最小数的差为 594;

再把 594 重新排列后, 同理可得最大数与最小数的差为 495;

再把 495 重新排列后, 同理可得最大数与最小数的差为 495;

.....;

综上所述: 该“卡普雷卡尔黑洞数”为 495;

故答案为 495;

【小问 2 详解】

解: 设任选的三位数 $\overline{abc}$, 不妨设 $a > b > c$, 由题意可知: $a \neq 0, c \neq 0$, 则有该三位数可表示为

$$100a + 10b + c,$$

把该三位数重新排列后, 最大的数为 $100a + 10b + c$, 最小的数为 $100c + 10b + a$, 它们的差为

$$100a + 10b + c - (100c + 10b + a) = 99a - 99c = 99(a - c),$$

$\because a, b, c$ 互不相等,

$$\therefore 2 \leq a - c \leq 8,$$

$$\therefore 99a - 99c = 100(a - c) - (a - c),$$

令 $a - c = t$, 则 $100(a - c) - (a - c)$ 的首位为 $t - 1$, 十位为 9, 个位为 $10 - t$,

当 $t - 1 = 10 - t$ 时, 则有 $t = 5.5$,

$\therefore$ 可分: 当 $6 \leq t \leq 8$ 时, 则 $t - 1 > 10 - t$,

$\therefore$ 该数重新排列后, 最大数与最小数的差为

$$900 + 10(t - 1) + 10 - t - [100(10 - t) + 10(t - 1) + 9] = 99(t - 1),$$

当 $2 \leq t \leq 5$ 时, 则 $t - 1 < 10 - t$,

$\therefore$ 此时该数重新排列后, 最大数与最小数的差为

$$900 + 10(10 - t) + t - 1 - [100(t - 1) + 10(10 - t) + 9] = 99(10 - t),$$

继续进行上述换元操作, 可以发现, 在重复上述过程,

最终当 $t = 5$ 时, 数值不再变化,

即最后留下的数字为 $99 \times 5 = 495$.