

2025 学年第一学期中预年级数学第二次过程性评价试卷

时间：90 分钟 满分：100 分

(本次考试不得使用计算器，请将正确答案填写在答题纸上，写在试卷上无效)

一、选择题 (本大题共 4 小题，每小题 3 分，满分 12 分)

1. 下表列出了国外几个城市与北京的时差 (正数表示同一时刻比北京时间早). 2025 年元月 6 日 19:00, 我国中央广播电视总台综合频道 CCTV-1 《新闻联播》节目开始播放时, 下列各城市的时间表示错误的是 ()

城市	纽约	巴黎	东京
与北京的时差/h	-13	-7	+1

- A. 巴黎是 2025 年元月 6 日 11:00
- B. 纽约是 2025 年元月 6 日 6:00
- C. 东京是 2025 年元月 6 日 20:00
- D. 上海是 2025 年元月 6 日 19:00

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查有理数加减的实际应用，正负数的应用，根据题意，分别计算纽约，巴黎，东京，上海在此时的时间，即可求解.

【详解】解：A、巴黎与北京的时差为 -7h ， $19-7=12$ ，故巴黎此时时间为 2025 年元月 6 日 12:00，而不是 11:00，故选项 A 符合题意；
B、纽约与北京的时差为 -13h ， $19-13=6$ ，故纽约此时时间为：2025 年元月 6 日 6:00，故选项 B 不符合题意；
C、东京与北京的时差为 $+1\text{h}$ ， $19+1=20$ ，故东京此时时间为 2025 年元月 6 日 20:00，故选项 C 不符合题意；
D、上海与北京没有时差，故上海是 2025 年元月 6 日 19:00，故选项 D 不符合题意；
故选：A.

2. 已知 $abcd > 0$ ， $b < 0$ ， $c > 0$ ， $bcd < 0$ ，则 ()

- A. $a > 0$ ， $d < 0$
- B. $a < 0$ ， $d > 0$
- C. $a > 0$ ， $d > 0$
- D. $a < 0$ ， $d < 0$

【答案】B

【解析】

【分析】 本题考查有理数的乘法运算，解题的关键是掌握有理数乘法运算法则：两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘。据此判断即可。

【详解】 解： $\because abcd > 0, bcd < 0,$

$$\therefore a < 0,$$

$$\because b < 0, c > 0,$$

$$\therefore bc < 0,$$

$$\because bcd < 0,$$

$$\therefore d > 0,$$

综上所述， $a < 0, d > 0$ 。

故选： B。

3. 将 3, 4, 5, 6, 7, 8 六个数随机分成两组，每组 3 个，分别用 a_1, a_2, a_3 和 b_1, b_2, b_3 表示，且 $a_1 < a_2 < a_3,$

$b_1 > b_2 > b_3$ ，设 $m = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + |a_3 - b_3|$ ，则 m 为 ()

A. 10

B. 9

C. 7 或 9

D. 9 或 10

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查绝对值的性质，解题的关键是学会用分类讨论的思想解决问题。分 10 种情况讨论，再进行计算求值；每种情况交换两组数， m 的值仍不变，由此即可确定答案。

【详解】 解： 若 a_1, a_2, a_3 取 6, 7, 8, b_1, b_2, b_3 取 5, 4, 3,

$$\therefore m = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + |a_3 - b_3| = |6 - 5| + |7 - 4| + |8 - 3| = 1 + 3 + 5 = 9;$$

若 a_1, a_2, a_3 取 5, 6, 7; b_1, b_2, b_3 取 8, 4, 3,

$$\therefore m = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + |a_3 - b_3| = |5 - 8| + |6 - 4| + |7 - 3| = 3 + 2 + 4 = 9;$$

若 a_1, a_2, a_3 取 4, 5, 6; b_1, b_2, b_3 取 8, 7, 3,

$$\therefore m = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + |a_3 - b_3| = |4 - 8| + |5 - 7| + |6 - 3| = 4 + 2 + 3 = 9;$$

若 a_1, a_2, a_3 取 3, 4, 6; b_1, b_2, b_3 取 8, 7, 5,

$$\therefore m = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + |a_3 - b_3| = |3 - 8| + |4 - 7| + |6 - 5| = 5 + 3 + 1 = 9;$$

若 a_1, a_2, a_3 取 3, 4, 7; b_1, b_2, b_3 取 8, 6, 5,

$$\therefore m = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + |a_3 - b_3| = |3 - 8| + |4 - 6| + |7 - 5| = 5 + 2 + 2 = 9;$$

若 a_1, a_2, a_3 取 4, 7, 8; b_1, b_2, b_3 取 6, 5, 3,

$$\therefore m = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + |a_3 - b_3| = |4 - 6| + |7 - 5| + |8 - 3| = 2 + 2 + 5 = 9;$$

若 a_1, a_2, a_3 取 3, 5, 8; b_1, b_2, b_3 取 7, 6, 4,

$$\therefore m = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + |a_3 - b_3| = |3 - 7| + |5 - 6| + |8 - 4| = 4 + 1 + 4 = 9;$$

若 a_1, a_2, a_3 取 3, 6, 8; b_1, b_2, b_3 取 7, 5, 4,

$$\therefore m = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + |a_3 - b_3| = |3 - 7| + |6 - 5| + |8 - 4| = 4 + 1 + 4 = 9;$$

若 a_1, a_2, a_3 取 4, 6, 8; b_1, b_2, b_3 取 7, 5, 3,

$$\therefore m = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + |a_3 - b_3| = |4 - 7| + |6 - 5| + |8 - 3| = 3 + 1 + 5 = 9;$$

若 a_1, a_2, a_3 取 4, 5, 8; b_1, b_2, b_3 取 7, 6, 3,

$$\therefore m = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + |a_3 - b_3| = |4 - 7| + |5 - 6| + |8 - 3| = 3 + 1 + 5 = 9;$$

以上每种情况交换两组数, 即 a_1, a_2, a_3 分别变为 b_3, b_2, b_1 ; b_1, b_2, b_3 分别变为 a_3, a_2, a_1 , 则

$$m = |b_3 - a_3| + |b_2 - a_2| + |b_1 - a_1| = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2| + |a_3 - b_3|, \text{ 结果不变; 如 } a_1, a_2, a_3 \text{ 取 } 4, 5, 8; b_1, b_2, b_3$$

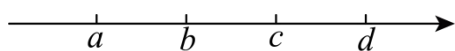
取 7, 6, 3, 交换两组数, 即 a_1, a_2, a_3 取 3, 6, 7; b_1, b_2, b_3 取 8, 5, 4, 此时

$$m = |3 - 8| + |6 - 5| + |7 - 4| = |4 - 7| + |5 - 6| + |8 - 3|;$$

综上所述, m 为 9.

故选: B.

4. 有理数 a, b, c, d 在数轴上的对应点的位置如图所示. 则在下列选项中, 正确个数是 ()



①若 $ac = 0$, 则 $bd < 0$;

②若 $|c| = 2$, $|d| = 3$, 则 $d - c = 1$ 或 $d - c = 5$;

③若 $a + b + c = 0$ 且 $abc \neq 0$, 则 $\frac{b+c}{|a|} + \frac{2(a+c)}{|b|} + \frac{3(a+b)}{|c|} = 0$

④若 $\overline{abcde}$ 为一个五位自然数, 则 $|a - b| + |b - c| + |c - a| + |d - e|$ 的最大值是 17

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了绝对值的化简，整式的加减，正确通过数轴判断绝对值符号里式子的正负是解题的关键.

利用数轴可得 $d > c > b > a$ ，再根据每项的关键信息，逐一判断各项对错即可解答.

【详解】解：①若 $ac = 0$ ，则有两种情况， $a = 0$ 或 $c = 0$ ，

当 $a = 0$ 时， $0 < b < d$ ，

所以 $bd > 0$ ，故①错误；

②若 $|c| = 2$ ， $|d| = 3$ ，则 $c = \pm 2$ ， $d = \pm 3$ ，

由数轴可得 $c < d$ ，

所以 $c = \pm 2$ ， $d = 3$ ，

$\therefore d - c = 1$ 或 $d - c = 5$ ，故②正确；

③由题意知， $a + b = -c$ ， $b + c = -a$ ， $a + c = -b$ ，

$$\therefore \frac{b+c}{|a|} + \frac{2(a+c)}{|b|} + \frac{3(a+b)}{|c|} = \frac{-a}{|a|} + \frac{-2b}{|b|} + \frac{-3c}{|c|},$$

$\therefore a + b + c = 0$ ，且 $abc \neq 0$ ，

$\therefore a, b, c$ 为一负二正或两负一正，

即 $a < 0, c > b > 0$ 或 $a < b < 0, c > 0$

$\therefore$ 当 $a < 0, c > b > 0$ 时，

$$\frac{b+c}{|a|} + \frac{2(a+c)}{|b|} + \frac{3(a+b)}{|c|} = \frac{-a}{|a|} + \frac{-2b}{|b|} + \frac{-3c}{|c|} = 1 - 2 - 3 = -4,$$

当 $a < b < 0, c > 0$ 时，

$$\frac{b+c}{|a|} + \frac{2(a+c)}{|b|} + \frac{3(a+b)}{|c|} = \frac{-a}{|a|} + \frac{-2b}{|b|} + \frac{-3c}{|c|} = 1 + 2 - 3 = 0,$$

故③错误；

由数轴可得 $d > c > b > a$ ，

$\therefore \overline{abcde}$ 为一个五位自然数，

$$\therefore d > c > b > a > 0, e \geq 0,$$

$$\therefore |a-b| + |b-c| + |c-a| + |d-e|$$

$$= b-a+c-b+c-a+|d-e|,$$

$$= 2c-2a+|d-e|,$$

当 $d=9$, $e=0$, $c=8$, $a=1$ 时, $2c-2a+|d-e|$ 取最大值为 23, 故④错误,

故选: A

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 满分 20 分)

5. $x+3$ 的相反数是_____.

【答案】 $-x-3$

【解析】

【分析】 本题考查了相反数的定义. 根据相反数的定义: 只有符号不同的两个数互为相反数, 进行分析, 即可作答.

【详解】 解: $x+3$ 的相反数是 $-(x+3) = -x-3$,

故答案为: $-x-3$.

6. 化简: $3y - \left[5x - \left(\frac{1}{2}x - 3 \right) + 2y \right] =$ _____.

【答案】 $-\frac{9}{2}x + y - 3$

【解析】

【分析】 本题考查整式的加减运算.

需先去括号, 再合并同类项, 处理括号时, 注意符号变化.

【详解】 解: $3y - \left[5x - \left(\frac{1}{2}x - 3 \right) + 2y \right]$

$$= 3y - \left(5x - \frac{1}{2}x + 3 + 2y \right)$$

$$= 3y - \left(\frac{9}{2}x + 3 + 2y \right)$$

$$= 3y - \frac{9}{2}x - 3 - 2y$$

$$= -\frac{9}{2}x + y - 3.$$

故答案为: $-\frac{9}{2}x + y - 3$.

7. 一次式 $\frac{4}{5}n + 2$ 中的一次项的系数是_____.

【答案】 $\frac{4}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查了多项式的定义, 几个单项式的和 (或者差) 叫做多项式, 多项式中每个单项式叫做多项式的项, 这些单项式中的最高项次数, 就是这个多项式的次数. 一次项中的数字因数就是一次项的系数.

根据多项式的概念即可得到答案.

【详解】 解: $\frac{4}{5}n + 2$ 中的一次项是 $\frac{4}{5}n$, 系数是 $\frac{4}{5}$,

故答案为: $\frac{4}{5}$.

8. 已知 $2x + 3y - 5 = 0$, 则 $6x - 4y - 2(x - 5y) =$ _____.

【答案】 10

【解析】

【分析】 本题考查整式的化简求值,

由已知条件得 $2x + 3y = 5$, 化简所求代数式后整体代入求值.

【详解】 解: 由 $2x + 3y - 5 = 0$, 得 $2x + 3y = 5$.

$$6x - 4y - 2(x - 5y) = 6x - 4y - 2x + 10y = 4x + 6y = 2(2x + 3y) = 2 \times 5 = 10.$$

故答案为: 10.

9. 若 a 与 b 互为相反数, m 与 n 互为倒数, 则 $\frac{a+b+2}{3mn} =$ _____.

【答案】 $\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了相反数的定义, 倒数的定义, 有理数的混合运算.

根据相反数的定义, 倒数的定义得到 $a + b = 0$, $mn = 1$, 再代入 $\frac{a+b+2}{3mn}$ 计算即可.

【详解】 解: $\because a$ 与 b 互为相反数, m 与 n 互为倒数,

$$\therefore a + b = 0, \quad mn = 1,$$

$$\begin{aligned} &\therefore \frac{a+b+2}{3mn} \\ &= \frac{0+2}{3 \times 1} \\ &= \frac{2}{3}. \end{aligned}$$

故答案为: $\frac{2}{3}$.

10. 将 $0.\dot{1}\dot{5}$ 化成分数是_____.

【答案】 $\frac{5}{33}$

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次方程的应用, 通过设循环小数为未知数, 利用倍数相减消去循环部分, 解方程得到分数形式, 再约分简化即可, 理解题意, 正确得出方程是解此题的关键.

【详解】 解: 设 $x = 0.\dot{1}\dot{5}$, 则 $100x = 15.\dot{1}\dot{5}$,

两式相减得 $100x - x = 15.\dot{1}\dot{5} - 0.\dot{1}\dot{5}$,

即 $99x = 15$,

所以 $x = \frac{15}{99} = \frac{5}{33}$,

故答案为: $\frac{5}{33}$.

11. 某人上山的速度是 a , 沿相同的路下山, 下山的速度是 b , 他的平均速度是_____. (用代数式表示结果)

【答案】 $\frac{2ab}{a+b}$

【解析】

【分析】 本题考查了代数式的应用.

根据平均速度是总路程与总时间的比值求解即可.

【详解】 解: 设上山路程为 S , 则总路程为 $2S$,

上山时间为 $\frac{S}{a}$, 下山时间为 $\frac{S}{b}$, 总时间为 $\frac{S}{a} + \frac{S}{b} = \frac{bS}{ab} + \frac{aS}{ab} = \frac{(a+b)S}{ab}$,

平均速度为 $2S \div \frac{(a+b)S}{ab} = 2S \times \frac{ab}{(a+b)S} = \frac{2ab}{a+b}$.

故答案为: $\frac{2ab}{a+b}$.

12. 已知 $|x-1|+|2y+1|=0$, 则 $x=$ _____, $y=$ _____.

【答案】 ①. 1 ②. $-\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了绝对值的非负性. 根据绝对值的非负性, 两个非负数的和为零, 则每个数都为零, 进行列式计算, 即可作答.

【详解】 解: $\because |x-1|+|2y+1|=0$, 且 $|x-1|\geq 0, |2y+1|\geq 0$,

$$\therefore |x-1|=0, |2y+1|=0,$$

$$\text{解得 } x-1=0, 2y+1=0,$$

$$\text{解得 } x=1, y=-\frac{1}{2},$$

故答案为: $1, -\frac{1}{2}$.

13. a, b, c 是三个非零自然数, 且 $\frac{8}{9}\times a = 1\frac{2}{3}\times b = \frac{6}{7}\times c$, 那么 a, b, c 按照从小到大的顺序用 “<” 排列应是_____.

【答案】 $b < a < c$

【解析】

【分析】 本题考查了有理数比较大小, 通过设等式的值为常数, 表达出 a, b, c 与常数的关系, 然后比较它们的系数大小, 从而确定大小顺序.

【详解】 解: 设 $\frac{8}{9}a = \frac{5}{3}b = \frac{6}{7}c = k$ (k 为常数),

$$\text{则 } a = k \div \frac{8}{9} = \frac{9}{8}k, \quad b = k \div \frac{5}{3} = \frac{3}{5}k, \quad c = k \div \frac{6}{7} = \frac{7}{6}k,$$

$$\text{通过比较系数 } \frac{3}{5}, \frac{9}{8}, \frac{7}{6}: \text{通分后, } \frac{3}{5} = \frac{72}{120}, \quad \frac{9}{8} = \frac{135}{120}, \quad \frac{7}{6} = \frac{140}{120},$$

$$\therefore \frac{3}{5} < \frac{9}{8} < \frac{7}{6},$$

$$\therefore b < a < c,$$

故答案为: $b < a < c$.

14. 某公司出售 A, B 两种商品, 在进价的基础上, A 商品降价 $\frac{1}{4}$, B 商品提价 $\frac{1}{4}$, 两种商品的售价都是 a 元. 两种商品的总盈利表示为_____元. (用含 a 的代数式表示结果)

【答案】 $-\frac{2}{15}a$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的加减.

根据售价变化求 A 和 B 商品的进价, 再计算总进价和总售价, 最后求总盈利.

【详解】 解: A 商品降价 $\frac{1}{4}$ 后售价为 a 元, 则进价为 $a \div \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{4}{3}a$ 元,

B 商品提价 $\frac{1}{4}$ 后售价为 a 元, 则进价为 $a \div \left(1 + \frac{1}{4}\right) = \frac{4}{5}a$ 元,

总进价为 $\frac{4}{3}a + \frac{4}{5}a = \frac{20}{15}a + \frac{12}{15}a = \frac{32}{15}a$ 元,

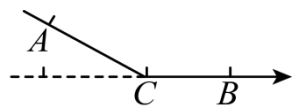
总售价为 $a + a = 2a$ 元,

总盈利为 $2a - \frac{32}{15}a = \frac{30}{15}a - \frac{32}{15}a = -\frac{2}{15}a$ 元.

故答案为: $-\frac{2}{15}a$.

三、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

15. 如图, 一条数轴上有点 A 、 B 、 C , 其中点 A 、 B 表示的数分别是 -12 , 10 , 现以点 C 为折点, 将数轴向右对折, 若点 A 落在射线 CB 上且到点 B 的距离为 4, 则 C 点表示的数是_____.



【答案】 -3 或 1

【解析】

【分析】 本题主要考查了数轴与翻折, 数轴上两点间距离, 有理数的运算, 掌握相关知识是解决问题的关键. 先根据点 A 对折后的对应点与点 B 的距离是 4, 得出对应点所表示的数, 再结合点 A 所表示的数即知 A 与对应点间的距离, 而 C 是其中点, 则可知 A , C 两点间的距离, 则 C 点表示的数可求.

【详解】 解: 因为点 A 对折后的对应点与点 B 的距离是 4, 且点 B 表示的数为 10,

$$\therefore 10 + 4 = 14 \text{ 或 } 10 - 4 = 6,$$

又因为点 A 表示的数是 -12 ,

$\therefore$ 当点 A 的对应点表示的数为 14 时,

$$14 - (-12) = 26, \quad 26 \div 2 = 13, \quad -12 + 13 = 1,$$

即点 C 表示的数是 1;

当点 A 的对应点表示的数为 6,

$$6 - (-12) = 18, \quad 18 \div 2 = 9, \quad -12 + 9 = -3,$$

即点 C 表示的数是 -3 ;

综上所述, 点 C 表示的数为: -3 或 1 .

故答案为: -3 或 1 .

16. 已知 x 为正整数, 则当 x 为_____时, $\frac{3x+1}{x+1}$ 为整数.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查了数的整除.

将原分数化为整数与真分数的和, 利用整除性求解.

【详解】 解: $\frac{3x+1}{x+1} = 3 - \frac{2}{x+1},$

因为 x 为正整数,

所以 $x+1 \geq 2$, 且 $\frac{2}{x+1}$ 为整数,

故 $x+1$ 是 2 的正约数,

即 $x+1 = 2$,

所以 $x = 1$.

故答案为: 1 .

17. 已知 $P = 3ax - 8x + 1$, $Q = x - 2ax - 3$, 无论 x 取何值, $3P - 2Q = 9$ 恒成立, 则 $a =$ _____

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查整式的加减, 根据题意可以得到关于 a 的等式, 从而可以求得 a 的值, 本题得以解决.

【详解】 解: $\because P = 3ax - 8x + 1$, $Q = x - 2ax - 3$, 无论 x 取何值, $3P - 2Q = 9$ 恒成立,

$$\therefore 3P - 2Q$$

$$= 3(3ax - 8x + 1) - 2(x - 2ax - 3)$$

$$= 9ax - 24x + 3 - 2x + 4ax + 6$$

$$= 13ax - 26x + 9$$

$$= (13a - 26)x + 9$$

$$= 9,$$

$$\therefore 13a - 26 = 0,$$

解得 $a = 2$.

故答案为: 2.

18. 进位制是人们为了计数和运算方便而约定的计数系统. 约定逢十进一是十进制, 逢二进一是二进制. 十进制数 $1024 = 1 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 4 \times 10^0$, 记作 1024; 二进制数 $(1011)_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1$, 记作 $(1011)_2$; 二进制数 $(1101)_2$ 转化为十进制数为_____.

【答案】13

【解析】

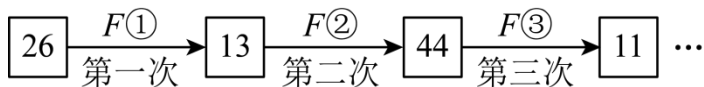
【分析】本题考查了进制问题.

根据二进制转化为十进制的方法, 将二进制数 $(1101)_2$ 的每一位乘以对应的 2 的幂次再求和.

【详解】解: $(1101)_2 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 8 + 4 + 0 + 1 = 13$.

故答案为: 13.

19. 定义一种对正整数 n 的“ F 运算”: ①当 n 为奇数时, 结果为 $3n+5$; ②当 n 为偶数时, 结果为 $\frac{n}{2^k}$ (其中 k 是使 $\frac{n}{2^k}$ 为奇数的正整数), 并且运算重复进行. 例如, 取 $n=26$, 第三次“ F 运算”的结果是 11. 则若 $n=449$, 则第 449 次“ F 运算”的结果是_____.



【答案】8

【解析】

【分析】本题考查了有理数的运算能力, 既渗透了转化思想、分类思想, 又蕴含了次数、结果规律探索问题, 解决此类问题的关键在于将新运算转化为学过的数的有关运算法则进行计算, 从而求出答案.

【详解】解: 当 $n=449$, 为奇数, 第 1 次进行 $F(1)$ 运算, 即 $3 \times 449 + 5 = 1352$ (偶数),

第 2 次进行 $F(2)$ 运算, 即 $1352 \div 2^3 = 169$ (奇数),

第 3 次进行 $F(1)$ 运算, 即 $3 \times 169 + 5 = 512$ (偶数),

第 4 次进行 $F(2)$ 运算, 即 $512 \div 2^9 = 1$ (奇数),

第 5 次进行 $F(1)$ 运算, 即 $3 \times 1 + 5 = 8$ (偶数),

第 6 次进行 $F(2)$ 运算, 即 $8 \div 2^3 = 1$ (奇数),

第 7 次进行 $F(1)$ 运算, 即 $3 \times 1 + 5 = 8$ (偶数),

即从第4次运算结果开始循环，且奇数次运算的结果为8，偶数次为1，

∴第449次“F运算”，得到的结果是8，

故答案为：8.

20. 蓄水池有甲、丙两条进水管和乙、丁两条排水管，要灌满一池水，单开甲管需要3小时，单开丙管需要4小时；排一池水，单开乙管需要5小时，单开丁管需要6小时. 现在池内有 $\frac{1}{6}$ 池水，如果按甲、乙、丙、丁的顺序轮流打开，每次开1小时，则_____小时后水开始溢出水池.

【答案】 $12\frac{11}{20}$

【解析】

【分析】本题考查一元一次方程的应用、有理数的混合运算，熟练掌握运算法则是解答本题的关键.

先计算出第一次甲、乙、丙、丁的顺序，轮流打开，每次开1小时后池内的水，然后再计算后面的几次，直到发现这一次结束后再加下一次中先开甲多长时间后水池内水的体积超过1即可.

【详解】解：由题意可得，甲水管1小时进水 $\frac{1}{3}$ ，丙水管1小时进水 $\frac{1}{4}$ ，

乙水管1小时排水 $\frac{1}{5}$ ，丁水管1小时排水 $\frac{1}{6}$ ，

打开甲水管1小时后池内的水为： $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$ ，

打开乙水管1小时后池内的水为： $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$ ，

打开丙水管1小时后池内的水为： $\frac{3}{10} + \frac{1}{4} = \frac{11}{20}$ ，

打开丁水管1小时后池内的水为： $\frac{11}{20} - \frac{1}{6} = \frac{23}{60}$ ，

则第二次按甲、乙、丙、丁的顺序，轮流打开，每次开1小时后池内的水为：

$\frac{23}{60} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{23}{60} + \frac{20}{60} - \frac{12}{60} + \frac{15}{60} - \frac{10}{60} = \frac{3}{5}$ ，

第三次按甲、乙、丙、丁的顺序，轮流打开，每次开1小时后池内的水为：

$\frac{3}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{36}{60} + \frac{20}{60} - \frac{12}{60} + \frac{15}{60} - \frac{10}{60} = \frac{49}{60}$ ，

第四次打开甲水管1小时后池内的水为：

$\frac{49}{60} + \frac{1}{3} = \frac{49}{60} + \frac{20}{60} = \frac{69}{60} > 1$ ，

设第四次，甲打开 x 小时，水池内的水正好满了，

$\frac{49}{60} + \frac{1}{3}x = 1$ ，

解得 $x = \frac{11}{20}$,

∴ 每次需要 4 小时,

∴ 水开始溢出水池的时间为: $4 \times 3 + \frac{11}{20} = 12 + \frac{11}{20} = 12\frac{11}{20}$ (小时),

故答案为: $12\frac{11}{20}$.

四、计算题 (本大题共 6 小题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

21. 计算: $-1^4 - \frac{1}{3} \times [2 - (-3)^2]$

【答案】 $\frac{4}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了含乘方的有理数的混合运算, 先运算乘方, 再运算括号内, 然后运算乘法, 最后运算加法, 即可作答.

【详解】 解: $-1^4 - \frac{1}{3} \times [2 - (-3)^2]$
 $= -1 - \frac{1}{3} \times (2 - 9)$
 $= -1 - \frac{1}{3} \times (-7)$
 $= -1 + \frac{7}{3}$
 $= \frac{4}{3};$

22. 计算: $\left(-\frac{1}{4}\right)^2 \div \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times (-1)^8 - \left(1\frac{3}{8} + 2\frac{1}{3} - 3\frac{3}{4}\right) \times 24$

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的混合运算.

先计算乘方, 并将带分数化为假分数, 再结合乘法分配律计算乘除即可.

【详解】 解: $\left(-\frac{1}{4}\right)^2 \div \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times (-1)^8 - \left(1\frac{3}{8} + 2\frac{1}{3} - 3\frac{3}{4}\right) \times 24$
 $= \frac{1}{16} \div \frac{1}{16} \times 1 - \left(\frac{11}{8} + \frac{7}{3} - \frac{15}{4}\right) \times 24$
 $= 1 \times 1 - \left(\frac{11}{8} \times 24 + \frac{7}{3} \times 24 - \frac{15}{4} \times 24\right)$

$$\begin{aligned}
&= 1 \times 1 - \frac{11}{8} \times 24 - \frac{7}{3} \times 24 + \frac{15}{4} \times 24 \\
&= 1 - 33 - 56 + 90 \\
&= 1 + 90 - 33 - 56 \\
&= 91 - 89 \\
&= 2.
\end{aligned}$$

23. 计算: $\left[\frac{5}{8} \div 79.23 + 0.00625 \div (-0.7923) \right] \times \left(-\frac{1}{3} \right)$

【答案】 0

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的加减乘除混合运算，先把式子的 $0.00625 \div (-0.7923)$ 利用商不变的性质整理得到 $0.625 \div (-79.23)$ ，再进行计算，即可作答.

【详解】 解: $\left[\frac{5}{8} \div 79.23 + 0.00625 \div (-0.7923) \right] \times \left(-\frac{1}{3} \right)$

$$\begin{aligned}
&= \left[0.625 \div 79.23 + 0.00625 \div (-0.7923) \right] \times \left(-\frac{1}{3} \right) \\
&= \left[0.625 \div 79.23 + 0.625 \div (-79.23) \right] \times \left(-\frac{1}{3} \right) \\
&= \left[0.625 \div 79.23 - (0.625 \div 79.23) \right] \times \left(-\frac{1}{3} \right) \\
&= 0 \times \left(-\frac{1}{3} \right) \\
&= 0.
\end{aligned}$$

24. 计算: $5\frac{1}{2} + 1\frac{3}{5} + 3\frac{3}{8} - 2\frac{1}{6} + 6\frac{2}{5} - 4\frac{1}{3} + \frac{5}{8}$

【答案】 11

【解析】

【分析】 本题考查了分数的混合运算，利用加法的交换律和结合律计算即可.

【详解】 $5\frac{1}{2} + 1\frac{3}{5} + 3\frac{3}{8} - 2\frac{1}{6} + 6\frac{2}{5} - 4\frac{1}{3} + \frac{5}{8}$

$$\begin{aligned}
&= \left(5\frac{1}{2} - 2\frac{1}{6} - 4\frac{1}{3} \right) + \left(1\frac{3}{5} + 6\frac{2}{5} \right) + \left(3\frac{3}{8} + \frac{5}{8} \right) \\
&= 11.
\end{aligned}$$

$$= \left(5\frac{3}{6} - 2\frac{1}{6} - 4\frac{2}{6}\right) + \left(1\frac{3}{5} + 6\frac{2}{5}\right) + \left(3\frac{3}{8} + \frac{5}{8}\right)$$

$$= -1 + 8 + 4$$

$$= 11.$$

25. 计算: $57 \times \frac{55}{56} + 27 \times \frac{27}{28}$

【答案】 $82\frac{1}{56}$

【解析】

【分析】 本题考查了分数的混合运算，把原式变形为 $(56+1) \times \frac{55}{56} + (28-1) \times \frac{27}{28}$ ，利用乘法分配律计算即可.

【详解】 $57 \times \frac{55}{56} + 27 \times \frac{27}{28}$
 $= (56+1) \times \frac{55}{56} + (28-1) \times \frac{27}{28}$
 $= 56 \times \frac{55}{56} + 1 \times \frac{55}{56} + 28 \times \frac{27}{28} - 1 \times \frac{27}{28}$
 $= 55 + \frac{55}{56} + 27 - \frac{27}{28}$
 $= 55 + 27 + \frac{55}{56} - \frac{54}{56}$
 $= 82 + \frac{1}{56}$
 $= 82\frac{1}{56}.$

26. 计算: $\left(\frac{1}{2}-1\right) \times \left(\frac{1}{3}-1\right) \times \left(\frac{1}{4}-1\right) \times \left(\frac{1}{5}-1\right) \times \cdots \times \left(\frac{1}{12}-1\right)$

【答案】 $-\frac{1}{12}$

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的混合运算.

先计算括号里的减法，再计算乘法即可.

【详解】 解: $\left(\frac{1}{2}-1\right) \times \left(\frac{1}{3}-1\right) \times \left(\frac{1}{4}-1\right) \times \left(\frac{1}{5}-1\right) \times \cdots \times \left(\frac{1}{12}-1\right)$
 $= \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{4}{5}\right) \times \cdots \times \left(-\frac{11}{12}\right)$

$$\begin{aligned}
 &= (-1)^{11} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \cdots \times \frac{11}{12} \\
 &= -1 \times \frac{1}{12} \\
 &= -\frac{1}{12}.
 \end{aligned}$$

27. 先化简，再求值： $-\frac{1}{4}(8m+4) + \frac{1}{3}(-6m+3)$ ，其中 $m = -2$ 。

【答案】 $-4m$ ，8

【解析】

【分析】 本题主要考查了整式化简求值，解题的关键是熟练掌握去括号法则和合并同类项法则，注意括号前面为负号时，将负号和括号去掉后，括号里每一项的符号要发生改变。先根据整式加减运算法则进行化简，然后再把数据代入求值即可。

$$\begin{aligned}
 \text{【详解】解：} &-\frac{1}{4}(8m+4) + \frac{1}{3}(-6m+3) \\
 &= -2m - 1 - 2m + 1 \\
 &= -4m,
 \end{aligned}$$

当 $m = -2$ 时，原式 $= -4 \times (-2) = 8$ 。

28. **【材料阅读】** 西汉前期民间流传着一则故事。大禹治水时，洛阳西南洛宁县的洛河中浮出一只神龟，龟背上有一张象征吉祥的图案，人称“洛书”。如图1，洛书上有三行三列的纵横图，用实心点或空心点的个数表示数字，分别对应着1~9这9个数字，每行、列及两条对角线上的三个数相加的结果相同。“洛书”用今天的数学符号翻译出来就是一个三阶幻方（如图2）又名九宫格，是一种将9个数字（数字不重复使用）安排在三行三列的正方形格子中，使每行、列和对角线上的数字之和都相等。

【问题解决】

- (1) 根据“洛书”中表达的意思，将图2中的三阶幻方补充完整；
- (2) 如图3，是一个新的三阶幻方，请根据图中给出的数据，将1, 2, 3, 4, 5这五个数字填入表格，补全这个新的三阶幻方；

【拓展思考】

- (3) 有3个正方形，每个正方形的顶点处都有一个“○”。如图4，将-12, -10, -8, -6, -4, -2, 1, 3, 5, 7, 9, 11这12个数字填入恰当的位置后（数字不重复使用），每个正方形4个顶点“○”中的数的和都相等，求 $ax + by$ 的值。

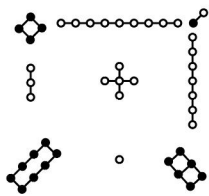


图1

4		
	5	7
		6

图2

	0	7
6		
	8	

图3

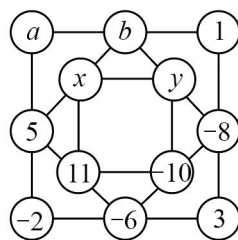


图4

【答案】(1) 见解析；(2) 见解析；(3) -120 或 111

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的四则运算，注重考查学生的思维能力和运算能力.

(1) 根据题意可知，每行、列和对角线上的数字之和都为 15，进而求解即可；

(2) 根据题意，新的三阶幻方的每行、列和对角线上的数字之和为： $(0+1+2+3+4+5+6+7+8) \div 3 = 12$ ，进而求解即可；

(3) 根据题意，每个正方形 4 个顶点“○”中的数的和都为： $(-12-10-8-6-4-2+1+3+5+7+9+11) \div 3 = -2$ ，进而代入求解即可.

【详解】解：(1) 根据题意可知，每行、列和对角线上的数字之和都相等，
∴ 对角线上的数字之和为： $4+5+6=15$ ，

第一行第三列的数为： $15-7-6=2$ ，

第一行第二列的数为： $15-4-2=9$ ，

第三行第一列的数为： $15-2-5=8$ ，

第三行第二列数为： $15-6-8=1$ ，

第二行第一列数字为： $15-5-7=3$ ，

所以三阶幻方补充如图 2；

4	9	2
3	5	7
8	1	6

图2

(2) 根据题意，新的三阶幻方的每行、列和对角线上的数字之和为： $(0+1+2+3+4+5+6+7+8) \div 3 = 12$ ，

第一行第一列的数为： $12-0-7=5$ ，

第三行第一列的数为： $12-5-6=1$ ，

第二行第二列的数为： $12-0-8=4$ ，

第二行第三列的数为： $12 - 6 - 4 = 2$ ，

第三行第三列的数为： $12 - 1 - 8 = 3$ ；

补全的三阶幻方如图 3 所示；

5	0	7
6	4	2
1	8	3

图3

(3) 根据题意，每个正方形 4 个顶点 “ $\bigcirc$ ” 中的数的和都为：

$$(-12 - 10 - 8 - 6 - 4 - 2 + 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11) \div 3 = -2,$$

$$\therefore -2 + a + 1 + 3 = -2, 5 + b + (-8) + (-6) = -2,$$

解得 $a = -4, b = 7$,

又 $\because x + y + 11 + (-10) = -2$ ，且数字不重复，

$$\therefore x = 9, y = -12 \text{ 或 } x = -12, y = 9,$$

当 $x = 9, y = -12$ 时，

$$\therefore ax + by = -4 \times 9 + 7 \times (-12) = -120;$$

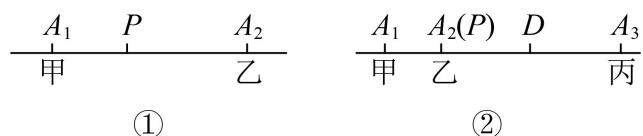
当 $x = -12, y = 9$ 时，

$$\therefore ax + by = -4 \times (-12) + 7 \times 9 = 111;$$

综上， $ax + by$ 的值为 -120 或 111 .

29. 在一条直线上有依次排列的 n ($n > 1$) 台机床在工作，我们要设置一个零件供应站 P ，使这 n 台机床到供应站 P 的距离总和最小. 要解决这个问题，先“退”到比较简单的情形：如图①，如果直线上有 2 台机床时，很明显设在 A_1 和 A_2 间的任何地方都行，因为甲和乙所走的距离之和等于 A_1 和 A_2 的距离.

如图②，如果直线上有 3 台机床时，不难判断，供应站设在中间 A_2 处最合适，不难知道，如果直线上有 4 台机床， P 应设在第 2 台与第 3 台之间的任何地方；有 5 台机床， P 应设在第 3 台位置.



(1) 如果直线上有 7 台机床, P 应在何处?

(2) 有 n 台机床时, P 应设在何处?

(3) 求 $|x-1|+2|x-3|+3|x-4|$ 的最小值.

(4) 求 $|x-1|+|2x-1|+\dots+|101x-1|$ 的最小值.

【答案】(1) P 应该在第 4 台位置

(2) 当 n 为奇数时, P 应该在第 $\frac{n+1}{2}$ 台位置; 当 n 是偶数时, P 应该在第 $\frac{n}{2}$ 台和第 $\frac{n}{2}+1$ 台之间的任何位置

(3) 5

(4) $\frac{997}{24}$

【解析】

【分析】本题考查了图形的变化规律, 涉及去绝对值、有理数混合运算等知识, 理解题意, 找出规律, 分类讨论是解题的关键.

(1) 由阅读材料, 找准规律即可得到答案;

(2) 由阅读材料, 找准规律即可得到答案;

(3) 由阅读材料, 找准规律, 去绝对值即可得到答案;

(4) 由阅读材料, 找准规律, 得到当 $x = \frac{1}{72}$ 时, $|x-1|+|2x-1|+\dots+|101x-1|$ 有最小值, 将 $x = \frac{1}{72}$ 代入代数式, 去绝对值求解即可得到答案.

【小问 1 详解】

解: (1) 由阅读材料可知, 7 是奇数, 故 P 应该在第 4 台位置;

【小问 2 详解】

解: 由阅读材料可知: 当 n 为奇数时, P 应该在第 $\frac{n+1}{2}$ 台位置; 当 n 是偶数时, P 应该在第 $\frac{n}{2}$ 台和第 $\frac{n}{2}+1$ 台之间的任何位置;

【小问 3 详解】

解: 由题意, 在直线上相当于有 3 台机床, 则当 P 在 3 所对应的点时, 即当 $x=3$ 时, $|x-1|+2|x-3|+3|x-4|$ 有最小值,

$$\therefore |x-1|+2|x-3|+3|x-4|$$

$$=|3-1|+2|3-3|+3|3-4|$$

$$= 2 + 0 + 3$$

$$= 5;$$

【小问 4 详解】

$$\text{解: } \because |x-1| + |2x-1| + \dots + |101x-1| = |x-1| + 2\left|x-\frac{1}{2}\right| + \dots + 101\left|x-\frac{1}{101}\right|,$$

$\therefore$ 可以理解为: 表示 x 的点到 1, 两个 $\frac{1}{2}$, 三个 $\frac{1}{3}$, $\dots$, 直到 101 个 $\frac{1}{101}$ 的距离之和, 共有:

$$1 + 2 + \dots + 101 = 5151 \text{ 个点},$$

$\therefore$ 总点数为奇数, 最小值出现在第 $\frac{5151+1}{2} = 2576$ 个点对应的定点处,

$$\text{设第 } 2576 \text{ 个点对应的定点是 } \frac{1}{t}, \text{ 则 } \begin{cases} 1+2+\dots+t \geq 2576 \\ 1+2+\dots+(t-1) < 2576 \end{cases},$$

$$\text{可得 } t = 72,$$

$\therefore$ 第 2576 个点对应的定点是 $\frac{1}{72}$,

故当 $x = \frac{1}{72}$ 时, $|x-1| + |2x-1| + \dots + |101x-1|$ 的值最小,

$$|x-1| + |2x-1| + \dots + |101x-1|$$

$$= \left| \frac{1}{72} - 1 \right| + \left| 2 \times \frac{1}{72} - 1 \right| + \dots + \left| 101 \times \frac{1}{72} - 1 \right|$$

$$= 1 - \frac{1}{72} + 1 - 2 \times \frac{1}{72} + \dots + 1 - 72 \times \frac{1}{72} + 73 \times \frac{1}{72} - 1 + \dots + 101 \times \frac{1}{72} - 1$$

$$= \frac{71}{2} + \frac{145}{24}$$

$$= \frac{997}{24}.$$