

2025 学年第一学期阶段练习一中预年级数学学科

闭卷考试，考试时间：90 分钟，试卷满分：100 分

一、单选题（本大题共 6 题，每题 2 分，满分 12 分）

1. 下列各组数中，第一个数能被第二个数整除的是（ ）

- A. 5 和 10 B. 3.6 和 1.2 C. 21 和 7 D. 11 和 3

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查数的整除，掌握整除的概念是关键。根据整除的定义，逐一判断选项即可。

【详解】解：A. 5 和 10，第一个数不能被第二个数整除，不符合题意；

B. 3.6 和 1.2 都不是整数，不符合题意；

C. 21 和 7，第一个数能被第二个数整除，符合题意；

D. 11 和 3，第一个数不能被第二个数整除，不符合题意。

故选：C。

2. 已知 n 是正整数， $\frac{n}{7}$ 为假分数， $\frac{n}{13}$ 为真分数，则满足条件的 n 值有（ ）

- A. 4 个 B. 5 个 C. 6 个 D. 7 个

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查真分数与假分数的意义，注意掌握在分数中，分子小于分母的分数为真分数；分子大于或等于分母的分数为假分数。由题意根据，分子小于分母的分数为真分数；分子大于或等于分母的分数为假分数进行分析即可。

【详解】解：∵ $\frac{n}{7}$ 为假分数， $\frac{n}{13}$ 为真分数，

∴ $7 \leq n < 13$ ，且 n 是正整数

∴ $n = 7, 8, 9, 10, 11, 12$ ，共 6 个

故选：C。

3. 分数 $\frac{23}{4}$ 介于哪两个正整数之间（ ）

- A. 3 和 4 B. 4 和 5 C. 5 和 6 D. 6 和 7

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了分数的大小估算. 将 $\frac{23}{4}$ 化为带分数即可求解.

【详解】解: $\because \frac{23}{4} = 5\frac{3}{4}$,

$\therefore$ 分数 $\frac{23}{4}$ 介于5和6两个整数之间,

故选: C.

4. 在分数 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{9}{12}$ 、 $\frac{16}{24}$ 、 $\frac{39}{52}$ 、 $\frac{1518}{2024}$ 中, 与 $\frac{24}{32}$ 相等的分数共有 ()

A. 3 个

B. 4 个

C. 5 个

D. 6 个

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了通分, 熟练掌握分数的基本性质是解题的关键. 利用分数的基本性质将分数进行通分, 再分别与 $\frac{24}{32}$ 作比较即可.

【详解】解: $\because \frac{3}{4} = \frac{3 \times 8}{4 \times 8} = \frac{24}{32}$,

$\therefore \frac{3}{4}$ 与 $\frac{24}{32}$ 相等;

$\therefore \frac{9}{12} = \frac{9 \times 8}{12 \times 8} = \frac{72}{96}$, $\frac{24}{32} = \frac{24 \times 3}{32 \times 3} = \frac{72}{96}$,

$\therefore \frac{9}{12}$ 与 $\frac{24}{32}$ 相等;

$\therefore \frac{16}{24} = \frac{16 \times 4}{24 \times 4} = \frac{64}{96}$, $\frac{24}{32} = \frac{24 \times 3}{32 \times 3} = \frac{72}{96}$,

$\therefore \frac{16}{24}$ 与 $\frac{24}{32}$ 不相等;

$\therefore \frac{39}{52} = \frac{39 \times 8}{52 \times 8} = \frac{312}{416}$, $\frac{24}{32} = \frac{24 \times 13}{32 \times 13} = \frac{312}{416}$,

$\therefore \frac{39}{52}$ 与 $\frac{24}{32}$ 相等;

$\therefore \frac{1518}{2024} = \frac{1518 \times 4}{2024 \times 4} = \frac{6072}{8096}$, $\frac{24}{32} = \frac{24 \times 253}{32 \times 253} = \frac{6072}{8096}$,

$\therefore \frac{1518}{2024}$ 与 $\frac{24}{32}$ 相等.

综上, 与 $\frac{24}{32}$ 相等的分数共有4个,

故选: B.

5. 下列分数中, 不能化成有限小数的是 ()

A. $\frac{30}{50}$

B. $\frac{6}{18}$

C. $3\frac{1}{4}$

D. $\frac{21}{24}$

【答案】B

【解析】

【分析】 本题主要考查了分数化小数，若分子能被分母除尽，那么这个分数可以化成有限小数，据此求解即可.

【详解】 解：A、 $\frac{30}{50}=0.6$ 能化成有限小数，不符合题意；

B、 $\frac{6}{18}=\frac{1}{3}$ 不能化成有限小数，符合题意；

C、 $3\frac{1}{4}=3.25$ 能化成有限小数，不符合题意；

D、 $\frac{21}{24}=0.875$ 能化成有限小数，不符合题意；

故选：B.

6. 中秋主题班会中，各班学生积极开展手工制作，其中长方形月饼的周长为 50 cm ，长为一个素数，宽为一个合数，则它的面积最大为（ ） cm^2 .

A. 154

B. 156

C. 150

D. 160

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了素数和合数的概念. 根据长+宽 = 25cm ，又因为长为一个素数，宽为一个合数，推出长和宽，再根据长方形的面积公式计算、比较即可求解.

【详解】 解：长方形月饼的周长为 50 cm ，所以长+宽 = 25cm ，又因为长为一个素数，宽为一个合数，所以长可以为 19 cm 、宽为 6 cm ；长为 17 cm 、宽为 8 cm ；长为 13 cm 、宽为 12 cm ；

当长为 19 cm 、宽为 6 cm 时，面积是 $19 \times 6 = 114(\text{cm}^2)$ ；

当长为 17 cm 、宽为 8 cm 时，面积是 $17 \times 8 = 136(\text{cm}^2)$ ；

当长为 13 cm 、宽为 12 cm 时，面积是 $13 \times 12 = 156(\text{cm}^2)$ ；

所以，最大面积为 156cm^2 ；

故选：B.

二、填空题（本大题共 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 分解素因数： $54 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $2 \times 3 \times 3 \times 3$

【解析】

【分析】此题考查了有理数的乘法. 分解素因数是把一个合数写成几个质数相乘的形式, 一般先从简单的质数试着分解.

【详解】解: $54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$.

故答案为: $2 \times 3 \times 3 \times 3$.

8. $1\frac{2}{5}$ 的倒数是_____.

【答案】 $\frac{5}{7}$

【解析】

【分析】先将带分数化为假分数, 再找它的倒数即可.

【详解】解: $1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}$,

$\frac{7}{5}$ 的倒数是 $\frac{5}{7}$,

$\therefore 1\frac{2}{5}$ 的倒数是 $\frac{5}{7}$,

故答案为: $\frac{5}{7}$.

【点睛】本题考查了倒数的认识, 先将带分数化为假分数, 即可找到它的倒数.

9. 9 和 14 的最小公倍数是_____.

【答案】126

【解析】

【分析】本题考查了最小公倍数的求法, 两个数的最小公倍数是两个数共有质因数和独有质因数的连乘积. 求出两数的质因数, 将共有质因数和独有质因数相乘即可.

【详解】解: $9 = 3 \times 3$, $14 = 2 \times 7$

故 9 和 14 的最小公倍数是: $2 \times 3 \times 3 \times 7 = 126$

故答案为: 126.

10. 比较大小: 0.35 _____ $\frac{37}{80}$. (填 “>”、“<”、或 “=”).

【答案】<

【解析】

【分析】本题主要考查了分数比较大小, 分数与小数的互化, 先把 0.35 化成分数得到 $\frac{28}{80}$, 再根据分数比较大小的方法即可得到答案.

【详解】解: $0.35 = \frac{28}{80} < \frac{37}{80}$,

故答案为：<.

11. 用最简分数表示：116 米=_____千米.

【答案】 $\frac{29}{250}$

【解析】

【分析】 本题考查了分数的应用，把 116 米化成千米，用 116 除以进率 1000 即可.

【详解】 解：116 米 = $\frac{116}{1000}$ 千米 = $\frac{29}{250}$ 千米，

故答案为： $\frac{29}{250}$.

12. 在括号内填上适当的数，使等号成立： $\frac{15}{24} = \frac{9+(\quad)}{12+4}$ ，则 () 里数为_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查了分数的基本性质； $\frac{15}{24}$ 约分得 $\frac{5}{8}$ ，而 $\frac{5}{8} = \frac{10}{16} = \frac{9+1}{12+4}$ ，即可确定括号里的数.

【详解】 解： $\frac{15}{24} = \frac{5}{8} = \frac{10}{16} = \frac{9+1}{12+4}$ ，

故答案为：1.

13. 规定新运算： $a*b = \frac{a+b-1}{a \times b}$ ，则 $6*2 =$ _____.

【答案】 $\frac{7}{12}$

【解析】

【分析】 本题考查了分数，新定义，理解新定义的运算法则是关键；根据新定义的运算法则进行计算即可.

【详解】 解： $6*2 = \frac{6+2-1}{6 \times 2} = \frac{7}{12}$ ；

故答案为： $\frac{7}{12}$.

14. 已知 $A = 2 \times 3 \times a$ ， $B = 3 \times 3 \times a$ ， A ， B 两数的最大公因数是 21，则 $a =$ _____.

【答案】 7

【解析】

【分析】 此题主要考查求两个数的最大公因数的方法，熟练掌握最大公因数的概念是解决本题的关键. 求最大公因数也就是几个数的公有质因数的连乘积，对于这两个数来说：两个数的公有质因数连乘积就是它们的最大公因数，由此即可求解.

【详解】 解： $\because A = 2 \times 3 \times a$ ， $B = 3 \times 3 \times a$ ， A ， B 两数的最大公因数是 21，

$$\therefore 3a = 21,$$

$$\therefore a = 7.$$

故答案为：7.

15. 小明用了 $\frac{1}{4}$ 小时走完了 $1\frac{1}{8}$ 千米的路程，以此速度他 2 小时可以走_____千米.

【答案】9

【解析】

【分析】本题主要考查了分数乘除法的实际应用，根据速度等于路程乘以时间求出小明的速度，再用小明的速度乘以 2 即可得到答案.

【详解】解： $1\frac{1}{8} \div \frac{1}{4} \times 2 = 9$ 千米，

所以以此速度他 2 小时可以 9 千米，

故答案为：9.

16. 一个班级男生人数是女生人数的 $\frac{5}{8}$ ，则女生人数是全班人数的_____（填几分之几）

【答案】十三分之八

【解析】

【分析】解：本题考查求一个数是另一个数的几分之几；把女生看成 8 份，则男生 5 份，全班 13 份，从而求得女生人数是全班人数的几分之几.

【详解】解：由题意知，把女生看成 8 份，男生 5 份，则全班 $8+5=13$ （份），

所以女生人数是全班人数的 $\frac{8}{13}$ ；

故答案为：十三分之八.

17. 若 $\frac{4}{5} > \frac{6}{(\quad)} > \frac{1}{2}$ ，则（ ）里能填的整数有_____.

【答案】8、9、10、11

【解析】

【分析】本题主要考查了分数大小的比较，先求出 $\frac{4}{5} = \frac{6}{7.5}$ ， $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ ，然后得出括号里的整数需要大于 7.5 且小于 12，即可得出答案.

【详解】解： $\because \frac{4}{5} = \frac{6}{7.5}, \frac{6}{12} = \frac{1}{2},$

$\therefore$ 括号里的整数需要大于 7.5 且小于 12,

$\therefore$ 括号里的整数可以填 8、9、10、11.

故答案为：8、9、10、11.

18. 瓶内装满一瓶水，第一次倒出全部水的 $\frac{1}{2}$ ，然后再灌入同样多的酒精，第二次倒出全部溶液的 $\frac{1}{3}$ ，又用酒精灌满，第三次倒出全部溶液的 $\frac{1}{4}$ ，再用酒精灌满...依此类推，一直到第九次倒出全部溶液的 $\frac{1}{10}$ ，再用酒精灌满，那么这时的酒精占全部溶液的_____.

【答案】 $\frac{9}{10}$

【解析】

【分析】把一瓶溶液看作单位“1”，分别计算出每次倒出水，再倒入酒精后，瓶内剩下的水量，最后再拿单位“1”减去这个量，即可得瓶内酒精占全部溶液的几分之几.

【详解】解：把一瓶溶液看作单位“1”，

第一次倒出全部水的 $\frac{1}{2}$ ，然后再灌入同样多的酒精，则此时瓶内水占溶液的 $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ；

第二次倒出全部溶液的 $\frac{1}{3}$ ，又用酒精灌满，则此时瓶内水占溶液的 $\frac{1}{2} \times (1 - \frac{1}{3}) = \frac{1}{3}$ ；

第三次倒出全部溶液的 $\frac{1}{4}$ ，再用酒精灌满，则此时瓶内水占溶液的 $\frac{1}{3} \times (1 - \frac{1}{4}) = \frac{1}{4}$ ；

...

第九次倒出全部溶液的 $\frac{1}{10}$ ，再用酒精灌满，则此时瓶内水占溶液的 $\frac{1}{9} \times (1 - \frac{1}{10}) = \frac{1}{10}$

那么这时的酒精占全部溶液的 $1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$.

故答案为： $\frac{9}{10}$.

【点睛】本题考查了有理数的混合运算在溶液问题中的应用，通过计算，发现规律，是解答本题的关键.

三、简答题（本大题共6题，每题5分，满分30分）

19. 计算： $8\frac{2}{5} - 3\frac{7}{10} + 1\frac{4}{15}$

【答案】 $5\frac{29}{30}$

【解析】

【分析】根据异分母分数的加减法法则，先通分，再进行加减运算即可.

【详解】原式 $= 8\frac{12}{30} - 3\frac{21}{30} + 1\frac{8}{30}$
 $= 7\frac{42}{30} - 3\frac{21}{30} + 1\frac{8}{30}$

$$= 5\frac{29}{30}$$

【点睛】 本题考查了异分母分数的加减，先通分化为同分母分数是解答此题的关键.

20. 计算: $2\frac{5}{8} \times \frac{12}{7} \div 1\frac{3}{4}$

【答案】 $2\frac{4}{7}$

【解析】

【分析】 本题考查了分数的乘除混合运算，先化为假分数，进而将除法转化为乘法进行计算即可求解.

【详解】 解: $2\frac{5}{8} \times \frac{12}{7} \div 1\frac{3}{4}$

$$= \frac{21}{8} \times \frac{12}{7} \times \frac{4}{7}$$

$$= \frac{18}{7}$$

$$= 2\frac{4}{7}$$

21. 计算: $\frac{3}{5} \div \left(2.2 - \frac{1}{10}\right) + \frac{5}{7} \times 0.6$

【答案】 $\frac{5}{7}$

【解析】

【分析】 本题考查了分数的四则混合运算，掌握运算顺序与运算法则是关键；先计算括号里的减法，再计算除法与乘法，最后计算加法；注意小数统一化为分数.

【详解】 解: $\frac{3}{5} \div \left(2.2 - \frac{1}{10}\right) + \frac{5}{7} \times 0.6$

$$= \frac{3}{5} \div \frac{21}{10} + \frac{5}{7} \times \frac{3}{5}$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{21}{10} + \frac{3}{7}$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{10}{21} + \frac{3}{7}$$

$$= \frac{2}{7} + \frac{3}{7}$$

$$= \frac{5}{7}$$

22. 计算: $\left(3\frac{2}{5} - 1.5 + 4\frac{1}{6}\right) \times 30$

【答案】 182

【解析】

【分析】 本题考查了分数的混合运算，根据乘法分配律计算即可.

【详解】 解： 原式 $= 3\frac{2}{5} \times 30 - 1.5 \times 30 + 4\frac{1}{6} \times 30$

$$= \frac{17}{5} \times 30 - 1.5 \times 30 + \frac{25}{6} \times 30$$
$$= 102 - 45 + 125$$
$$= 182.$$

23. 简便计算： $99\frac{998}{999} \times 999$

【答案】 99899

【解析】

【分析】 本题主要考查了有理数乘法运算，熟练掌握乘法运算律是解题的关键. 逆用乘法分配律进行计算即可.

【详解】 解： $99\frac{998}{999} \times 999$

$$= \left(100 - \frac{1}{999}\right) \times 999$$
$$= 100 \times 999 - \frac{1}{999} \times 999$$
$$= 99900 - 1$$
$$= 99899.$$

24. 一个数减去 $2\frac{1}{6}$ 的差等于 $5\frac{1}{3}$ 与 $1\frac{2}{7}$ 的和，求这个数.

【答案】 $8\frac{11}{14}$

【解析】

【分析】 设这个数是 x ，列方程求解即可.

【详解】 解： 设这个数是 x ,

$$x - 2\frac{1}{6} = 5\frac{1}{3} + 1\frac{2}{7}$$
$$x = 5\frac{1}{3} + 1\frac{2}{7} + 2\frac{1}{6}$$
$$x = 5\frac{14}{42} + 1\frac{12}{42} + 2\frac{7}{42}$$
$$x = 8\frac{33}{42} = 8\frac{11}{14}$$

答： 这个数是 $8\frac{11}{14}$.

【点睛】此题考查了分数的运算，解题的关键是掌握分式的运算法则.

四、解答题 (25-27 题, 每题 6 分, 28-29 题, 每题 8 分)

25. 小兰和小生做一本 120 页的数学校本, 她们第一周做了全校本的 $\frac{1}{8}$, 第二周做了全校本的 $\frac{1}{6}$, 她们第三周是从第几页开始做的?

【答案】36 页

【解析】

【分析】本题主要考查了分数的应用, 先分别求出第一周和第二周已经做的页数, 二者求和再加 1 即可得到答案.

【详解】解: $120 \times \frac{1}{8} = 15$ (页)

$$120 \times \frac{1}{6} = 20 \text{ (页)}$$

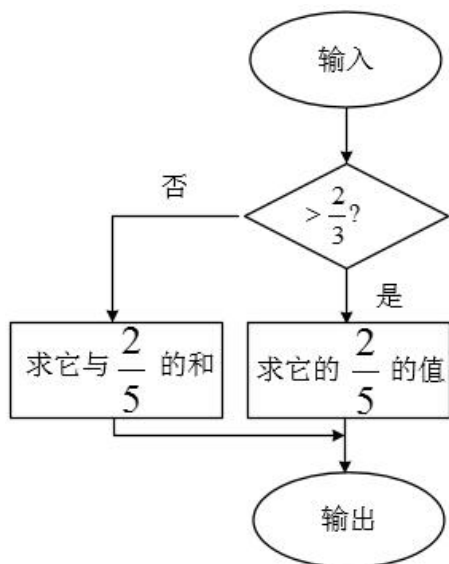
$$15 + 20 + 1 = 36 \text{ (页)}$$

答: 她们第三周是从第 36 页开始做.

26. (1) 输入 $\frac{3}{4}$ 后, 得到的输出结果是_____.

(2) 输入 $\frac{5}{8}$ 后, 得到的输出结果是_____.

(3) 如果输出的结果是 $\frac{2}{3}$, 请你求出输入的数.



【答案】(1) $\frac{3}{10}$; (2) $\frac{41}{40}$; (3) 输入的数是 $\frac{4}{15}$ 或 $\frac{5}{3}$.

【解析】

【分析】(1) (2) 根据题意列式计算;

(3) 分两种情况分别计算.

【详解】解：(1) $\because \frac{3}{4} > \frac{2}{3}$,

$$\therefore \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{10},$$

故答案为: $\frac{3}{10}$;

$$(2) \frac{5}{8} < \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{5}{8} + \frac{2}{5} = \frac{41}{40},$$

故答案为: $\frac{41}{40}$;

$$(3) \text{①输入的数小于 } \frac{2}{3},$$

$$\text{得 } \frac{2}{3} - \frac{2}{5} = \frac{4}{15},$$

$$\text{②输入的数大于 } \frac{2}{3},$$

$$\text{得 } \frac{2}{3} \div \frac{2}{5} = \frac{5}{3},$$

综上所述: 输入的数是 $\frac{4}{15}$ 或 $\frac{5}{3}$.

【点睛】本题主要考查了有理数的四则混合运算、代数式的求值, 掌握混合运算的顺序, 理解题意把输入的值代入那个式子是解题关键.

27. 对每个大于1的正整数 n , 我们称它的所有大于1的正因数的倒数和为 n 的“完美度”, “完美度”为1的数称为“完美数”. 如4的正因数有1、2、4, 从而4的“完美度”为 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$, 所以4不是“完美数”; 10的正因数有1、2、5、10, 从而10的“完美度”为 $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{4}{5}$, 所以10不是“完美数”; 28的正因数有1、2、4、7、14、28, 从而28的“完美度”为 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{28} = 1$, 所以28是“完美数”. “完美度”越接近1, 则这个数越完美, 由于 $\frac{3}{4} < \frac{4}{5} < 1$, 所以10比4更完美.

请你阅读上述材料, 并完成下列问题.

(1) 求8的“完美度”;

(2) 在14、15、16三个数中, 最“完美”的数是_____;

(3) 最小的“完美数”的数是_____;

(4) “完美数” n 的所有正因数之和是_____ (结果用含 n 的式子表示)

【答案】(1) $\frac{7}{8}$

(2) 16 (3) 6

(4) $2n$

【解析】

【分析】 本题考查了列代数式，新定义等问题，理解“完美数”、“完美度”的定义是解题的关键.

(1) 根据“完美度的”定义计算即可；

(2) 先求出 14、15、16 三个数的完美度，再比较即可求解；

(3) 依次求出大于 2 的正整数的“完美度”，即可求解；

(4) 根据“完美数”的定义可求出所有大于 1 的正因数的倒数和，进而可求出“完美数” n 的所有正因数的和.

【小问 1 详解】

解：8 的正因数有 1、2、4、8，

根据“完美度”的定义，得：8 的“完美度”为 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$ ；

【小问 2 详解】

解：14 的正因数有 1、2、7、14，

根据“完美度”的定义，得：14 的“完美度”为 $\frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14} = \frac{5}{7}$ ；

15 的正因数有 1、3、5、15，

根据“完美度”的定义，得：15 的“完美度”为 $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15} = \frac{3}{5}$ ；

16 的正因数有 1、2、4、8、16，

根据“完美度”的定义，得：16 的“完美度”为 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$ ；

$$\therefore \frac{3}{5} < \frac{5}{7} < \frac{15}{16},$$

$\therefore$ 在 14、15、16 三个数中，最“完美”的数是 16，

故答案为：16；

【小问 3 详解】

解：2 的正因数有 1、2，

根据“完美度”的定义，得：2 的“完美度”为 $\frac{1}{2}$ ，不是“完美数”；

3 的正因数有 1、3，

根据“完美度”的定义，得：3 的“完美度”为 $\frac{1}{3}$ ，不是“完美数”；

4 的正因数有 1、2、4，

根据“完美度”的定义，得：4的“完美度”为 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ ，不是“完美数”；

的正因数有1、5，

根据“完美度”的定义，得：5的“完美度”为 $\frac{1}{5}$ ，不是“完美数”；

6的正因数有1、2、3、6，

根据“完美度”的定义，得：6的“完美度”为 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$ ，是“完美数”；

故最小的“完美数”是6，

故答案为：6；

【小问4详解】

解：∵ n 是“完美数”，

∴ n 的“完美度”是1，

∴所有大于1的正因数的倒数和为 $\frac{n}{n} = 1$ ，

∴ $\frac{n-1}{n} + \frac{1}{n} = 1$ （ $n-1$ 表示除 n 和1以外的其他因数的和），

∴“完美数” n 的所有正因数之和是 $1 + (n-1) + n = 2n$ ，

故答案为： $2n$ ．

28. 阅读： $\frac{1}{6} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ ， $\frac{1}{12} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ ， $\frac{1}{20} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$ ，……

$\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ ， $\frac{7}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ ， $\frac{9}{20} = \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ ，……

根据上述式子，完成下列问题：

(1) $\frac{1}{56} = \frac{1}{(\quad)} - \frac{1}{(\quad)}$ ， $\frac{17}{72} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}$ ；

(2) 计算： $\frac{3}{2} - \frac{5}{6} + \frac{7}{12} - \frac{9}{20} + \frac{11}{30} - \frac{13}{42} + \frac{15}{56} - \frac{17}{72}$ ；

(3) 计算： $\frac{3}{2} + \frac{13}{6} + \frac{37}{12} + \frac{81}{20} + \frac{151}{30} + \frac{253}{42} + \frac{393}{56} + \frac{577}{72}$ ．

【答案】(1) 7,8； 8,9

(2) $\frac{8}{9}$

(3) $36\frac{8}{9}$

【解析】

【分析】本题考查了分式的加减运算，关键是读懂题意，会把一个分数拆分成两个分数的和或差的形式，

对学生灵活运用知识有较高的要求.

(1) 根据材料提示,, 由此即可求解;

(2) 根据材料提示, 运用拆项的方法, 有理数的混合运算即可求解;

(3) 根据材料提示, 运用拆项的方法, 有理数的混合运算即可求解.

【小问 1 详解】

解: 观察已知式子, 发现规律

对于分数减法: $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1},$

$$\therefore 56 = 7 \times 8,$$

$$\therefore \frac{1}{56} = \frac{1}{7} - \frac{1}{8}$$

故答案为: 7,8.

对于分数加法: $\frac{2n+1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1},$

$$\therefore 72 = 8 \times 9,$$

$$\therefore \frac{17}{72} = \frac{1}{8} + \frac{1}{9}$$

故答案为: 8,9.

【小问 2 详解】

$$\frac{3}{2} - \frac{5}{6} + \frac{7}{12} - \frac{9}{20} + \frac{11}{30} - \frac{13}{42} + \frac{15}{56} - \frac{17}{72}$$

$$= \left(1 + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right) - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right) - \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{9}\right)$$

$$= 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} - \frac{1}{8} - \frac{1}{9}$$

$$= 1 - \frac{1}{9}$$

$$= \frac{8}{9}.$$

【小问 3 详解】

$$\frac{3}{2} + \frac{13}{6} + \frac{37}{12} + \frac{81}{20} + \frac{151}{30} + \frac{253}{42} + \frac{393}{56} + \frac{577}{72}$$

$$= \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \left(2 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(3 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(4 + \frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \left(5 + \frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) + \left(6 + \frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right) + \left(7 + \frac{1}{7} - \frac{1}{8}\right) + \left(8 + \frac{1}{8} - \frac{1}{9}\right)$$

$$\begin{aligned}
&= (1+2+3+4+5+6+7+8) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} \right) \\
&= 36 + \left(1 - \frac{1}{9} \right) \\
&= 36\frac{8}{9}.
\end{aligned}$$

29. 三千多年前，埃及人发明了一种书写分数的方法，这些分数的分子为1，它们被称为单位分数。在一部记录古埃及数学的《莱因德纸草书》中，有相当的篇幅写出了“ $\frac{2}{n}$ ”型分数分解成两个单位分数之和的形式，如：

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}, \quad \frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}, \quad \frac{2}{9} = \frac{1}{5} + \frac{1}{45}, \quad \dots\dots$$

(1) 若 $\frac{2}{11} = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$, ($m < n$), 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 根据上述等式揭示的规律，写出用字母 n (n 取大于2的自然数) 表示这一规律的等式：

$$\frac{2}{2n-1} = \frac{1}{(\quad)} + \frac{1}{(\quad)}; \quad \underline{\hspace{2cm}}, \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

(3) 如果3个正整数满足 $\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{1}{c} - \frac{1}{b}$, 就称 a 、 b 、 c 这三个数为一组“调和数”。现有两个数20、30。如果要再添加一个正整数 n ，使它们构成一组调和数，那么 n 的值可以是 $\underline{\hspace{2cm}}$ (写出所有符合条件的值)。

【答案】 (1) 6 或 66;

(2) n 或 $n(2n-1)$; $n(2n-1)$ 或 n .

(3) 15 或 24 或 60

【解析】

【分析】 本题考查了分数的加法，

(1) 根据规律可得出 $\frac{2}{11} = \frac{1}{6} + \frac{1}{66}$, 根据题意 m 与 n 的大小未知，即可得出结果；

(2) 根据规律写出一般形式即可；

(3) 根据新定义，分6种情况讨论，分别列出方程，解方程即可求解。

【小问1详解】

$$\text{解: } \frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15},$$

$$\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28},$$

$$\frac{2}{9} = \frac{1}{5} + \frac{1}{45},$$

根据上面的规律可得: $\frac{2}{11} = \frac{1}{6} + \frac{1}{66}$,

$$\therefore m < n,$$

$$\therefore m = 6, \quad n = 66,$$

故答案为: 6 或 66;

【小问 2 详解】

根据规律可得: $\frac{2}{2n-1} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n(2n-1)} (n > 2)$,

故答案为: n 或 $n(2n-1)$; $n(2n-1)$ 或 $n \cdot \frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{1}{c} - \frac{1}{b}$

【小问 3 详解】

解: 当 $a = n, b = 20, c = 30$ 时, $\frac{1}{20} - \frac{1}{n} = \frac{1}{30} - \frac{1}{20}$, 解得: $n = 15$

当 $a = n, b = 30, c = 20$ 时, $\frac{1}{30} - \frac{1}{n} = \frac{1}{20} - \frac{1}{30}$, 解得: $n = 60$

当 $a = 20, b = n, c = 30$ 时, $\frac{1}{n} - \frac{1}{20} = \frac{1}{30} - \frac{1}{n}$, 解得: $n = 24$

当 $a = 30, b = n, c = 20$ 时, $\frac{1}{n} - \frac{1}{30} = \frac{1}{20} - \frac{1}{n}$, 解得: $n = 24$

当 $a = 20, b = 30, c = n$ 时, $\frac{1}{30} - \frac{1}{20} = \frac{1}{n} - \frac{1}{30}$, 解得: $n = 60$

当 $a = 30, b = 20, c = n$ 时, $\frac{1}{20} - \frac{1}{30} = \frac{1}{n} - \frac{1}{20}$, 解得: $n = 15$

综上所述, $n = 15$ 或 24 或 60

故答案为: 15 或 24 或 60.