

张江集团中学 2025 学年第一学期预初年级数学学科阶段练习一

时间：90 分钟 满分：100 分

一、选择题：

1. 下列各组数中，哪一组的第一个数能被第二个数整除（ ）

A. 19 和 38

B. 0.5 和 5

C. 4 和 0.2

D. 18 和 3

【答案】D

【解析】

【分析】根据除法运算法则列式计算，看结果是否为整数即可.

【详解】 $\because 19 \div 38 = \frac{1}{2}$,

$\therefore A$ 不符合题意;

$\because 0.5$ 不是整数,

$\therefore B$ 不符合题意;

$\because 0.2$ 不是整数,

$\therefore C$ 不符合题意;

$\because 18 \div 3 = 6$,

$\therefore D$ 符合题意;

故选 D.

【点睛】本题考查了整除的意义，正确理解被 a 整除的意义是解题的关键.

2. 若 $\frac{a}{b} = \frac{15}{28}$, 则 a, b 的值分别是（ ）

A. $a = 15, b = 28$

B. $a = 28, b = 15$

C. $a = \frac{15}{28}, b = 1$

D. 无法确定

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了比值，根据 $\frac{a}{b} = \frac{15}{28}$, 得 $a = \frac{15}{28}b$, 但无法得出 a, b 的值，即可作答.

【详解】解: $\because \frac{a}{b} = \frac{15}{28}$,

$\therefore a = \frac{15}{28}b$,

$\therefore$ 无法确定 a, b 的值,

故选: D.

3. 两个奇数的乘积一定是（ ）

A. 质数

B. 合数

C. 偶数

D. 奇数

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据奇数、偶数的定义判断.

【详解】 解: 根据奇数、偶数的定义, 得两个奇数的积一定是奇数;

故选: D

【点睛】 本题考查奇数、偶数的定义; 理解定义是解题的关键.

4. 下面的数, 因数个数最多的是 ()

A. 18

B. 36

C. 40

D. 50

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据求一个数的因数的方法, 分别进行列举即可得到答案.

【详解】 解: 18 的因数有: 1、2、3、6、9、18 共 6 个因数;

36 的因数有: 1、2、3、4、6、9、12、18、36 共 9 个因数;

40 的因数有: 1、2、4、5、8、10、20、40 共 8 个因数;

50 的因数有: 1、2、5、10、25、50 共 6 个因数;

因此可以得出 36 的因数最多,

故选: B.

【点睛】 本题考查的是求一个数的因数, 熟悉相关性质是解题的关键.

5. 如果一个真分数 $\frac{a}{b}$ (a, b 为正整数) 的分子和分母都加上相同的正整数, 所得的分数 ()

A. 一定比原来的分数大

B. 一定比原来的分数小

C. 与原来的分数相等

D. 可能比原来的分数大, 也有可能比原来的分数相等

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题主要考查真分数和分数的基本性质, 根据题意将真分数同时加 n , 再与原分数做差, 通分后判断结果与零的关系即可.

【详解】 解: $\frac{a+n}{b+n} - \frac{a}{b} = \frac{b(a+n) - a(b+n)}{b(b+n)} = \frac{ba + bn - ab - an}{b(b+n)} = \frac{bn - an}{b(b+n)} = \frac{(b-a)n}{b(b+n)}$

$\therefore \frac{a}{b}$ 为真分数,

$\therefore a < b$, 且 a 和 b 大于零,

则 $b-a>0$,

$\therefore n$ 为正整数,

$$\therefore \frac{(b-a)n}{b(b+n)} > 0,$$

$$\text{则 } \frac{a+n}{b+n} > \frac{a}{b},$$

故选: A.

6. 下列结论错误的有 ()

①如果 a 和 b 的最小公倍数是 ab , 那么 a 和 b 是素数;

②一个正整数的倍数一定比这个数的任何因数都大;

③一个正整数的因数至少有两个;

④边长是正整数的正方形的周长一定是合数.

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】 C

【解析】

【分析】根据“是互质数的两个数, 它们的最小公倍数即这两个数的乘积”, 由此判断①;

根据“一个数最小的倍数是它本身, 最大的因数也是它本身”, 由此判断②.

根据因数与倍数的关系, 可判断③.

根据合数的意义, 一个非零自然数如果除了 1 和它本身还有别的因数, 这样的数叫做合数; 即使正方形的边长是 1, 它的周长是 4, 4 是最小的合数; 由此判断④.

【详解】①如果 a 和 b 的最小公倍数是 ab , 那么 a 和 b 是互素数, ①的说法是错误的;

②一个数最小的倍数是它本身, 最大的因数也是它本身, ②的说法是错误的;

③1 的因数只有 1 个, ③的说法是错误的;

④根据合数的意义, 边长是正整数的正方形, 它的周长一定是合数, ④的说法是正确的.

综上, ①②③错误, 共 3 个.

故选: C.

【点睛】本题考查了求几个数的最小公倍数的方法, 因数和倍数的意义, 合数的意义, 理解因数和倍数的意义是解决问题的前提.

二、填空题:

7. 把假分数化成带分数: $\frac{37}{8} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $4\frac{5}{8}$

【解析】

【分析】 本题考查了假分数化为带分数. 根据假分数和带分数之间的关系, 进行转化即可.

【详解】 解: $\frac{37}{8} = 4\frac{5}{8}$.

故答案为: $4\frac{5}{8}$.

8. 如果 $\frac{3}{5} = \frac{3 \times (1-3x)}{5 \times (1-3x)}$, 那么 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x \neq \frac{1}{3}$

【解析】

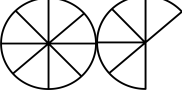
【分析】 根据分数的基本性质可知 $1-3x \neq 0$, 进而可求得 x 的取值范围.

【详解】 解: 根据题意可知 $1-3x \neq 0$,

解得 $x \neq \frac{1}{3}$,

故答案为: $x \neq \frac{1}{3}$.

【点睛】 本题考查了分数的基本性质, 分数的分子、分母同时乘以或除以同一个不为零的数, 分数的值不变, 熟练掌握分数的基本性质是解决本题的关键.

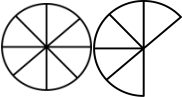
9. 如果  的总体表示 1, 那么  用最简分数表示为_____;

【答案】 $\frac{13}{8}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分数的意义, 总体分为 8 份, 需要用最简分数表示的有 13 份, 据此可得答案.

【详解】 解: 由题意得, 总体分为 8 份, 需要用最简分数表示的有 13 份,

$\therefore$  用最简分数表示为 $\frac{13}{8}$,

故答案为: $\frac{13}{8}$.

10. 一个班级男生人数是女生人数的 $\frac{5}{8}$, 则女生人数是全班人数的_____ (填几分之几)

【答案】 十三分之八

【解析】

【分析】解：本题考查求一个数是另一个数的几分之几；把女生看成 8 份，则男生 5 份，全班 13 份，从而求得女生人数是全班人数的几分之几。

【详解】解：由题意知，把女生看成 8 份，男生 5 份，则全班 $8+5=13$ （份），

所以女生人数是全班人数的 $\frac{8}{13}$ ；

故答案为：十三分之八。

11. 分解素因数 $126 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $2 \times 3 \times 3 \times 7$

【解析】

【分析】本题考查分解素因数，解题的关键是把一个合数写成几个素数积的形式。

【详解】解： $126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$ ，

故答案为： $2 \times 3 \times 3 \times 7$ 。

12. 在 21、31、41、51、61、81、91 中，是素数的有 个

【答案】 3

【解析】

【分析】一个自然数，如果只有 1 和它本身两个因数，这样的数叫做质数或素数，据此判断即可。本题主要考查素数的定义，理解素数的定义是解题关键。

【详解】解：21 的因数有 1、21、3、7，

31 的因数有 1、31，

41 的因数有 1、41，

51 的因数有 1、51、3、17，

61 的因数有 1、61，

81 的因数有 1、81、9、3、27，

91 的因数有 1、91、13、7，

$\therefore$ 是素数的有：31，41，61，

故答案为：3

13. 用最简分数表示：72 分钟 = 小时，3250 克 = 千克

【答案】 ①. $\frac{6}{5}$ ②. $\frac{13}{4}$

【解析】

【分析】本题考查单位换算以及最简分数的表示，明确不同单位之间的换算关系是解题关键。

1 小时 = 60 分钟, 1 千克 = 1000 克, 最简分数是分子、分母只有公因数 1 的分数.

【详解】解: 1 小时 = 60 分钟, 所以 $72 \text{ 分钟} = \frac{72}{60} = \frac{72 \div 12}{60 \div 12} = \frac{6}{5}$ (小时);

1 千克 = 1000 克, 所以 $3250 \text{ 克} = \frac{3250}{1000} = \frac{3250 \div 250}{1000 \div 250} = \frac{13}{4}$ (千克).

故答案为: $\frac{6}{5}, \frac{13}{4}$.

14. 能同时被 3 和 5 整除的最大两位奇数是_____.

【答案】 75

【解析】

【分析】 本题考查了最小公倍数以及奇数, 先求出 3, 5 的最小公倍数, 再利用计算符合条件的数即可.

【详解】 3, 5 的最小公倍数是 $3 \times 5 = 15$,

$15 \times 1 = 15, 15 \times 3 = 45, 15 \times 5 = 75, 15 \times 7 = 105$,

所以能同时被 3 和 5 整除的两位数, 且是奇数, 那么最大为 75,

故答案为: 75.

15. 已知甲数 = $2 \times 3 \times 5 \times 7$, 乙数 = $2 \times 3 \times 3 \times 5$, 那么甲数与乙数的最小公倍数是_____.

【答案】 630

【解析】

【分析】 本题考查了最小公倍数的求解, 先找到质因数和各自剩下的质因数, 再根据最小公倍数的求法求解即可.

【详解】 甲、乙公有的质因数是 2, 3, 5,

甲剩下的质因数是 7,

乙剩下的质因数是 3,

所以甲数与乙数的最小公倍数是 $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 3 = 630$,

故答案为: 630.

16. 如果 $\frac{x}{7}$ 是假分数, 且真分数 $\frac{x}{10}$ 是最简分数, 那么 x 可取的整数是___个.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题主要考查了真假分数的定义, 熟知定义是解题的关键. 根据真假分数的定义: 如果一个分数 $\frac{b}{a}$

是真分数, 那么 $1 \leq b < a$ ($a \neq 0$, a 、 b 都是整数), 如果一个分数 $\frac{b}{a}$ 是假分数, 那么 $b \geq a$ ($a \neq 0$, a 、 b 都是整数), 进行求解即可.

【详解】解: $\because \frac{x}{7}$ 是假分数, 且真分数 $\frac{x}{10}$ 是最简分数

$\therefore 7 \leq x < 10$ (且 x 为整数),

$\therefore x$ 可以取的整数是或 7 或 8 或 9,

又 $\because \frac{x}{10}$ 是最简分数,

x 可以取的整数是或 7 或 9 这 2 个数.

故答案为: 2

17. “哥德巴赫猜想”是指: 任何一个大于 4 的偶数, 都可以写成两个奇素数的和. 在验证 12 是否满足时, 可以将 12 写成 $12 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $5+7$

【解析】

【分析】 本题考查了奇数, 素数的概念, 奇素数是指既是奇数又是素数的数, 素数是指在大于 1 的自然数中, 除了 1 和它本身以外不再有其他因数的自然数, 本题需要找出两个奇素数, 使它们的和为 12, 据此进行分析, 即可作答.

【详解】解: 依题意, 最小的奇素数是 3,

则 $12 - 3 = 9$,

$\because 9 = 3 \times 3 = 1 \times 9$,

$\therefore 9$ 不是素数,

$\because 5 + 7 = 12$, 且 5, 7 都是奇素数,

$\therefore 12 = 5 + 7$, 符合题意,

故答案为: $5+7$.

18. 如果 $\frac{1}{4} < \frac{3}{m} < \frac{5}{9}$, 那么满足条件的整数 m 有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个.

【答案】 6

【解析】

【分析】 本题考查分数的值, 掌握把分数化成分子相同, 然后确定分母的取值范围是解题的关键.

【详解】解: $\because \frac{1}{4} < \frac{3}{m} < \frac{5}{9}$,

$$\therefore \frac{3}{12} < \frac{3}{m} < \frac{3}{\frac{27}{5}},$$

$$\therefore \frac{27}{5} < m < 12,$$

$\therefore$ 整数 m 为 6, 7, 8, 9, 10, 11, 有 6 个,

故答案为: 6.

19. 有 5 个数: $\frac{9}{5}$, $\frac{12}{7}$, $\frac{27}{17}$, $\frac{36}{19}$, $\frac{54}{29}$, 其中最大的数是_____.

【答案】 $\frac{36}{19}$

【解析】

【分析】 本题考查了分数的大小比较, 先将各分数的分子化为相同的数, 再比较分母大小, 分母小的分数大, 分母大的分数小, 据此进行分析, 即可作答.

【详解】 解: 观察题干 5 个数的分子, 将各个数的分子化为相同的数字 108,

$$\therefore \frac{9}{5} = \frac{108}{60}, \frac{12}{7} = \frac{108}{63}, \frac{27}{17} = \frac{108}{68}, \frac{36}{19} = \frac{108}{57}, \frac{54}{29} = \frac{108}{58},$$

$$\therefore 57 < 58 < 60 < 63 < 68,$$

$$\therefore \text{最大的数是 } \frac{108}{57},$$

$$\text{即最大的数是 } \frac{36}{19},$$

$$\text{故答案为: } \frac{36}{19}.$$

20. 若两个素数 p 、 q , 满足 $5p + 7q = 129$, 则 $p + q$ 的值为_____.

【答案】 19 或 25

【解析】

【分析】 本题考查素数, 考虑特殊的素数 2 即可解题.

【详解】 因为只有奇数+偶数=奇数, 且 $5p + 7q = 129$,

所以 p 、 q 中有一个是偶数,

当 $p = 2$ 时, $10 + 7q = 129$, 解得 $q = 17$, 此时 $p + q = 19$,

当 $q = 2$ 时, $5p + 14 = 129$, 解得 $p = 23$, 此时 $p + q = 25$

所以 $p + q$ 的值为 19 或 25.

21. 定义: 两个不相等的分数, 把它们的分子、分母分别相加得到的新分数, 叫做这个两个分数的“加成分

数”。例如 $\frac{2}{3}$ 和 $\frac{5}{8}$ 的加成分数是 $\frac{2+5}{3+8} = \frac{7}{11}$ 。且“加成分数”有一个特别的性质，就是“加成分数”的值的大小

介于原来的两个分数之间。例如： $\frac{5}{8} < \frac{7}{11} < \frac{2}{3}$ 。试利用“加成分数”的性质填空： $\frac{145}{146} < \frac{\quad}{\quad} < \frac{150}{151}$ 。

【答案】 $\frac{295}{297}$

【解析】

【分析】该题主要考查了新定义“加成分数”，解题的关键是掌握“加成分数”；

掌握“加成分数”，根据“加成分数”的定义求解即可；

【详解】根据题意可得： $\frac{145+150}{146+151} = \frac{295}{297}$ ，

故 $\frac{145}{146} < \frac{295}{297} < \frac{150}{151}$ ，

故答案为： $\frac{295}{297}$ 。

22. 规定一种新的运算：对于一个合数 n ， (n) 表示不是 n 的素因数的最小素数，如 $(4) = 3$ ， $(12) = 5$ 。那么 $(60) + (84)$ 的值是_____。

【答案】 12

【解析】

【详解】试题分析：因为 $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ ，所以 $(60) = 7$ ，因为 $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$ ，所以 $(84) = 5$ ，所以 $(60) + (84) = 7 + 5 = 12$ 。

考点：分解因数。

三、计算题：

23. 计算：

(1) $8\frac{7}{10} - 4\frac{1}{5} + \frac{1}{2}$ ；

(2) $7\frac{9}{10} - \left(2\frac{2}{3} - 1\frac{4}{5}\right)$ ；

(3) $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{12}$ 。

【答案】 (1) 5

(2) $\frac{211}{30}$

$$(3) \frac{7}{10}$$

【解析】

【分析】 本题考查分数加减混合运算.

(1) 按照运算法则计算即可;

(2) 按照运算法则计算即可;

(3) 按照运算法则计算即可.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & 8\frac{7}{10} - 4\frac{1}{5} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{87}{10} - \frac{21}{5} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{87}{10} - \frac{42}{10} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{9}{2} + \frac{1}{2} \\ &= 5;\end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & 7\frac{9}{10} - \left(2\frac{2}{3} - 1\frac{4}{5}\right) \\ &= \frac{79}{10} - \left(\frac{8}{3} - \frac{9}{5}\right) \\ &= \frac{79}{10} - \left(\frac{40}{15} - \frac{27}{15}\right) \\ &= \frac{79}{10} - \frac{13}{15} \\ &= \frac{237}{30} - \frac{26}{30} \\ &= \frac{211}{30};\end{aligned}$$

【小问 3 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{12} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{12}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{5}{6} - \frac{1}{6} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{12} \\
&= \frac{2}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{12} \\
&= \frac{5}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{5} \\
&= \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \\
&= \frac{7}{10}.
\end{aligned}$$

24. 用短除法求 36 和 60 的最大公因数和最小公倍数.

【答案】最大公因数是 12 最小公倍数是 180.

【解析】

【详解】试题分析：用短除法即可求得 36 和 60 的最大公因数和最小公倍数.

试题解析：运用短除法，

$$\begin{array}{r}
2 \overline{) 36 \quad 60} \\
2 \overline{) 18 \quad 30} \\
3 \overline{) 9 \quad 15} \\
\hline
3 \quad 5
\end{array}$$

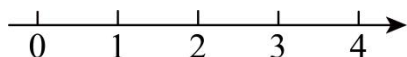
∴ 36 和 60 的最大公因数是 $2 \times 2 \times 3 = 12$,

36 和 60 的最小公倍数是 $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180$.

点睛：求两个或两个以上数的最大公因数或最小公倍数都可以用短除法去求解.

四、简答题：

25. 已知点 A 表示 $\frac{2}{3}$ ，点 B 表示 2，点 C 表示 $\frac{7}{4}$.



(1) 在数轴上分别画出点 A 、 B 、 C ;

(2) 将 A 、 B 、 C 所表示的数用 “>” 连起来.

【答案】(1) 见解析 (2) $2 > \frac{7}{4} > \frac{2}{3}$

【解析】

【分析】本题主要考查数轴，根据题意画出数轴是解题的关键.

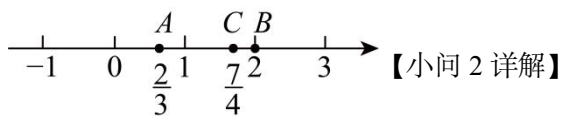
(1) 根据题意直接在数轴上表示出 A 、 B 、 C 即可;

(2) 根据数轴上从左往右依次变大可直接得出答案.

【小问 1 详解】

解：点 A 表示 $\frac{2}{3}$ ，点 B 表示 2 ，点 C 表示 $\frac{7}{4}$ ，

在数轴上分别画出点 A 、 B 、 C ，如图，



解： $2 > \frac{7}{4} > \frac{2}{3}$ 。

26. 某工地上有一堆黄沙，第一次用去 $2\frac{4}{5}$ 吨，第二次比第一次少用 $\frac{5}{8}$ 吨。如果剩下的黄沙比前两天用去的总和多 $\frac{1}{5}$ 吨，那么还剩下多少吨黄沙？

【答案】 $5\frac{7}{40}$ 吨

【解析】

【分析】 根据“第一次用去 $2\frac{4}{5}$ 吨，第二次比第一次少用 $\frac{5}{8}$ 吨”，计算出第二次用的黄沙，再根据“剩下的黄沙比前两天用去的总和多 $\frac{1}{5}$ 吨”即可求出剩下的黄沙。

【详解】 解：第二次用的黄沙为： $2\frac{4}{5} - \frac{5}{8} = 2\frac{7}{40}$ （吨），

剩下的黄沙为： $2\frac{4}{5} + 2\frac{7}{40} + \frac{1}{5} = 5\frac{7}{40}$ （吨）。

答：还剩下 $5\frac{7}{40}$ 吨黄沙。

【点睛】 本题考查了分数的加减混合运算，理解题意求出第二次用的黄沙是解题的关键。

27. 某工厂承包了学校的桌椅制作任务，一张桌子配一把椅子，某车间有甲、乙两组，甲组人员做桌子，每人每天可以做 6 张桌子；乙组每人每天可以做 10 把椅子，为了使生产均衡，每天的桌子、椅子数量刚好配套。该车间至少安排多少人员？（不考虑其他因素）

【答案】 该车间至少安排 8 名人员

【解析】

【分析】 本题考查最小公倍数的实际应用。

根据题意，求 6 和 10 的最小公倍数，从而可得甲组和乙组需要的最少人数，相加即可。

【详解】 解： $6 = 2 \times 3$ ， $10 = 2 \times 5$ ，

$2 \times 3 \times 5 = 30$ （套）

$30 \div 6 + 30 \div 10 = 8$ （名）

答：该车间至少安排 8 名人员。

28. 已知两个数的最大公因数是 12，最小公倍数是 144，求这两个数的和是多少？

【答案】 84 或 156

【解析】

【分析】 本题考查了最大公因数和最小公倍数. 由最大公因数和最小公倍数的定义得 $144 \div 12 = 12$, $12 = 1 \times 12 = 3 \times 4$, 即可求解.

【详解】 解: 因为两个数的最大公因数是 12, 最小公倍数是 144,

所以 $144 \div 12 = 12$, $12 = 1 \times 12 = 3 \times 4$,

所以这两个数是: ① $1 \times 12 = 12$, $12 \times 12 = 144$,

这两个数的和是 $12 + 144 = 156$;

② $3 \times 12 = 36$, $4 \times 12 = 48$,

这两个数的和是 $36 + 48 = 84$;

故这两个数的和是 84 或 156.

29. 在一根木棍上, 有三种刻度线: 第一种刻度线将木棍分成 10 等份, 第二种刻度线将木棍分成 12 等份, 第三种刻度线将木棍分成十五等份. 如果沿每条刻度线将木棍锯断, 木棍总共被锯成多少段?

【答案】 28 段

【解析】

【分析】 本题主要考查了最小公倍数与公倍数的应用, 因为 10, 12, 15 的最小公倍数为 60, 所以不妨设木棒的长度为 60, 那么第一种刻度线可以被锯成 9 段, 每段的长为 6, 第二种刻度线可以被锯成 11 段, 每段的长为 5, 第三种刻度线可以被锯成 14 段, 每段的长度为 4, 再找到 4、5 的公倍数, 4、6 的公倍数, 4、5、6 的公倍数, 则用三种刻度线可以锯成的段数和减去三种刻度线重复的刻度 (即三种刻度线的位置有至少有两者相同, 但不能重复减) 即可得到答案.

【详解】 解: 因为 10, 12, 15 的最小公倍数为 60,

所以不妨设木棒的长度为 60,

所以第一种刻度线可以被锯成 $10 - 1 = 9$ 段, 每段的长为 6, 第二种刻度线可以被锯成 $12 - 1 = 11$ 段, 每段的长为 5, 第三种刻度线可以被锯成 $15 - 1 = 14$ 段, 每段的长度为 4,

因为 4 和 5 的公倍数为 20, 40, 60, 4 和 6 的公倍数有 12, 24, 36, 48, 60, 5 和 6 的公倍数有 30, 60, 4, 5, 6 的公倍数有 60,

所以木棍总共被锯成 $9 + 11 + 14 - 3 - 5 + 1 + 1 = 28$ 段,

答: 木棍总共被锯成 28 段.

30. 阅读下列材料, 解决问题:

我们把一个能被 17 整除的自然数称为“节俭数”. “节俭数”的特征是: 若把一个自然数的个位数字截去,

再把剩下的数减去截去的那个个位数字的 5 倍，如果差是 17 的整数倍（包括 0），则原数能被 17 整除，如果差太大或心算不易看出是否是 17 的倍数，就继续上述的“截尾，倍尾，差尾，验差”的过程，直到能方便判断为止。例如：判断 1675282 是不是“节俭数”，判断过程： $167528-2\times 5=167518$ ， $16751-8\times 5=16711$ ， $1671-1\times 5=1666$ ， $166-6\times 5=136$ ，到这里如果你仍然观察不出来，就继续 $13-6\times 5=-17$ ， -17 是 17 的整数倍，所以 1675282 能被 17 整除，所以 1675282 是“节俭数”。

(1) 请用上述方法判断 7259 和 2098752 是否是“节俭数”，并说明理由。

(2) 一个五位节俭数 $\overline{ab213}$ ，其中千位上的数字为 b ，万位上的数字为 a ，且 $b=a-1$ ，请利用上面方法求出这个数。

【答案】 (1) 7259 是“节俭数”； 2098752 是“节俭数”

(2) 54213

【解析】

【分析】 (1) 模仿例题解决问题即可；

(2) 模仿例题采用“截尾，倍尾，差尾，验差”的过程，解决问题即可；

【小问 1 详解】

$$725-9\times 5=680, \quad 68-0\times 5=68, \quad 68\div 17=4,$$

所以 7259 能被 17 整除，是“节俭数”；

$$209875-2\times 5=209865, \quad 20986-5\times 5=20961, \quad 2096-1\times 5=2091, \quad 209-1\times 5=204, \quad 204\div 17=12,$$

所以 2098752 能被 17 整除，是“节俭数”；

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \therefore \overline{ab21}-3\times 5=\overline{ab06}, \quad \overline{ab0}-30 \text{ 能被 } 17 \text{ 整除}$$

$$\therefore b=a-1,$$

$$\therefore 100a+10(a-1)-30=110a-40 \text{ 能被 } 17 \text{ 整除}$$

$$\therefore 1\leq a\leq 9$$

$$\therefore \text{当 } a=1 \text{ 时, } 110-40=70, \text{ 不能被 } 17 \text{ 整除,}$$

$$\text{当 } a=2 \text{ 时, } 220-40=180, \text{ 不能被 } 17 \text{ 整除,}$$

$$\text{当 } a=3 \text{ 时, } 330-40=290, \text{ 不能被 } 17 \text{ 整除,}$$

$$\text{当 } a=4 \text{ 时, } 440-40=400, \text{ 不能被 } 17 \text{ 整除,}$$

$$\text{当 } a=5 \text{ 时, } 550-40=510, \text{ 能被 } 17 \text{ 整除,}$$

$$\text{当 } a=6 \text{ 时, } 660-40=620, \text{ 不能被 } 17 \text{ 整除,}$$

当 $a = 7$ 时, $770 - 40 = 730$, 不能被 17 整除,

当 $a = 8$ 时, $880 - 40 = 840$, 不能被 17 整除,

当 $a = 9$ 时, $990 - 40 = 950$, 不能被 17 整除,

$\therefore a = 5, b = 4$

$\therefore$ 这个数为 54213.

【点睛】 本题考查了因式分解的应用, 数的整除, 理解题意, 仿照例题的方法是解题的关键.