

六年级练习二

(时间: 60 分钟 满分 100 分)

一、单项选择题 (本大题共有 6 题, 每题 3 分, 共 18 分)

1. 下列各组数中, 第一个数能被第二个数整除的是 ()

A. 16 和 32

B. 20 和 50

C. 4 和 0.2

D. 28 和 7

【答案】 D

【解析】

【分析】 此题考查了整除的辨别能力, 关键是能准确理解并运用该知识.

运用整除知识对各选项进行逐一计算、辨别.

【详解】 解: $\because 16 \div 32 = 0.5$,

$\therefore$ 选项 A 不符合题意;

$\because 20 \div 50 = 0.4$,

$\therefore$ 选项 B 不符合题意;

$\because 0.2$ 不是整数,

$\therefore$ 选项 C 不符合题意;

$\because 28 \div 7 = 4$,

$\therefore$ 选项 D 符合题意,

故选: D.

2. 已知 $A = 2 \times 2 \times 5$, 则它的所有因数有 () 个

A. 3 个

B. 4 个

C. 5 个

D. 6 个

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了因数的概念及求法, 解题的关键是先求出 A 的值, 再找出其所有因数.

先根据已知条件求出 A 的值, 再找出 A 的所有因数, 最后统计因数的个数.

【详解】 解: 已知 $A = 2 \times 2 \times 5$, 找出 20 的所有因数:

$1 \times 20 = 20$, 所以 1 和 20 是因数;

$2 \times 10 = 20$, 所以 2 和 10 是因数;

$4 \times 5 = 20$, 所以 4 和 5 是因数.

综上, 20 的因数有 1、2、4、5、10、20, 共 6 个.

故选: D.

3. a 、 b 都是正整数，如果 $a = 3b$ ，那么 a 、 b 的最小公倍数是 ()

- A. $3ab$ B. a C. b D. ab

【答案】B

【解析】

【分析】根据 a 是 b 的倍数，可得 a 、 b 的最小公倍数为 a ，即可作答.

【详解】解： $\because a = 3b$,

故 a 、 b 的最小公倍数为 a ,

故选：B.

【点睛】本题主要考查了最小公倍数的知识. 公倍数指在两个或两个以上的自然数中，如果它们有相同的倍数，这些倍数就是它们的公倍数. 这些公倍数中最小的，称为这些整数的最小公倍数.

4. 把 7 米的绳子平均分成 8 段，每段绳子的长度是 ()

- A. $\frac{1}{8}$ 米 B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{7}{8}$ 米 D. $\frac{7}{8}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了分数的意义及除法运算，解题的关键是理解平均分的含义，掌握“总长度 $\div$ 段数 = 每段长度”的计算方法.

根据平均分的概念，用绳子的总长度除以平均分成的段数，即可得到每段绳子的长度，再结合选项判断.

【详解】解：已知绳子总长 7 米，要平均分成 8 段，根据“每段长度 = 总长度 $\div$ 段数”，可得每段长度为

$$7 \div 8 = \frac{7}{8} \text{ (米)}.$$

故选：C.

5. 分数 $\frac{27}{8}$ 介于哪两个整数之间 ()

- A. 2 和 3 B. 3 和 4 C. 4 和 5 D. 5 和 6

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了分数的估算，将分数正确化成带分数是解题的关键. 将分数 $\frac{27}{8}$ 化成带分数即可求解.

【详解】解： $\because \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$,

$$\therefore 3 < 3\frac{3}{8} < 4,$$

即分数 $\frac{27}{8}$ 介于 3 和 4 之间,

故选: B.

6. 以下说法正确的是 ()

A. 一个最简分数的分子、分母一定都是素数;

B. 分数的分子、分母都加上同一个自然数, 分数的大小一定不变;

C. 大于 $\frac{1}{3}$ 而且小于 $\frac{1}{2}$ 的分数有无数个;

D. $\frac{6}{15}$ 约分后是 $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{9}$ 约分后是 $\frac{2}{3}$.

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了最简分数定义、分数基本性质.

结合最简分数定义、分数基本性质逐一分析各选项的正确性即可.

【详解】解: A: 最简分数的分子分母只需互质, 不要求均为素数, 例如 $\frac{4}{9}$ 中 4 和 9 均为合数但互质, 故 A 错误;

B: 分子分母同加一自然数可能会改变分数值, 例如 $\frac{1}{2}$ 加 1 后变为 $\frac{2}{3}$, 值改变, 故 B 错误;

C: 任意两不同分数间存在无数个分数, 通过通分或取中间值 (如 $\frac{5}{12}$ 、 $\frac{7}{18}$ 等) 可构造无数个满足 $\frac{1}{3} < \text{分数} < \frac{1}{2}$ 的分数, 故 C 正确;

D: $\frac{6}{15}$ 约分为 $\frac{2}{5}$ 正确, 但 $\frac{4}{9}$ 已是最简分数, 无法约分为 $\frac{2}{3}$, 故 D 错误;

故选: C.

二、填空题 (本大题共有 14 题, 每题 2 分, 共 28 分)

7. 把 12 分解素因数是_____.

【答案】 $2 \times 2 \times 3$

【解析】

【分析】本题主要考查了分解素因数. 分解素因数就是把一个合数写成几个素因数乘积的形式, 一般先从较小的素因数开始分解. 据此即可解答.

【详解】解： $12 = 2 \times 2 \times 3$

故答案为： $2 \times 2 \times 3$.

8. 将 $\frac{13}{5}$ 化为带分数的形式是_____.

【答案】 $2\frac{3}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查假分数化带分数；假分数化整数或带分数的方法：用假分数的分子除以分母，如果分子是分母的倍数，所得的商就是整数；如果分子不是分母的倍数，所得的商就是带分数的整数部分，分母不变，余数作为分数部分的分子.

【详解】解： $\frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$

故答案为： $2\frac{3}{5}$.

9. 如果 $\frac{x}{7}$ 是假分数，且真分数 $\frac{x}{10}$ 是最简分数，那么 x 可取的整数是____个.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题主要考查了真假分数的定义，熟知定义是解题的关键. 根据真假分数的定义：如果一个分数 $\frac{b}{a}$ 是真分数，那么 $1 \leq b < a$ ($a \neq 0$ ， a 、 b 都是整数)，如果一个分数 $\frac{b}{a}$ 是假分数，那么 $b \geq a$ ($a \neq 0$ ， a 、 b 都是整数)，进行求解即可.

【详解】解： $\because \frac{x}{7}$ 是假分数，且真分数 $\frac{x}{10}$ 是最简分数

$\therefore 7 \leq x < 10$ (且 x 为整数)，

$\therefore x$ 可以取的整数是或 7 或 8 或 9，

又 $\because \frac{x}{10}$ 是最简分数，

x 可以取的整数是或 7 或 9 这 2 个数.

故答案为： 2

10. 计算： $2\frac{4}{15} - \frac{7}{15} =$ _____.

【答案】 $\frac{9}{5}$

【解析】

【分析】 先把带分数化为假分数，分母不变，把分子相减，然后约分即可.

【详解】解： $2\frac{4}{15} - \frac{7}{15}$

$$= \frac{34}{15} - \frac{7}{15}$$

$$= \frac{34-7}{15}$$

$$= \frac{27}{15}$$

$$= \frac{9}{5}.$$

故答案为： $\frac{9}{5}$.

【点睛】 本题考查了分数的加减法：同分母的分数的加减运算是分母不变，分子相加减；异分母的分数的加减运算，利用通分转化为同分母的加减运算.

11. 在 $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{20}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{25}{100}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{75}{100}$ 中与 $\frac{18}{24}$ 大小相等的分数有_____个.

【答案】 3##三

【解析】

【分析】 本题考查了分数，解题的关键掌握分数的基本性质化简分数.

先化简分数，再根据分数大小比较的方法比较即可求解.

【详解】解： $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$, $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$, $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$, $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$, $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$,

$\therefore$ 与 $\frac{18}{24}$ 相等的分数有 $\frac{9}{12}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{75}{100}$, 共 3 个,

故答案为： 3.

12. 古代中国计量物体重量时 1 斤等于 16 两，那么当时的五斤十二两是_____斤.

【答案】 5.75

【解析】

【分析】 该题主要考查了整数的除法运算，解题的关键是把十二两转化为 $(12 \div 16)$ 斤；

【详解】 因为 1 斤等于 16 两，

所以五斤十二两 $= 5 + 12 \div 16 = 5.75$ 斤，

故答案为： 5.75 .

13. 如果 $A = 3 \times 3 \times a$, $B = 2 \times 3 \times a$, 且 A 、 B 的最小公倍数是 90, 那么 $a =$ _____.

【答案】 5

【解析】

【分析】本题考查了最小公倍数的求法，根据已知条件，找出 A 和 B 公有的质因数和各自独有的质因数，从而得到最小公倍数的表达式，再通过已知的最小公倍数列出方程并求解，得到 a 的值。

【详解】解：∵ A 、 B 的最小公倍数是 90，

由题意知， A 、 B 的最小公倍数是 $2 \times 3 \times 3 \times a = 90$ ，

解得 $a = 5$ ，

故答案为：5.

14. $\frac{5}{6}$ 中有 _____ 个 $\frac{1}{12}$.

【答案】10

【解析】

【分析】本题考查了分数除法的计算及应用，求一个数里面有几个另一个数，用除法计算即可。

【详解】解： $\frac{5}{6} \div \frac{1}{12} = \frac{5}{6} \times 12 = 10$ (个)，

∴ $\frac{5}{6}$ 中有 10 个 $\frac{1}{12}$ ，

故答案为：10.

15. 用 0，1，2 三个数字组成一个三位数，在这些三位数中，所有能同时被 2、5 整除的三位数有 _____ 个.

【答案】2

【解析】

【分析】本题主要考查了求公倍数，能同时被 2 和 5 整除的数的个位数字一定要为 0，据此求解即可。

【详解】解：能同时被 2 和 5 整除的数的个位数字一定要为 0，则满足题意的三位数有 120，210，共 2 个，故答案为：2.

16. $\frac{2}{5}$ 的分子加上 8，要使分数的大小不变，分母应加上 _____.

【答案】20

【解析】

【分析】本题考查了分数的基本性质，根据题意得出分子加上 8 后扩大了 5 倍，则分母也应扩大 5 倍，进而可求解，熟练掌握分数的基本性质是解题的关键。

【详解】解：分子加上 8，得： $8 + 2 = 10$ ，
则分子扩大了 5 倍，

要使分数的大小不变，则分母也要扩大 5 倍，

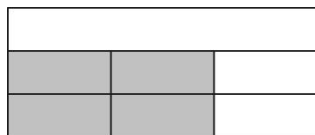
则分母变为： $5 \times 5 = 25$ ，

$25 - 5 = 20$ ，

则分母应加上 20，

故答案为：20.

17. 如图，把一个长方形三等分，取两份，再三等分，其中的两份占长方形的_____.



【答案】 $\frac{4}{9}$

【解析】

【分析】 根据过程得出长方形可被平均分为 9 份，再根据分数的意义得出结果.

【详解】 解：将长方形三等分，取两份，再三等分，

则长方形可被平均分为 9 份，

则其中的两份占长方形的 $\frac{4}{9}$ ，

故答案为： $\frac{4}{9}$.

【点睛】 本题考查了分数的意义，解题的关键是得出具体的份数.

18. 现有一张长为 30 厘米，宽为 24 厘米的长方形纸片，要把这张纸片裁成若干边长为整数、大小相同的小正方形，且没有剩余. 那么小正方形的边长最大是_____厘米.

【答案】 6

【解析】

【分析】 本题考查最大公因数的实际应用，求出 30 和 24 的最大公因数，即为小正方形的边长.

【详解】 解：把 30 和 24 分解质因数：

$30 = 5 \times 2 \times 3$ ，

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ ，

30 和 24 的最大公因数是 $2 \times 3 = 6$ ；

$\therefore$ 裁成的小正方形的边长最大是 6 厘米.

故答案为：6 .

19. 两个互素的合数，它们的最小公倍数是 126，则此两数分别是_____和_____.

【答案】 ①. 9 ②. 14

【解析】

【分析】根据题意，先把 126 分解质因数，进而把质因数重新组合，使它们相乘得出成互质数的两个合数得解.

【详解】解： $126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$ ；

所以这两个数可能是：1 和 126，2 和 63，3 和 42，6 和 21，7 和 18，9 和 14；

因为是两个互素的合数，进而确定这两个数只能是：9 和 14.

故答案为：9，14.

【点睛】本题考查了质数、合数的意义，以及分解质因数，解决此题要明确合数、互质数的意义，关键是先把 126 分解质因数，进而把质因数组合成互质数的两个合数.

20. 与 $4\frac{1}{26}$ 的乘积及与 $2\frac{17}{65}$ 的乘积都是正整数的最小分数是_____.

【答案】 $\frac{130}{21}$

【解析】

【分析】此题考查公倍数及公因数的确定，先将两个带分数化为假分数，再分别求出两个假分数分子的最大公因数和分母的最小公倍数，组合得到所求的最小分数

【详解】解： $4\frac{1}{26} = \frac{105}{26}$ ， $2\frac{17}{65} = \frac{147}{65}$ ，

因为 105 与 147 的最大公因数是 21，26 与 65 的最小公倍数是 130，

所以与 $4\frac{1}{26}$ 的乘积及与 $2\frac{17}{65}$ 的乘积都是正整数的最小分数是 $\frac{130}{21}$ ，

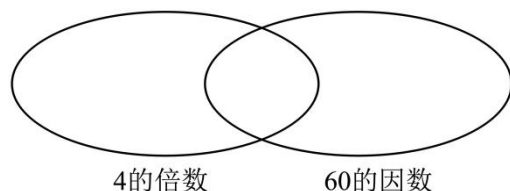
故答案为： $\frac{130}{21}$

三、简答题（本大题共有 5 题，分别是 6 分+6 分+6 分+8 分+8 分，满分 34 分）

21. 把下列各数填入指定的圈内（每个数只能用一次）.

1， 2， 3， 5， 12， 24， 30， 40， 52， 60， 100

既是 4 的倍数又是 60 的因数



【答案】见解析

【解析】

【分析】本题考查了因数与倍数；先分别确定 4 的倍数、60 的因数，再找出既是 4 的倍数又是 60 的因数的数，最后将数分类填入对应的圈内.

【详解】解：在给定的数中，能被4整除的数为4的倍数.

计算可得： $12 \div 4 = 3$ ， $24 \div 4 = 6$ ， $40 \div 4 = 10$ ， $52 \div 4 = 13$ ， $60 \div 4 = 15$ ， $100 \div 4 = 25$ ，因此4的倍数有12、24、40、52、60、100.

在给定的数中，能整除60的数为60的因数.

计算可得： $60 \div 1 = 60$ ， $60 \div 2 = 30$ ， $60 \div 3 = 20$ ， $60 \div 5 = 12$ ， $60 \div 12 = 5$ ， $60 \div 30 = 2$ ， $60 \div 60 = 1$ ，因此60的因数有1、2、3、5、12、30、60.

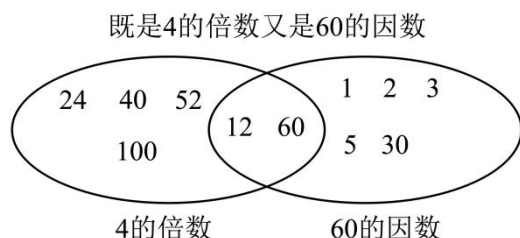
对比4的倍数和60的因数，共同存在的数为12、60.

仅属于4的倍数（非60的因数）：24、40、52、100；

仅属于60的因数（非4的倍数）：1、2、3、5、30；

既是4的倍数又是60的因数：12、60.

如图



22. 观察下图，回答下列问题：

$$\begin{array}{r|l} 2 & A \quad B \\ \hline 3 & \square \quad \square \\ 3 & 9 \quad \square \\ & \square \quad 2 \end{array}$$

- (1) 请在□内填写适当的数；
- (2) 根据短除法填空，并求出 $A = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (3) 写出 A 、 B 的最小公倍数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】(1) 见解析 (2) 54

(3) 108

【解析】

【分析】此题考查了短除法，最大公因数和最小公倍数的求解，解题的关键是熟练掌握最大公因数的求解方法.

- (1) 根据短除法求解即可；
- (2) 根据 (1) 中即可解答；
- (3) 由 (1) 即可解答.

【小问1详解】

解：根据短除法：

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 54 \ 36} \\ 3 \overline{) 27 \ 18} \quad \text{【小问 2 详解】} \\ 3 \overline{) 9 \ 6} \\ 3 \ 2 \end{array}$$

解：由 (1) 知 $A = 54$ ；

【小问 3 详解】

解：由 (1) 得： A 、 B 的最小公倍数是： $2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 108$ 。

23. 把下列每组中的分数通分，再比较大小：

(1) $\frac{11}{18}$ 和 $\frac{13}{21}$

(2) $\frac{9}{10}$, $\frac{21}{25}$, $\frac{5}{8}$

【答案】(1) $\frac{11}{18} < \frac{13}{21}$

(2) $\frac{9}{10} > \frac{21}{25} > \frac{5}{8}$

【解析】

【分析】(1) 18 和 21 的最小公倍数是 126，再通分比较分子即可；

(2) 10、25 和 8 的最小公倍数是 200，再通分比较分子即可。

【小问 1 详解】

解： $\frac{11}{18} = \frac{77}{126}$, $\frac{13}{21} = \frac{78}{126}$,

因为 $\frac{77}{126} < \frac{78}{126}$,

所以 $\frac{11}{18} < \frac{13}{21}$;

【小问 2 详解】

解： $\frac{9}{10} = \frac{180}{200}$, $\frac{21}{25} = \frac{168}{200}$, $\frac{5}{8} = \frac{125}{200}$

因为 $\frac{180}{200} > \frac{168}{200} > \frac{125}{200}$,

所以 $\frac{9}{10} > \frac{21}{25} > \frac{5}{8}$ 。

【点睛】本题考查分数的比较大小，找分母的最小公倍数再通分是关键。

24. (1) 求 42 和 63 最大公因数和最小公倍数；

(2) 计算： $5\frac{3}{7} + \left(3\frac{8}{15} + 4\frac{4}{7}\right)$ 。

【答案】(1) 42 和 63 的最大公因数是 21, 最小公倍数是 126; (2) $13\frac{8}{15}$

【解析】

【分析】本题考查了求最大公因数和最小公倍数, 分数的加法运算;

(1) 根据短除法求最大公因数和最小公倍数

(2) 根据分数的加法交换律和结合律进行计算即可求解.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 42 \ 63} \\ 7 \overline{) 14 \ 21} \\ 2 \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 7 \times 3 = 21, \quad 7 \times 3 \times 2 \times 3 = 126,$$

$\therefore$ 42 和 63 的最大公因数是 21, 最小公倍数是 126;

$$(2) \quad 5\frac{3}{7} + \left(3\frac{8}{15} + 4\frac{4}{7}\right)$$

$$= \left(5\frac{3}{7} + 4\frac{4}{7}\right) + 3\frac{8}{15}$$

$$= 13\frac{8}{15}$$

25. 计算:

$$(1) \quad 5\frac{11}{13} - \left(3\frac{1}{5} - 2\frac{2}{13}\right) - 1\frac{2}{5};$$

$$(2) \quad \frac{7}{9} \times 15 \div \frac{1}{3} \div \frac{1}{5}.$$

【答案】(1) $\frac{17}{5}$

(2) 175

【解析】

【分析】本题考查有理数的加减混合运算及乘除混合运算:

(1) 将带分数拆为整数+分数形式, 按照有理数加减法法则计算即可;

(2) 化除为乘, 按有理数乘法计算方法计算即可.

【小问 1 详解】

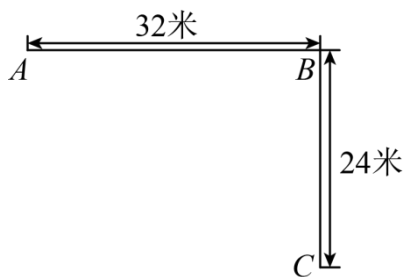
$$\text{解: 原式} = 5 + \frac{11}{13} - 3 - \frac{1}{5} + 2 + \frac{2}{13} - 1 - \frac{2}{5} = (5 - 3 + 2 - 1) + \left(\frac{11}{13} + \frac{2}{13}\right) - \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{5}\right) = 3 + 1 - \frac{3}{5} = \frac{20}{5} - \frac{3}{5} = \frac{17}{5};$$

【小问 2 详解】

解：原式 $= \frac{7}{9} \times 15 \times 3 \times 5 = 7 \times 5 \times 5 = 7 \times 25 = 175$.

四、简答题（本大题共有 2 题，分别是 8 分+8 分，满分 16 分）

26. 如图，街道 ABC 在点 B 处拐弯，在街道的一侧要等距离安装路灯，要求在点 A 、 B 、 C 处各安装一盏路灯，问最少要安装多少盏路灯？



【答案】 8

【解析】

【分析】 先求出 32 与 24 的最大公因数是 8，进一步即可得到答案.

【详解】 解： $\because 32 = 4 \times 8, 24 = 3 \times 8$,

$\therefore 32$ 与 24 的最大公因数是 8,

$\therefore$ 最少需要路灯数为： $4 + 3 + 1 = 8$ （盏），

答：最少要安装 8 盏路灯.

【点睛】 此题考查了最大公因数的应用，熟练掌握最大公因数的求法是解题的关键.

27. 六年级学生参加植树劳动，男生植树 160 棵，女生植树的棵数比男生植树的棵数的 $\frac{3}{4}$ 多 5 棵. 男生和女生一共植树多少棵？

【答案】 男生和女生一共植树 285 棵

【解析】

【分析】 女生种植的棵树=男生植树的棵数 $\times \frac{3}{4} + 5$ ，再加上男生种植的棵树即可.

【详解】 解： $160 \times \frac{3}{4} + 5 = 125$ （棵）

$160 + 125 = 285$ （棵）

答：男生和女生一共植树 285 棵.

【点睛】 本题考查分数乘法的应用，一个数的几分之几就是用这个数乘以几分之几.

五、阅读理解题（本大题共有 2 题，分别是 1 分+3 分，满分 4 分）

28. 分母是 24 的最简真分数有多少个？

分析：我们可以这样来思考，首先分母是 24 的真分数共有 $(24-1)$ 个，但题目要求的是最简真分数，因为 $24 = 2^3 \times 3$ ，所以要求的最简真分数的分子不能是 2 或 3 的倍数，即在 $1 \sim 23$ 中要去掉 2 的倍数 $[23 \div 2 = 11 \text{ 余 } 1]$ 11 个，3 的倍数 $[23 \div 3 = 7 \text{ 余 } 2]$ 7 个，但 6 既是 2 的倍数又是 3 的倍数，显然重复计算了，所以要加上 $[23 \div 6 = 3 \text{ 余 } 5]$ 3 个，因此所求最简真分数共有 $23 - 11 - 7 + 3 = 8$ 个。

请你根据上述方法和步骤解决如下问题：

分母是 117 的最简真分数有 _____ 个。（直接写出答案，不写过程）

【答案】 72

【解析】

【分析】 本题考查了最简真分数的概念，质因数分解及容斥原理，先确定分母是 117 的真分数个数，对 117 进行质因数分解，计算 1 到 116 中 3 的倍数的个数，再计算 1 到 116 中 13 的倍数的个数，再计算 1 到 116 中既是 3 又是 13 的倍数（即 39 的倍数）的个数，最后根据容斥原理计算最简真分数的个数即可。

【详解】 解：分母是 117 的真分数共有 $117 - 1 = 116$ （个），

$\because 117 = 3 \times 3 \times 13$,

$\therefore$ 要求的最简真分数的分子不能是 3 或 13 的倍数，

即在 $1 \sim 116$ 中 3 的倍数： $116 \div 3 = 38 \cdots 2$ ， 38 个，

13 的倍数： $116 \div 13 = 8 \cdots 12$ ， 8 个，

3、13 的公倍数： $116 \div 39 = 2 \cdots 38$ ， 2 个，

$\therefore$ 所求最简真分数共有 $116 - 38 - 8 + 2 = 72$ （个），

故答案为： 72.

29. 如何破译密码？梅陇中学六年级的学生就可以做到．请阅读以下材料，开始学习：为了确保信息安全，信息需要加密传输，发送方为由明文 $\xrightarrow{\text{加密}}$ 密文，接收方由密文 $\xrightarrow{\text{解密}}$ 明文．

1949 年美国数学家香农（*Shannon*）发表了《保密系统的通信理论》论文，建立了保密通信的数学原理，加密与解密才成为一种科学——密码学和密码分析学．

密码的使用对现代社会，尤其是军事信息安全传递是极其重要的，有一种密码的明文（真实文），其中的字母按计算机键盘顺序与 26 个自然数 1，2，3，……，25，26 对应（称为密码表，见下表），设明文的任一字母对应的自然数为 x ，通过某种规定的对应运算把 x 转化成为对应的自然数 x' ， x' 对应的字母为密文．

密码表

Q	W	E	R	T	Y	U	I	O	P	A	S	D
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>	<i>J</i>	<i>K</i>	<i>L</i>	<i>Z</i>	<i>X</i>	<i>C</i>	<i>V</i>	<i>B</i>	<i>N</i>	<i>M</i>
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

例如，有一种译文方法按照以下变换实现：

$x \rightarrow x'$ ，其中 x' 是 $(3x+2)$ 被 26 除所得的余数与 1 之和 $(1 \leq x \leq 26)$ 。

则 $x=1$ 时， $x'=6$ ，即明文 *Q* 译为密文 *Y*； $x=10$ 时， $x'=7$ ，即明文 *P* 译为密文 *U*。

现有某种变换，将明文字母对应的自然数 x 变换为密文字母对应的自然数 x' ： $x \rightarrow x'$ ， x' 是 $(3x+m)$ 被 26 除所得余数与 1 之和 $(1 \leq x \leq 26, 1 \leq m \leq 26)$ 。

已知运用此变换，明文 *H* 译为密文 *T*，则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

请用此变换，把明文 *SX*（“数学”的首字母简称）译为密文是字母 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

请用此变换，把密文 *MLXZ*（“梅陇学子”的首字母简称）译为明文是字母 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。（本题直接写出答案，不写过程）

【答案】 8；*LZ*；*VSRX*

【解析】

【分析】 本题考查了数的整除的应用，根据题意分析，分析 x, x' 对应的字母，结合已知条件求得对应关系式中的 m 的值，再根据对应关系分别把明文和密文进行转化，即可求解。

【详解】 解：明文 *H* 译为密文 *T*，即 $x=16$ 时， $x'=5$

$\therefore x'$ 是 $(3x+m)$ 被 26 除所得余数与 1 之和 $(1 \leq x \leq 26, 1 \leq m \leq 26)$ 。

$\therefore (3x+m)$ 被 26 除所得余数为 4

$\therefore (3 \times 16 + m - 4) \div 26 = k$ ，其中 k 为自然数，

$\therefore m = 26k - 44$

$\therefore 1 \leq m \leq 26$

$\therefore$ 当 $k=2$ 时， $m = 2 \times 26 - 44 = 8$

$\therefore$ 明文 *S*，对应的 $x=12$ ，

$\therefore x'$ 是 $(3x+8) = 3 \times 12 + 8 = 44$ 被 26 除所得余数与 1 之和，余数为： $44 - 26 \times 1 = 18$

$\therefore x' = 18 + 1 = 19$ 对应点密文为：*L*

$\therefore$ 明文 *X*，对应的 $x=21$ ，

$\therefore x'$ 是 $(3x+8) = 3 \times 21 + 8 = 71$ 被 26 除所得余数与 1 之和, 余数为: $71 - 26 \times 2 = 19$

$\therefore x' = 19 + 1 = 20$ 对应点密文为: Z

$\therefore$ 把明文 SX (“数学”的首字母简称) 译为密文是字母 LZ ;

密文 $MLXZ$ 分别对应的 $x' = 26, 19, 21, 20$

$\therefore 3x+8$ 被 26 除所得余数分别为 25, 18, 20, 19

当 $3x+8 = 26k+25$ 时, $k = \frac{3x-17}{26}$

$\therefore$ 其中 k 为自然数, 当 $k=1$ 时, $x = \frac{43}{3}$ (舍去)

当 $k=2$ 时, $x = 23$;

当 $3x+8 = 26k+18$ 时, $k = \frac{3x-10}{26}$

$\therefore$ 其中 k 为自然数, 当 $k=1$ 时, $x = 12$

当 $3x+8 = 26k+20$ 时, $k = \frac{3x-12}{26}$

$\therefore$ 其中 k 为自然数, 当 $k=0$ 时, $x = 4$

当 $3x+8 = 26k+19$ 时, $k = \frac{3x-11}{26}$

$\therefore$ 其中 k 为自然数, 当 $k=1$ 时, $x = \frac{37}{3}$ (舍去)

当 $k=2$ 时, $x = 21$,

综上所述, 当 $3x+8$ 被 26 除所得余数分别为 25, 18, 20, 19 时, $x = 23, 12, 4, 21$, 则明文为: $VSRX$

故答案为: 8; LZ ; $VSRX$.