

## 2024 年学年六年级上学期数学第二次阶段练习

(满分: 100 分 完卷时间: 60 分钟)

### 一、选择题 (每题 2 分, 共 12 分)

1. 在数  $4.19$ ,  $0$ ,  $29$ ,  $\frac{\pi}{3}$ ,  $-3\frac{1}{8}$ ,  $-0.010010001\cdots$ ,  $-0.232323\cdots$  中, 有理数有 ( )
- A. 3 个                      B. 4 个                      C. 5 个                      D. 6 个

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了有理数的分类, 解题的关键是熟练掌握整数和分数统称有理数.

根据有理数的定义进行判断即可.

【详解】解:  $4.19$  是有限小数, 属于分数, 是有理数,

$0$  是整数, 是有理数,

$29$  是正整数, 是有理数,

因为  $\pi$  是无限不循环小数, 所以  $\frac{\pi}{3}$  也是无限不循环小数, 不是有理数,

$-3\frac{1}{8}$  是负分数, 属于有理数,

$-0.010010001\cdots$ , 是无限不循环小数, 不是属于有理数,

$-0.232323\cdots$ , 是循环小数, 属于分数, 是有理数,

共 5 个,

故选: C.

2. 下列各对数中, 互为相反数的是 ( )

- A.  $-\left(\frac{2}{3}\right)^4$  与  $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$       B.  $2^3$  与  $-3^2$                       C.  $2^2$  与  $(-2)^2$                       D.  $(-2)^3$  与  $-2^3$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查相反数的定义, 有理数的乘方, 掌握知识点是解题的关键.

根据相反数的定义, 逐项分析判断即可.

【详解】解: A.  $\because -\left(\frac{2}{3}\right)^4 = -\frac{16}{81}$ ,  $\left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$ ,

$\therefore -\left(\frac{2}{3}\right)^4$  与  $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$  互为相反数, 符合题意;

B.  $\because 2^3 = 8, -3^2 = -9,$

$\therefore 2^3$  与  $-3^2$  不是相反数, 不符合题意;

C.  $\because 2^2 = 4, (-2)^2 = 4,$

$\therefore 2^2$  与  $(-2)^2$  不是相反数, 不符合题意;

D.  $\because (-2)^3 = -8, -2^3 = -8,$

$\therefore (-2)^3$  与  $-2^3$  不是相反数, 不符合题意.

故选 A.

3. 下列等式一定成立的是 ( )

A.  $\frac{11}{13} = \frac{11-2}{13+2}$

B.  $\frac{14}{29} = \frac{14m}{29m} (m \text{ 为自然数})$

C.  $\frac{1}{6} = \frac{1+2}{6+6}$

D.  $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \div 0.2}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据分数的性质逐项求解即可.

【详解】解: A.  $\because \frac{11-2}{13+2} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

$\therefore \frac{11}{13} \neq \frac{11-2}{13+2}$ , 故选项不成立;

B. 当  $m = 0$  时,  $\frac{14}{29} \neq \frac{14m}{29m}$ , 故选项不成立;

C.  $\because \frac{1+2}{6+6} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \neq \frac{1}{6}$

$\therefore \frac{1}{6} \neq \frac{1+2}{6+6}$ , 故选项不成立;

D.  $\frac{2 \times 5}{3 \div 0.2} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ , 选项成立.

故选: D.

【点睛】此题考查了分数的性质, 解题的关键是熟练掌握分数的性质. 分子分母同时乘以或除以一个不为零的数, 分数的值不变.

4. 下列说法中, 正确的是 ( )

A.  $-a$  表示的数一定是负数

B. 小数都是有理数

C. 有理数包括正有理数、零和负有理数

D. 两个数的差一定小于被减数

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了有理数，注意带负号的数不一定是负数.

【详解】解：A、 $a < 0$  时， $-a$  是正数，故 A 错误，不符合题意；

B、无限不循环小数是无理数，故 B 错误，不符合题意；

C、有理数包括正有理数、0、负有理数，故 C 正确，符合题意；

D、减数是负数时，差大于被减数，故 D 错误，不符合题意.

故选 C.

5. 若  $|x| = -x$ ，则  $x$  一定是 ( )

A. 负数

B. 负数或零

C. 零

D. 正数或零

【答案】B

【解析】

【分析】根据原式可知，一个数的绝对值是这个数的相反数，那么这个数一定是负数或者零.

【详解】可以通过举例子来证明，比如  $|-1| = 1 = -(-1)$ ,  $|0| = -0 = 0$ ，所以  $|x| = -x$  的解一定是负数或者零.

故答案是：B

【点睛】这里要掌握绝对值的解法，要知道一个数的绝对值等于它的相反数，那么这个数一定是负数或者零.

6. 计算  $(-2)^{11} + (-2)^{10}$  的值是 ( )

A. -2

B.  $(-2)^{21}$

C. 0

D.  $-2^{10}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了有理数的乘方，利用有理数的乘方的运算法则是解题的关键. 将  $(-2)^{11}$  写成  $-2 \times (-2)^{10}$  的形式进行计算即可.

【详解】解：原式  $= -2 \times (-2)^{10} + (-2)^{10}$

$$= (-2)^{10} \times (-2 + 1)$$

$$= (-2)^{10} \times (-1)$$

$$= -2^{10}.$$

故选：D.

## 二、填空题 (每题 2 分, 共 24 分)

7.  $-2\frac{1}{5}$  的倒数为\_\_\_\_\_, 相反数为\_\_\_\_\_.

【答案】 ①.  $-\frac{5}{11}$  ②.  $\frac{11}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查了相反数、倒数, 根据相反数、倒数的定义解答即可求得答案.

【详解】 解:  $-2\frac{1}{5}$  写成假分数是  $-\frac{11}{5}$ , 则它的倒数是  $-\frac{5}{11}$ , 相反数是  $\frac{5}{11}$ ,  
故答案为:  $-\frac{5}{11}$ ,  $\frac{11}{5}$ .

8. \_\_\_\_\_ 的绝对值是它本身, 平方后等于它本身的数是\_\_\_\_\_.

【答案】 ①. 非负数 (或 0 和正数) ②. 0, 1

【解析】

【分析】 本题主要考查绝对值, 有理数的乘方, 解题的关键是掌握有理数的乘方的定义和绝对值的性质. 根据绝对值的性质和平方的定义计算可得.

【详解】 解: 非负数的绝对值是它本身; 平方后等于它本身的数是 0 和 1,  
故答案为: 非负数, 0 和 1.

9. 将  $\frac{17}{6}$ 、2.833、 $2.8\dot{3}\dot{8}$  用 “<” 连接\_\_\_\_\_.

【答案】  $2.833 < \frac{17}{6} < 2.838$

【解析】

【分析】 首先将  $\frac{17}{6}$  转化成小数, 然后根据小数比较大小的方法求解即可.

【详解】  $\because \frac{17}{6} = 2.8\dot{3}$ ,  
 $\therefore 2.833 < \frac{17}{6} < 2.838$ .  
故答案为:  $2.833 < \frac{17}{6} < 2.838$ .

【点睛】 此题考查了将分数转化成小数, 比较小数大小的方法, 解题的关键是将  $\frac{17}{6}$  转化成小数.

10. 若数  $m = 2 \times 5 \times 7$ ,  $n = 2 \times 3 \times 7$ , 则  $m$  和  $n$  的最大公因数是\_\_\_\_\_, 最小公倍数是\_\_\_\_\_.

【答案】 ①. 14 ②. 210

【解析】

【分析】 根据最大公因数与最小公倍数的求法即可求解.

【详解】解：  $m = 2 \times 5 \times 7, n = 2 \times 3 \times 7$ ,

$\therefore m$  和  $n$  的最大公因数是  $2 \times 7 = 14$ ,

最小公倍数是  $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$ ,

故答案为：14, 210.

【点睛】本题考查了最大公因数与最小公倍数的求法，掌握最大公因数与最小公倍数的求法是解题的关键.

11. 如果  $\frac{5}{6} < \frac{(\quad)}{8} < \frac{23}{24}$ , 那么括号内可填入的自然数为\_\_\_\_\_.

【答案】7

【解析】

【分析】整理成同分母即可得出答案.

【详解】解：设括号里的自然数为  $a$ ,

$$\therefore \frac{5}{6} = \frac{20}{24}, \quad \frac{a}{8} = \frac{3a}{24},$$

$$\therefore \frac{5}{6} < \frac{(\quad)}{8} < \frac{23}{24} \text{ 即为 } \frac{20}{24} < \frac{3a}{24} < \frac{23}{24},$$

$$\therefore 20 < 3a < 23,$$

$$\text{则 } \frac{20}{3} < a < \frac{23}{3},$$

$$\therefore a = 7,$$

故答案为：7.

【点睛】本题考查了数的整除，通分，不等式的应用，灵活运用所学知识点是解本题的关键.

12. 在数轴上，到1.25的距离等于3个单位长度的点所表示的有理数是\_\_\_\_\_.

【答案】4.25 或 -1.75

【解析】

【分析】本题考查了数轴和有理数，解题的关键是掌握数轴知识和有理数的概念，利用数轴知识和有理数的概念解答.

【详解】解：在数轴上，到1.25的距离等于3个单位长度的点所表示的有理数是

$$1.25 - 3 = -1.75 \text{ 或 } 1.25 + 3 = 4.25.$$

故答案为：4.25 或 -1.75.

13. 若  $|a-4| + |b+5| = 0$ , 则  $a-b =$  \_\_\_\_\_.

【答案】9

【解析】

【分析】根据绝对值的非负性和非负数的性质得到  $a=4, b=-5$ ，代入  $a-b$  即可得到答案.

【详解】解：  $\because |a-4|+|b+5|=0, |a-4|\geq 0, |b+5|\geq 0,$

$$\therefore a-4=0, b+5=0,$$

$$\therefore a=4, b=-5,$$

$$\therefore a-b=4-(-5)=9,$$

故答案：9

【点睛】此题考查了绝对值的非负性、非负数的性质、代数式的值，准确求出  $a, b$  的值是解题的关键.

14. 若  $x+1$  的倒数的相反数是  $2\frac{2}{3}$ ，则  $x$  的绝对值是\_\_\_\_\_.

【答案】  $\frac{11}{8}$

【解析】

【分析】本题主要考查了倒数、相反数、绝对值的定义，解一元一次方程，解题的关键是根据相反数和倒数的定义建立方程；

先根据相反数和倒数的定义，逐步推出  $x+1$  的值，再解方程，最后计算绝对值.

【详解】解：  $2\frac{2}{3}$  的相反数是  $-2\frac{2}{3}$ ，  $-2\frac{2}{3}$  的倒数是  $-\frac{3}{8}$ .

$$x+1=-\frac{3}{8},$$

$$\text{解得： } x=-\frac{11}{8}$$

$$\left|-\frac{11}{8}\right|=\frac{11}{8}.$$

故答案为：  $\frac{11}{8}$ .

15. 一根 1 米长的木棒，第 1 次截去一半，第二次截去剩下部分的一半，如此截下去，第 8 次后剩下的木棒的长度是\_\_\_\_\_.

【答案】  $\frac{1}{256}$

【解析】

【分析】本题主要考查了数字类的规律探索，先计算出前四次截完后剩下的长度，进而得到规律第  $n$  次截

完后剩下  $\left(\frac{1}{2}\right)^n$  米，再代入  $n=8$  求解即可.

【详解】解：第一次截完后剩下  $1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  米，

第二次截完后剩下  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$  米，

第三次截完后剩下  $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$  米，

第四次截完后剩下  $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^4$  米，

……，

以此类推，第  $n$  次截完后剩下  $\left(\frac{1}{2}\right)^n$  米，

$\therefore$  第 8 次后剩下的木棒的长度为：  $\left(\frac{1}{2}\right)^8 = \frac{1}{256}$  米。

故答案为：  $\frac{1}{256}$  。

16. 如果最简分数  $\frac{9}{1+2x}$  是假分数，那么正整数  $x$  的所有可能取值为\_\_\_\_\_。

【答案】 2 或 3 或 2

【解析】

【分析】根据题意可得  $1+2x$  的值为 2, 4, 5, 7, 8, 然后根据  $x$  为正整数逐个求解即可。

【详解】  $\because$  最简分数  $\frac{9}{1+2x}$  是假分数

$\therefore 1+2x$  的值为 2, 4, 5, 7, 8

当  $x = \frac{1}{2}$  时，  $1+2x = 2$ ，不符合题意；

当  $x = \frac{3}{2}$  时，  $1+2x = 4$ ，不符合题意；

当  $x = 2$  时，  $1+2x = 5$ ，符合题意；

当  $x = 3$  时，  $1+2x = 7$ ，符合题意；

当  $x = \frac{7}{2}$  时，  $1+2x = 8$ ，不符合题意；

综上所述，正整数  $x$  的所有可能取值为 2 或 3。

故答案为： 2 或 3。

【点睛】此题考查了最简分数的概念，解题的关键是熟练掌握最简分数的概念。不能继续化简的分数称为最简分数。

17. 我们规定新运算“ $\nabla$ ”： $a\nabla b = 2a - \frac{1}{b}$ ，例如： $1\nabla 3 = 2 \times 1 - \frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}$ ，那么  $\frac{3}{4}\nabla\frac{5}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

【答案】  $\frac{3}{10}$

【解析】

【分析】根据新运算“ $\nabla$ ”的运算法则将  $\frac{3}{4}$  和  $\frac{5}{6}$  代入列出算式求解即可.

【详解】 $\because a\nabla b = 2a - \frac{1}{b}$

$$\therefore \frac{3}{4}\nabla\frac{5}{6} = 2 \times \frac{3}{4} - \frac{6}{5} = \frac{3}{2} - \frac{6}{5} = \frac{3}{10}.$$

故答案为： $\frac{3}{10}$ .

【点睛】此题考查了分数的混合运算，解题的关键是熟练掌握分数的混合运算法则.

18. 我们平常用的数是十进制数，如  $2639 = 2 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 9 \times 10^0$ ，表示十进制的数要用 10 个数码（又叫数字）：0，1，2，3，4，5，6，7，8，9 在电子数字计算机中用的是二进制，只要两个数码：0 和 1. 如二进制中  $101 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$  等于十进制的数 5，

$10111 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$  等于十进制中的数 23，那么二进制中的 1011 等于十进制的数                     .

【答案】 11

【解析】

【分析】本题考查了含乘方的有理数的混合运算，弄清题中的转换方法是解本题的关键. 根据题意得出二进制与十进制的转换方法，计算即可得到结果.

【详解】解：二进制数 1011 等于十进制的数为  $1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 11$ ,

故答案为：11.

### 三、简答题（19 题 6 分，20 题 5 分）

19. 在数轴上标出下列各数所对应的点，再用“ $<$ ”把它们连接起来.

(1)  $2\frac{3}{4}$ ；(2)  $-2.5$ ；(3) 3 的相反数；(4) 绝对值等于 1 的数.

【答案】见解析， $-3 < -2.5 < -1 < 1 < 2\frac{3}{4}$

【解析】

【分析】先根据相反数和绝对值的意义得出题目中的数，再根据数轴特点标出各数，最后根据数轴上的点表示的数左边的比右边的小求解.

【详解】解：3 的相反数是  $-3$ ，绝对值等于 1 的数是  $\pm 1$ ,

在数轴上标出各数如图：



用“<”把它们连接起来为： $-3 < -2.5 < -1 < 1 < 2\frac{3}{4}$ .

【点睛】本题考查了相反数和绝对值的意义，利用数轴比较有理数大小，熟知数轴上的点表示的数右边的总比左边的大是解题的关键.

20. 如果有理数  $a$ ， $b$ ， $c$  在数轴上的位置如图所示，求  $|a+b| - |b-1| - |a-c| - |1-c|$  的值.



【答案】-2

【解析】

【分析】根据数轴上点的位置判断出绝对值里边式子的正负，利用绝对值的代数意义化简，去括号合并即可得到结果.

【详解】解：根据题意得： $a < b < 0 < c < 1$ ，且  $|c| < |b| < |a|$ ，

$\therefore a+b < 0$ ， $b-1 < 0$ ， $a-c < 0$ ， $1-c > 0$ ，

则原式  $= -a-b+b-1+a-c-1+c = -2$ .

【点睛】此题考查了整式的加减，数轴，以及绝对值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

21. 计算（能巧算的要巧算）

(1) 计算： $9\frac{1}{4} + 2\frac{3}{5} - 8\frac{1}{8}$

(2) 解方程： $3x + 2\frac{1}{8} = 0.875 - (-1)$

(3) 计算： $\left(-2\frac{2}{3}\right) \times \frac{15}{16} \div (-1.5)$

(4) 计算： $(-3)^2 - \left(1\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{2}{9} - 6 \div \left|-\frac{2}{3}\right|^3$

(5) 计算： $\left(-\frac{4}{29}\right) \times \frac{6}{5} + \frac{4}{29} \times (-4) - \frac{3}{5} \times \frac{4}{29}$

【答案】(1)  $3\frac{29}{40}$

(2)  $x = -\frac{1}{12}$

(3)  $\frac{5}{3}$

(4)  $-12$

(5)  $-\frac{4}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查数的混合运算，解方程，乘法分配律，乘方，绝对值，掌握知识点是解题的关键.

(1) 根据加减法法则进行计算即可；

(2) 根据解方程的步骤，逐步计算即可；

(3) 根据乘除法运算法则进行计算即可；

(4) 先算乘方与绝对值，再算乘除，最后算加减即可；

(5) 根据乘法分配律进行计算即可.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & 9\frac{1}{4} + 2\frac{3}{5} - 8\frac{1}{8} \\ &= 9\frac{2}{8} - 8\frac{1}{8} + 2\frac{3}{5} \\ &= 1\frac{1}{8} + 2\frac{3}{5} \\ &= 1\frac{5}{40} + 2\frac{24}{40} \\ &= 3\frac{29}{40}.\end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned}3x + 2\frac{1}{8} &= 0.875 + 1 \\ 3x &= 1.875 - 2.125 \\ 3x &= -\frac{1}{4} \\ x &= -\frac{1}{4} \div 3 = -\frac{1}{12}\end{aligned}$$

【小问 3 详解】

$$\begin{aligned}& \left(-2\frac{2}{3}\right) \times \frac{15}{16} \div (-1.5) \\ &= \left(-\frac{8}{3}\right) \times \frac{15}{16} \times \left(-\frac{2}{3}\right) \\ &= \frac{5}{3}.\end{aligned}$$

【小问 4 详解】

$$\begin{aligned}
& (-3)^2 - \left(1\frac{1}{2}\right)^3 \times \frac{2}{9} - 6 \div \left|-\frac{2}{3}\right|^3 \\
&= 9 - \left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \frac{2}{9} - 6 \div \left(\frac{2}{3}\right)^3 \\
&= 9 - \frac{27}{8} \times \frac{2}{9} - 6 \times \frac{27}{8} \\
&= 9 - \frac{3}{4} - \frac{81}{4} \\
&= -12
\end{aligned}$$

【小问 5 详解】

$$\begin{aligned}
& \left(-\frac{4}{29}\right) \times \frac{6}{5} + \frac{4}{29} \times (-4) - \frac{3}{5} \times \frac{4}{29} \\
&= -\frac{4}{29} \times \left(\frac{6}{5} + 4 + \frac{3}{5}\right) \\
&= -\frac{4}{29} \times \frac{29}{5} \\
&= -\frac{4}{5}.
\end{aligned}$$

#### 四、解答题 (6+7+7+8, 共 28 分)

22. 从运动场的一端到另一端全长 100 米, 从一端起到另一端止每隔 4 米插一面小红旗. 现在要改成每隔 5 米插一面小红旗, 有多少面小红旗不用移动?

【答案】有 6 面小红旗不用移动

【解析】

【分析】分析题意可得, 不动的小旗地点应该是 4 和 5 的公倍数所在的位置, 找出 100 以内有几个 4 和 5 的公倍数, 然后加上 1 即可.

【详解】解: 5 和 4 的最小公倍数是 20,

$$\therefore 100 \div 20 + 1$$

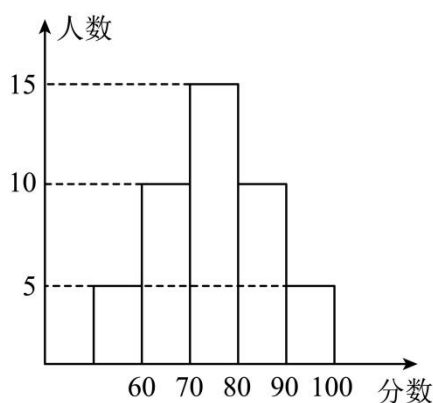
$$= 5 + 1$$

$$= 6 \text{ (面)}$$

答: 有 6 面小红旗不用移动.

【点睛】题目主要考查最小公倍数的应用, 明确不动的小旗即 4 和 5 的公倍数所在的位置, 是解答此题的关键; 应注意, 最后要加上第一面旗子.

23. 六年级某班的一次数学测验的统计表如图所示. 仔细观察后回答下列问题:



(每个分数段包括最低分, 不包括最高分)

(1) 成绩在 80~90 分的同学人数是成绩在 70~80 分的同学人数的几分之几?

(2) 成绩在 80 分及 80 以上的同学人数是全班人数的几分之几?

【答案】 (1)  $\frac{2}{3}$

(2)  $\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】 (1) 根据统计表可知成绩在 80~90 分的同学人数是 10 人, 成绩在 70~80 分的同学人数是 15 人, 再根据分数与除法的关系求解即可;

(2) 根据统计表可求出成绩在 80 分及 80 以上的同学人数是 15 人, 全班人数是 45 人, 再根据分数与除法的关系求解即可.

【小问 1 详解】

由统计表可知成绩在 80~90 分的同学人数是 10 人, 成绩在 70~80 分的同学人数是 15 人,

$\therefore$  成绩在 80~90 分的同学人数是成绩在 70~80 分的同学人数的  $10 \div 15 = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ ;

【小问 2 详解】

由统计表可知成绩在 80 分及 80 以上的同学人数是  $10 + 5 = 15$  人, 全班人数是  $5 + 10 + 15 + 10 + 5 = 45$  人,

$\therefore$  成绩在 80 分及 80 以上的同学人数是全班人数的  $15 \div 45 = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$ .

【点睛】 本题考查分数与除法. 理解题意正确列出算式是解题关键.

24. 最近几年时间, 全球的新能源汽车发展迅猛, 尤其对于我国来说, 新能源汽车产量、销量都大幅增加, 小海家新购置了一辆新能源汽车, 他连续七天记录了每天行驶的路程 (如表). 以 50 km 为标准, 多于 50 km 的用正数表示, 不足 50 km 的用负数表示, 刚好 50 km 的记为 0.

|    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 时间 | 第一 | 第二 | 第三 | 第四 | 第五 | 第六 | 第七 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|

|           |    |     |     |   |     |     |     |
|-----------|----|-----|-----|---|-----|-----|-----|
|           | 天  | 天   | 天   | 天 | 天   | 天   | 天   |
| 路程<br>/km | -8 | -12 | -16 | 0 | +22 | +31 | +33 |

(1) 小海家的新能源汽车这七天一共行驶了多少千米？

(2) 小海家原汽油车每行驶 100 km 需用汽油 6.5 L，汽油价 7.8 元 / 升，而此辆新能源汽车每行驶 100 km 耗电量为 15 千瓦时，平均充电费用为每千瓦时 1.1 元. 小海家换成新能源汽车后，这七天的行驶费用比原来节省多少元？

**【答案】** (1) 400 千米

(2) 136.8 元

**【解析】**

**【分析】** 本题主要考查了正负数意义，以及有理数计算在实际问题中的应用，理解题意根据题目描述数量间的表达含义，进行有理数的四则运算，计算出问题中的目标量是解题关键，

(1) 理解正负数的表示含义，即正数表示多于标准的路程数，例如第五天路程表示为 +22，即实际行驶了  $50 + 22 = 72$  千米，负数表示少于标准的路程数，例如第一天路程表示为 -8，即实际行驶了  $50 - 8 = 42$  千米；

(2) 利用七天行驶的总路程数，求出每百千米的耗油和耗电量，然后，乘以对应的每升油价和每千瓦时电价，计算出汽油车与新能源汽车七天的行驶费用，最后相减即可计算出结果.

**【小问 1 详解】**

解： 设： 总路程为 S， 则依据题意可知，

小海家的新能源汽车这七天每天行驶的路程如下：

-8, -12, -16, 0, +22, +31, +33

由于行驶路程以 50 km 为标准，

$$S = 7 \times 50 + (-8 - 12 - 16 + 0 + 22 + 31 + 33) = 400 \text{ (千米)}$$

答： 小海家的新能源汽车这七天一共行驶了 400 千米.

**【小问 2 详解】**

设： 汽油车和新能源车行驶七天的费用分别为  $w_{\text{汽}}$  和  $w_{\text{新}}$ ，

依据题意可知，

$$w_{\text{汽}} = 400 \div 100 \times 6.5 \times 7.8 = 202.8 \text{ (元)}$$

$$w_{\text{新}} = 400 \div 100 \times 15 \times 1.1 = 66 \text{ (元)}$$

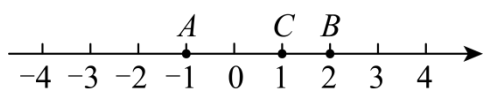
节省的费用为,

$$w_{\text{汽}} - w_{\text{新}} = 202.8 - 66 = 136.8 \text{ (元)}$$

答: 这七天的行驶费用比原来节省了136.8元.

25. 阅读理解, 完成下列各题:

定义: 已知  $A$ 、 $B$ 、 $C$  为数轴上任意三点, 如果点  $C$  到点  $A$  的距离是它到点  $B$  距离的 2 倍, 那么称点  $C$  是  $[A, B]$  的 2 倍点.



(1) 如图, 点  $A$  表示的数为  $-1$ , 点  $B$  表示的数为  $2$ , 点  $C$  表示的数为  $1$ . 点  $C$  到点  $A$  的距离是  $2$ , 到点  $B$  的距离是  $1$ .

$\therefore$  点  $C$  到点  $A$  的距离是它到点  $B$  距离的  $2$  倍,

$\therefore$  点  $C$  是  $[A, B]$  的  $2$  倍点.

①如果点  $D$  表示的数为  $0$ , 点  $D$  到点  $A$  的距离是\_\_\_\_, 点  $D$  到点  $B$  的距离是\_\_\_\_

$\therefore$  \_\_\_\_\_  $\therefore$  点  $D$  是  $[B, A]$  的  $2$  倍点

②如果点  $D$  表示的数为  $5$ , 那么点  $A$  是 [\_\_\_\_, \_\_\_\_] 的  $2$  倍点:

(2)  $M$ 、 $N$  为数轴上两点, 点  $M$  表示的数是  $-2$ , 点  $N$  表示的数是  $4$ . 若点  $P$  在  $M$ 、 $N$  之间, 问: 当点  $P$  表示的数为何值时, 点  $P$ 、 $M$ 、 $N$  中恰有一个点为其余两点的  $2$  倍点? 请仿照例句格式, 完成说明: 例句: 当点  $P$  表示的数为  $2$  时, 点  $P$  是  $[M, N]$  的  $2$  倍点.

**【答案】** (1) ①  $1$ ,  $2$ , 点  $D$  到点  $B$  的距离是它到点  $A$  距离的  $2$  倍 ②  $D$ ,  $B$

(2) 当点  $P$  表示的数为  $2$  时, 点  $P$  是  $[M, N]$  的  $2$  倍点. 点  $P$  表示的数为  $0$  时, 点  $P$  是  $[N, M]$  的  $2$  倍点, 点  $P$  表示的数为  $1$  时, 点  $M$  是  $[N, P]$  的  $2$  倍点或点  $N$  是  $[M, P]$  的  $2$  倍点, 说明见解析.

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了数轴及“ $2$  倍点”的定义及应用, 解题的关键是根据“ $2$  倍点”的定义, 分情况讨论点的位置关系, 结合绝对值的几何意义列方程求解.

(1) ①根据数轴上两点间距离公式, 计算点  $D$  到  $A$ 、 $B$  的距离, 再依据“ $2$  倍点”定义判断. ②计算点  $A$

到  $D$ 、 $B$  的距离, 根据“2 倍点”定义确定.

(2) 设点  $P$  表示的数为  $x$ , 分点  $P$  是  $[M, N]$  或  $[N, M]$  的 2 倍点、点  $M$  是  $[N, P]$  的 2 倍点、点  $N$  是  $[M, P]$  的 2 倍点这几种情况, 结合“2 倍点”定义列方程求解.

【小问 1 详解】

解: 点  $D$  表示的数为 0, 点  $A$  表示的数为  $-1$ , 则点  $D$  到点  $A$  的距离是  $|0 - (-1)| = 1$ ; 点  $B$  表示的数为 2,

点  $D$  到点  $B$  的距离是  $|0 - 2| = 2$ .

$\therefore$  点  $D$  到点  $B$  的距离是它到点  $A$  距离的 2 倍,

$\therefore$  点  $D$  是  $[B, A]$  的 2 倍点.

故答案为: 1, 2, 点  $D$  到点  $B$  的距离是它到点  $A$  距离的 2 倍;

②点  $A$  表示的数为  $-1$ , 点  $D$  表示的数为 5, 点  $B$  表示的数为 2.

点  $A$  到点  $D$  的距离是  $|-1 - 5| = 6$ , 点  $A$  到点  $B$  的距离是  $|-1 - 2| = 3$ ,

$\therefore$  点  $A$  到点  $D$  的距离是它到点  $B$  距离的 2 倍,

$\therefore$  点  $A$  是  $[D, B]$  的 2 倍点.

故答案为:  $D$ ,  $B$ ;

【小问 2 详解】

设点  $P$  表示的数为  $x$ , 点  $M$  表示的数为  $-2$ , 点  $N$  表示的数为 4, 分以下几种情况讨论:

情况一: 点  $P$  是  $[M, N]$  的 2 倍点

根据定义,  $|x - (-2)| = 2|x - 4|$ , 即  $|x + 2| = 2|x - 4|$ .

当  $x + 2 = 2(4 - x)$  时,

展开得  $x + 2 = 8 - 2x$ ,

移项可得  $x + 2x = 8 - 2$ , 即  $3x = 6$ ,

解得  $x = 2$ .

- 当  $x + 2 = -2(4 - x)$  时, 展开得  $x + 2 = -8 + 2x$ , 移项可得  $2 + 8 = 2x - x$ , 即  $x = 10$ . 但因为点  $P$  在  $M$ 、 $N$  之间  $(-2 < x < 4)$ , 所以  $x = 10$  舍去.

所以当  $x = 2$  时, 点  $P$  是  $[M, N]$  的 2 倍点.

情况二: 点  $P$  是  $[N, M]$  的 2 倍点

根据定义,  $|x-4|=2|x-(-2)|$ , 即  $|x-4|=2|x+2|$ .

当  $4-x=2(x+2)$  时,

展开得  $4-x=2x+4$ ,

移项可得  $-x-2x=4-4$ , 即  $-3x=0$ ,

解得  $x=0$ .

当  $4-x=-2(x+2)$  时,

展开得  $4-x=-2x-4$ ,

移项可得  $-x+2x=-4-4$ , 即  $x=-8$ .

因为点  $P$  在  $M$ 、 $N$  之间  $(-2 < x < 4)$ ,

所以  $x=-8$  舍去.

所以当  $x=0$  时, 点  $P$  是  $[N, M]$  的 2 倍点.

情况三: 点  $M$  是  $[N, P]$  的 2 倍点,

根据定义,  $|-2-4|=2|-2-x|$ , 即  $6=2|x+2|$ , 化简得  $|x+2|=3$ .

当  $x+2=3$  时,

解得  $x=1$ .

当  $x+2=-3$  时,

解得  $x=-5$ .

因为点  $P$  在  $M$ 、 $N$  之间  $(-2 < x < 4)$ ,

所以  $x=-5$  舍去.

此时, 点  $M$  到  $N$  的距离是 6, 点  $M$  到  $P(x=1)$  的距离是  $|-2-1|=3$ ,  $6=2 \times 3$ ,

所以点  $M$  是  $[N, P]$  的 2 倍点.

情况四: 点  $N$  是  $[M, P]$  的 2 倍点,

根据定义,  $|4-(-2)|=2|4-x|$ , 即  $6=2|4-x|$ ,

化简得  $|4-x|=3$ .

当  $4-x=3$  时,

解得  $x=1$ .

当  $4-x=-3$  时,

解得  $x=7$ .

因为点  $P$  在  $M$ 、 $N$  之间  $(-2 < x < 4)$ ,

所以  $x=7$  舍去.

此时, 点  $N$  到  $M$  的距离是 6, 点  $N$  到  $P(x=1)$  的距离是  $|4-1|=3$ ,  $6=2 \times 3$ ,

所以点  $N$  是  $[M, P]$  的 2 倍点.

综上, 点  $P$  表示的数为 2 时, 点  $P$  是  $[M, N]$  的 2 倍点. 点  $P$  表示的数为 0 时, 点  $P$  是  $[N, M]$  的 2 倍点,

点  $P$  表示的数为 1 时, 点  $M$  是  $[N, P]$  的 2 倍点或点  $N$  是  $[M, P]$  的 2 倍点.

### 附加题 (10 分)

26. 计算:  $1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{15} + 3\frac{1}{35} + 4\frac{1}{63} + 5\frac{1}{99} + 6\frac{1}{143}$

【答案】  $21\frac{6}{13}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分数混合运算, 解题的关键是将带分数拆分为整数与分数部分, 对分数部分运用裂项相消法简化计算.

将带分数拆分为整数部分和分数部分, 分别计算, 分数部分用裂项相消法求和.

【详解】 解:  $1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{15} + 3\frac{1}{35} + 4\frac{1}{63} + 5\frac{1}{99} + 6\frac{1}{143}$

$$= (1+2+3+4+5+6) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99} + \frac{1}{143}\right)$$
$$= 21 + \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9}\right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{11}\right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{13}\right)$$
$$= 21 + \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{13}\right)$$
$$= 21 + \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{13}\right)$$
$$= 21 + \frac{1}{2} \times \frac{12}{13}$$
$$= 21\frac{6}{13}.$$

27. 计算:  $9\frac{1}{3}+8\frac{1}{3^2}+7\frac{1}{3^3}+6\frac{1}{3^4}+5\frac{1}{3^5}+4\frac{1}{3^6}+3\frac{1}{3^7}+2\frac{1}{3^8}+1\frac{1}{3^9}$

【答案】  $\frac{91}{2}-\frac{1}{2\times 3^9}$

【解析】

【分析】 本题考查有理数的混合运算，令  $S=\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}+\frac{1}{3^5}+\frac{1}{3^6}+\frac{1}{3^7}+\frac{1}{3^8}+\frac{1}{3^9}$ ，则  $3S=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}+\frac{1}{3^5}+\frac{1}{3^6}+\frac{1}{3^7}+\frac{1}{3^8}$ ，两式相减求出  $S$  的值，将  $9\frac{1}{3}+8\frac{1}{3^2}+7\frac{1}{3^3}+6\frac{1}{3^4}+5\frac{1}{3^5}+4\frac{1}{3^6}+3\frac{1}{3^7}+2\frac{1}{3^8}+1\frac{1}{3^9}$  转化为  $1+2+3+\cdots+9+S$ ，进行求解即可.

【详解】 解: 令  $S=\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}+\frac{1}{3^5}+\frac{1}{3^6}+\frac{1}{3^7}+\frac{1}{3^8}+\frac{1}{3^9}$ ,

则:  $3S=1+\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}+\frac{1}{3^5}+\frac{1}{3^6}+\frac{1}{3^7}+\frac{1}{3^8}$ ,

$$\therefore 3S-S=1-\frac{1}{3^9},$$

$$\therefore S=\frac{1}{2}-\frac{1}{2\times 3^9},$$

$$\therefore 9\frac{1}{3}+8\frac{1}{3^2}+7\frac{1}{3^3}+6\frac{1}{3^4}+5\frac{1}{3^5}+4\frac{1}{3^6}+3\frac{1}{3^7}+2\frac{1}{3^8}+1\frac{1}{3^9}$$

$$=9+\frac{1}{3}+8+\frac{1}{3^2}+7+\frac{1}{3^3}+6+\frac{1}{3^4}+5+\frac{1}{3^5}+4+\frac{1}{3^6}+3+\frac{1}{3^7}+2+\frac{1}{3^8}+1+\frac{1}{3^9}$$

$$=1+2+3+\cdots+9+S$$

$$=\frac{90}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2\times 3^9}$$

$$=\frac{91}{2}-\frac{1}{2\times 3^9}.$$