

2024 学年第一学期正达外国语学校

六年级数学 10 月素养评价

(本试卷满分: 100 分 答题时长: 90 分钟)

答题注意: 所有答案务必填写在答题纸上, 做在试卷上不予评分

一、选择题 (每题 3 分, 共 18 分)

1. 下列说法中正确的是 ()

A. 任何正整数的因数至少有两个

B. 1 是所有正整数的因数

C. 一个整数的倍数总比它的因数大

D. 一个整数的因数总比它本身小

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查有理数的乘法, 理解有理数乘法法则和因数定义是解答的关键. 根据乘法法则和因数定义逐项判断即可.

【详解】解: A、1 的因数只有一个 1, 故该选项说法错误, 不符合题意;

B、1 是所有正整数的因数, 故该选项说法正确, 符合题意;

C、一个整数的最小倍数是它本身, 故该选项说法错误, 不符合题意;

D、一个整数的最大因数是它本身, 故该选项说法错误, 不符合题意;

故选: B.

2. $\frac{3}{5}$ 的分子增加 6, 要使分数的大小不变, 它的分母应该 ()

A. 增加 6

B. 增加 15

C. 增加 10

D. 增加 15

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查分数的基本性质、有理数的加法和乘法, 根据分数的分子、分母同时乘或除以相同的数 (0 除外), 分数的大小不变求解即可.

【详解】解: 由 $\frac{3}{5}$ 的分子增加 6, 得现在的分数的分子是 $3+6=9$, 扩大到了 3 倍,

要使分数的大小不变, 则现在的分数的分母应为 $3 \times 5 = 15$,

所以分母应增加 $15 - 5 = 10$,

故选: C.

3. 甲、乙两人录入同一篇文章, 如果甲用了 $\frac{16}{17}$ 小时, 乙用了 $\frac{8}{9}$ 小时, 那么甲、乙的打字速度 ()

A. 甲快

B. 乙快

C. 一样快

D. 无法比较

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查分数的除法应用，设该篇文章为单位“1”，根据题意求得甲、乙的打字速度即可求解.

【详解】解：由题意，

$$\text{甲的打字速度为每小时 } 1 \div \frac{16}{17} = \frac{17}{16},$$

$$\text{乙的打字速度为每小时 } 1 \div \frac{8}{9} = \frac{9}{8},$$

$$\because \frac{17}{16} < \frac{9}{8} = \frac{18}{16},$$

$\therefore$ 乙的打字速度快，

故选：B.

4. 下列语句中错误的有（ ）

① -1 是最大的负有理数；

② 在数轴上到原点的距离为 3 的点表示的数是 3；

③ 有绝对值最小的有理数；

④ 绝对值是本身的数是正数；

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查有理数的分类、数轴上两点之间的距离、绝对值、有理数的大小比较，根据相关知识逐个判断即可.

【详解】解：① -1 是最大的负整数，没有最大的负有理数，故①错误；

② 在数轴上到原点的距离为 3 的点表示的数是 3 和 -3，故②错误；

③ 有绝对值最小的有理数，是 0，故③正确，

④ 绝对值是本身的数是正数和 0，故④错误，

故语句中错误有 3 个，

故选：C.

5. 下列运算正确的是（ ）

A. $15 \times \frac{2}{3} + (-12) \times \frac{2}{3} = -18$

B. $\left(-72\frac{8}{9}\right) \div 8 = -9\frac{1}{9}$

$$C. \left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times 0 = \frac{1}{6}$$

$$D. 4 \div \left(2 - \frac{1}{2}\right) = -6$$

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了有理数的乘法运算律，有理数的除法计算，有理数四则运算，熟知相关计算法则解题的关键.

【详解】解：A、 $15 \times \frac{2}{3} + (-12) \times \frac{2}{3} = 10 - 8 = 2$ ，原式计算错误，不符合题意；

B、 $\left(-72\frac{8}{9}\right) \div 8 = -72 \div 8 + \left(-\frac{8}{9}\right) \div 8 = -9 - \frac{1}{9} = -9\frac{1}{9}$ ，原式计算正确，符合题意；

C、 $\left(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times 0 = 0$ ，原式计算错误，不符合题意；

D、 $4 \div \left(2 - \frac{1}{2}\right) = 4 \div \frac{3}{2} = \frac{8}{3}$ ，原式计算错误，不符合题意；

故选 B.

6. 规定： $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，例如 $[0.6] = 0$ ， $[-4.7] = -5$ ；则 $[-6.2]$ 和 $[3.9]$ 所表示的点在数轴上的距离为（ ）

A. 4

B. 9

C. 10

D. 11

【答案】C

【解析】

【分析】此题考查了数轴上两点间的距离，有理数与新定义的结合. 先计算出 $[-6.2]$ 和 $[3.9]$ 数值，然后运用数轴上两点间的距离公式计算是解此题的关键.

【详解】解： $\because [-6.2] = -7$ ， $[3.9] = 3$ ，

$\therefore$ 表示的点在数轴上的距离为 $|-7 - 3| = 10$ ，

故选 C.

二、填空题（每题 2 分，共 24 分）

7. 分解素因数： $60 =$ _____.

【答案】 $2 \times 2 \times 3 \times 5$

【解析】

【详解】试题解析： $60 = 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 15 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$.

8. 计算： $\left(-2\frac{5}{6}\right) + 1\frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $-1\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】根据有理数加法法则计算即可.

【详解】解：原式 $= -\left(2\frac{5}{6} - 1\frac{1}{2}\right)$
 $= -1\frac{1}{3}$.

【点睛】本题考查有理数加法，熟练掌握有理数加法法则是解题的关键.

9. 比较大小： $-\frac{22}{7}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $-\frac{10}{3}$ (填“<”或“>”或“=”).

【答案】 >

【解析】

【分析】根据比较两个负数的方法，先比较两个数的绝对值的大小，绝对值小的数较大，即可得出答案.

【详解】解： $\because \left|-\frac{22}{7}\right| = \frac{22}{7} = \frac{66}{21}$, $\left|-\frac{10}{3}\right| = \frac{10}{3} = \frac{70}{21}$,
又 $\frac{66}{21} < \frac{70}{21}$,
 $\therefore -\frac{22}{7} > -\frac{10}{3}$.

故答案为： >.

【点睛】本题主要考查了有理数的大小，掌握相关知识并熟练使用，同时注意在解题过程中需注意的问题，准确计算.

10. 如果 m, n 互为相反数，那么 $|m+n-2023| = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 2023

【解析】

【分析】利用相反数的定义，绝对值的定义，有理数的加法计算即可.

【详解】解： $\because m, n$ 互为相反数，

$\therefore m+n=0$,

$\therefore |m+n-2023|$

$$=|0-2023|$$

$$=2023.$$

故答案为：2023.

【点睛】本题考查了相反数的定义，绝对值的定义，有理数的加法，解题的关键是掌握相反数的定义，绝对值的定义，有理数的加法.

11. 数轴上与表示数 1 的点的距离为 8 个单位长度的点所表示的数是_____.

【答案】9 或 -7.

【解析】

【分析】所求的点可能在数轴上表示 1 的点右边，也可能在左边，因此有两种结果，即 $1+8=9$ 或 $1-8=-7$.

【详解】解：所求的点可能在表示 1 的点右边，也可能在左边，因此有两种结果，即 $1+8=9$ 或 $1-8=-7$.
故答案为：9 或 -7.

【点睛】本题考查了数轴上点的问题，掌握数轴上点的性质是解题的关键.

12. 在 1、4、5、8 四个数中，互素的有_____对.

【答案】5

【解析】

【分析】根据互素的概念求解即可.

【详解】解：1 和 4，1 和 5，1 和 8，4 和 5，5 和 8 互素，共有 5 对，
故答案为：5.

【点睛】此题考查了互素的概念，解题的关键是熟练掌握互素的概念.

13. 在 $41\square\square$ 这个四位数的方框里填上适当的数，使这个数同时能被 2、5、3 整除，这个四位数最大是_____.

【答案】4170

【解析】

【分析】利用整除的定义，能被 2 和 5 整除，个位上的数只能是 0，然后根据能被 3 整除确定十位上数的最大值即可

【详解】 $\because$ 四位数能被 2 和 5 整除，个位上的数只能是 0，
 $\therefore$ 这个四位数为 $41\square0$ ，
 $\because$ 这个四位数为 $41\square0$ 能被 3 整除，
 $\therefore$ 符合条件的四位数有：4110、4140、4170，
 $\therefore$ 这个四位数最大是 4170，

故答案为：4170

【点睛】本题考查了有理数的除法，解题的关键是掌握整除的定义

14. 已知 $A = 2 \times 5 \times a$, $B = 3 \times 5 \times a$, 且 A , B 的最大公因数是 10, 则 A , B 的最小公倍数是_____.

【答案】60

【解析】

【分析】本题主要考查灵活利用求两个数最大公因数与最小公倍数的方法解决问题. 因为最大公因数也就是这几个数的公有质因数的乘积, 最小公倍数是公有质因数与独有质因数的乘积, 所以 A 和 B 的最大公因数是 10, 即 $a = 2$, 由此求出最小公倍数.

【详解】解: 因为 $A = 2 \times 5 \times a$, $B = 3 \times 5 \times a$, A 和 B 的最大公因数是 10,

即 $5a = 10$,

所以 $a = 2$,

所以 A 和 B 的最小公倍数是 $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$;

故答案为: 60.

15. 一个分数的分子和分母的最大公因数是 14, 且约分后是 $\frac{2}{5}$, 这个分数原来是_____.

【答案】 $\frac{28}{70}$

【解析】

【分析】此题考查了最大公因数的概念和分数的性质, 解题的关键是熟练掌握最大公因数的概念和分数的性质.

根据最大公因数的概念和分数的性质求解即可.

【详解】解: $\because$ 一个分数的分子和分母的最大公因数是 14, 经过约分后得 $\frac{2}{5}$,

$$\therefore \frac{2 \times 14}{5 \times 14} = \frac{28}{70}.$$

故答案为: $\frac{28}{70}$.

16. 一根 15 米长的绳子, 如果先减去它的 $\frac{1}{5}$, 再减去余下的 $\frac{1}{5}$, 那么还剩_____米.

【答案】9.6

【解析】

【分析】本题主要考查了分数乘法. 熟练掌握分数乘法的意义是解决问题的关键. 分数乘法的意义: 求一个数的几分之几用乘法.

根据减去它的 $\frac{1}{5}$ ，剩下它的 $1-\frac{1}{5}$ 解答.

【详解】一根 15 米长的绳子，如果先减去它的 $\frac{1}{5}$ ，

剩 $15 \times \left(1 - \frac{1}{5}\right)$ 米.

再减去余下的 $\frac{1}{5}$ ，

那么还剩 $15 \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) \times \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 15 \times \left(1 - \frac{1}{5}\right)^2$ 米.

$$\therefore 15 \times \left(1 - \frac{1}{5}\right)^2 = 15 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 15 \times \frac{16}{25} = 9.6 \text{ 米},$$

$\therefore$ 还剩 9.6 米.

故答案为：9.6.

17. 对于任意有理数 a 、 b ，规定： $a \star b = -b^a$ 和 $a \blacktriangle b = a^{b-1}$ ，那么 $[-(-2) \blacktriangle 3] \star 1 =$ _____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】根据 $a \star b = -b^a$ 和 $a \blacktriangle b = a^{b-1}$ ，可以求得所求式子的值.

【详解】解： $\because a \star b = -b^a$ 和 $a \blacktriangle b = a^{b-1}$ ，

$$\therefore [(-2) \blacktriangle 3] \star 1$$

$$= [(-2)^{3-1}] \star 1$$

$$= 4 \star 1$$

$$= -1^4$$

$$= -1,$$

故答案为-1.

【点睛】此题考查有理数的混合运算，解题关键在于掌握其计算方法

18. 探索下列式子的规律： $2^3 - 2 = 3 \times 2$ ， $2^5 - 2^3 = 3 \times 2^3$ ， $2^7 - 2^5 = 3 \times 2^5$ ，……，请计算：

$$2 + 2^3 + 2^5 + \cdots + 2^{2023} = \text{_____}.$$

【答案】 $\frac{2^{2025} - 2}{3}$

【解析】

【分析】先根据规律写出 $2^3 - 2 = 3 \times 2$, $2^5 - 2^3 = 3 \times 2^3$, $2^7 - 2^5 = 3 \times 2^5$, $\dots\dots 2^{2023} - 2^{2021} = 3 \times 2^{2021}$, $2^{2025} - 2^{2023} = 3 \times 2^{2023}$, 再将等式左右同时叠加得出: $-2 + 2^{2025} = 3 \times (2 + 2^3 + 2^5 + \dots + 2^{2023})$, 两边同时除以 3, 得出 $\frac{-2 + 2^{2025}}{3} = 2 + 2^3 + 2^5 + \dots + 2^{2023}$, 即可得出答案.

【详解】解: 根据式子的规律:

$$2^3 - 2 = 3 \times 2,$$

$$2^5 - 2^3 = 3 \times 2^3,$$

$$2^7 - 2^5 = 3 \times 2^5,$$

$\dots\dots$

$$2^{2023} - 2^{2021} = 3 \times 2^{2021},$$

$$2^{2025} - 2^{2023} = 3 \times 2^{2023},$$

将以上等式左右同时叠加得出: $-2 + 2^{2025} = 3 \times (2 + 2^3 + 2^5 + \dots + 2^{2023})$,

两边同时除以 3, 得出 $\frac{-2 + 2^{2025}}{3} = 2 + 2^3 + 2^5 + \dots + 2^{2023}$,

$$\text{所以 } 2 + 2^3 + 2^5 + \dots + 2^{2023} = \frac{2^{2025} - 2}{3},$$

$$\text{故答案为: } \frac{2^{2025} - 2}{3}.$$

【点睛】本题考查数字的规律, 根据题目找出规律是解题的关键.

三、简答题 (每题 5 分, 共 30 分)

19. 用短除法求下列各组数的最大公因数和最小公倍数:

(1) 42 和 56

(2) 12, 18 和 30

【答案】(1) 42 和 56 的最大公因数是 14, 最小公倍数是 168

(2) 12, 18 和 30 的最大公因数是 6, 最小公倍数是 180

【解析】

【分析】本题主要考查两个数的最大公因数最小公倍数的求法, 熟练掌握数的最大公因数最小公倍数是解

题的关键.

(1) 用两个数共有的质因数去除, 直到商为互质数为止, 然后把除数和商都乘起来得最小公倍数, 除数乘起来得最大公因数.

(2) 用两个数共有的质因数去除, 直到商为互质数为止, 然后把除数和商都乘起来得最小公倍数, 除数乘起来得最大公因数.

【小问 1 详解】

解: $42 = 3 \times 2 \times 7$, $56 = 2 \times 2 \times 2 \times 7$,

故 42 和 56 的最大公因数是 $2 \times 7 = 14$,

最小公倍数是 $3 \times 2 \times 7 \times 2 \times 2 = 168$;

【小问 2 详解】

解: $12 = 2 \times 2 \times 3$, $18 = 2 \times 3 \times 3$, $30 = 2 \times 5 \times 3$

故 12, 18 和 30 的最大公因数是 $2 \times 3 = 6$,

最小公倍数是 $2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 5 = 180$.

20. 计算: $-13\frac{2}{3} + (-1.23) + \left(+7\frac{2}{3}\right) - 2.77$;

【答案】 -10

【解析】

【分析】 题目主要考查有理数的加减混合运算, 根据题意, 采用加法结合律简便运算即可

【详解】 解: $-13\frac{2}{3} + (-1.23) + \left(+7\frac{2}{3}\right) - 2.77$

$$= -13\frac{2}{3} + 7\frac{2}{3} + (-1.23) + (-2.77)$$

$$= -6 + (-4)$$

$$= -10$$

21. 计算: $-99\frac{81}{82} \div \frac{1}{41}$;

【答案】 $-4099\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查有理数的除法运算, 将原式化为 $\left(-100 + \frac{1}{82}\right) \times 41$, 然后利用乘法分配律求解即可.

【详解】解： $-99\frac{81}{82} \div \frac{1}{41}$

$$= \left(-100 + \frac{1}{82}\right) \times 41$$

$$= -100 \times 41 + \frac{1}{82} \times 41$$

$$= -4100 + \frac{1}{2}$$

$$= -4099\frac{1}{2}.$$

22. 计算： $\left(-\frac{1}{24}\right) \div \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6} + \frac{2}{3}\right);$

【答案】 $-\frac{1}{14}$

【解析】

【分析】 本题考查有理数的四则混合运算，先算括号内的加减运算，再将除法转化为乘法运算，然后乘法运算即可求解.

【详解】解： $\left(-\frac{1}{24}\right) \div \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6} + \frac{2}{3}\right)$

$$= \left(-\frac{1}{24}\right) \div \left(\frac{9}{12} - \frac{10}{12} + \frac{8}{12}\right)$$

$$= \left(-\frac{1}{24}\right) \div \frac{7}{12}$$

$$= -\frac{1}{24} \times \frac{12}{7}$$

$$= -\frac{1}{14}.$$

23. 计算： $-7 \div \frac{7}{22} + 26 \times \left(-\frac{22}{7}\right) - 2 \times 3\frac{1}{7}.$

【答案】 -110

【解析】

【分析】 题目主要考查有理数的四则混合运算，乘法运算律，根据题意，先将除法转化为乘法，然后利用乘法运算律求解即可.

【详解】解： $-7 \div \frac{7}{22} + 26 \times \left(-\frac{22}{7}\right) - 2 \times 3\frac{1}{7}$

$$= -7 \times \frac{22}{7} - 26 \times \frac{22}{7} - 2 \times \frac{22}{7}$$

$$= (-7 - 26 - 2) \times \frac{22}{7}$$

$$= -35 \times \frac{22}{7}$$

$$= -110.$$

24. 计算： $-3^2 - \left(-1\frac{1}{2}\right) \times \frac{2}{3} - 6 \div \left|-\frac{1}{3}\right|^3$.

【答案】 -170

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的混合运算，先计算乘方和绝对值，再计算乘除，最后计算加减即可，熟练掌握运算法则以及运算顺序是解此题的关键.

【详解】解： $-3^2 - \left(-1\frac{1}{2}\right) \times \frac{2}{3} - 6 \div \left|-\frac{1}{3}\right|^3$

$$= -9 - \left(-\frac{3}{2}\right) \times \frac{2}{3} - 6 \div \frac{1}{27}$$

$$= -9 + 1 - 162$$

$$= -170.$$

四、解答题（共4题，第25、26、27、28题分别为6分、7分、9分、6分）

25. 列式计算

(1) 8 减去 $\frac{4}{9}$ 除以 $\frac{1}{3}$ 的商，所得的差乘 $\frac{3}{5}$ ，积是多少？

(2) $-1\frac{4}{9}$ 的倒数与 $\frac{4}{5}$ 的相反数的商.

【答案】 (1) 4 (2) $\frac{45}{52}$

【解析】

【分析】 本题考查有理数的四则混合运算，理解题意，正确列出算式是解答的关键.

(1) 根据语言叙述列出算式，然后利用有理数的四则混合运算和运算顺序求解即可；

(2) 根据语言叙述列出算式，然后利用有理数的四则混合运算和运算顺序求解即可.

【小问 1 详解】

解：由题意，

$$\begin{aligned}& \left(8 - \frac{4}{9} \div \frac{1}{3}\right) \times \frac{3}{5} \\&= \left(8 - \frac{4}{9} \times 3\right) \times \frac{3}{5} \\&= \left(8 - \frac{4}{3}\right) \times \frac{3}{5} \\&= \frac{20}{3} \times \frac{3}{5} \\&= 4;\end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned}\text{解：}& 1 \div \left(-1\frac{4}{9}\right) \div \left(-\frac{4}{5}\right) \\&= 1 \times \frac{9}{13} \times \frac{5}{4} \\&= \frac{45}{52}.\end{aligned}$$

26. 某检修小组乘汽车沿公路检修线路，约定前进为正，后退为负，某天自 O 地出发到收工时所走路线（单位：千米）为：+10、-3、+4、+2、-8、+13、-2、-12、+8、+5

(1) 问收工时距 O 地多远？

(2) 若每千米耗油 0.2 升，从 O 地出发到收工时共耗油多少升？

【答案】(1) 收工时距 O 地 17 千米

(2) 从 O 地出发到收工时共耗油 13.4 升

【解析】

【分析】 本题主要考查了有理数加法的实际应用，有理数乘法的实际应用：

(1) 把所给的行程记录相加，最后的结果取绝对值即可得到答案；

(2) 先求出总路程，再乘以每千米的油耗即可得到答案.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}\text{解：}& (+10) + (-3) + (+4) + (+2) + (-8) + (+13) + (-2) + (-12) + (+8) + (+5) \\&= 10 - 3 + 4 + 2 - 8 + 13 - 2 - 12 + 8 + 5\end{aligned}$$

$$=17,$$

答：收工时距 O 地 17 千米；

【小问 2 详解】

$$\text{解： } |+10|+|-3|+|+4|+|+2|+|-8|+|+13|+|-2|+|-12|+|+8|+|+5|=67$$

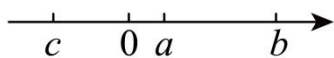
$$=10+3+4+2+8+13+2+12+8+5$$

$$=67 \text{ 千米,}$$

$$67 \times 0.2 = 13.4 \text{ 升,}$$

答：从 O 地出发到收工时共耗油 13.4 升.

27. 已知有理数 a 、 b 、 c 在数轴上的对应点如图所示.



(1) 用 “ $<$ ” 号把 a , b , c 连接起来;

(2) 化简: $|c| - |a+b| - |c-a| + 2|a-b|$

【答案】(1) $c < a < b$

(2) $b-4a$

【解析】

【分析】本题考查数轴、绝对值、有理数的大小比较、有理数的加减、整式的加减，利用数形结合思想求解即可.

(1) 根据数轴上，右边的数大于左边的数求解即可；

(2) 根据数轴可得到 $a+b > 0$ ， $c-a < 0$ ， $a-b < 0$ ，进而利用绝对值的意义化简绝对值，然后整式加减法运算即可求解.

【小问 1 详解】

解：由数轴，得 $c < a < b$ ；

【小问 2 详解】

解：由数轴，得 $c < 0 < a < b$ ，

$$\therefore a+b > 0, \quad c-a < 0, \quad a-b < 0,$$

$$\therefore |c| - |a+b| - |c-a| + 2|a-b|$$

$$= -c - (a+b) + (c-a) - 2(a-b)$$

$$= -c - a - b + c - a - 2a + 2b$$

$$= b - 4a.$$

28. 观察下列式子, 并尝试解决问题:

$$1^3 = 1^2; 1^3 + 2^3 = 9 = (1+2)^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 = 36 = (1+2+3)^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 100 = (1+2+3+4)^2 \cdots \cdots$$

(1) 填空: $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = \underline{\hspace{2cm}}$; $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 计算: $10^3 + 11^3 + 12^3 + \cdots + 19^3$.

【答案】 (1) 225; $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$

(2) 34075

【解析】

【分析】 本题考查了数字规律探究, 关键是根据示例发现规律, 并利用乘方运算法则进行解题.

(1) 根据示例逐步进行计算, 进而可得变化规律;

(2) 根据 (1) 中规律, 灵活运用即可求解.

【小问 1 详解】

解: $1^3 = 1^2$,

$$1^3 + 2^3 = 9 = (1+2)^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 = 36 = (1+2+3)^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 100 = (1+2+3+4)^2,$$

$$\therefore 1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = 225 = (1+2+3+4+5)^2,$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = (1+2+3+\cdots+n)^2 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 = \frac{n^2(n+1)^2}{4},$$

故答案为: 225; $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$;

【小问 2 详解】

解: $10^3 + 11^3 + 12^3 + \cdots + 19^3$

$$= (1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + 9^3 + 10^3 + 11^3 + 12^3 + \cdots + 19^3) - (1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + 9^3)$$

$$= \frac{19^2 \times 20^2}{4} - \frac{9^2 \times 10^2}{4}$$

$$= 36100 - 2025$$

$$= 34075.$$

附加卷 (每题 5 分, 共 10 分)

29. 仔细阅读下面的例题, 找出其中规律, 并解决问题:

例: 求 $1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{2017}$ 的值.

解: 令 $S=1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{2017}$, 则 $2S=2+2^2+2^3+2^4+2^5+\cdots+2^{2018}$, 所以 $2S-S=2^{2018}-1$,

即 $S=2^{2018}-1$, 所以 $1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{2017}=2^{2018}-1$.

仿照以上推理过程, 计算下列式子的值:

(1) $1+5+5^2+5^3+5^4+\cdots+5^{100}$;

(2) $1-3+3^2-3^3+3^4-3^5+\cdots-3^{2019}$.

【答案】 (1) $\frac{5^{101}-1}{4}$

(2) $\frac{1-3^{2020}}{4}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了数字类的规律探索:

(1) 令 $T=1+5+5^2+5^3+5^4+\cdots+5^{100}$, 则 $5T=5+5^2+5^3+5^4+\cdots+5^{101}$, 则

$5T-T=5+5^2+5^3+5^4+\cdots+5^{101}-(1+5+5^2+5^3+5^4+\cdots+5^{100})$, 进而得到 $4T=5^{101}-1$, 据此可得

答案:

(2) 令 $Q=1-3+3^2-3^3+3^4-3^5+\cdots-3^{2019}$, 则 $-3Q=-3+3^2-3^3+3^4-3^5+\cdots+3^{2020}$, 两式相减得

到 $-4Q=3^{2020}-1$, 据此可得答案.

【小问 1 详解】

解: 令 $T=1+5+5^2+5^3+5^4+\cdots+5^{100}$,

则 $5T=5+5^2+5^3+5^4+\cdots+5^{101}$,

$\therefore 5T-T=5+5^2+5^3+5^4+\cdots+5^{101}-(1+5+5^2+5^3+5^4+\cdots+5^{100})$,

$$\therefore 4T = 5^{101} - 1,$$

$$\therefore T = \frac{5^{101} - 1}{4},$$

$$\therefore 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \cdots + 5^{100} = \frac{5^{101} - 1}{4};$$

【小问2详解】

$$\text{解: 令 } Q = 1 - 3 + 3^2 - 3^3 + 3^4 - 3^5 + \cdots - 3^{2019},$$

$$\text{则 } -3Q = -3 + 3^2 - 3^3 + 3^4 - 3^5 + \cdots + 3^{2020},$$

$$\therefore -3Q - Q = -3 + 3^2 - 3^3 + 3^4 - 3^5 + \cdots + 3^{2020} - (1 - 3 + 3^2 - 3^3 + 3^4 - 3^5 + \cdots - 3^{2019}),$$

$$\therefore -4Q = 3^{2020} - 1,$$

$$\therefore Q = \frac{1 - 3^{2020}}{4},$$

$$\therefore 1 - 3 + 3^2 - 3^3 + 3^4 - 3^5 + \cdots - 3^{2019} = \frac{1 - 3^{2020}}{4}.$$

30. 同学们都知道, $|a - b|$ 表示 a 与 b 的差的绝对值, 也可以理解为数轴上 a , b 对应的两个点之间的距离. 如

4 与 -2 在数轴上对应的两点之间的距离表示为 $|4 - (-2)|$, 任意一个数 x 与数 2 在数轴上对应的两点之间的

距离可表示为 $|x - 2|$. 试利用数轴探索:

$$(1) |4 - (-2)| = \underline{\quad\quad\quad}; \text{ 若 } |x - 2| = 4, x \text{ 的值为 } \underline{\quad\quad\quad};$$

建立模型:

$|x - 3| + |x + 2|$ 表示数轴上有理数 x 所对应的点到 3 和 -2 所对应的两点距离之和, 结合数轴:

模型应用:

$$(2) \text{ 若 } |x - 3| + |x + 2| = 10, \text{ 则 } x \text{ 的值为 } \underline{\quad\quad\quad}.$$

$$(3) |x - 3| + |x + 2| \text{ 的最小值为 } \underline{\quad\quad\quad}.$$

延申拓展:

$$(4) |x - 1| + 2|x - 2| + |x + 1| \text{ 的最小值为 } \underline{\quad\quad\quad}.$$

【答案】(1) 6; -2 或 6; (2) 4.5 或 5.5; (3) 5; (4) 4

【解析】

【分析】本题主要考查了绝对值的含义和应用、数轴上两点间的距离、有理数的加减和乘法，掌握 $|a-b|$ 是解答本题的关键.

(1) 直接求解 $|4-(-2)|$ 即可；由 $|x-2|=4$ 表示 x 与2两数在数轴上所对应的两点之间的距离是4可求解；

(2) 分 $x < -2$ 、 $-2 \leq x \leq 3$ 、 $x > 3$ 化简绝对值，然后利用有理数的加减和乘法运算法则即可求解；

(3) 根据3与-2两数在数轴上所对应的两点之间的距离是5，又 $|x-3|+|x+2|$ 表示数 x 与-2和3两数在数轴上所对应的两点之间的距离和，据此求解即可；

(4) 分 $x < -1$ 、 $-1 \leq x < 1$ 、 $1 \leq x \leq 2$ 、 $x > 2$ 四种情况，化简绝对值，利用有理数的加减法和乘法的运算法则求解即可.

【详解】解：(1) $|4-(-2)|=|6|=6$ ；

$\therefore |x-2|=4$ 表示 x 与2两数在数轴上所对应的两点之间的距离是4，

$\therefore x = -2$ 或6，

故答案为：6；-2或6；

(2) 对于 $|x-3|+|x+2|=10$ ，

当 $x < -2$ 时， $3-x-x-2=10$ ，即 $1-2x=10$ ，解得 $x=-4.5$ ；

当 $-2 \leq x \leq 3$ 时， $3-x+x+2=5 \neq 10$ ， x 不存在，舍去；

当 $x > 3$ 时， $x-3+x+2=10$ ，即 $2x-1=10$ ，解得 $x=5.5$ ，

综上， x 的值为4.5或5.5；

(3) $\therefore$ 3与-2两数在数轴上所对应的两点之间的距离是5，又 $|x-3|+|x+2|$ 表示数 x 与-2和3两数在数轴上所对应的两点之间的距离和，

$\therefore$ 当数 x 在-2和3两数之间时， $|x-3|+|x+2|$ 有最小值，又 $|3-(-2)|=5$ ，

故 $|x-3|+|x+2|$ 的最小值为5，

故答案为：5；

(4) 对于 $|x-1|+2|x-2|+|x+1|$ ，

当 $x < -1$ 时， $1-x+2(2-x)-(x+1)=-4x+4 > 8$ ；

当 $-1 \leq x < 1$ 时， $1-x+2(2-x)+x+1=-2x+6$ ，则 $4 < -2x+6 \leq 8$ ；

当 $1 \leq x \leq 2$ 时， $x-1+2(2-x)+x+1=4$ ；

当 $x > 2$ 时, $|x-1|+2|x-2|+|x+1|=4x-4 > 4$,

综上, $|x-1|+2|x-2|+|x+1|$ 的最小值为 4.