

## 上宝中学预初（上）数学阶段测试

### 一、填空题（每题3分，满分36分）

1. 在所有连接两点的线中，\_\_\_\_\_最短.

【答案】 线段

【解析】

【分析】 本题考查了线段的基本性质，解题的关键是牢记“两点之间线段最短”这一几何公理.

本题为单一填空题，解题思路是直接运用几何中关于两点连线的基本性质，即所有连接两点的线中，线段的长度最短.

【详解】 解：根据几何基本性质，在所有连接两点的线中，线段的长度是最短的.

故答案为：线段.

2. 经过一个点可作\_\_\_\_\_条直线，经过12个点最多可作\_\_\_\_\_条线段；

【答案】 ①. 无数 ②. 66

【解析】

【分析】 本题考查了直线，线段定义，根据直线定义可知经过一个点可作无数条直线，根据经过3个点最多可作线段 $1+2=3$ （条），经过4个点最多可作线段 $1+2+3=6$ （条），经过5个点最多可作线段 $1+2+3+4=10$ （条），找出规律即可求解，掌握直线，线段定义是解题的关键.

【详解】 解：经过一个点可作无数条直线，

经过3个点最多可作线段 $1+2=3$ （条），

经过4个点最多可作线段 $1+2+3=6$ （条），

经过5个点最多可作线段 $1+2+3+4=10$ （条），

经过6个点最多可作线段 $1+2+3+4+5=15$ （条），

；

$\therefore$  经过12个点最多可作线段 $1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11=66$ （条），

故答案为：无数， 66 .

3. 已知一条射线  $OA$ ，如果从点  $O$  再引两条射线  $OB$  和  $OC$ ，使  $\angle AOB=70^\circ$ ， $\angle BOC=20^\circ$ ， $\angle AOC$  的度数是\_\_\_\_\_.

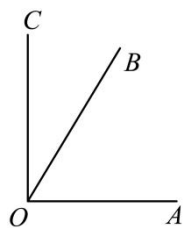
【答案】  $90^\circ$  或  $50^\circ$

【解析】

【分析】 分析三条射线的位置关系，可以得到2种情况，即可解决问题.

【详解】 解：分两种情况：

若射线  $OC$  在射线  $OA$ ,  $OB$  外侧如下图:

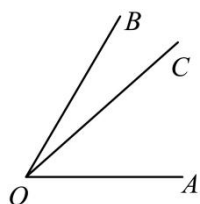


$$\therefore \angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$$

$$= 70^\circ + 20^\circ$$

$$= 90^\circ$$

若射线  $OC$  在射线  $OA$ ,  $OB$  中间, 如下图:



$$\therefore \angle AOC = \angle AOB - \angle BOC$$

$$= 70^\circ - 20^\circ$$

$$= 50^\circ$$

综上所述,  $\angle AOC$  的度数是  $90^\circ$  或  $50^\circ$ .

故答案为:  $90^\circ$  或  $50^\circ$

【点睛】 本题考查了角的计算, 解题关键是能得到  $OB$  和  $OC$  与  $OA$  的位置关系分两种情况.

4. 点  $A$  表示的数是  $-4$ , 点  $B$  表示的数是  $8$ , 点  $P$  从点  $A$  出发, 速度为每秒  $2$  个单位长度, 点  $Q$  从点  $B$  出发, 速度为每秒  $1$  个单位长度, 都同时往  $x$  轴正方向运动, 运动\_\_\_\_\_秒时,  $PQ = 4$ .

【答案】  $8$  或  $16$

【解析】

【分析】 本题主要考查了数轴上的点表示有理数, 数轴上两点之间的距离,

根据  $A$ ,  $B$  两点表示的数求出  $AB$ , 再设运动的时间是  $t$ , 分两种情况讨论: 并根据相遇前, 后  $PQ = 4$  列出方程, 求出解即可.

【详解】 解:  $\because A, B$  两点表示的数为  $-4, 8$ ,

$$\therefore AB = 8 - (-4) = 12.$$

设运动的时间是  $t$ , 可知  $PA = 2t, BQ = t$ , 则点  $P, Q$  表示的数是  $2t + (-4), t + 8$ ,

当相遇前距离是  $4$  时,  $t + 8 - [2t + (-4)] = 4$ ,

解得  $t = 8$ ;

当相遇后距离是 4 时,  $2t + (-4) - (t + 8) = 4$ ,

解得  $t = 16$ .

所以运动 8 或 16 秒时,  $PQ = 4$ .

故答案为: 8 或 16.

5. 公务员考试成绩这样统计: 综合成绩 = 笔试成绩的  $\frac{3}{5}$  + 面试成绩的  $\frac{2}{5}$ , 小李笔试成绩 82 分, 他的竞争对手笔试成绩 86 分, 如果小李要使自己的综合成绩追平竞争对手, 那么他的面试成绩比竞争对手多\_\_\_\_\_分.

【答案】 6

【解析】

【分析】 本题考查加权平均数, 熟练掌握加权平均数的求法是解题关键.

根据题中数据, 先求小李和他的竞争对手的笔试的权重成绩, 再计算出面试的权重成绩的差, 再用笔试的权重成绩的差除以  $\frac{2}{5}$ , 问题即可得解.

【详解】 解:  $\because$  小李笔试成绩 82 分, 他的竞争对手笔试成绩 86 分,

$\therefore$  小李笔试成绩的权重成绩为  $82 \times \frac{3}{5} = 49.2$  (分), 他的竞争对手笔试成绩的权重成绩为  $86 \times \frac{3}{5} = 51.6$  (分),

$\therefore 51.6 - 49.2 = 2.4$  (分),

$\therefore$  小李面试成绩的权重成绩要比他的竞争对手的面试成绩的权重成绩高 2.4,

$\therefore 2.4 \div \frac{2}{5} = 6$  (分),

$\therefore$  小李的面试成绩比竞争对手多 6 分.

故答案为: 6

6. 北偏西  $20^\circ$  和南偏东  $80^\circ$  所成的角是\_\_\_\_\_.

【答案】  $120^\circ$

【解析】

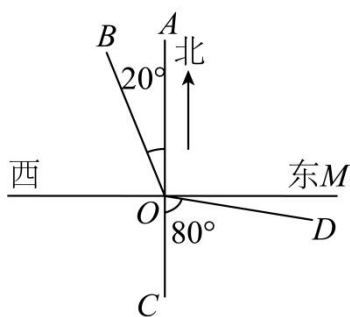
【分析】 本题考查了方向角和角度计算, 解题关键在于理解方向角的定义. 通过方向角的定义和几何分析, 确定两方向在坐标系中的位置, 进而计算它们的夹角即可,

【详解】 解: 如图,  $\angle AOB = 20^\circ$ ,  $\angle COD = 80^\circ$ ,  $\angle AOM = 90^\circ$ ,

$\angle MOD = 90^\circ - \angle COD = 90^\circ - 80^\circ = 10^\circ$ ,

$\therefore \angle BOD = \angle BOA + \angle AOM + \angle MOD = 20^\circ + 90^\circ + 10^\circ = 120^\circ$ .

故答案为:  $120^\circ$ .



7. 一条直线上依次有 A、B、C、D 四个点，如果  $AC + BD = 15\text{cm}$ ， $BC = 3\text{cm}$ ，M 和 N 分别是 AC 和 CD 的中点，那么  $MN = \underline{\hspace{1cm}}\text{cm}$ ；

【答案】 6cm

【解析】

【分析】 本题考查了线段中点的性质以及线段长度的计算，解题的关键是根据点的排列顺序明确各线段间的和差关系，利用中点将线段进行等分转化.

根据 A、B、C、D 的依次顺序，用  $AB$ 、 $BC$ 、 $CD$  表示出  $AC$  和  $BD$  的长度，结合已知条件求出  $AB$ 、 $BC$ 、 $CD$  的和；利用中点性质得到  $MC$  和  $CN$  分别为  $AC$ 、 $CD$  的一半，进而通过线段和求出  $MN$  的长度.

【详解】 解：如图，



$\because A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  在一条直线上且依次排列

$\therefore AC = AB + BC$ ， $BD = BC + CD$

$\because AC + BD = 15\text{ cm}$ ， $BC = 3\text{cm}$ ，

$\therefore (AB + BC) + (BC + CD) = 15$ ，即  $AB + BC + CD = 15 - 3 = 12$ ，

$\because M$ 、 $N$  分别是  $AC$ 、 $CD$  的中点，

$\therefore MC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}(AB + BC)$ ， $CN = \frac{1}{2}CD$  .

$\therefore MN = MC + CN = \frac{1}{2}(AB + BC) + \frac{1}{2}CD$

$= \frac{1}{2}(AB + BC + CD)$

$= \frac{1}{2} \times 12$

$= 6\text{cm}$  .

故答案为：6.

8. 在直线  $MN$  上取 A、B 两点，使  $AB = 10\text{cm}$ ，再在线段  $AB$  上取一点 C，使  $AC = 2\text{cm}$ ，P、Q 分别是

$AB$ 、 $AC$  的中点, 则  $PQ = \underline{\hspace{1cm}} \text{ cm}$ .

【答案】 4

【解析】

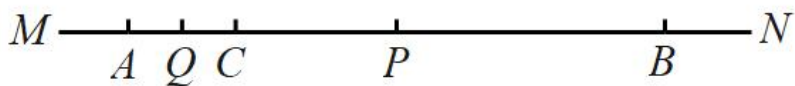
【分析】 根据线段中点的定义求出  $AP = 5\text{cm}$ ,  $AQ = 1\text{cm}$ , 则  $PQ = AP - AQ = 4\text{cm}$ .

【详解】 解:  $\because AB = 10\text{cm}$ ,  $AC = 2\text{cm}$ ,  $P$ 、 $Q$  分别是  $AB$ 、 $AC$  的中点,

$$\therefore AP = \frac{1}{2}AB = 5\text{cm}, \quad AQ = \frac{1}{2}AC = 1\text{cm},$$

$$\therefore PQ = AP - AQ = 4\text{cm},$$

故答案为: 4.

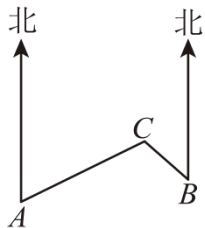


【点睛】 本题主要考查了与线段中点有

关的计算, 正确画出示意图利用数形结合的思想求解是解题的关键.

9. 如图,  $C$  岛在  $A$  岛的北偏东  $60^\circ$  方向,  $C$  岛在  $B$  岛的北偏西  $50^\circ$  方向, 从  $C$  岛看  $A$ 、 $B$  两岛的视角  $\angle ACB$ ,

如果射线  $CD$  平分  $\angle ACB$ , 则  $\angle ACD$  是  $\underline{\hspace{1cm}}$  度;

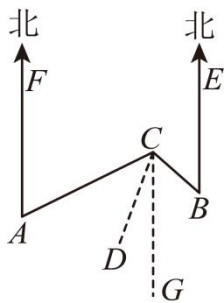


【答案】 55

【解析】

【分析】 本题考查方位角的概念、平行线的性质以及角平分线的定义来求解角度. 先根据方位角求出相关角度, 再利用平行线性质的关系, 进而求出  $\angle ACB$  的度数, 最后依据角平分线的定义得出  $\angle ACD$  的度数.

【详解】 解: 过点  $C$  作  $CG \parallel FA$ , 则  $CG \parallel EB$ ,



$\because C$  岛在  $A$  岛的北偏东  $60^\circ$  方向,  $C$  岛在  $B$  岛的北偏西  $50^\circ$  方向,

$\therefore \angle FAC = 60^\circ, \angle EBC = 50^\circ,$

$\because CG \parallel FA, CG \parallel EB,$

$\therefore \angle ACG = \angle FAC, \angle BCG = \angle EBC,$

$\therefore \angle ACB = \angle FAC + \angle EBC = 110^\circ,$

$\because CD$  平分  $\angle ACB,$

$\therefore \angle ACD = \frac{1}{2} \angle ACB = 55^\circ.$

故答案为: 55.

10. 某人早晨 6 点多一点点出发, 早晨将近 7:00 回来, 出发和回来时, 时针和分针的夹角都恰好是 100 度, 此人出去了\_\_\_\_\_分钟

【答案】  $\frac{400}{11}$

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次方程的应用, 钟面角问题的求解, 根据分针每分钟转 6 度, 时针每分钟转 0.5 度来列出方程求解.

先求得分针每分钟转 6 度, 时针每分钟转 0.5 度, 设此人出去了  $x$  分钟, 根据题意列出方程求解.

【详解】 解: 设分针每分钟转  $m$  度, 时针每分钟转  $n$  度,

则  $60m = 360, 60 \times 12n = 360,$

解得  $m = 6, n = 0.5,$

$\therefore$  分针每分钟转 6 度时, 时针每分钟转 0.5 度,

设此人出去了  $x$  分钟,

根据题意得  $6x - 0.5x = 2 \times 100,$

解得  $x = \frac{400}{11}.$

故答案为:  $\frac{400}{11}.$

## 二、选择题 (每题 2 分, 共 8 分)

11. 下列正确的个数为 ( )

①两条有公共点的射线组成的图形叫做角; ②角是由一个端点引出的两条射线所组成的图形; ③两条射线, 它们的端点重合时, 可以形成角; ④角的大小与边的长短有关. ⑤线段上有无数个点; ⑥两点之间线段最短;

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了角的定义及性质，线段的性质，紧扣角的定义和线段的性质即可作答.

【详解】解：(1) 有公共端点的两条射线所组成的图形叫做角，故①错误；

(2) 角是由一个端点引出的两条射线所组成的图形，故②正确；

(3) 两条射线，它们的端点重合时，可以形成角，故③正确；

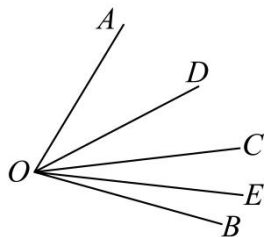
(4) 角的大小与边的长短无关，故④错误；

(5) 线段上有无数个点，故⑤正确；

(6) 两点之间线段最短，故⑥正确；

正确的个数为 4 个，

故选：C.

12. 在  $\angle AOB$  的内部从顶点  $O$  引出 3 条射线，则图中共有角的个数是 ( )

A. 9 个

B. 10 个

C. 11 个

D. 12 个

【答案】B

【解析】

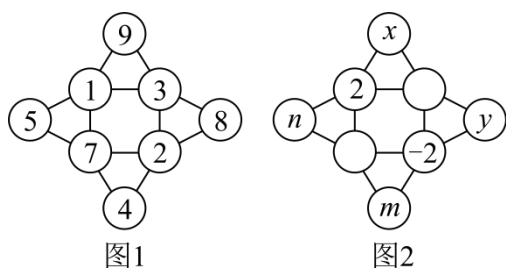
【分析】本题考查角的概念，在数角的个数时要从一个边开始把它上的角数完后再换另一条射线，这样可使数的角不重不漏. 有公共顶点的射线：两条射线构成 1 个角；三条射线构成  $1+2=3$  个角；四条射线构成  $1+2+3=6$  个角；...  $n$  条射线构成  $1+2+3+\cdots+(n-1)=\frac{1}{2}n(n-1)$  个角.

【详解】解：根据题意可知，角的顶点处有 5 条射线，共有  $1+2+3+4=10$  个角.

故选 B.

13. 我国春秋时期的《大戴礼》，记载了世界上最早的“幻方”（如图 1），该“幻方”中，每个三角形的三个顶点上的数字之和都与中间正方形四个顶点上的数字之和相等. 现有如图 2 所示的“幻方”，则

$(n-m)^{(y-x)}$  的值是 ( )



- A. 256                      B. -256                      C. 16                      D. -16

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查代数式求值问题，一元一次方程的整体解法问题，理解题意，准确求出各代数式的值以及掌握有理数乘方运算法则是解题关键。根据题意，分别列出方程，然后表示出代数式  $y-x$ ， $n-m$  的值，整体代入计算即可。

【详解】解：∵每个三角形的三个顶点上的数字之和都与中间正方形四个顶点上的数字之和相等，  
∴每个三角形各顶点上数字之和相等，如图1中， $1+9+3=2+8+7$ ，则  $1+9=2+8$ ，

即：相邻两个三角形中非公共点的两个顶点数字之和相等，

$$\therefore \text{在图2中, } \begin{cases} -2+y=2+x \\ -2+m=2+n \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} y-x=4 \\ n-m=-4 \end{cases},$$

$$\therefore (n-m)^{(y-x)} = (-4)^4 = 256,$$

故选：A.

14. 已知线段  $AB$ ，点  $P$  在直线  $AB$  上，直线  $AB$  上共有三条线段：  $AB$ ， $PA$  和  $PB$ 。若其中有一条线段的长度是另一条线段长度的两倍，则称  $P$  为线段  $AB$  的“奇妙点”，那么线段  $AB$  的“奇妙点”的个数是 ( )

- A. 3                      B. 6                      C. 9                      D. 12

【答案】C

【解析】

【分析】根据“奇妙点”的定义即可求解。本题主要考查了新定义，以及线段的数量关系，正确理解题意是解答本题的关键。

【详解】解：线段  $AB$  的2个三等分点与线段  $AB$  的中点都是线段  $AB$  的“奇妙点”，同理，在线段  $AB$  延长线和反向延长线也分别有3个“奇妙点”。

∴线段  $AB$  的“奇妙点”的个数是9个。

故选：C.

### 三、计算题 (每题 5 分, 共 40 分)

15. 计算或解方程:

(1)  $58^{\circ}18' + 12^{\circ}55' - 17^{\circ}28'$

(2)  $180^{\circ} - 12^{\circ}16'18''$

(3)  $\left[ \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{6} \right) \times 24 \right]^3 - \left( \frac{7}{24} - \frac{14}{15} \right) \times \frac{3}{2}$

(4)  $-1^4 - \frac{1}{3} \times [2 - (-3)^2]$

(5)  $\frac{1}{4} \left( 1 - \frac{3}{2}x \right) - \frac{1}{3} \left( 2 - \frac{x}{4} \right) = 2$

(6)  $\frac{2x-3}{6} - 2 = \frac{1-x}{4}$

(7)  $\frac{0.1-x}{0.2} - \frac{0.3x+3}{0.5} = \frac{x-3}{2}$

(8) 解关于  $x$  的方程:  $m(x-1) = 5$

【答案】 (1)  $53^{\circ}45'$

(2)  $167^{\circ}43'42''$

(3)  $-\frac{3}{80}$

(4)  $\frac{4}{3}$

(5)  $x = -\frac{58}{7}$

(6)  $x = \frac{33}{7}$

(7)  $x = -\frac{40}{61}$

(8) 当  $m \neq 0$  时,  $x = \frac{5}{m} + 1$ ; 当  $m = 0$  时, 无解

【解析】

【分析】 本题考查了度分秒的加减运算、有理数的混合运算、一元一次方程的解法以及含参数方程的求解, 解题的关键是掌握度分秒的 60 进制换算规则, 有理数运算的顺序 (先乘方, 再乘除, 最后加减, 有括号先算括号内), 解一元一次方程的步骤 (去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为 1) 以及含参数方程中对参数取值的讨论.

(1) 将度、分分别相加减, 先计算度的部分, 再计算分的部分, 最后合并结果;

(2) 将  $180^{\circ}$  化为  $179^{\circ}59'60''$ , 再与  $12^{\circ}16'18''$  的度、分、秒分别相减;

- (3) 先利用乘法分配律计算括号内的式子，再进行乘方运算，最后计算减法；
- (4) 先算乘方，再算括号内的运算，接着算乘法，最后算减法；
- (5) 先去括号，再去分母化为整式方程，然后移项、合并同类项，最后将系数化为 1；
- (6) 先去分母，再去括号，接着移项、合并同类项，最后将系数化为 1；
- (7) 先将小数化为整数，整理方程，再去分母、去括号，然后移项、合并同类项，最后将系数化为 1；
- (8) 分情况讨论，当  $m \neq 0$  时，将方程变形求解；当  $m = 0$  时，判断方程是否有解。

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}
 & 58^{\circ}18' + 12^{\circ}55' - 17^{\circ}28' \\
 &= (58^{\circ} + 12^{\circ} - 17^{\circ}) + (18' + 55' - 28') \\
 &= 53^{\circ} + 45' \\
 &= 53^{\circ}45'
 \end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned}
 & 180^{\circ} - 12^{\circ}16'18'' \\
 &= 179^{\circ}59'60'' - 12^{\circ}16'18'' \\
 &= (179^{\circ} - 12^{\circ}) + (59' - 16') + (60'' - 18'') \\
 &= 167^{\circ}43'42''
 \end{aligned}$$

【小问 3 详解】

$$\begin{aligned}
 & \left[ \left( \frac{1}{8} - \frac{1}{6} \right) \times 24 \right]^3 - \left( \frac{7}{24} - \frac{14}{15} \right) \times \frac{3}{2} \\
 &= \left[ \frac{1}{8} \times 24 - \frac{1}{6} \times 24 \right]^3 - \left( \frac{7}{24} \times \frac{3}{2} - \frac{14}{15} \times \frac{3}{2} \right) \\
 &= (3 - 4)^3 - \left( \frac{7}{16} - \frac{7}{5} \right) \\
 &= (-1)^3 - \left( -\frac{77}{80} \right) \\
 &= -\frac{3}{80}
 \end{aligned}$$

【小问 4 详解】

$$-1^4 - \frac{1}{3} \times [2 - (-3)^2]$$

$$= -1 - \frac{1}{3} \times (2 - 9)$$

$$= \frac{4}{3}$$

【小问 5 详解】

$$\frac{1}{4}(1 - \frac{3}{2}x) - \frac{1}{3}(2 - \frac{x}{4}) = 2$$

$$\text{去括号得: } \frac{1}{4} - \frac{3}{8}x - \frac{2}{3} + \frac{x}{12} = 2$$

$$\text{去分母 (两边乘 24) 得: } 6 - 9x - 16 + 2x = 48$$

$$\text{移项合并同类项得: } -7x = 58$$

$$\text{系数化为 1 得: } x = -\frac{58}{7}$$

【小问 6 详解】

$$\frac{2x-3}{6} - 2 = \frac{1-x}{4}$$

$$\text{去分母 (两边乘 12) 得: } 2(2x-3) - 24 = 3(1-x)$$

$$\text{去括号得: } 4x - 6 - 24 = 3 - 3x$$

$$\text{移项合并同类项得: } 7x = 33$$

$$\text{系数化为 1 得: } x = \frac{33}{7}$$

【小问 7 详解】

$$\frac{0.1-x}{0.2} - \frac{0.3x+3}{0.5} = \frac{x-3}{2}$$

$$\text{整理得: } \frac{1-10x}{2} - \frac{3x+30}{5} = \frac{x-3}{2}$$

$$\text{去分母 (两边乘 10) 得: } 5(1-10x) - 2(3x+30) = 5(x-3)$$

$$\text{去括号得: } 5 - 50x - 6x - 60 = 5x - 15$$

$$\text{移项合并同类项得: } -61x = 40$$

$$\text{系数化为 1 得: } x = -\frac{40}{61}$$

【小问 8 详解】

$$m(x-1) = 5$$

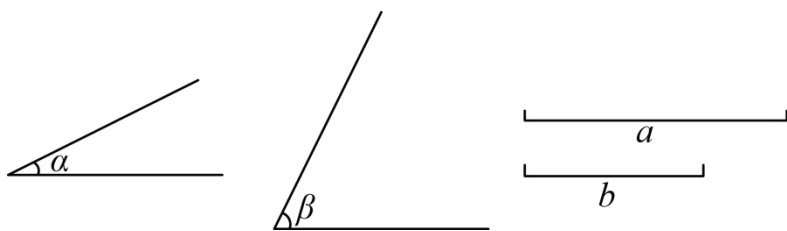
当  $m \neq 0$  时,  $x-1 = \frac{5}{m}$ , 解得  $x = \frac{5}{m} + 1$ ; 当  $m = 0$  时, 方程左边为 0, 右边为 5, 等式不成立, 方程无解.

故当  $m \neq 0$  时,  $x = \frac{5}{m} + 1$ ; 当  $m = 0$  时, 无解.

#### 四、简答题（每题 4 分，共 16 分）

16. (1) 已知  $\angle \alpha$  和  $\angle \beta$ ，用量角器画一个角  $\angle AOB$ ，使  $\angle AOB = \angle \alpha + \angle \beta$

(2) 已知线段  $a$  和线段  $b$ ，用尺规作图求作线段  $AB$ ，使  $AB = 2a - b$



【答案】(1) 见解析

(2) 见解析

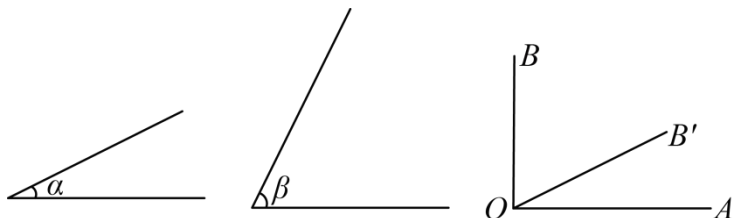
【解析】

【分析】本题考查了角的和的画法以及线段的尺规作图（倍减运算），解题的关键是掌握量角器的正确使用方法和尺规作图中截取线段的基本操作.

(1) 先画一条射线作为角的一边，用量角器量取  $\angle \alpha$  的度数并作出对应射线，再以该射线为边量取  $\angle \beta$  的度数并作出终边，得到  $\angle AOB$ ；

(2) 先画一条射线，用圆规截取线段  $a$  的长度并在射线上连续截取两次得到  $2a$ ，再从末端反向截取线段  $b$  的长度，剩余部分即为  $AB = 2a - b$ .

【详解】(1) 解：如图， $\angle AOB$  即为所求作的角.

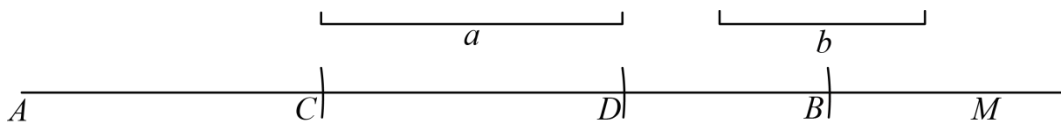


①画射线  $OA$ ；

②用量角器的中心与点  $O$  重合，0 刻度线与  $OA$  重合，在量角器上找到  $\angle \alpha$  的度数对应的刻度点，记为  $B'$ ，连接  $OB'$ ，则  $\angle AOB' = \angle \alpha$ ；

③以  $OB'$  为一边，用量角器量取  $\angle \beta$  的度数，在对应刻度处找点  $B$ ，连接  $OB$ ，则  $\angle B'OB = \angle \beta$ ，此时  $\angle AOB = \angle \alpha + \angle \beta$ .

(2) 解：如图，线段  $AB$  即为所求作的线段.



①画射线  $AM$ ;

②用圆规量取线段  $a$  的长度, 以点  $A$  为圆心,  $a$  为半径画弧, 交射线  $AM$  于点  $C$ ;

③以点  $C$  为圆心,  $a$  为半径画弧, 交射线  $CM$  于点  $D$ , 则  $AD = 2a$ ;

④用圆规量取线段  $b$  的长度, 以点  $D$  为圆心,  $b$  为半径画弧, 交射线  $DA$  于点  $B$ , 则  $AB = AD - BD = 2a - b$ .

17. 已知关于  $m$  的方程  $5m - 21 = 2(m + 3)$  的解也是关于  $x$  的方程  $4(x - 6) - 5n = 2$  的解

(1) 求  $m$ ,  $n$  的值

(2) 已知线段  $AB = m - 1$ , 在线段  $AB$  所在直线上取一点  $P$ , 恰好使  $\frac{AP}{PB} = n + 1$ , 点  $Q$  是  $PB$  的中点, 求线段  $AQ$  的长.

【答案】(1)  $m = 9$ ,  $n = 2$

(2) 线段  $AQ$  的长为 7 或 10

【解析】

【分析】本题考查了同解方程以及线段的中点的定义, 熟练掌握同解方程性质, 线段中点性质, 线段的和差, 分类讨论, 是解题的关键.

(1) 先求出第一个方程的解, 然后根据方程同解把第二个方程中的  $x$  换成  $m$  的值, 求解即可得到  $n$  的值;

(2) 可得  $AB = 8$ ,  $AP = 3BP$ , 分当点  $P$  在线段  $AB$  上时,  $AB = 4PB$ , 得  $PB = 2$ , 再根据中点定义得  $BQ = 1$  的长度, 即可求出  $AQ = 7$ ; 当点  $P$  在线段  $AB$  的延长线上时,  $AB = 2PB$ , 得  $PB = 4$ , 再根据中点定义得  $BQ = 2$ , 即可得  $AQ = 10$ .

【小问 1 详解】

解: 解方程  $5m - 21 = 2(m + 3)$ ,

得  $m = 9$ ,

$\therefore$  方程  $5m - 21 = 2(m + 3)$  的解也是  $x$  的方程  $4(x - 6) - 5n = 2$  的解,

$\therefore x = 9$ ,

$\therefore 4(9 - 6) - 5n = 2$ ,

解得  $n = 2$ ;

【小问 2 详解】

解:  $\because m = 9$ ,

$\therefore AB = m - 1 = 8$ ,

$$\therefore n = 2,$$

$$\therefore \frac{AP}{PB} = n + 1 = 3,$$

$$\therefore AP = 3BP,$$

当点  $P$  在线段  $AB$  上时,

$$AB = AP + PB = 4PB,$$

$$\therefore PB = 2,$$

$\therefore$  点  $Q$  是  $PB$  的中点,

$$\therefore BQ = PQ = \frac{1}{2}PB = 1,$$

$$\therefore AQ = AB - BQ = 7;$$

当点  $P$  在  $AB$  延长线上时,

$$AB = AP - BP = 2PB,$$

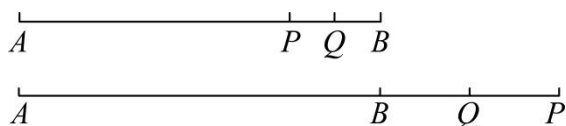
$$\therefore PB = 4,$$

$\therefore$  点  $Q$  是  $PB$  的中点,

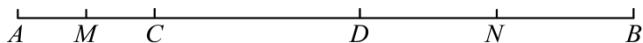
$$\therefore BQ = PQ = \frac{1}{2}PB = 2,$$

$$\therefore AQ = AB + BQ = 10.$$

故线段  $AQ$  的长为 7 或 10.



18. 如图所示, 线段  $AB$  被点  $C$ 、 $D$  分成了  $2:3:4$  三部分, 且  $AB = 180$ ,  $M$ 、 $N$  分别为  $AC$ 、 $BD$  的中点, 求  $MN$  的长



**【答案】**  $MN = 120$

**【解析】**

**【分析】** 本题主要考查了线段的和与差, 线段的中点, 结合图形, 灵活运用线段的和与差求值是解题的关键.

先根据题中条件求出  $AC$ ,  $CD$ ,  $BD$  的长, 再利用中点求出  $AM$ ,  $BN$  的长, 最后求  $MN$  的长.

**【详解】**  $\because$  线段  $AB$  被点  $C$ 、 $D$  分成了  $2:3:4$  三部分, 且  $AB = 180$ ,

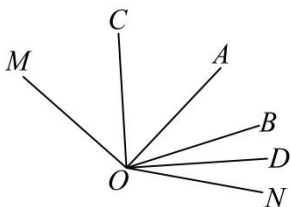
$$\therefore AC = 180 \times \frac{2}{2+3+4} = 40, \quad CD = 180 \times \frac{3}{2+3+4} = 60, \quad BD = 180 \times \frac{4}{2+3+4} = 80,$$

$\because M$ 、 $N$  分别为  $AC$ 、 $BD$  的中点,

$$\therefore AM = \frac{1}{2}AC = 20, \quad BN = \frac{1}{2}BD = 40,$$

$$\therefore MN = AB - AM - BN = 180 - 20 - 40 = 120.$$

19. 如图, 已知  $\angle AOB$  在  $\angle MON$  内部转动, 射线  $OC$  和射线  $OD$  分别平分  $\angle AOM$  和  $\angle BON$



(1) 若  $\angle MON = 150^\circ$ ,  $\angle AOB = 30^\circ$ , 求  $\angle COD$  的度数

(2) 请你猜想  $\angle AOB$ ,  $\angle COD$  和  $\angle MON$  三个角有怎样的数量关系? (直接写答案)

(3) 如图,  $\angle AOB$  在  $\angle MON$  内部转动, 若  $\angle MON = 150^\circ$ ,  $\angle AOB = 30^\circ$ ,  $\angle MOC = k\angle AOC$ ,  $\angle NOD = k\angle BOD$ , 求  $\angle COD$  的度数. (用含有  $k$  的式子表示计算结果)

**【答案】** (1)  $90^\circ$

$$(2) \quad \angle COD = \frac{1}{2}(\angle MON + \angle AOB)$$

$$(3) \quad \angle COD = \frac{150^\circ + 30^\circ k}{k+1}$$

**【解析】**

**【分析】** 本题考查角平分线, 角的计算, 掌握角平分线的定义是正确解答的关键.

(1) 根据角平分线的定义以及角之间的和差关系进行计算即可;

(2) 由 (1) 的计算过程可得结论;

(3) 根据角的倍数关系进行计算即可.

**【小问 1 详解】**

解:  $\because$  射线  $OC$  和射线  $OD$  分别平分  $\angle AOM$  和  $\angle BON$ .

$$\therefore \angle AOC = \angle COM = \frac{1}{2}\angle AOM, \angle BOD = \angle DON = \frac{1}{2}\angle BON,$$

$$\therefore \angle COD = \angle AOC + \angle BOD + \angle AOB$$

$$= \frac{1}{2}\angle AOM + \frac{1}{2}\angle BON + \angle AOB$$

$$= \frac{1}{2}(\angle AOM + \angle BON) + \angle AOB$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2}(\angle MON - \angle AOB) + \angle AOB \\
&= \frac{1}{2}(\angle MON + \angle AOB) \\
&= \frac{1}{2} \times (150^\circ + 30^\circ) \\
&= 90^\circ.
\end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \angle COD = \frac{1}{2}(\angle MON + \angle AOB),$$

$\because$  射线  $OC$  和射线  $OD$  分别平分  $\angle AOM$  和  $\angle BON$ .

$$\therefore \angle AOC = \angle COM = \frac{1}{2}\angle AOM, \angle BOD = \angle DON = \frac{1}{2}\angle BON,$$

$$\therefore \angle COD = \angle AOC + \angle BOD + \angle AOB$$

$$= \frac{1}{2}\angle AOM + \frac{1}{2}\angle BON + \angle AOB$$

$$= \frac{1}{2}(\angle AOM + \angle BON) + \angle AOB$$

$$= \frac{1}{2}(\angle MON - \angle AOB) + \angle AOB$$

$$= \frac{1}{2}(\angle MON + \angle AOB),$$

$$\text{即 } \angle COD = \frac{1}{2}(\angle MON + \angle AOB);$$

【小问 3 详解】

$$\text{解: } \because \angle MON = 150^\circ, \angle AOB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AOM + \angle BON = 150^\circ - 30^\circ = 120^\circ,$$

$$\text{又 } \because \angle MOC = k\angle AOC, \angle NOD = k\angle BOD,$$

$$\therefore \angle AOC = \frac{1}{k+1}\angle AOM, \angle BOD = \frac{1}{k+1}\angle BON,$$

$$\therefore \angle COD = \angle AOC + \angle BOD + \angle AOB$$

$$= \frac{1}{k+1}(\angle AOM + \angle BON) + \angle AOB$$

$$= \frac{1}{k+1}(\angle MON - \angle AOB) + \angle AOB$$

$$= \frac{150^\circ + 30^\circ k}{k+1}.$$

