

数学第三次质量检测

一、选择题 (本大题共有 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列说法正确的是 ()

A. 正整数和负整数统称整数

B. $-a$ 一定是负数

C. $2n+1$ (n 为整数) 表示一个奇数

D. 非负数包括零和负数

【答案】C

【解析】

【分析】根据有理数的分类进行判断即可.

【详解】解: A. 正整数、0 和负整数统称整数, 说法错误, 不符合题意;

B. $-a$ 不一定是负数, 说法错误, 不符合题意;

C. $2n+1$ (n 为整数) 表示一个奇数, 说法正确, 符合题意;

D. 非负数包括零和正数, 说法错误, 不符合题意;

故选: C.

【点睛】本题考查了有理数的分类, 熟练掌握正数、负数、整数、分数、正有理数、负有理数、非负数的定义与特点是解题的关键.

2. 下列各式中正确的是 ().

A. $-a^2 = |-a^2|$

B. $-a^3 = (-a)^3$

C. $-a^2 = (-a)^2$

D. $-a^3 = |-a^3|$

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了有理数的乘法和绝对值, 根据偶次方的非负性和绝对值的非负性进行求解即可.

【详解】解: A、 $-a^2 \neq |-a^2| = a^2$, 原式错误, 不符合题意;

B、 $-a^3 = (-a)^3$, 原式正确, 符合题意;

C、 $-a^2 \neq (-a)^2 = a^2$, 原式错误, 不符合题意;

D、 $-a^3 \neq |-a^3|$, 原式错误, 不符合题意;

故选: B.

3. 下列各式中, 书写正确的是 ()

A. $x^2y\frac{2}{3}$

B. $1\frac{1}{2}mn$

C. $x \div y$

D. $\frac{1}{4}(a+b)$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了代数式的书写要求，代数式的书写要求：(1) 在代数式中出现的乘号，通常简写成“ $\cdot$ ”或者省略不写；(2) 数字与字母相乘时，数字要写在字母的前面；(3) 在代数式中出现的除法运算，一般按照分数的写法来写，带分数要写成假分数的形式。根据代数式的书写要求逐项判断。

【详解】解：由代数式的书写要求可知，

A 应该写成 $\frac{2}{3}x^2y$ ，

B 应该写成 $\frac{3}{2}mn$ ，

C 应该写成 $\frac{x}{y}$ ，

四个选项中只有 D 选项中的式子书写正确，符合题意，

故选：D。

4. 若 $|a-4|=|a|+|-4|$ ，则 a 的值是 ()

- A. 任意有理数 B. 任意一个非负数 C. 任意一个非正数 D. 任意一个负数

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查绝对值性质。根据题意分三种情况，当 $a \geq 4$ 时，当 $0 < a < 4$ 时，当 $a \leq 0$ 时，结合绝对值性质讨论求解，即可解题。

【详解】解：当 $a \geq 4$ 时， $|a-4|=a-4$ ， $|a|+|-4|=a+4$ ，此时 $|a-4| \neq |a|+|-4|$ ；

当 $0 < a < 4$ 时， $|a-4|=-a+4$ ， $|a|+|-4|=a+4$ ，此时 $|a-4| \neq |a|+|-4|$ ；

当 $a \leq 0$ 时， $|a-4|=-a+4$ ， $|a|+|-4|=-a+4$ ，此时 $|a-4|=|a|+|-4|$ ；

所以当 $|a-4|=|a|+|-4|$ ，则 a 的值是任意一个非正数；

故选：C。

5. 《九章算术》中有一道“凫雁相逢”问题（凫：野鸭），大意如下：野鸭从南海飞到北海需要 7 天，大雁从北海飞到南海需要 9 天。如果野鸭、大雁分别从南海、北海同时起飞，经过多少天相遇？设经过 x 天相遇，则下列方程正确的是 ()

- A. $\frac{1}{7}x + \frac{1}{9}x = 1$ B. $\frac{1}{7}x - \frac{1}{9}x = 1$ C. $9x + 7x = 1$ D. $9x - 7x = 1$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了一元一次方程的实际应用，根据题意可得野鸭的速度为 $\frac{1}{7}$ ，大雁的速度为 $\frac{1}{9}$ ，设经过 x

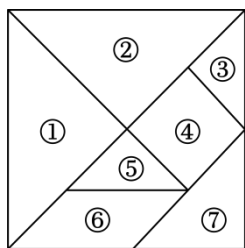
天相遇，则相遇时野鸭的路程+大雁的路程=总路程，据此即可列出方程.

【详解】解：设经过 x 天相遇，

可列方程为： $\frac{1}{7}x + \frac{1}{9}x = 1$ ，

故选：A.

6. 七巧板是我们民间流传广泛的一种古典智力玩具，由正方形分割而成（如图），图中①号部分的面积是正方形面积的（ ）



A. $\frac{1}{7}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{3}{8}$

D. $\frac{1}{8}$

【答案】B

【解析】

【分析】此题主要考查了七巧板问题，分数的定义，解答此题的关键是要明确七块板的图形的特征，把整个图形的面积看作单位“1”，图中①号部分和②号部分的面积占整个图形面积的 $\frac{1}{2}$ ，图中①号部分和②号部分的面积相等，据此可得答案.

【详解】解： $\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{4}$ ，

$\therefore$ 图中①号部分的面积是正方形面积的 $\frac{1}{4}$ ，

故选：B.

二、填空题（本大题共有 12 题，每题 2 分，满分 24 分）

7. 如果 $\frac{4}{5} = \frac{4+a}{15}$ ，那么 $a =$ _____.

【答案】8

【解析】

【分析】本题主要考查了解一元一次方程，按照去分母，移项，合并同类项，系数化为 1 的步骤解方程即可得到答案.

【详解】解： $\frac{4}{5} = \frac{4+a}{15}$

去分母得 $12 = 4 + a$,

移项得： $-a = 4 - 12$,

合并同类项得： $-a = -8$,

系数化为 1 得： $a = 8$,

故答案为： 8.

8. 分解素因数 $126 =$ _____.

【答案】 $2 \times 3 \times 3 \times 7$

【解析】

【分析】 本题考查分解素因数，解题的关键是把一个合数写成几个素数积的形式.

【详解】解： $126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$,

故答案为： $2 \times 3 \times 3 \times 7$.

9. 点 A 表示数 -1 ，在数轴上原点右边与点 A 距离 3 个单位长度的点表示的数为 _____.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查两点间的距离. 根据题意，列出算式进行计算即可. 掌握两点间的距离公式，是解题的关键.

【详解】解：由题意，得： $-1 + 3 = 2$,

故答案为： 2.

10. 比较大小： $-|-3\frac{1}{3}|$ _____ $-(-3.3)$.

【答案】 $<$

【解析】

【分析】 本题主要考查了有理数比较大小，先计算绝对值和化简多重符号，再根据正数大于 0，0 大于负数，两个负数比较大小，绝对值越大，其值越小进行求解即可.

【详解】解： $-|-3\frac{1}{3}| = -3\frac{1}{3}$, $-(-3.3) = 3.3$,

$\therefore -3\frac{1}{3} < 3.3$,

$\therefore -|-3\frac{1}{3}| < -(-3.3)$,

故答案为：<.

11. 计算： $(-2)^{2023} + (-2)^{2024} =$ _____. (用 2 的乘方表示)

【答案】 2^{2023}

【解析】

【分析】 本题主要考查了有理数的乘方计算，把原式变形为 $(-2)^{2023} + (-2)^{2023} \times (-2)$ ，据此计算求解即可.

【详解】 解： $(-2)^{2023} + (-2)^{2024}$
 $= (-2)^{2023} + (-2)^{2023} \times (-2)$
 $= -(-2)^{2023}$
 $= 2^{2023},$

故答案为： 2^{2023} .

12. 一本书共 60 页，小李看了 $\frac{1}{3}$ ，则他看了_____页.

【答案】 20

【解析】

【分析】 本题主要考查了分数乘法的应用. 根据题意列出算式准确计算.

【详解】 解： $60 \times \frac{1}{3} = 20$ (页),

即他看了 20 页.

故答案为： 20.

13. 列式表示“ x 与 y 的和除以 x 与 y 的积”，_____.

【答案】 $\frac{x+y}{xy}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了列代数式， x 与 y 的和为 $x+y$ ， x 与 y 的积为 xy ，据此可得答案.

【详解】 解： 表示“ x 与 y 的和除以 x 与 y 的积”的式子为 $\frac{x+y}{xy}$,

故答案为： $\frac{x+y}{xy}$.

14. 若代数式 $x-1$ 与 $2x+7$ 的值互为相反数，则 x 的值为_____.

【答案】 -2

【解析】

【分析】根据相反数的定义得出 $(x-1)+(2x+7)=0$ ，解方程即可.

【详解】解：根据题意可得： $(x-1)+(2x+7)=0$ ，

解得： $x=-2$ ，

故答案为： -2 .

【点睛】本题考查了相反数，解一元一次方程，正确列出一元一次方程是解题的关键.

15. 对单项式“ $7x$ ”可以解释为：长方形的长为 x ，宽为 7 ，则此长方形的面积为 $7x$. 请你对“ $7x$ ”再赋予一个含义：_____.

【答案】角形的一条边长为 x ，这条边上的高为 7 ，则此三角形的面积为 $7x$

【解析】

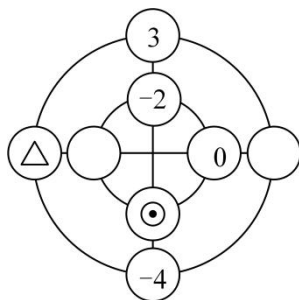
【分析】结合题意，根据单项式的性质分析，即可得到答案.

【详解】根据题意，对“ $7x$ ”再赋予一个含义：三角形的一条边长为 $2x$ ，这条边上的高为 7 ，则此三角形的面积为 $7x$

故答案为：角形的一条边长为 $2x$ ，这条边上的高为 7 ，则此三角形的面积为 $7x$.

【点睛】本题考查了单项式的知识；解题的关键是熟练掌握单项式的性质，从而完成求解.

16. 如图，是根据幻方改编的“幻圆”游戏，将 -3 ， 2 ， -1 ， 0 ， 1 ， -2 ， 3 ， -4 分别填入图中的圆圈内，使横、竖，以及内外两圈上的 4 个数字之和都相等. 已知图中的 $\triangle$ 、 $\odot$ 分别表示一个数，则 $\triangle - \odot$ 的值为_____.



【答案】 -4 或 1

【解析】

【分析】根据题意先得到内外两圈上以及横、竖上的 4 个数字之和都为 -2 ，进而求出 $\odot = 1$ ，小圆圈上空白圆圈上数字为 -1 ，从而求出 $\triangle = -3$ 或 2 ，即可求出答案.

【详解】解：由题意得 $-3+2-1+0+1-2+3-4=-4$ ，

$\therefore$ 内外两圈上以及横、竖上的 4 个数字之和都为 -2 ，

$\therefore \odot = -2 - (3-2-4) = 1$ ，

$\therefore$ 小圆圈上空白圆圈上数字为 $-2 - (-2 + 0 + 1) = -1$,

$\therefore \triangle = -3$ 或 2 ,

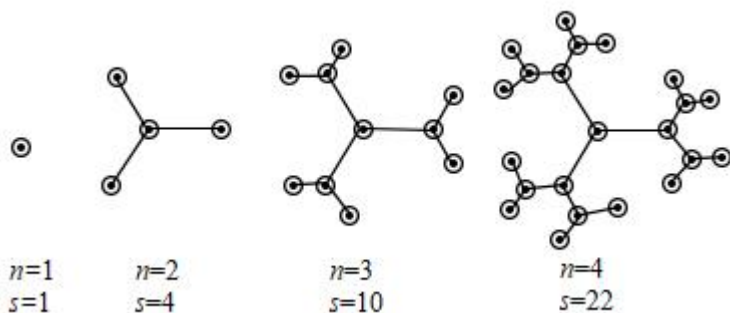
$\therefore \triangle - \odot = -4$ 或 1 .

故答案为: -4 或 1

【点睛】 本题考查了有理数的加法, 减法运算, 熟知题意, 理解“横、竖, 以及内外两圈上的 4 个数字之和都相等”是解题关键.

17. 国庆节, 广场上要设计一排灯笼增强气氛, 其中有一个设计由如图所示图案逐步演变而成, 其中圆圈代表灯笼, n 代表第 n 次演变过程, s 代表第 n 次演变后的灯笼的个数. 仔细观察下列演变过程, 当 $n=6$ 时,

$s =$ _____.



【答案】 94

【解析】

【分析】 根据图形的变化规律, 结合数字规律列出式子求解即可.

【详解】 解: $\because S_1=1$,

$$S_2 = S_1 + 3 = 4 = 3 \times (2 - 1) + 1,$$

$$S_3 = S_2 + 6 = 10 = 3 \times (2^2 - 1) + 1,$$

$$S_4 = S_3 + 6 = 22 = 3 \times (2^3 - 1) + 1,$$

$\dots$,

$$S_n = 3 \times (2^{n-1} - 1) + 1$$

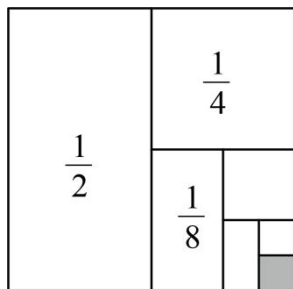
$$\therefore \text{当 } n=6 \text{ 时, } S_6 = 3 \times (2^{6-1} - 1) + 1 = 94,$$

故答案为: 94.

【点睛】 本题考查了图形和数字规律, 解题的关键是找到合适的规律列出代数式.

18. 我国著名的数学家华罗庚曾说过:“数形结合百般好, 割裂分家万事非”. 如图, 在边长为 1 的正方形纸

板上，依次贴上面积为 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, ..., $\frac{1}{2^n}$ 的长方形彩色纸片 (n 为大于 1 的整数)，运用“数形结合”的思想，依数形变化的规律，可计算出 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2^{100}} =$ _____.



【答案】 $\frac{2^{100}-1}{2^{100}}$

【解析】

【分析】本题考查了数形结合的思想，规律题的探究. $\frac{1}{2}$ 可以看做面积为 1 正方形减去一半的面积，所 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ 可以看做面积为 1 正方形减去 $\frac{1}{4}$ 的面积， $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ 可以看做面积为 1 正方形减去 $\frac{1}{8}$ 的面积，……，
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2^{100}}$ 可以看做面积为 1 正方形减去 $\frac{1}{2^{100}}$ 的面积，据此即可求解.

【详解】解： $\frac{1}{2}$ 可以看做面积为 1 正方形减去一半的面积，所以 $\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ ；
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ 可以看做面积为 1 正方形减去 $\frac{1}{4}$ 的面积，所以 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ ；
 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ 可以看做面积为 1 正方形减去 $\frac{1}{8}$ 的面积，所以 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$ ；
 ……，

$\therefore \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2^{100}}$ 可以看做面积为 1 正方形减去 $\frac{1}{2^{100}}$ 的面积，所以

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots + \frac{1}{2^{100}} = 1 - \frac{1}{2^{100}} = \frac{2^{100}-1}{2^{100}}.$$

故答案为： $\frac{2^{100}-1}{2^{100}}$

三、简答题（本大题共 6 题，满分 34 分. 19-20 各 5 分，21-24 各 6 分）

19. 先化简，再求值： $2x - 5y - 3(3x - 4y) + 1$. 其中 $x = 2$, $y = -1$.

【答案】 $-7x + 7y + 1$, -20

【解析】

【分析】本题主要考查了整式的化简求值，先去括号，然后合并同类项化简，最后代值计算即可得到答案.

【详解】解： $2x - 5y - 3(3x - 4y) + 1$

$$= 2x - 5y - 9x + 12y + 1$$

$$= -7x + 7y + 1,$$

当 $x = 2$, $y = -1$ 时, 原式 $= -7 \times 2 + 7 \times (-1) + 1 = -14 - 7 + 1 = -20$.

20. 已知关于 x 的方程 $(m-3)x^{|m|-2} + 12n = 0$ 是一元一次方程.

(1) 求 m 的值;

(2) 已知: $x = 2$ 是该一元一次方程的解, 求 n 的值.

【答案】(1) $m = -3$

(2) $n = 1$

【解析】

【分析】本题考查一元一次方程的定义, 方程的解.

(1) 根据一元一次方程的定义可得 $m-3 \neq 0$, $|m|-2=0$, 求解即可;

(2) 把 $x = 2$ 代入方程, 求解即可.

【小问 1 详解】

$\because$ 关于 x 的方程 $(m-3)x^{|m|-2} + 12n = 0$ 是一元一次方程,

$$\therefore |m|-2=1 \text{ 且 } m-3 \neq 0$$

$$\therefore m = -3;$$

【小问 2 详解】

由 (1) 得, 该一元一次方程为 $-6x + 12n = 0$,

$\because x = 2$ 是该方程的解,

$$\therefore -12 + 12n = 0,$$

$$\therefore n = 1.$$

21. 计算: $-2^2 - (1 - 0.5) + \frac{1}{3} \times [3 - (-1)^2]$.

【答案】 $-3\frac{5}{6}$

【解析】

【分析】本题主要考查了含乘方的有理数混合计算, 按照先计算乘方, 再计算乘除法, 最后计算加减法, 有括号先计算括号的运算顺序求解即可.

【详解】解： $-2^2 - (1 - 0.5) + \frac{1}{3} \times [3 - (-1)^2]$

$$= -4 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times (3 - 1)$$

$$= -4 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 2$$

$$= -4 - \frac{1}{2} + \frac{2}{3}$$

$$= -3\frac{5}{6}.$$

22. 计算： $-\frac{2}{3} \times 5 + \left(-1\frac{1}{3}\right) \times 5 - 1 \times (-5).$

【答案】 -5

【解析】

【分析】 本题主要考查了有理数的四则混合计算，先计算乘法，再计算加减法即可得到答案.

【详解】解： $-\frac{2}{3} \times 5 + \left(-1\frac{1}{3}\right) \times 5 - 1 \times (-5)$

$$= -\frac{10}{3} - \frac{20}{3} + 5$$

$$= -10 + 5$$

$$= -5.$$

23. 解方程： $\frac{x}{8} = \frac{5x+3}{12} - 2.$

【答案】 $x = 6$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元一次方程，按照去分母，去括号，移项，合并同类项，系数化为 1 的步骤解方程即可.

【详解】解： $\frac{x}{8} = \frac{5x+3}{12} - 2$

去分母得： $3x = 2(5x+3) - 48,$

去括号得： $3x = 10x + 6 - 48,$

移项得： $3x - 10x = 6 - 48,$

合并同类项得： $-7x = -42,$

系数化为 1 得： $x = 6.$

24. 若方程 $2(x+1)-5=3(x-1)+4$ 的解是关于 x 的方程 $\frac{1}{4}x-ax=7$ 的解, 求 $a^2-2a-11$ 的值.

【答案】 -11

【解析】

【分析】根据一元一次方程的解法得到 $x=-4$, 将 $x=-4$ 代入 $\frac{1}{4}x-ax=7$ 解出 $a=2$, 代入代数式求值即可得到答案.

【详解】解: $2(x+1)-5=3(x-1)+4$,

$$\therefore 2x+2-5=3x-3+4,$$

解得 $x=-4$,

$$\therefore \frac{1}{4} \times (-4) - (-4)a = 7,$$

$$\text{即 } 4a = 8,$$

解得 $a=2$,

将 $a=2$ 代入 $a^2-2a-11$ 得 $a^2-2a-11=2^2-2 \times 2-11=-11$.

【点睛】本题考查解一元一次方程、方程解的定义及代数式求值, 熟记一元一次方程解法步骤是解决问题的关键.

四、解答题: (本大题共 4 题, 满分 24 分, 25-26 各 5 分, 27 题 6 分, 28 题 8 分)

25. 甲、乙两个修路队分别从两端开始修, 甲队修了全长的 $\frac{9}{20}$, 乙队修了甲队的 $\frac{8}{9}$, 甲队比乙队多修 80 米.

(1) 乙队修了多少米?

(2) 留下了全长的几分之几还没有修?

【答案】 (1) 乙队修了 640 米;

(2) 留下了全长的 $\frac{3}{20}$ 还没有修.

【解析】

【分析】本题主要考查了一元一次方程的应用, 分数的混合运算的应用.

(1) 设这条公路全长为 x 米, 根据甲队修了全长的 $\frac{9}{20}$, 乙队修了甲队的 $\frac{8}{9}$, 甲队比乙队多修 80 米, 列出方程求解即可;

(2) 根据“甲队修了全长的 $\frac{9}{20}$, 乙队修了甲队的 $\frac{8}{9}$ ”列式计算即可.

【小问 1 详解】

解：设这条公路全长为 x 米，

由题意得： $\frac{9}{20}x - \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{20}x = 80$ ，

解得 $x = 1600$ ，

$$\therefore \frac{8}{9} \times \frac{9}{20} \times 1600 = 640$$

答：乙队修了 640 米；

【小问 2 详解】

解： $1 - \frac{9}{20} - \frac{9}{20} \times \frac{8}{9} = \frac{3}{20}$ ，

答：剩下了全长的 $\frac{3}{20}$ 还没有修.

26. 某城市自来水收费实行阶梯水价，收费标准如下表所示，若某用户 5 月份用了 x 吨水.

月用水费	不超过 12 吨部分	超过 12 吨不超过 18 吨部分	超过 18 吨部分
收费标准 (元/吨)	2.00	2.50	3.00

(1) 请分别写出 $0 \leq x \leq 12$ ， $12 < x \leq 18$ ， $x > 18$ ，水费的代数式.

解：当 $0 \leq x \leq 12$ 时，水费为：_____；

当 $12 < x \leq 18$ 时，水费为：_____；

当 $x > 18$ 时，水费为：_____.

(2) 用水量为 10 吨和 16 吨，各需付水费多少元？

【答案】(1) $2x$ ， $2.5x - 6$ ， $3x - 15$.

(2) 用水量为 10 吨和 16 吨，各需付水费 20，34 元

【解析】

【分析】(1) 根据表格所给的收费标准，列代数式即可；

(2) 分别将 $x=10$ ， $x=16$ 代入不同 x 取值范围的代数式，求出费用.

【小问 1 详解】

解：当 $0 \leq x \leq 12$ 时，水费为： $2x$ ；

当 $12 < x \leq 18$ 时，水费为： $12 \times 2 + (x - 12) \times 2.5 = 2.5x - 6$ ；

当 $x > 18$ 时，水费为： $12 \times 2 + (18 - 12) \times 2.5 + (x - 18) \times 3 = 3x - 15$

故答案为： $2x$ ， $2.5x-6$ ， $3x-15$.

【小问 2 详解】

当 $x=10$ 时， 水费 $=10\times 2=20$ （元）；

当 $x=16$ 时， 水费 $=2.5\times 16-6=34$ （元）；

【点睛】 本题考查了列代数式， 看懂表格， 列出代数式是解题的关键.

27. 股民曹先生上星期五买进某公司股票 1000 股， 每股 31 元， 下表为本周每日该股票的涨跌情况（单位：元）.

星期	一	二	三	四	五
每股涨跌	+2	+1.5	-1	-0.5	+1

注： 正数表示比前一天上涨， 负数表示比前一天下跌.

- (1) 星期三收盘时， 每股是多少元？（列式计算）
- (2) 本周内最高股价是每股多少元？ 最低价是每股多少元？
- (3) 如果曹先生在星期五收盘前将全部股票卖出， 他的收益情况如何？

【答案】 (1) 周三收盘时股价为 33.5 元

(2) 本周内最高股价是每股 34.5 元， 最低价是每股 33 元

(3) 如果曹先生在星期五收盘前将全部股票卖出他的收益 3000 元

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的混合运算， 以及正负数表示一对具有相反意义的量， 解题关键在于认真的阅读题目， 分析题意， 认真的进行计算.

- (1) 根据有理数的加法， 可得答案；
- (2) 根据有理数的加法， 有理数的大小比较， 可得答案；
- (3) 分别求出卖出时的受益， 买进的费用即可解决问题；

【小问 1 详解】

解： 周三收盘时股价为：

$$31+2+1.5-1=33.5(\text{元}).$$

答： 周三收盘时股价为 33.5 元；

【小问 2 详解】

解： 周一股价为： $31+2=33(\text{元})$ ；

周二股价为： $31+2+1.5=34.5(\text{元})$ ；

周三股价为: $31+2+1.5-1=33.5$ (元);

周四股价为: $31+2+2.5-1-0.5=33$ (元);

周五股价为: $31+2+2.5-1-0.5+1=34$ (元);

答: 本周内最高股价是每股34.5元, 最低价是每股33元;

【小问3 详解】

解: 根据题意得: $34 \times 1000 - 31 \times 1000 = 3000$ (元)

答: 如果曹先生在星期五收盘前将全部股票卖出他的收益3000元.

28. 若关于 x 的方程 $ax+b=0$ ($a \neq 0$) 的解与关于 y 的方程 $cy+d=0$ ($c \neq 0$) 的解满足 $|x-y|=1$, 则称方程 $ax+b=0$ ($a \neq 0$) 与方程 $cy+d=0$ ($c \neq 0$) 是“美好方程”. 例如: 方程 $2x+1=5$ 的解是 $x=2$, 方程 $y-1=0$ 的解是 $y=1$, 因为 $|x-y|=1$, 方程 $2x+1=5$ 与方程 $y-1=0$ 是“美好方程”.

(1) 请判断方程 $5x-3=2$ 与方程 $2(y+1)=3$ 是不是“美好方程”, 并说明理由;

(2) 若关于 x 的方程 $\frac{3x+k}{2}-x=2k+1$ 与关于 y 的方程 $4y-1=3$ 是“美好方程”, 请求出 k 的值;

(3) 若无论 m 取任何有理数, 关于 x 的方程 $\frac{2x+ma}{3}-\frac{b}{2}=m$ (a, b 为常数) 与关于 y 的方程 $y+1=2y-5$ 都是“美好方程”, 求 ab 的值.

【答案】(1) 不是, 理由见解析

(2) $k=0$ 或 $k=-\frac{2}{3}$

(3) $ab=20$ 或 $ab=28$

【解析】

【分析】(1) 分别求出方程的解, 再判断 $|x-y|=1$, 即可求解;

(2) 分别解出方程, 再代入 $|x-y|=1$, 求出 k 即可;

(3) 先解出方程 $y+1=2y-5$, 再代入 $|x-y|=1$, 求出 x 的值, 最后代入 $\frac{2x+ma}{3}-\frac{b}{2}=m$ 即可求出 ab 的值.

【小问1 详解】

$\because 5x-3=2$ 的解为 $x=1$, $2(y+1)=3$ 的解为 $y=\frac{1}{2}$,

$\therefore |x-y|=|1-\frac{1}{2}| \neq 1$,

$\therefore$ 方程 $5x-3=2$ 与方程 $2(y+1)=3$ 不是“美好方程”;

【小问2 详解】

$$\because \frac{3x+k}{2} - x = 2k+1 \text{ 的解为 } x = 3k+2,$$

$$4y-1=3 \text{ 解为 } y=1$$

$$\therefore |x-y| = |3k+2-1| = 1$$

$$\therefore k=0 \text{ 或 } k=-\frac{2}{3}$$

【小问3 详解】

$$\because y+1=2y-5 \text{ 的解为 } y=6$$

$$\because \text{关于 } x \text{ 的方程 } \frac{2x+ma}{3} - \frac{b}{2} = m \text{ (} a, b \text{ 为常数) 与关于 } y \text{ 的方程 } y+1=2y-5 \text{ 都是“美好方程”,}$$

$$\therefore |x-y|=1$$

$$\therefore x=5 \text{ 或 } x=7$$

$$\therefore \frac{2x+ma}{3} - \frac{b}{2} = m \text{ 的解为 } x=5 \text{ 或 } x=7$$

$$\text{即关于 } x \text{ 的方程 } \frac{2x+ma}{3} - \frac{b}{2} = m, \text{ 无论 } m \text{ 为何值, 方程的解都是 } x=5 \text{ 或 } x=7$$

$$\therefore x=5 \text{ 代入得 } \frac{2x+ma}{3} - \frac{b}{2} = m, \quad \frac{10+ma}{3} - \frac{b}{2} = m, \text{ 整理得 } (2a-6)m = 3b-20$$

$$x=7 \text{ 代入得 } \frac{2x+ma}{3} - \frac{b}{2} = m, \quad \frac{14+ma}{3} - \frac{b}{2} = m, \text{ 整理得 } (2a-6)m = 3b-28$$

$$\therefore a=3, b=\frac{20}{3} \text{ 或 } b=\frac{28}{3}$$

$$\therefore ab=20 \text{ 或 } ab=28$$

【点睛】 本题考查一元一次方程的解，理解新定义并熟练掌握一元一次方程的解法是解题的关键.