

2024 学年第一学期中预年级数学过程性评价 1 试卷

时间：90 分钟满分：100 分

(本次考试不得使用计算器，请将正确答案填写在答题纸上，写在试卷上无效)

一、选择题 (本大题共 4 题，每题 3 分，共 12 分)

1. 如果 $\frac{8}{5+x}$ 是假分数，那么自然数 x 可取的值有 ()

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了假分数，熟练掌握假分数的定义是解题的关键。根据假分数的定义：分子大于或者等于分母的分数叫假分数，即可得到结论。

【详解】 解： $\because \frac{8}{5+x}$ 是假分数，

$$\therefore 5+x \leq 8$$

$$\therefore x \leq 3$$

$\therefore$ 自然数 x 可取的值有 0, 1, 2, 共 3 个，

故选： B.

2. 一个正整数既能被 8 整除又能被 6 整除，这个数最小是 ()

- A. 1 B. 2 C. 24 D. 48

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查了最小公倍数的意义，根据题意求得 8 和 6 的最小公倍数，即可求解。

【详解】 解： $8 = 2 \times 2 \times 2$ ， $6 = 2 \times 3$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \ 6} \\ \underline{4 \ 3} \end{array}$$

$$\therefore 8 \text{ 和 } 6 \text{ 的最小公倍数为 } 2 \times 4 \times 3 = 24$$

故选： C.

3. 甲：如果两个正整数的最小公倍数等于它们的乘积，则它们的最大公因数为 1；

乙：如果三个正整数的最小公倍数等于它们的乘积，则它们的最大公因数为 1.

以下说法正确的是 ()

A. 甲、乙都正确

B. 甲、乙都错误

C. 甲正确, 乙错误

D. 甲错误, 乙正确

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了最小公倍数与最大公约数, 根据题意可得两个正整数或三个正整数的最小公倍数等于它们的乘积, 则这两个正整数或三个正整数都为素数, 则它们的最大公因数为 1

【详解】 解: 两个正整数或三个正整数的最小公倍数等于它们的乘积, 则这两个正整数或三个正整数都为素数, 则它们的最大公因数为 1

$\therefore$ 甲、乙都正确

故选: A.

4. 小李, 小兰和小洛三人利用暑假积极参与公益活动, 她们于 7 月 1 日一起参加了某社区的公益活动. 随后小李每 2 天, 小兰每 3 天, 小洛每 4 天参加一次活动. 则她们下一次一起参加活动的活动是 ()

A. 7 月 12 日

B. 7 月 13 日

C. 8 月 29 日

D. 8 月 30 日

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查的是求最小公倍数应用题, 掌握求最小公倍数的方法是解答关键. 根据 2,3,4 的最小公倍数为 12, 即可求解.

【详解】 解: $4 = 2 \times 2$

2,3,4 的最小公倍数为 $2 \times 2 \times 3 = 12$,

7 月 1 日加 12 日为 7 月 13 日

故选: B.

二、填空题 (本大题共 16 题, 每题 3 分, 满分 48 分)

5. $2\frac{4}{7}$ 的倒数是_____.

【答案】 $\frac{7}{18}$

【解析】

【分析】 本题考查了倒数的定义, 解题的关键是知道乘积为 1 的两个数互为倒数, 正数的倒数是正数, 负数的倒数是负数, 0 没有倒数. 根据乘积为 1 的两个数互为倒数求解即可.

【详解】解： $2\frac{4}{7} = \frac{18}{7}$ 的倒数是 $\frac{7}{18}$ ，

故答案为： $\frac{7}{18}$ 。

6. 分解素因数： $1440 =$ _____。

【答案】 $2^5 \times 3^2 \times 5$

【解析】

【分析】 本题考查了分解素因数，熟练掌握分解素因数的定义是解答本题的关键。把一个合数用几个素（质）数相乘的形式表示出来，叫做分解素（质）因数。

【详解】 解： $1440 = 2^5 \times 3^2 \times 5$

故答案为： $2^5 \times 3^2 \times 5$ 。

7. 80 分钟是 3 小时的 _____（填最简分数）。

【答案】 $\frac{4}{9}$

【解析】

【分析】 本题考查了最简分数，掌握 1 小时 = 60 分是解题的关键。小单位化大单位，除以进率即可。

【详解】 解： $80 \div 3 \times 60 = \frac{80}{180} = \frac{4}{9}$ 。

故答案为： $\frac{4}{9}$ 。

8. 在小于 100 的正整数中，最大因数与最小倍数相等且不是合数的数有 _____ 个。

【答案】 26

【解析】

【分析】 本题考查了素数，依题意，求 100 的质数的素数，加上 1，即可求解。

【详解】 小于 100 的素数： 2， 3， 5， 7， 11， 13， 17， 19， 23， 29， 31， 37， 41，
43， 47， 53， 59， 61， 67， 71， 73， 79， 83， 89， 97
共 25 个。

加上 1，共 26 个。

故答案为： 26。

9. 54 和 90 公有的素因数是 _____。

【答案】 2 和 3

【解析】

【分析】 根据题意可以将 54 与 90 进行分解质因数，然后就可以确定 54 与 90 的公有的素因数。

【详解】解： $54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$ ， $90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$ 。

所以 54 和 90 公有的素因数是： 2 和 3。

故答案为： 2 和 3。

10. 在 1008 的因数中，能被 6 整除的数有_____个。

【答案】 16

【解析】

【分析】 本题考查了数的整除的特征、求因数个数的方法与排列组合知识的综合应用。先把 1008 分解质因数是： $1008 = 2^4 \times 3^2 \times 7$ ，要使正因数能被 6 整除，即同时被 2 和 3 整除，即可得出能被 6 整除的数；据此解答即可。

【详解】 $1008 = 2^4 \times 3^2 \times 7$

∴能被 6 整除的数为 6， 12， 18， 24， 36， 42， 48， 72， 84， 126， 144， 168， 252， 336， 504， 1008；共 16(个)

答：能被 6 整除的有 16 个。

故答案为： 16。

11. 一个素数的 4 倍与另一个素数的 7 倍的和是 370，则这两个数的和是_____。

【答案】 91

【解析】

【分析】 本题考查的是特殊素数 2 的运用；设这两个素数分别为 x 和 y 则 $7x + 4y = 370$ ，则 x 必然是偶数，否则和就不会是偶数 370 了，既是偶数又是素数的数，只有 2，所以 $x = 2$ ，代入方程，求出 y 的值，然后求和，即可得解。

【详解】解： 设这两个素数分别为 x 和 y ，

则： $7x + 4y = 370$ ，

$x = 2$ ，

$y = (370 - 8) \div 7 = 89$ ，

$2 + 89 = 91$ ，

答：这两个素数的和是 91。

故答案为： 91。

12. 把分数 $\frac{12}{17}$ 的分子和分母同时加上_____后，它的大小等于 $\frac{5}{6}$ 。

【答案】 13

【解析】

【分析】 本题考查了分数的性质，正确掌握分数的性质是解题的关键。设子和分母同时加上 x ，根据题意可得 $\frac{12+x}{17+x} = \frac{5}{6}$ ，解方程，即可求解。

【详解】 解：设子和分母同时加上 x ，根据题意可得 $\frac{12+x}{17+x} = \frac{5}{6}$

$$\therefore 6(12+x) = 5(17+x)$$

$$\therefore 6x + 72 = 5x + 85$$

$$\therefore x = 13$$

故答案为：13。

13. 学校组织出游，某班学生刚好能坐满一辆四十几座的大巴。到达目的地后分组活动，如果每组 8 名学生，则有 3 组各少 1 人；如果每组 6 人则恰好有 1 组只有一半人，那么这个班一共有_____人。

【答案】 45

【解析】

【分析】 本题考查了公倍数的应用；如 8 人一组，那么有 3 组各少 1 人，可看成 8 人一组少 3 人；如每组 6 人则恰好有 1 组只有一半人，也可看成 6 人一组少 3 人；8 和 6 的最小公倍数 24，在 40-50 之间的 8 和 6 的公倍数 $24 \times 2 = 48$ ，据此解答即可。

【详解】 解：由分析可知，要求的这个班共有学生即 8 和 6 的倍数少 3 人，

8 和 6 的最小公倍数 24，在 40-50 之间的 8 和 6 的公倍数 $24 \times 2 = 48$ ；

这个班共有： $48 - 3 = 45$ (人)；

答：这个班共有学生 45 人。

故答案为：45。

14. 算式 $12 \times 14 \times 16 \times \cdots \times 2498 \times 2500$ 所得的乘积的末尾共有个_____零。

【答案】 311

【解析】

【分析】 此题考查连乘积的末尾共有几个 0：关键是理解一个 2 和一个 5 相乘得到一个 0，还有可能是末尾直接有 0 的，因数 2 的个数足够多，所以只要看因数 5 的个数，即能确定积的末尾共有几个 0。根据乘积的末尾的零的个数等于因数 5 的个数即为末尾零的个数，因为 25 与 4 的倍数产生 2 个 0，则再计算一次，同理计算 125 的倍数，和 625 的倍数的个数，即可求解。

【详解】 解： $12 \times 14 \times 16 \times \cdots \times 2498 \times 2500 = 2^{1245} \times (6 \times 7 \times 8 \cdots \times 1249 \times 1250)$

从 6 到 1250 的数中, 5 的倍数有 $1250 \div 5 - 1 = 249$

从 6 到 1250 的数中, 25 的倍数有 $\frac{1250}{25} = 50$

从 6 到 1250 的数中, 125 的倍数有 $\frac{1250}{125} = 10$

从 6 到 1250 的数中, 625 的倍数有 $\frac{1250}{625} = 2$

因此, 5 的幂次为: $249 + 50 + 10 + 2 = 311$

因此, 算式 $12 \times 14 \times 16 \times \cdots \times 2498 \times 2500$ 所得的乘积的末尾共有个 311 零

故答案为: 311.

15. 已知 $\frac{Q}{P \times P \times P} = \frac{5}{2016}$, 则最小的正整数 $P =$ _____

【答案】 84

【解析】

【分析】 本题考查了因数分解, 根据 $2016 = 2^5 \times 3^2 \times 7$ 则 P 含有因数 2, 3, 7, 得出 $P^3 = 2^{3a} \times 3^{3b} \times 7^{3c} \times k$, 进而求得最小正整数 a, b, c 解, 即可求解.

【详解】 解: $\because 2016 = 2^5 \times 3^2 \times 7$

$\therefore P$ 含有因数 2, 3, 7

$\therefore P^3 = 2^{3a} \times 3^{3b} \times 7^{3c} \times k$, a, b, c 为正整数, k 为整数,

$$\therefore \frac{Q}{P \times P \times P} = \frac{Q}{P^3} = \frac{5}{2016}$$

$$\therefore 3a \geq 5, 3b \geq 2, 3c \geq 1$$

$$\therefore a \geq \frac{5}{3}, b \geq \frac{2}{3}, c \geq 1,$$

$\therefore a$ 的最小值为 2, b, c 的最小值为 1

$$\therefore \text{最小的正整数 } P = 2^2 \times 3 \times 7 = 84$$

故答案为: 84.

16. 已知 $\frac{2}{3} < \frac{7}{a} < \frac{3}{4}$, 则正整数 a 的值为 _____.

【答案】 10

【解析】

【分析】 本题考查了分数的大小比较, 根据题意得出 $\frac{4}{3} < \frac{a}{7} < \frac{3}{2}$, 即可求解.

【详解】解： $\because \frac{2}{3} < \frac{7}{a} < \frac{3}{4}$,

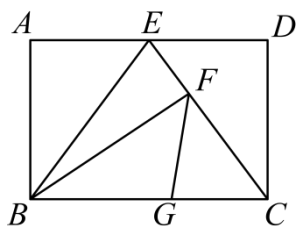
$$\therefore \frac{4}{3} < \frac{a}{7} < \frac{3}{2}$$

$$\therefore \frac{28}{3} < a < \frac{21}{2}$$

$\therefore$ 正整数 a 的值为 10.

故答案为：10.

17. 如图，在长方形 $ABCD$ 中，点 E 是 AD 的中点， $CF = 2EF$ ， $GC = \frac{2}{5}BC$ ，则 $\triangle BFG$ 的面积是长方形 $ABCD$ 面积的_____.



【答案】 $\frac{1}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查了分数的应用，三角形的面积公式；根据三角形的面积公式可得 $S_{\triangle CBF} = \frac{2}{3}S_{\triangle EBC}$ ，

$S_{\triangle EBC} = \frac{1}{2}S_{\text{长方形}ABCD}$ ，则 $S_{\triangle CBF} = \frac{1}{3}S_{\text{长方形}ABCD}$ ，进而得出 $S_{\triangle BFG} = \frac{3}{5}S_{\triangle BCF}$ ，即可求解.

【详解】解： $\because CF = 2EF$

$$\therefore \frac{S_{\triangle EFB}}{S_{\triangle CBF}} = \frac{EF}{FC} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore S_{\triangle CBF} = \frac{2}{3}S_{\triangle EBC}$$

$$\text{又} \because S_{\triangle EBC} = \frac{1}{2}BC \times AB = \frac{1}{2}S_{\text{长方形}ABCD}$$

$$\therefore S_{\triangle CBF} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}S_{\text{长方形}ABCD} = \frac{1}{3}S_{\text{长方形}ABCD}$$

$$\because GC = \frac{2}{5}BC$$

$$\therefore BG = \frac{3}{5}BC$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle BFG}}{S_{\triangle BCF}} = \frac{BG}{BC} = \frac{3}{5}$$

$$\text{即 } S_{\triangle BFG} = \frac{3}{5}S_{\triangle BCF} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{3}S_{\text{长方形}ABCD} = \frac{1}{5}S_{\text{长方形}ABCD}$$

故答案为: $\frac{1}{5}$.

18. 分母是392的最简真分数共有_____个.

【答案】 168

【解析】

【分析】 本题考查了最简真分数的定义, 因数分解; 根据分母为392, 因数为2和7, 进而求得不含2和7的因数的个数, 结合真分数的分子比分母小, 最简分数的分子与分母只有公因数1, 即可求解.

【详解】 解: $392 = 2^3 \times 7^2$

其中被2整除的数有: $\frac{392}{2} - 1 = 195$ 个

被7整除的数有: $\frac{392}{7} - 1 = 55$ 个

被 $2 \times 7 = 14$ 整除的数有: $\frac{392}{14} - 1 = 27$ 个

$$195 + 55 - 27 = 223,$$

$\therefore$ 与392互质的数有: $391 - 223 = 168$, 即分母是392的最简真分数共有168个

故答案为: 168.

19. 小乌在计算168、180和A三个数的最小公倍数时, 不小心把168看成了165, 但最后结果依然正确, 那么最小的正整数A是_____.

【答案】 616

【解析】

【分析】 根据题意先将168, 180, 165三个数分解质因数, 对于三个数的最小公倍数, 取三个数的不同的质因数的最高幂, 即可求解.

【详解】 解: $168 = 2^3 \times 3 \times 7$, $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$, $165 = 3 \times 5 \times 11$

依题意, 正整数A至少包含因数 2^3 , 7, 11

对于三个数的最小公倍数, 取不同的质因数的最高幂, 则 $2^3 \times 7 \times 11 = 56 \times 11 = 616$

$$\begin{array}{r|l}
2 & 168 \quad 180 \quad 616 \\
\hline
2 & 84 \quad 90 \quad 308 \\
\hline
2 & 42 \quad 45 \quad 154 \\
\hline
3 & 21 \quad 45 \quad 77 \\
\hline
7 & 7 \quad 15 \quad 77 \\
\hline
& 1 \quad 15 \quad 11
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
2 & 165 \quad 180 \quad 616 \\
\hline
2 & 165 \quad 90 \quad 308 \\
\hline
3 & 165 \quad 45 \quad 154 \\
\hline
5 & 55 \quad 15 \quad 154 \\
\hline
11 & 11 \quad 3 \quad 154 \\
\hline
& 1 \quad 3 \quad 14
\end{array}$$

故答案为：616.

20. 已知 $S = \frac{1}{37} + \frac{1}{38} + \frac{1}{39} + \cdots + \frac{1}{48}$ ，那么 $\frac{1}{S}$ 的整数部分是_____.

【答案】3

【解析】

【分析】本题考查了分数的计算，估算S的范围 $\frac{1}{4} < S < \frac{12}{37}$ ，进而得出 $\frac{37}{12} < \frac{1}{S} < 4$ ，再求 $\frac{1}{S}$ 的整数部分，即可求解.

【详解】解： $\because S = \frac{1}{37} + \frac{1}{38} + \frac{1}{39} + \cdots + \frac{1}{48} < \frac{1}{37} + \frac{1}{37} + \frac{1}{37} + \cdots + \frac{1}{37} = \frac{12}{37}$
 $S = \frac{1}{37} + \frac{1}{38} + \frac{1}{39} + \cdots + \frac{1}{48} > \frac{1}{48} + \frac{1}{48} + \frac{1}{48} + \cdots + \frac{1}{48} = \frac{12}{48} = \frac{1}{4}$
 $\therefore \frac{1}{4} < S < \frac{12}{37}$
 $\therefore \frac{37}{12} < \frac{1}{S} < 4$
 $\therefore \frac{1}{S}$ 的整数部分是3，

故答案为：3.

三、计算题（本大题共4题，每题4分，共16分）

21. 计算： $11\frac{8}{15} - \left(1\frac{3}{7} + 4\frac{1}{5}\right)$

【答案】 $5\frac{19}{21}$

【解析】

【分析】本题主要考查了分数的加减法计算，熟练掌握运算法则是解答本题的关键。先计算括号内的根据异分母的减法，进行计算即可求解.

【详解】解： $11\frac{8}{15} - \left(1\frac{3}{7} + 4\frac{1}{5}\right)$

$$= 11\frac{8}{15} - \left(\frac{10}{7} + \frac{21}{5}\right)$$

$$= \frac{173}{15} - \left(\frac{50}{35} + \frac{147}{35}\right)$$

$$= \frac{173}{15} - \frac{197}{35}$$

$$= \frac{1211}{105} - \frac{591}{105}$$

$$= \frac{620}{105}$$

$$= \frac{124}{21}$$

$$= 5\frac{19}{21}.$$

22. 计算: $2\frac{5}{8} \times \frac{12}{7} \div 1\frac{3}{4}$

【答案】 $2\frac{4}{7}$

【解析】

【分析】 本题考查了分数的乘除混合运算，先化为假分数，进而将除法转化为乘法进行计算即可求解.

【详解】 解: $2\frac{5}{8} \times \frac{12}{7} \div 1\frac{3}{4}$

$$= \frac{21}{8} \times \frac{12}{7} \times \frac{4}{7}$$

$$= \frac{18}{7}$$

$$= 2\frac{4}{7}$$

23. 计算: $54 \div \left(\frac{9}{2} - 1\frac{1}{5} + \frac{3}{4}\right)$

【答案】 $13\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查分数的运算，先计算小括号内的加减法，然后算除法，掌握相应的运算法则和运算顺序是解题的关键.

【详解】 解: $54 \div \left(\frac{9}{2} - 1\frac{1}{5} + \frac{3}{4}\right)$

$$= 54 \div \left(\frac{9}{2} - \frac{6}{5} + \frac{3}{4} \right)$$

$$= 54 \div \left(\frac{90}{20} - \frac{24}{20} + \frac{15}{20} \right)$$

$$= 54 \div \frac{81}{20}$$

$$= 54 \times \frac{20}{81}$$

$$= \frac{40}{3}$$

$$= 13\frac{1}{3}.$$

24. 计算: $14\frac{10}{17} \times \frac{19}{8} + 2\frac{3}{8} \div \frac{17}{55} - 1\frac{14}{17} \div \frac{8}{19}$

【答案】 38

【解析】

【分析】 本题考查了分数的乘除混合运算，先化为假分数，进而将除法转化为乘法，再根据乘法分配律进行计算即可求解.

【详解】 解: $14\frac{10}{17} \times \frac{19}{8} + 2\frac{3}{8} \div \frac{17}{55} - 1\frac{14}{17} \div \frac{8}{19}$

$$= 14\frac{10}{17} \times \frac{19}{8} + 2\frac{3}{8} \times \frac{55}{17} - 1\frac{14}{17} \times \frac{19}{8}$$

$$= \frac{19}{8} \times \left(14\frac{10}{17} + \frac{55}{17} - 1\frac{14}{17} \right)$$

$$= \frac{19}{8} \times \left(14\frac{10}{17} + 3\frac{4}{17} - 1\frac{14}{17} \right)$$

$$= \frac{19}{8} \times 16$$

$$= 38.$$

四、解答题 (本大题共 4 题, 满分 20 分)

25. 列式计算: $4\frac{1}{6}$ 加上 $2\frac{2}{3}$ 乘以 $\frac{5}{8}$ 的积所得的和, 再减去 $4\frac{1}{6}$ 与 $2\frac{2}{3}$ 的和的 $\frac{1}{3}$.

【答案】 $\frac{32}{9}$

【解析】

【分析】 本题考查了分数的混合运算，根据题意列式计算即可求解.

【详解】解： $\left(4\frac{1}{6} + 2\frac{2}{3} \times \frac{5}{8}\right) - \frac{1}{3}\left(4\frac{1}{6} + 2\frac{2}{3}\right)$

$$= \frac{25}{6} + \frac{8}{3} \times \frac{5}{8} - \frac{1}{3} \times \frac{25}{6} - \frac{1}{3} \times \frac{8}{3}$$

$$= \frac{25}{6} + \frac{5}{3} - \frac{25}{18} - \frac{8}{9}$$

$$= \frac{75}{18} + \frac{30}{18} - \frac{25}{18} - \frac{16}{18}$$

$$= \frac{64}{18}$$

$$= \frac{32}{9}$$

26. 用短除法求 70、98 和 112 的最大公因数和最小公倍数.

【答案】最大公因数为 14；最小公倍数为 3920

【解析】

【分析】本题考查了短除法求最大公因数和最小公倍数，根据短除法进行计算，即可求解.

【详解】解：

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 70 & 98 & 112 \\ \hline 7 & 35 & 49 & 56 \\ \hline & 5 & 7 & 8 \end{array}$$

最大公因数为 $2 \times 7 = 14$ ，最小公倍数为 $2 \times 7^2 \times 5 \times 8 = 3920$

【点睛】

27. 已知两个两位数的乘积 432，最小公倍数是 72，求这两个数.

【答案】24,18

【解析】

【分析】此题考查了求几个数的最小公倍数的灵活应用，考查了分类讨论思想的应用. 先因数分解

$432 = 2^4 \times 3^3$ ，根据最小公倍数是 72，且是两位数，即可求解.

【详解】解：最大公约数为： $432 \div 72 = 6$

而 $432 = 2^4 \times 3^3$,

$\therefore$ 这两个数是 6,72 或 12,36 或 24,18,

又 $\because$ 最小公倍数是 72，且是两位数，

$\therefore$ 这两个数是 24,18.

28. 某道路左右两侧从路口开始每隔 18 米放置有一盏路灯（包括两个路口）。现根据城市建设的需要，市政部门计划从路口开始在该道路两侧每隔 30 米额外放置一盏路灯，但在原有路灯处不放置新路灯。工程完成后该道路共有新旧路灯 128 盏，求这段道路的长度。

【答案】 这段道路的长度为 810 米

【解析】

【分析】 本题考查了分数的混合运算的应用，公倍数的应用；设这段道路的长度为 L 米，根据题意得出 18 和 30 的最小公倍数为 90，每隔 30 米一盏，但不在原有路灯处放置。根据题意列出方程，解方程，即可求解。

【详解】 解：18 和 30 的最小公倍数为 90，

设这段道路的长度为 L 米，则原有路灯为 $\left(\frac{L}{18}+1\right) \times 2$ ，新增的路灯为 $\left[\left(\frac{L}{30}+1\right)-\left(\frac{L}{90}+1\right)\right] \times 2 = \frac{2L}{45}$ 。

根据题意可得 $\left(\frac{L}{18}+1\right) \times 2 + \frac{2L}{45} = 128$ 。

解得： $L = 810$ 。

答：这段道路的长度为 810 米。

五、探究题（本大题共 4 分）

29. 每个正整数都有因数，1 有 1 个因数，素数有 2 个因数，合数可以通过分解素因数来计算因数的个数。假设正整数 a 一共有 N 个因数，则 N 除以正整数 a 所有因数的倒数和，所得到的商就叫做正整数 a 的调和系数。

如 13 有 2 个因数 1 和 13，则 13 的调和系数为 $2 \div \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{13}\right) = \frac{13}{7}$ ；

28 有 6 个因数 1、2、4、7、14 和 28，则 28 的调和系数为 $6 \div \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{28}\right) = 3$ 。

(1) 分别计算 15 和 98 的调和系数；

(2) 直接写出不小于 2 且不大于 16 的正整数中，调和系数为整数的数。

【答案】 (1) $\frac{5}{2}$, $\frac{196}{57}$

(2) 6

【解析】

【分析】 本题考查了分数的混合运算，新定义运算，熟练掌握分数的混合运算是解题的关键；

(1) 根据调和系数的定义列式进行计算即可求解；

(2) 根据调和系数的定义列式进行计算即可求解。

【小问 1 详解】

解：15 有 4 个因数 1、3、5 和 15，

$$\text{则 15 的调和系数为 } 4 \div \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15} \right) = 4 \div \frac{15+5+3+1}{15} = 4 \times \frac{5}{8} = \frac{5}{2}$$

98 有 6 个因数 1、2、7、14、49 和 98，

$$\text{则 98 的调和系数为 } 6 \div \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14} + \frac{1}{49} + \frac{1}{98} \right) = 6 \div \frac{171}{98} = 6 \times \frac{98}{171} = \frac{196}{57}$$

【小问 2 详解】

解：列表如下，

数	因数个数	N 因数的倒数和	S 调和系数	否为整数
2	2	$1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$	否
3	2	$1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	否
4	3	$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$	$\frac{12}{7}$	否
5	2	$1 + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$	$\frac{5}{3}$	否
6	4	$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 2$	2	是
7	2	$1 + \frac{1}{7} = \frac{8}{7}$	$\frac{7}{4}$	否
8	4	$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{15}{8}$	$\frac{32}{15}$	否
9	3	$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{13}{9}$	$\frac{27}{13}$	否
10	4	$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \frac{9}{5}$	$\frac{20}{9}$	否
11	2	$1 + \frac{1}{11} = \frac{12}{11}$	$\frac{11}{6}$	否
12	6	$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{7}{3}$	$\frac{18}{7}$	否

13	2	$1 + \frac{1}{13} = \frac{14}{13}$	$\frac{13}{7}$	否
14	4	$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14} = \frac{12}{7}$	$\frac{7}{3}$	否
15	4	$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15} = \frac{8}{5}$	$\frac{5}{2}$	否
16	5	$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{31}{16}$	$\frac{80}{31}$	否

唯一满足条件的数是 6 .

故答案为： 6 .