

实验西校 2024 学年第一学期六年级数学阶段评估 1

(时间 60 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (本大题共有 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 下列各组数中, 第一个数能被第二个数整除的是 ()

- A. 5 和 10 B. 3.6 和 1.2 C. 21 和 7 D. 11 和 3

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查数的整除, 掌握整除的概念是关键. 根据整除的定义, 逐一判断选项即可.

【详解】解: A. 5 和 10, 第一个数不能被第二个数整除, 不符合题意;

B. 3.6 和 1.2 都不是整数, 不符合题意;

C. 21 和 7, 第一个数能被第二个数整除, 符合题意;

D. 11 和 3, 第一个数不能被第二个数整除, 不符合题意.

故选: C.

2. 分数 $\frac{55}{3}$ 介于哪两个正整数之间 ()

- A. 15 和 16 B. 16 和 17 C. 17 和 18 D. 18 和 19

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查的是分数与除法的关系问题, 分数可以看成是分子除以分母, 除法中被除数可以看成是分子, 除数可以看成是分母, 掌握了这个就能解决本题. 首先根据假分数化成带分数的方法, 用分子除以分母, 得到的整数商作带分数的整数部分, 余数作分子, 分母不变, 然后根据整数大小比较的方法进行比较即可.

【详解】解: $\because \frac{55}{3} = 55 \div 3 = 18\frac{1}{3}$, $18 < 18\frac{1}{3} < 19$,

$\therefore$ 分数 $\frac{55}{3}$ 介于 18 和 19 之间,

故选: D.

3. $\frac{3}{4}$ 的分母增加了 8, 要使分数的值不变, 分子应增加 ()

- A. 6 B. 16 C. 26 D. 36

【答案】A

【解析】

【分析】本题涉及的是分数基本性质的运用，掌握分数的基本性质是解题的关键，首先要求出变化后的分子，再找出应增加的数量即可。

【详解】解：∵ $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ ，

∴ $\frac{3}{4}$ 的分母增加了 8，要使分数的值不变，分子应增加 $9 - 3 = 6$ 。

故选：A。

4. 甲 3 分钟跑 16 米，乙 4 分钟跑 21 米，则下列说法正确的（ ）

- A. 甲的速度快 B. 乙的速度快 C. 两人速度一样快 D. 不能确定

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查行程问题，分数大小比较，解题的关键是根据速度乘以时间等于路程，求出甲，乙的速度，进行比较大小，即可。

【详解】解：∵ 甲 3 分钟跑 16 米，乙 4 分钟跑 21 米，

∴ 甲的速度为： $\frac{16}{3}$ （米/分），乙的速度为： $\frac{21}{4}$ （米/分），

$$\therefore \frac{16}{3} = \frac{16 \times 4}{12} = \frac{64}{12}, \quad \frac{21}{4} = \frac{21 \times 3}{12} = \frac{63}{12},$$

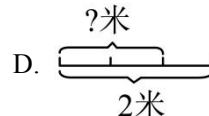
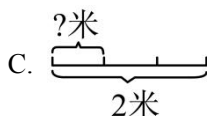
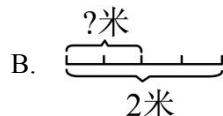
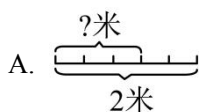
$$\therefore \frac{64}{12} > \frac{63}{12},$$

$$\therefore \frac{16}{3} > \frac{21}{4},$$

∴ 甲的速度快，

故选：A。

5. 下列几幅图中，答案是 $\frac{2}{3}$ 米的是（ ）



【答案】C

【解析】

【分析】根据分数乘法的意义，分别求出答案，即可选择答案。

【详解】解：A 选项： $2 \times \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$ （米），该选项不符合题意；

B 选项： $2 \times \frac{2}{4} = 1$ （米），该选项不符合题意；

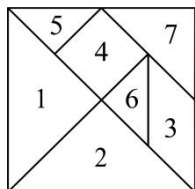
C 选项： $2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ （米），该选项符合题意；

D 选项: $2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$ (米), 该选项不符合题意.

故选: C.

【点睛】 本题考查了分数乘法的意义, 解题的关键在于读懂图意, 列式子并解答.

6. 七巧板是中国一种古老的传统智力玩具, 如图是用七巧板拼成的正方形, 其中图形 7 和图形 4 的面积之和占这个正方形面积的 ()



A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{2}{7}$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查七巧板知识, 勾股定理. 熟练掌握七巧板的结构特征和勾股定理是解题的关键.

设 4 号板正方形的边长为 1, 结合图形求出 5 号板与 7 号板的直角边长和斜边, 从而求得大正方形的边长, 再求出图形 7 和图形 4 的面积之和, 大正方形的面积, 即可求解.

【详解】 解: 设 4 号板正方形的边长为 1,

$\therefore$ 5 号板直角边长为 1, 斜边为 $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$, 7 号板斜边长为 $1+1=2$, 7 号板直角边长为 $\frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$,

$\therefore$ 大正方形的边长为 $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$,

$\therefore$ 图形 7 和图形 4 的面积之和为: $1^2 + \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$,

大正方形的面积为: $2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 8$,

$\therefore 2 \div 8 = \frac{1}{4}$, 即图形 7 和图形 4 的面积之和占这个正方形面积的 $\frac{1}{4}$.

故选: C.

二、填空 (每题 2 分, 共 24 分)

7. 分解素因数: $48 =$ _____.

【答案】 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$

【解析】

【分析】 将 48 分为几个素数相乘即可.

【详解】 $48=2\times 2\times 2\times 2\times 3$,

故答案为: $2\times 2\times 2\times 2\times 3$.

【点睛】本题主要考查了解质因数的方法: 把一个合数写成几个质数的连乘积形式.

8. 把分数写成除法的形式: $5\frac{5}{6} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $35\div 6$

【解析】

【分析】本题主要考查了分数化成除法, 熟练掌握分数和除法的关系, 是解题的关键. 先将带分数化成假分数, 然后再变为除法即可.

【详解】解: $5\frac{5}{6} = \frac{35}{6} = 35\div 6$.

故答案为: $35\div 6$.

9. $1\frac{2}{5}$ 的倒数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{5}{7}$

【解析】

【分析】先将带分数化为假分数, 再找它的倒数即可.

【详解】解: $1\frac{2}{5} = \frac{7}{5}$,

$\frac{7}{5}$ 的倒数是 $\frac{5}{7}$,

$\therefore 1\frac{2}{5}$ 的倒数是 $\frac{5}{7}$,

故答案为: $\frac{5}{7}$.

【点睛】本题考查了倒数的认识, 先将带分数化为假分数, 即可找到它的倒数.

10. 用最简分数表示: 2 小时 40 分钟 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 小时 (用最简分数表示).

【答案】 $2\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】此题考查了分数以及时间的单位换算. 根据单位间的进率进行换算即可.

【详解】解: $40\div 60 = \frac{2}{3}$ (小时), $2 + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$ (小时),

则 2 小时 40 分钟 = $2\frac{2}{3}$ 小时;

故答案为: $2\frac{2}{3}$.

11. 在数 30、24、35、12、55、430 中，既能被 2 整除，又能被 5 整除的数有_____.

【答案】 30, 430

【解析】

【分析】 本题主要考查了整除的定义，根据能被 2 整除的数，个位数是偶数. 能被 5 整除的数，个位数是 0 和 5. 既能被 2 整除，又能被 5 整除的数，个位数是 0，进行解答即可.

【详解】 解：在数 30、24、35、12、55、430 中，既能被 2 整除，又能被 5 整除的数有 30、430.
故答案为：30, 430.

12. 已知 $A = 2 \times 3 \times a$ ， $B = 3 \times 3 \times a$ ， A ， B 两数的最大公因数是 21，则 $a =$ _____.

【答案】 7

【解析】

【分析】 此题主要考查求两个数的最大公因数的方法，熟练掌握最大公因数的概念是解决本题的关键. 求最大公因数也就是几个数的公有质因数的连乘积，对于这两个数来说：两个数的公有质因数连乘积就是它们的最大公因数，由此即可求解.

【详解】 解： $\because A = 2 \times 3 \times a$ ， $B = 3 \times 3 \times a$ ， A ， B 两数的最大公因数是 21，
 $\therefore 3a = 21$ ，
 $\therefore a = 7$.

故答案为：7.

13. 一段公路 5 千米，8 天修完，平均每天修_____，每天修这段公路的_____.

【答案】 ①. $\frac{5}{8}$ 千米 ②. $\frac{1}{8}$

【解析】

【分析】 根据题意和分数的表示方法求解即可.

【详解】 平均每天修的米数应为公路长与完成天数的比值，即平均每天修 $\frac{5}{8}$ 千米，
 $\because$ 8 天修完，
 $\therefore$ 每天修这段公路的 $\frac{1}{8}$.
故答案为： $\frac{5}{8}$ 千米， $\frac{1}{8}$.

【点睛】 此题考查了分数的应用，解题的关键是正确理解题意.

14. 在 $\frac{1}{4}$ ， $\frac{5}{20}$ ， $\frac{9}{12}$ ， $\frac{25}{100}$ ， $\frac{3}{4}$ ， $\frac{75}{100}$ 中与 $\frac{18}{24}$ 大小相等的分数有_____个.

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查了分数，解题的关键掌握分数的基本性质化简分数.

先化简分数，再根据分数大小比较的方法比较即可求解.

【详解】 解: $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$, $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$, $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$, $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$, $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$,

$\therefore$ 与 $\frac{18}{24}$ 相等的分数有 $\frac{9}{12}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{75}{100}$, 共 3 个,

故答案为: 3.

15. 在分数 $\frac{2}{11}$ 、 $\frac{3}{12}$ 、 $\frac{1}{25}$ 、 $\frac{7}{56}$ 中, 不可以化为有限小数的分数是_____.

【答案】 $\frac{2}{11}$

【解析】

【详解】 试题分析: $\frac{2}{11}$ 分母中含有 2 与 5 以外的质因数, 这个分数就不能化成有限小数;

$\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0.25$, 如果分母中除了 2 与 5 以外, 不再含有其它的质因数, 这个分数就能化成有限小数;

$\frac{1}{25}$, 如果分母中除了 2 与 5 以外, 不再含有其它的质因数, 这个分数就能化成有限小数,

$\frac{7}{56} = \frac{1}{8}$ 如果分母中除了 2 与 5 以外, 不再含有其它的质因数, 这个分数就能化成有限小数,

故答案为 $\frac{2}{11}$.

16. 在 $0.\dot{8}$ 、 $\frac{6}{7}$ 、 $\frac{4}{5}$ 这三个数中, 最小的数是_____

【答案】 $\frac{4}{5}$

【解析】

【分析】 将两个分数分别化为小数, 由此即可得.

【详解】 解: 因为 $\frac{6}{7} \approx 0.86$, $\frac{4}{5} = 0.8$,

所以 $0.\dot{8} > \frac{6}{7} > \frac{4}{5}$,

即三个数中, 最小的数是 $\frac{4}{5}$,

故答案为: $\frac{4}{5}$.

【点睛】 本题考查了分数的大小比较, 熟练掌握分数的大小比较方法是解题关键.

17. 在 $\frac{1}{3}$ 与 $\frac{4}{5}$ 之间, 分母是 30 的最简分数有 _____ 个.

【答案】 5

【解析】

【分析】 本题考查分数的知识, 解题的关键是掌握最简分数的定义, 根据题意, 先对 $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{5}$ 通分, 然后进行解答, 即可.

【详解】 解: 最简分数: 分子和分母只有公因数 1 的分数,

$$\therefore \frac{1}{3} = \frac{10}{30}, \quad \frac{4}{5} = \frac{24}{30}$$

$\therefore$ 在 $\frac{1}{3}$ 与 $\frac{4}{5}$ 之间, 分母是 30 的最简分数为: $\frac{11}{30}, \frac{13}{30}, \frac{17}{30}, \frac{19}{30}, \frac{23}{30}$, 共 5 个,

故答案为: 5.

18. 瓶内装满一瓶水, 第一次倒出全部水的 $\frac{1}{2}$, 然后再灌入同样多的酒精, 第二次倒出全部溶液的 $\frac{1}{3}$, 又用酒精灌满, 第三次倒出全部溶液的 $\frac{1}{4}$, 再用酒精灌满... 依此类推, 一直到第九次倒出全部溶液的 $\frac{1}{10}$, 再用酒精灌满, 那么这时的酒精占全部溶液的 _____.

【答案】 $\frac{9}{10}$

【解析】

【分析】 把一瓶溶液看作单位“1”, 分别计算出每次倒出水, 再倒入酒精后, 瓶内剩下的水量, 最后再拿单位“1”减去这个量, 即可得瓶内酒精占全部溶液的几分之几.

【详解】 解: 把一瓶溶液看作单位“1”,

第一次倒出全部水的 $\frac{1}{2}$, 然后再灌入同样多的酒精, 则此时瓶内水占溶液的 $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$:

第二次倒出全部溶液的 $\frac{1}{3}$, 又用酒精灌满, 则此时瓶内水占溶液的 $\frac{1}{2} \times (1 - \frac{1}{3}) = \frac{1}{3}$;

第三次倒出全部溶液的 $\frac{1}{4}$, 再用酒精灌满, 则此时瓶内水占溶液的 $\frac{1}{3} \times (1 - \frac{1}{4}) = \frac{1}{4}$;

...

第九次倒出全部溶液的 $\frac{1}{10}$, 再用酒精灌满, 则此时瓶内水占溶液的 $\frac{1}{9} \times (1 - \frac{1}{10}) = \frac{1}{10}$

那么这时的酒精占全部溶液的 $1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$.

故答案为: $\frac{9}{10}$.

【点睛】 本题考查了有理数的混合运算在溶液问题中的应用, 通过计算, 发现规律, 是解答本题的关键.

三、解答题 (每小题 5 分, 共 45 分)

19. 用短除法求 72 和 108 的最大公因数和最小公倍数

【答案】 最大公因数为 36; 最小公倍数为 216

【解析】

【分析】 本题主要考查了求两个数的最小公倍数和最大公因数, 先列出短除法, 再求出结果即可.

【详解】 解: 列出短除法:

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) \begin{array}{cc} 72 & 108 \end{array}} \\ 2 \overline{) \begin{array}{cc} 36 & 54 \end{array}} \\ 3 \overline{) \begin{array}{cc} 18 & 27 \end{array}} \\ 3 \overline{) \begin{array}{cc} 6 & 9 \end{array}} \\ \hline 2 & 3 \end{array}$$

$\therefore$ 72 和 108 的最大公因数为: $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$;

最小公倍数为: $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 3 = 216$.

20. 计算: $11\frac{5}{13} - \frac{10}{17} + 2\frac{8}{13}$

【答案】 $13\frac{7}{17}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分数加减运算, 熟练掌握运算法则是解题的关键. 根据分数加减运算法则, 结合加法的交换律和结合律, 进行计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & 11\frac{5}{13} - \frac{10}{17} + 2\frac{8}{13} \\ &= 11\frac{5}{13} + 2\frac{8}{13} - \frac{10}{17} \\ &= 14 - \frac{10}{17} \\ &= 13\frac{7}{17}. \end{aligned}$$

21. 计算: $3\frac{3}{4} + 1\frac{5}{12} - 2\frac{5}{18}$

【答案】 $2\frac{8}{9}$

【解析】

【分析】 本题考查有理数加法运算，熟练掌握有理数加法运算是解题的关键.

根据有理数加法法则计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: 原式} &= (3+1-2) + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{12} - \frac{5}{18} \right) \\ &= 2 + \left(\frac{27}{36} + \frac{15}{36} - \frac{10}{36} \right) \\ &= 2 + \frac{32}{36} \\ &= 2\frac{8}{9}. \end{aligned}$$

22. 计算: $4 \div 2\frac{2}{5} \times 0.75$

【答案】 $\frac{5}{4}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了有理数乘除混合运算，熟练掌握运算法则是解题的关键. 先变除法为乘法，然后根据有理数乘法运算法则进行计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } &4 \div 2\frac{2}{5} \times 0.75 \\ &= 4 \times \frac{5}{12} \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{5}{4}. \end{aligned}$$

23. 计算: $\frac{3}{5} \div \left(2.2 - \frac{1}{10} \right) + \frac{5}{7} \times 0.6$

【答案】 $\frac{5}{7}$

【解析】

【分析】 本题考查了分数的四则混合运算，掌握运算顺序与运算法则是关键；先计算括号里的减法，再计算除法与乘法，最后计算加法；注意小数统一化为分数.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } &\frac{3}{5} \div \left(2.2 - \frac{1}{10} \right) + \frac{5}{7} \times 0.6 \\ &= \frac{3}{5} \div \frac{21}{10} + \frac{5}{7} \times \frac{3}{5} \\ &= \frac{3}{5} \times \frac{21}{10} + \frac{3}{7} \\ &= \frac{3}{5} \times \frac{10}{21} + \frac{3}{7} \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{7} + \frac{3}{7}$$

$$= \frac{5}{7}.$$

24. 简便计算: $\left(3\frac{2}{5} - 1.5 + 4\frac{1}{6}\right) \times 120$

【答案】 728

【解析】

【分析】 本题主要考查了有理数乘法运算律，熟练掌握有理数乘法运算是解题的关键。根据乘法的分配律进行计算即可。

【详解】 解: $\left(3\frac{2}{5} - 1.5 + 4\frac{1}{6}\right) \times 120$

$$= 3\frac{2}{5} \times 120 - 1.5 \times 120 + 4\frac{1}{6} \times 120$$

$$= 408 - 180 + 500$$

$$= 728.$$

25. 简便计算: $99\frac{998}{999} \times 999$

【答案】 99899

【解析】

【分析】 本题主要考查了有理数乘法运算，熟练掌握乘法运算律是解题的关键。逆用乘法分配律进行计算即可。

【详解】 解: $99\frac{998}{999} \times 999$

$$= \left(100 - \frac{1}{999}\right) \times 999$$

$$= 100 \times 999 - \frac{1}{999} \times 999$$

$$= 99900 - 1$$

$$= 99899.$$

26. 列方程求解: 某数加上 $1\frac{2}{3}$ 减去 $2\frac{3}{7}$, 差为 $1\frac{4}{7}$, 求这个数是多少?

【答案】 $2\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次方程的应用，分数的加减混合运算，根据条件正确列式是解决本题的关键。设

这个数为 x ，根据题意列出方程，解方程即可.

【详解】解：设这个数为 x ，由题意可列式为

$$\left(x + 1\frac{2}{3}\right) - 2\frac{3}{7} = 1\frac{4}{7},$$

$$x = 1\frac{4}{7} + 2\frac{3}{7} - 1\frac{2}{3}$$

$$x = 4 - 1\frac{2}{3}$$

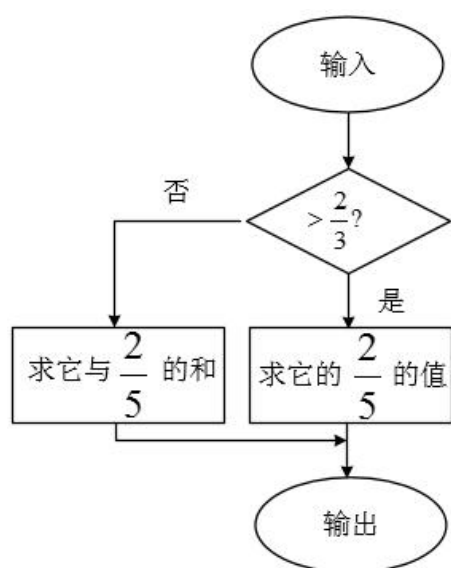
$$x = 2\frac{1}{3}$$

答：这个数为 $2\frac{1}{3}$.

27. (1) 输入 $\frac{3}{4}$ 后，得到的输出结果是_____.

(2) 输入 $\frac{5}{8}$ 后，得到的输出结果是_____.

(3) 如果输出的结果是 $\frac{2}{3}$ ，请你求出输入的数.



【答案】(1) $\frac{3}{10}$; (2) $\frac{41}{40}$; (3) 输入的数是 $\frac{4}{15}$ 或 $\frac{5}{3}$.

【解析】

【分析】(1) (2) 根据题意列式计算;

(3) 分两种情况分别计算.

【详解】解：(1) $\because \frac{3}{4} > \frac{2}{3}$,

$$\therefore \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{10},$$

故答案为: $\frac{3}{10}$;

$$(2) \frac{5}{8} < \frac{2}{3},$$

$$\therefore \frac{5}{8} + \frac{2}{5} = \frac{41}{40},$$

故答案为: $\frac{41}{40}$;

(3) ①输入的数小于 $\frac{2}{3}$,

$$\text{得} \frac{2}{3} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{15},$$

②输入的数大于 $\frac{2}{3}$,

$$\text{得} \frac{2}{3} \div \frac{2}{5} = \frac{5}{3},$$

综上所述: 输入的数是 $\frac{4}{15}$ 或 $\frac{5}{3}$.

【点睛】 本题主要考查了有理数的四则混合运算、代数式的求值, 掌握混合运算的顺序, 理解题意把输入的值代入那个式子是解题关键.

四、应用题 (每题 6 分, 共计 12 分)

28. 下表是某文具店某天销售三种品牌的水笔的价格和这一天的销售量:

品牌	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
售价 (元)	2	3	5
销售量 (支)	35	30	25

(1) *B* 种品牌的销售量占全天销售量的几分之几?

(2) *C* 种品牌的销售金额占全天销售金额的几分之几?

【答案】 (1) $\frac{1}{3}$

(2) $\frac{25}{57}$

【解析】

【分析】 本题考查了求一个数是另一个数的几分之几;

(1) 用 *B* 种品牌的销售量除以全天销售量, 再写成分数即可;

(2) 分别计算出 *C* 种品牌的销售金额、全天销售金额, 两者相除, 再写成分数即可.

【小问 1 详解】

解: $30 \div (35 + 30 + 25) = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$,

答: B 种品牌的销售量占全天销售量的三分之一;

【小问 2 详解】

解: C 种品牌的销售金额为 $25 \times 5 = 125$ (元),

全天销售金额为 $35 \times 2 + 30 \times 3 + 25 \times 5 = 285$ (元),

$$125 \div 285 = \frac{125}{285} = \frac{25}{57};$$

答: C 种品牌的销售金额占全天销售金额的五十七分之二十五.

29. 一本书有 300 页, 小李第一天看了这本书 $\frac{1}{6}$, 第二天看了这本书的 $\frac{2}{15}$, 第三天应从第几页看起?

【答案】第三天应从第 91 页看起.

【解析】

【分析】本题考查一个数的几分之几的应用, 根据题意正确的列出算式是解题的关键.

根据题意, 列出算式进行计算即可.

【详解】解: 前两天看了 $300 \times \frac{1}{6} + 300 \times \frac{2}{15} = 50 + 40 = 90$ (页),

$$90 + 1 = 91.$$

答: 第三天应从第 91 页看起.

五、综合题 (7 分)

30. 一串分数 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \dots$, 问:

(1) $\frac{5}{8}$ 是这串分数的第 _____ 个, 第 50 个分数是 _____.

(2) 计算 $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) 利用得到的规律求 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{1}{60} + \frac{2}{60} + \frac{3}{60} + \dots + \frac{59}{60}$ 的和.

【答案】(1) 26; $\frac{5}{11}$

(2) $\frac{3}{2}$; 2

(3) 885

【解析】

【分析】本题考查的是数字的规律探究, 通过观察, 分析、归纳发现其中的规律, 并应用发现的规律解决

问题是应该具备的基本能力.

(1) 分母是 2 的分数有 1 个, 分母是 3 的分数有 2 个, 分母是 4 的分数有 3 个……, 分母是 n 的分数有 $(n-1)$ 个, 据此解答即可;

(2) 根据同分母分数运算法则进行计算即可;

(3) 根据解析 (2) 中的计算结果得出 $\frac{1}{n} + \frac{2}{n} + \cdots + \frac{n-1}{n} = \frac{n-1}{2}$, 然后求出 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \cdots + \frac{1}{60} + \frac{2}{60} + \frac{3}{60} + \cdots + \frac{59}{60}$ 的结果即可.

【小问 1 详解】

解: 根据题目中给出的这串分数可知: 分母是 2 的分数有 1 个, 分母是 3 的分数有 2 个, 分母是 4 的分数有 3 个……, 分母是 n 的分数有 $(n-1)$ 个,

$$1+2+3+4+5+6+5=26,$$

$\therefore \frac{5}{8}$ 是这串分数的第 26 个;

$$\therefore (1+9) \times 9 \div 2 = 45,$$

$$(1+10) \times 10 \div 2 = 55,$$

$$\therefore \text{分母是: } 10+1=11;$$

$$\text{分子是: } 50-45=5;$$

$$\therefore \text{这列数中第 50 个数是 } \frac{5}{11}.$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{1+2+3}{4} = \frac{3}{2}, \quad \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{1+2+3+4}{5} = 2;$$

【小问 3 详解】

$$\text{解: } \because \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1,$$

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3}{2},$$

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = 2,$$

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{6} + \frac{3}{6} + \frac{4}{6} + \frac{5}{6} = \frac{5}{2},$$

……

$$\frac{1}{n} + \frac{2}{n} + \cdots + \frac{n-1}{n} = \frac{n-1}{2},$$

$$\begin{aligned}
& \therefore \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{1}{60} + \frac{2}{60} + \frac{3}{60} + \dots + \frac{59}{60} \\
&= \frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \dots + \frac{59}{2} \\
&= \frac{1+2+\dots+59}{2} \\
&= \frac{\frac{1}{2}(1+59) \times 59}{2} \\
&= 885.
\end{aligned}$$

31. 计算: $\frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{11}{12} + \frac{19}{20} + \frac{29}{30} + \dots + \frac{9701}{9702} + \frac{9899}{9900} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $98\frac{1}{100}$

【解析】

【分析】 本题考查了分数加减运算，把分数进行拆分是解题的关键；把每个分数拆分如下：

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} &= 1 - \frac{1}{1 \times 2}, \frac{5}{6} = 1 - \frac{1}{2 \times 3}, \frac{11}{12} = 1 - \frac{1}{3 \times 4}, \dots, \frac{9701}{9702} = 1 - \frac{1}{98 \times 99}, \frac{9899}{9900} = 1 - \frac{1}{99 \times 100}, \quad \text{而} \\
\frac{1}{1 \times 2} &= 1 - \frac{1}{2}, \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, \frac{1}{98 \times 99} = \frac{1}{98} - \frac{1}{99}, \frac{1}{99 \times 100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100}, \quad \text{然后计算即可.}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \text{【详解】解: } \frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{11}{12} + \frac{19}{20} + \frac{29}{30} + \dots + \frac{9701}{9702} + \frac{9899}{9900} \\
&= 1 - \frac{1}{1 \times 2} + 1 - \frac{1}{2 \times 3} + 1 - \frac{1}{3 \times 4} + \dots + 1 - \frac{1}{98 \times 99} + 1 - \frac{1}{99 \times 100} \\
&= 99 - \left(1 - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) - \dots - \left(\frac{1}{98} - \frac{1}{99}\right) - \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right) \\
&= 99 - \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right) \\
&= 99 - \left(1 - \frac{1}{100}\right) \\
&= 99 - 1 + \frac{1}{100} \\
&= 98\frac{1}{100}.
\end{aligned}$$

故答案为: $98\frac{1}{100}.$