

2024 学年第一学期馨家园学校六年级数学期末测试卷

(完卷时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、填空题 (本大题共 15 题, 每小题 2 分, 满分 30 分)

1. “ a 的 4 倍与 b 的平方的差”用代数式表示为_____.

【答案】 $4a - b^2$

【解析】

【分析】 根据题意, 明确给出文字语言中的运算关系, 先求倍数和平方, 然后求差.

【详解】 解: 根据题意得,

“ a 的 4 倍与 b 的平方的差”用代数式表示为 $4a - b^2$.

故答案为: $4a - b^2$.

【点睛】 本题考查列代数式, 解决问题的关键是读懂题意, 注意抓住关键词, 明确题中给出文字语言中的运算关系是解答此题的关键.

2. 比较大小: $-1\frac{3}{4}$ _____ $-(-1.2)$ (填 “ $>$ ”、“ $<$ ” 或 “ $=$ ”).

【答案】 $<$

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的大小比较, 化简多重符号, 进而根据正数的大小比较即可判断大小.

【详解】 解: $-1\frac{3}{4} = -1.75$, $-(-1.2) = 1.2$

$\therefore -1\frac{3}{4} < -(-1.2)$

故答案为: $<$.

3. 代数式 $5 - \frac{x}{3}$ 中一次项的系数是_____.

【答案】 $-\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了单项式, 多项式等知识点, 熟练掌握一次式的相关概念是解题的关键: 只含有一个字母, 且字母的指数是 1, 这样的项叫做一次项; 不含字母的项叫做常数项; 一次项中的数字因数叫做项的数字系数, 简称系数; 由一次项与常数项组成, 或仅含一次项的代数式叫做一次式. 根据一次式的相关概念直接判断即可得出答案.

【详解】解：代数式 $5 - \frac{x}{3}$ 中一次项的系数是： $-\frac{1}{3}$ ，

故答案为： $-\frac{1}{3}$ 。

4. 合并同类项： $15x + 4x - 10x =$ _____。

【答案】 $9x$

【解析】

【分析】根据合并同类项的运算法则：同类项的系数相加，所得的结果作为系数，字母和字母的指数不变解答即可。本题考查了合并同类项的运算法则，熟练运用合并同类项的运算法则是解题的关键。

【详解】解： $\because 15x + 4x - 10x = (15 + 4 - 10)x = 9x$ ，

故答案为 $9x$ 。

5. 已知 $\angle A$ 与 $\angle B$ 互补， $\angle A = 35^\circ 24'$ ，则 $\angle B$ 的大小是 _____。

【答案】 $144^\circ 36'$

【解析】

【分析】根据补角的定义可得 $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ，然后进行运算即可。

【详解】解：由题意得， $\angle A + \angle B = 180^\circ$ 。

$\therefore \angle B = 180^\circ - 35^\circ 24' = 144^\circ 36'$ 。

故答案为： $144^\circ 36'$ 。

【点睛】本题主要考查补角、度分秒的换算等知识点，正确运用度分秒的换算进行计算是解答本题的关键。

6. $(x-2)^2 + |2y+1| = 0$ ，则 $y^x =$ _____。

【答案】 $\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】根据非负数的性质求出 x 、 y 的值，计算即可。

【详解】解：根据题意得： $x - 2 = 0$ ， $2y + 1 = 0$ ，

解得： $x = 2$ ， $y = -\frac{1}{2}$ ，

$$y^x = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}.$$

故答案为： $\frac{1}{4}$ 。

【点睛】本题考查的是非负数的性质，当几个非负数相加和为 0 时，则其中的每一项都必须等于 0。

7. 在数轴上，若点 P 表示 -2 ，则距 P 点 3 个单位长的点表示的数是 _____。

【答案】 -5 或 1

【解析】

【分析】 本题主要考查数轴上的点表示数.

分两种情况: ①若所求的点在点 P 的左侧, ②若所求的点在点 P 的右侧, 分别求解即可.

【详解】 解: 分两种情况:

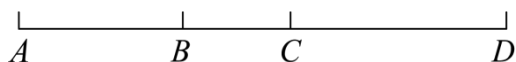
①若所求的点在点 P 的左侧, 则表示的数为: $-2-3=-5$,

②若所求的点在点 P 的右侧, 则表示的数为: $-2+3=1$,

$\therefore$ 距 P 点 3 个单位长的点表示的数是 -5 或 1.

故答案为: -5 或 1

8. 根据下图填空: $BD = \underline{\hspace{1cm}} + CD = AD - \underline{\hspace{1cm}}$.



【答案】 ①. $BC \# CB$ ②. $AB \# BA$

【解析】

【分析】 本题考查了线段的和与差. 熟练掌握线段的和与差是解题的关键.

根据线段的和与差求解作答即可.

【详解】 解: 由题意知, $BD = BC + CD = AD - AB$,

故答案为: BC , AB .

9. 若关于 x 的方程 $4m-3x=1$ 的解是 $x=-\frac{2}{3}$, 则 m 的值为_____.

【答案】 $-\frac{1}{4} \# -0.25 \#$

【解析】

【分析】 此题考查了一元一次方程的解, 解一元一次方程, 方程的解即为能使方程左右两边相等的未知数

的值. 先将 $x=-\frac{2}{3}$ 代入 $4m-3x=1$, 得到 $4m-3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)=1$, 再解方程即可.

【详解】 解: $\because$ 关于 x 的方程 $4m-3x=1$ 的解是 $x=-\frac{2}{3}$,

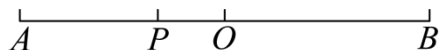
$$\therefore 4m-3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)=1,$$

$$4m=-1,$$

$$\text{解得: } m=-\frac{1}{4},$$

故答案为: $-\frac{1}{4}$.

10. 如图, O 是线段 AB 的中点, P 是 AO 上一点. 已知 BP 比 AP 长 6 厘米, 则 $OP =$ _____.



【答案】 3

【解析】

【分析】 此题考查了两点间的距离, 直线、线段和射线的认识. 根据题意可知: O 是 AB 的中点, P 是 AB 上一点, 且 BP 比 AP 大 6 厘米, 即 6 厘米是 OP 长度的 2 倍, 由此用除法即可求出 OP 的长度.

【详解】 解: O 是线段 AB 的中点, 则 $OA = OB$,

P 是 AO 上一点, 已知 BP 比 AP 长 6 厘米, 则 BP 比 AP 长的 6 厘米就是 OP 长度的 2 倍;

$$6 \div 2 = 3 \text{ (厘米)}$$

答: OP 长 3 厘米.

故答案为: 3.

11. 如果 a 、 b 互为倒数, c 是最大的负整数, 那么 $-\frac{3}{4}ab + c^{2024}$ 的值为 _____.

【答案】 $\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】 本题考查了倒数的性质以及有理数的运算, 根据题意得 $ab = 1$, $c = -1$ 即可得答案, 根据题意得 $ab = 1$, $c = -1$ 是解题关键.

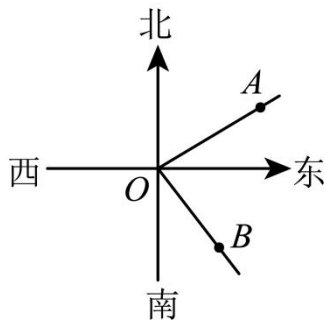
【详解】 解: $\because a, b$ 互为倒数, c 是最大的负整数,

$$\therefore ab = 1, c = -1,$$

$$\therefore -\frac{3}{4}ab + c^{2024} = -\frac{3}{4} \times 1 + (-1)^{2024} = -\frac{3}{4} + 1 = \frac{1}{4},$$

故答案为: $\frac{1}{4}$.

12. 如图, 某海域有三个小岛 A, B, O , 在小岛 O 处观测到小岛 A 在它北偏东 60° 的方向上, 观测到小岛 B 在它南偏东 38° 的方向上, 则 $\angle AOB$ 的度数是 _____.



【答案】 82°

【解析】

【分析】 本题考查了与方向角有关的计算题，明确方向角中角之间的关系，以及角的和差计算是解题的关键.

根据已知条件可直接确定 $\angle AOB$ 的度数.

【详解】 解： $\because OA$ 是表示北偏东 60° 方向的一条射线， OB 是表示南偏东 38° 方向的一条射线，

$$\therefore \angle AOB = 180^\circ - 60^\circ - 38^\circ = 82^\circ,$$

故答案为： 82° .

13. 观察下列等式： $3^1 = 3$ ， $3^2 = 9$ ， $3^3 = 27$ ， $3^4 = 81$ ， $3^5 = 243$ ， $3^6 = 729$ ， $3^7 = 2187$ ， ， 根据上述算式中的规律，你认为 $3^{2025} - 2$ 的末位数字是_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查数字的规律探索，由题中可以看出，以3为底的幂的末位数字是以3，9，7，1依次循环的，利用 $2025 \div 4$ 即可知 3^{2025} 的个位数字，即可得出结论. 解题的关键是找到3为底的幂的末位数字的循环规律.

【详解】 解： $\because$ 以3为底的幂的末位数字是以3，9，7，1依次循环的，

$$\text{又} \because 2025 \div 4 = 506 \dots\dots 1,$$

$$\therefore 3^{2025} \text{ 的个位数字是 } 3,$$

$$\therefore 3^{2025} - 2 \text{ 的末位数字是: } 3 - 2 = 1,$$

$$\text{即 } 3^{2025} - 2 \text{ 的末位数字是 } 1.$$

故答案为： 1.

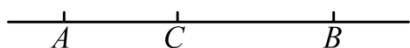
14. 在直线 AB 上有一点 C ，已知 $BC = 5\text{cm}$ ， $AB = 10\text{cm}$ ，则 AC 等于_____.

【答案】 5cm 或 15cm

【解析】

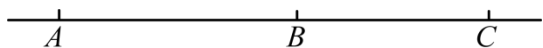
【分析】 分点 A 、点 C 在点 B 的同侧和两侧两种情况求解.

【详解】 当点 A 、点 C 在点 B 的同侧时，



$$AC = AB - BC = 10\text{cm} - 5\text{cm} = 5\text{cm};$$

当点 A 、点 C 在点 B 的两侧时,



$$AC = AB + BC = 10\text{cm} + 5\text{cm} = 15\text{cm};$$

故答案为 5cm 或 15cm .

【点睛】 本题考查了线段的和、差计算, 分两种情况求解是解答本题的关键.

15. 定义: 如果两个一元一次方程的解之和为1, 我们就称这两个方程为“美好方程”. 例如: 方程 $2x-1=3$

和 $x+1=0$ 为“美好方程”. 若关于 x 方程 $\frac{1}{2022}x-1=0$ 与 $\frac{1}{2022}x+1=3x+k$ 是“美好方程”, 则关于 y

的方程 $\frac{1}{2022}(y+2)+1=3y+k+6$ 的解是_____.

【答案】 $y = -2023$

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次方程的解, 解一元一次方程, 解方程 $\frac{1}{2022}x-1=0$ 可得 $x=2022$, 由“美好方程”的定义可得方程 $\frac{1}{2022}x+1=3x+k$ 的解为 $x=-2021$, 将方程 $\frac{1}{2022}(y+2)+1=3y+k+6$ 变形为 $\frac{1}{2022}(y+2)+1=3(y+2)+k$, 可得 $y+2=-2021$, 据此即可求解, 利用同解方程的意义解答是解题的关键.

【详解】 解: 解方程 $\frac{1}{2022}x-1=0$ 得, $x=2022$,

$\therefore x$ 方程 $\frac{1}{2022}x-1=0$ 与 $\frac{1}{2022}x+1=3x+k$ 是“美好方程”,

$\therefore$ 方程 $\frac{1}{2022}x+1=3x+k$ 的解为 $x=-2021$,

将方程 $\frac{1}{2022}(y+2)+1=3y+k+6$ 变形为 $\frac{1}{2022}(y+2)+1=3(y+2)+k$,

$\therefore y+2=-2021$,

$\therefore y=-2023$,

故答案为: $y=-2023$.

二、选择题（本大题共有 5 大题，每题 3 分，满分 15 分）

16. 有理数 2024 的相反数是（ ）

- A. 2024 B. -2024 C. $\frac{1}{2024}$ D. $-\frac{1}{2024}$

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查了求一个数的相反数，只有符号不同的两个数互为相反数，0 的相反数是 0，据此求解即可.

【详解】 解：有理数 2024 的相反数是 -2024，
故选： B.

17. 下列各式中，去括号正确的是（ ）

- A. $-(2a+1) = -2a+1$ B. $-(-2a-1) = -2a+1$
C. $-(2a-1) = -2a+1$ D. $-(-2a-1) = 2a-1$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题主要考查了去括号，理解并掌握去括号法则是解题关键. 去括号的原则即遇正不变，遇负变号，据此逐项分析判断即可.

- 【详解】 解： A. $-(2a+1) = -2a-1$ ，故本选项错误，不符合题意；
B. $-(-2a-1) = 2a+1$ ，故本选项错误，不符合题意；
C. $-(2a-1) = -2a+1$ ，本选项正确，符合题意；
D. $-(-2a-1) = 2a+1$ ，故本选项错误，不符合题意.

故选： C.

18. 如图，点 B, C 在线段 AD 上，且 $AB = CD$ ，则 AC 与 BD 的大小关系是（ ）



- A. $AC > BD$ B. $AC < BD$ C. $AC = BD$ D. 无法确定

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据 $AC = AB + BC, BD = BC + CD$ ，即可的出结论.

【详解】解：∵ $AB = CD$ ， $BC = BC$ ，

∴ $AB + BC = BC + CD$ ，

即： $AC = BD$ ；

故选 C.

【点睛】 本题考查线段的和差计算，正确的识图，理清线段之间的和差关系，是解题的关键.

19. 下列说法正确的是（ ）

A. 0 既没有倒数也没有相反数

B. 一个数的相反数一定比这个数本身小

C. 只有 ± 1 的平方等于它本身

D. 任何一个有理数都可以写成分数的形式

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的内容，掌握有关概念是关键. 0 没有倒数，有相反数；不是所有数的相反数一定比它本身小；0 和 1 的平方等于它本身；任何一个有理数都可以写成分数的形式.

【详解】解：A、0 没有倒数，有相反数，故本选项错误，不符合题意；

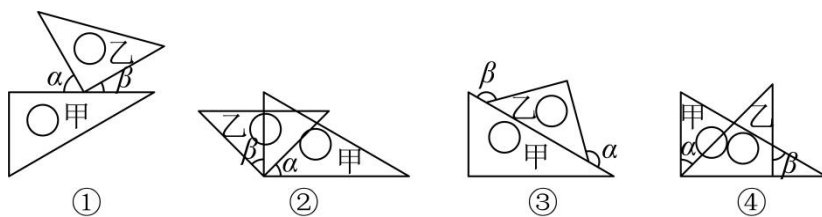
B、负数的相反数比它本身大，故本选项错误，不符合题意；

C、 $1^2 = 1$ ， $(-1)^2 = 1$ ，故本选项错误，不符合题意；

D、任何一个有理数都可以写成分数的形式的说法正确，符合题意；

故选 D.

20. 如图，将一副直角三角尺按不同方式摆放，其中“甲”尺是含 30° 角的直角三角尺，乙尺是含 45° 角的直角三角形，则如图中 α 与 β 一定相等的是（ ）



A. ①②

B. ②③

C. ②④

D. ③④

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题考查了同角或等角的余角（补角）相等，互余和互补的概念等知识，掌握这些知识是解题的关键. 利用两块三角板的三个已知角，再根据摆放方式，利用同角或等角的余角（补角）相等、三角形内

角和定理即可确定答案.

【详解】解: 由图①知, $\angle\alpha + \angle\beta + 90^\circ = 180^\circ$, 则 $\angle\alpha + \angle\beta = 90^\circ$, 故 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 不一定相等;

由图②知, 根据同角的余角相等得: $\angle\alpha = \angle\beta$;

由图③知, 根据等角的补角相等得: $\angle\alpha = \angle\beta = 135^\circ$;

由图④知, $\angle\alpha = 45^\circ$, $\angle\beta = 60^\circ$, 故 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 不相等;

综上所述, α 与 β 一定相等的是②③.

故选: B.

三. 简答题 (本大题共有 6 小题, 每题 5 分, 满分 30 分)

21. $2 \times (-3)^3 - 4 \times (-3) + 15$;

【答案】 -27

【解析】

【分析】根据有理数的混合运算法则计算出结果即可.

【详解】解: 原式 $= 2 \times (-27) - (-12) + 15$

$$= -54 + 12 + 15 = -42 + 15 = -27$$

【点睛】本题主要考察了有理数的混合运算, 熟练掌握是解决本题的关键.

22. 计算: $\left(-\frac{3}{7}\right) \times (-0.75) \div \left(-1\frac{5}{7}\right)$.

【答案】 $-\frac{3}{16}$

【解析】

【分析】本题主要考查了有理数的乘除运算, 解题关键是熟练掌握有理数的乘除法法则.

先把小数和带分数化成假分数, 再把除法化成乘法, 最后根据多个数相乘法则进行计算即可.

【详解】解: 原式 $= -\frac{3}{7} \times \left(-\frac{3}{4}\right) \div \left(-\frac{12}{7}\right)$

$$= -\frac{3}{7} \times \left(-\frac{3}{4}\right) \times \left(-\frac{7}{12}\right)$$

$$= -\frac{3}{7} \times \frac{3}{4} \times \frac{7}{12}$$

$$= -\frac{3}{16}.$$

23. 解方程: $2(x-2)-5(2-x)=6(x-2)$

【答案】 $x=2$

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次方程的解法, 熟练掌握解方程的基本步骤是解题的关键.

利用去括号、移项、合并同类项、系数化为 1 解方程即可.

【详解】 解: $2(x-2)-5(2-x)=6(x-2),$

去括号得: $2x-4-10+5x=6x-12,$

移项得: $2x+5x-6x=4+10-12,$

合并同类项得: $x=2,$

$\therefore$ 原方程的解是 $x=2.$

24. 解方程: $\frac{x+2}{4}-\frac{2x-3}{6}=1.$

【答案】 $x=0$

【解析】

【分析】 直接去分母进而去括号, 移项合并同类项, 进而得出答案.

【详解】 解: 方程两边同乘以 12 得:

$$12 \times \frac{x+2}{4} - 12 \times \frac{2x-3}{6} = 12,$$

则 $3(x+2)-2(2x-3)=12,$

故 $3x+6-4x+6=12,$

移项合并同类项得: $-x=0,$

解得: $x=0.$

【点睛】 此题主要考查了解一元一次方程, 正确掌握解方程的方法是解题关键.

25. 当 $x=-1$, $y=\frac{3}{2}$ 时, 求代数式 $x^2-2xy+y^2$ 的值.

【答案】 $\frac{25}{4}$

【解析】

【分析】 本题考查了代数式求值, 将 $x=-1$, $y=\frac{3}{2}$ 代入计算即可.

【详解】解：当 $x = -1$ ， $y = \frac{3}{2}$ 时，

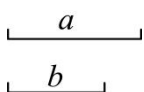
$$x^2 - 2xy + y^2$$

$$= (-1)^2 - 2 \times (-1) \times \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

$$= 1 + 3 + \frac{9}{4}$$

$$= \frac{25}{4}$$

26. 如图，已知线段 a ， b ，用圆规和直尺作线段 AB ，使它等于 $2a - b$ 。



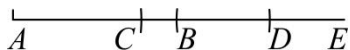
【答案】见详解

【解析】

【分析】本题考查的是作已知线段的和差，熟练掌握作一条线段等于已知线段的基本作图的方法是解本题的关键。

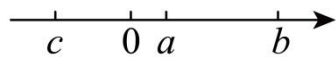
分三步进行作图：①作射线 AE ，②在射线 AE 上依次截取 $AC = CD = a$ ，再在线段 CD 上截取 $BD = b$ ，③线段 $AB = 2a - b$ 即为所求作的线段。

【详解】解：如图，线段 AB 即为所求作的线段：



四. 解答题 (本大题共有 4 小题，27、28、29 每题 5 分，30 题 10 分，满分 25 分)

27. 已知有理数 a 、 b 、 c 在数轴上的对应点如图所示。



(1) 用 “ $<$ ” 号把 a ， b ， c 连接起来；

(2) 化简： $|c| - |a + b| - |c - a| + 2|a - b|$

【答案】(1) $c < a < b$

(2) $b - 4a$

【解析】

【分析】本题考查数轴、绝对值、有理数的大小比较、有理数的加减、整式的加减，利用数形结合思想求解即可。

(1) 根据数轴上, 右边的数大于左边的数求解即可;

(2) 根据数轴可得到 $a+b>0$, $c-a<0$, $a-b<0$, 进而利用绝对值的意义化简绝对值, 然后整式加减法运算即可求解.

【小问 1 详解】

解: 由数轴, 得 $c < a < b$;

【小问 2 详解】

解: 由数轴, 得 $c < 0 < a < b$,

$$\therefore a+b>0, \quad c-a<0, \quad a-b<0,$$

$$\therefore |c| - |a+b| - |c-a| + 2|a-b|$$

$$= -c - (a+b) + (c-a) - 2(a-b)$$

$$= -c - a - b + c - a - 2a + 2b$$

$$= b - 4a.$$

28. 甲、乙两人从相距 28 千米的两地同时相向出发, 3 小时 30 分钟后相遇; 如果甲先出发 2 小时, 那么乙在出发 2 小时后与甲相遇, 求甲、乙两人的速度.

【答案】 甲的速度为 6 千米/时, 乙的速度为 2 千米/时

【解析】

【分析】 根据题意列出二元一次方程组进行求解即可;

【详解】 两人的速度和为 $28 \div 3.5 = 8$ (千米/时),

设甲的速度为 x 千米/时, 乙的速度为 y 千米/时,

$$\text{由题意可得} \begin{cases} x+y=8 \\ 4x+2y=28 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x=6 \\ y=2 \end{cases}.$$

答: 甲的速度为 6 千米/时, 乙的速度为 2 千米/时.

【点睛】 本题主要考查了二元一次方程组的应用, 准确计算是解题的关键.

29. 某数学兴趣小组研究我国古代《算法统宗》里这样一首诗: 我问开店李三公, 众客都来到店中, 一房七客多七客, 一房九客一房空. 诗中后两句的意思是: 如果每一间客房住 7 人, 那么有 7 人无房可住; 如果每一间客房住 9 人, 那么就空出一间房. 求: 该店有客房多少间? 房客多少人?

【答案】 客房有 8 间, 房客有 63 人

【解析】

【分析】本题属于一元一次方程的应用问题，得到题目中的等量关系是解题的关键.

设该店有客房 x 间，根据题意列出方程，求得 x 的值即可解答.

【详解】解：设客房有 x 间，

根据题意可得： $7x+7=9(x-1)$ ，

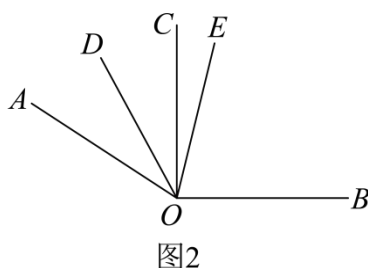
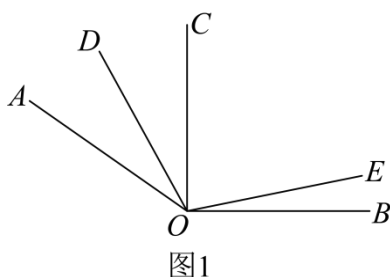
解得 $x=8$ ；

则房客有 $7\times 8+7=63$ （人）；

答：客房有 8 间，房客有 63 人.

30. 综合与探究

问题情境：如图 1，已知在同一平面内， $\angle AOC=60^\circ$ ， $\angle BOC=90^\circ$ ， OD 平分 $\angle AOC$ ，射线 OE 在 $\angle BOC$ 的内部.



(1) 数学思考：当 $\angle BOE = \frac{1}{5}\angle COE$ 时，求 $\angle DOE$ 的度数.

(2) 深入探究：如图 2，当 OE 平分 $\angle AOB$ 时，求 $\angle DOE$ 的度数.

(3) 在 (2) 的条件下，若将题目中的条件 “ $\angle AOC=60^\circ$ ” 改为 “ $\angle AOC=a(a<90^\circ)$ ”，其他条件不变，试探究 $\angle DOE$ 的度数是否发生变化？若发生变化，求 $\angle DOE$ 的度数；若不发生变化，请说明理由.

【答案】(1) 105°

(2) 45°

(3) 不变， 45°

【解析】

【分析】本题考查的是角的和差运算，角平分线的定义；

(1) 先求解 $\angle AOD = \angle COD = 30^\circ$ ， $\angle COE = 90^\circ \times \frac{5}{6} = 75^\circ$ ，再结合角的和差运算可得答案；

(2) 先求解 $\angle AOB = 150^\circ$ ，结合角平分线可得 $\angle AOE = \angle BOE = 75^\circ$ ，求解 $\angle AOD = \angle COD = 30^\circ$ ，再结合角的和差运算可得答案；

(3) 先求解 $\angle AOB = 90^\circ + a$ ，结合角平分线可得 $\angle AOE = \angle BOE = 45^\circ + \frac{1}{2}a$ ，求解

$\angle AOD = \angle COD = \frac{1}{2}a$ ，再结合角的和差运算可得答案.

【小问 1 详解】

解： $\because \angle AOC = 60^\circ$ ， OD 平分 $\angle AOC$ ，

$$\therefore \angle AOD = \angle COD = 30^\circ,$$

$$\because \angle BOC = 90^\circ, \quad \angle BOE = \frac{1}{5}\angle COE,$$

$$\therefore \angle COE = 90^\circ \times \frac{5}{6} = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle DOE = \angle DOC + \angle COE = 30^\circ + 75^\circ = 105^\circ.$$

【小问 2 详解】

解： $\because \angle AOC = 60^\circ$ ， $\angle BOC = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle AOB = \angle AOC + \angle BOC = 150^\circ,$$

$\because OE$ 平分 $\angle AOB$ ，

$$\therefore \angle AOE = \angle BOE = 75^\circ,$$

$\because \angle AOC = 60^\circ$ ， OD 平分 $\angle AOC$ ，

$$\therefore \angle AOD = \angle COD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DOE = \angle AOE - \angle AOD = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ;$$

【小问 3 详解】

解： $\angle DOE = 45^\circ$ ，不发生变化，理由如下：

$\because \angle AOC = a (a < 90^\circ)$ ， OD 平分 $\angle AOC$ ，

$$\therefore \angle AOD = \angle COD = \frac{1}{2}a,$$

$\because \angle AOC = a (a < 90^\circ)$ ， $\angle BOC = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle AOB = \angle AOC + \angle BOC = 90^\circ + a,$$

$\because OE$ 平分 $\angle AOB$ ，

$$\therefore \angle AOE = \angle BOE = 45^\circ + \frac{1}{2}a,$$

$$\therefore \angle DOE = \angle AOE - \angle AOD = 45^\circ + \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}a = 45^\circ$$