

2024-2025 学年上海市宝山实验学校六年级（上）期末
数学模拟试卷（五四学制）

一、选择题（每题 2 分，共 12 分）

1. $-\frac{1}{3}$ 的倒数是（ ）

- A. -0.3 B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. 3

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查了倒数，熟练掌握倒数的定义是解题的关键。利用倒数的定义，即相乘等于 1 的两个数互为倒数求解即可。

【详解】 解： $-\frac{1}{3}$ 的倒数是 -3。

故选： C。

2. 下列分数中不能化为有限小数的是（ ）

- A. $\frac{7}{28}$ B. $\frac{7}{32}$ C. $\frac{3}{80}$ D. $\frac{5}{6}$

【答案】 D

【解析】

【分析】 首先，要看分数是否是最简分数，不是的，先把分数化成最简分数，再根据一个最简分数，如果分母中除了 2 与 5 以外，不再含有其它的质因数，这个分数就能化成有限小数；如果分母中含有 2 与 5 以外的质因数，这个分数就不能化成有限小数。据此逐项分析后再选择。

【详解】 解： A、 $\frac{7}{28} = \frac{1}{4}$ ， $\frac{1}{4}$ 的分母中只含有质因数 2，能化成有限小数，故本选项不合题意；

B、 $\frac{7}{32}$ 的分母中只含有质因数 2，能化成有限小数，故本选项不符合题意；

C、 $\frac{3}{80}$ 的分母中只含有质因数 2 和 5，能化成有限小数，故本选项不符合题意；

D、 $\frac{5}{6}$ 的分母中含有质因数 3，不能化成有限小数，故本选项符合题意。

故选： D。

【点睛】 本题主要考查有理数，解答的关键是根据一个最简分数，如果分母中除了 2 与 5 以外，不再含有其它的质因数，这个分数就能化成有限小数；如果分母中含有 2 与 5 以外的质因数，这个分数就不能化成有限小数。

3. 如果 x 与 y 是正整数, 且 $x = 5y$, 那么 x 与 y 的最小公倍数是 ()

A. x

B. y

C. xy

D. $x \div y$

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题主要考查了最小公倍数, 根据当两个数成倍数关系时, 较大的那个数, 就是这个两个数的最小公倍数, 较小的数就是这个两个数的最大公约数进行解答即可.

【详解】 解: 因为 x 与 y 是正整数, 且 $x = 5y$, 即 $x \div y = 5$

所以 x 与 y 的最小公倍数是 $5y$,

故选: A.

4. 关于代数式 $-\frac{1-3x}{4}$, 下列说法中正确的是 ()

A. 它的一次项系数是 $-\frac{3}{4}$

B. 它的常数项是 -1

C. 它是一个一次式

D. 它是一个一次项

【答案】 C

【解析】

【详解】 本题考查了多项式的概念, 熟练掌握多项式的项数和次数是关键. 根据整式的相关概念逐项分析判断即可.

【解答】 解: $-\frac{1-3x}{4} = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$,

A、多项式一次项系数是 $\frac{3}{4}$, 不符合题意;

B、多项式的常数项是 $-\frac{1}{4}$, 不符合题意;

C、多项式是一次式, 符合题意;

D、它是一次二项式, 不符合题意;

故选: C.

5. 某校组织师生春游, 如果单独租用 45 座的客车若干辆, 刚好坐满; 如果单独租用 60 座的客车, 可少租一辆, 且余 30 个空座位, 设全校师生共 x 人, 则所列方程为 ()

A. $\frac{x}{45} = \frac{x+30}{60} - 1$

B. $\frac{x}{45} = \frac{x-30}{60} - 1$

C. $\frac{x}{45} = \frac{x+30}{60} + 1$

D. $\frac{x}{45} = \frac{x-30}{60} + 1$

【答案】C

【解析】

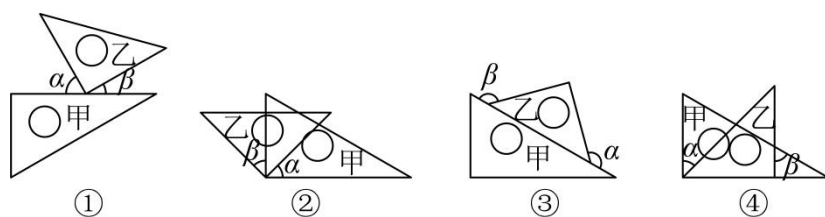
【分析】 本题考查一元一次方程解决实际问题，设全校师生共有 x 人，根据题意列出方程即可求解.

【详解】 解：设全校师生共有 x 人，

由题意得： $\frac{x}{45} = \frac{x+30}{60} + 1$,

故选：C.

6. 如图，将一副直角三角尺按不同方式摆放，其中“甲”尺是含 30° 角的直角三角尺，乙尺是含 45° 角的直角三角形，则如图中 α 与 β 一定相等的是 ()



A. ①②

B. ②③

C. ②④

D. ③④

【答案】B

【解析】

【分析】 本题考查了同角或等角的余角（补角）相等，互余和互补的概念等知识，掌握这些知识是解题的关键. 利用两块三角板的三个已知角，再根据摆放方式，利用同角或等角的余角（补角）相等、三角形内角和定理即可确定答案.

【详解】 解：由图①知， $\angle\alpha + \angle\beta + 90^\circ = 180^\circ$ ，则 $\angle\alpha + \angle\beta = 90^\circ$ ，故 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 不一定相等；

由图②知，根据同角的余角相等得： $\angle\alpha = \angle\beta$ ；

由图③知，根据等角的补角相等得： $\angle\alpha = \angle\beta = 135^\circ$ ；

由图④知， $\angle\alpha = 45^\circ$ ， $\angle\beta = 60^\circ$ ，故 $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 不相等；

综上所述， α 与 β 一定相等的是②③.

故选：B.

二、填空题（每题 2 分，共 24 分）

7. 用最简分数表示：45 分钟 = _____ 小时.

【答案】 $\frac{3}{4}$

【解析】

【详解】 本题考查了最简分数，熟练掌握小时、分钟、秒之间的转化是解题的关键.

利用 $1 \text{ 小时} = 60 \text{ 分钟}$ ，将 45 分钟 化为小时即可得出结论.

【解答】 解： $\because 1 \text{ 小时} = 60 \text{ 分钟}$,

$$\therefore 45 \text{ 分钟} = \frac{45}{60} \text{ 小时} = \frac{3}{4} \text{ 小时}.$$

故答案为: $\frac{3}{4}$.

8. 5 个 $-\frac{1}{6}$ 相乘用乘方的形式表示: _____.

【答案】 $\left(-\frac{1}{6}\right)^5$

【解析】

【分析】 此题考查了乘方定义的应用能力，关键是能准确理解并运用该知识. 运用乘方的定义进行求解.

【详解】 解：由题意得， $\left(-\frac{1}{6}\right) \times \left(-\frac{1}{6}\right) \times \left(-\frac{1}{6}\right) \times \left(-\frac{1}{6}\right) \times \left(-\frac{1}{6}\right) = \left(-\frac{1}{6}\right)^5$

故答案为: $\left(-\frac{1}{6}\right)^5$.

9. 若 $x = 4, y = \frac{1}{2}$ ，则代数式 $3x - 6y + 4$ 的值为_____.

【答案】 13

【解析】

【分析】 本题考查代数式求值，熟练掌握相关运算法则是解题的关键. 将已知数值代入 $3x - 6y + 4$ 中计算即可.

【详解】 解：若 $x = 4, y = \frac{1}{2}$,

$$\text{原式} = 3 \times 4 - 6 \times \frac{1}{2} + 4 = 12 - 3 + 4 = 13.$$

故答案为: 13

10. 比较大小: $-(-3\frac{5}{8})$ _____ $-|-3.625|$ (填 “>”、“<” 或 “=”).

【答案】 >

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的大小比较，掌握正数都大于零；负数都小于零；正数大于负数；两个正数比

较大小，绝对值大的数大；两个负数比较大小，绝对值大的数反而小是解答本题的关键。据此求解即可。

【详解】解：∵ $-(-3\frac{5}{8}) = \frac{29}{8}$, $-|-3.625| = -3.625$,

∴ $-(-3\frac{5}{8}) > -|-3.625|$.

故答案为：>.

11. 若关于 x 的方程 $2mx+1=0$ 和 $3x-1=2x+1$ 有相同的解，则 $m =$ _____.

【答案】 $-\frac{1}{4}$ 或 -0.25

【解析】

【分析】 本题考查了方程的解的定义，已知条件中涉及到方程的解，把方程的解代入原方程，转化为关于字母系数的方程进行求解。可把它叫做“有解就代入”。解方程 $3x-1=2x+1$ ，把方程的解代入 $2mx+1=0$ 即可得到一个关于 m 的方程，从而求得 m 的值。

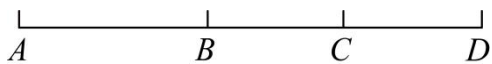
【详解】解：解方程 $3x-1=2x+1$ 得： $x=2$,

把 $x=2$ 代入方程 $2mx+1=0$ 得： $4m+1=0$,

解得： $m = -\frac{1}{4}$.

故答案为： $-\frac{1}{4}$.

12. 如图，点 B, C 在线段 AD 上，且 $AB=CD$ ，则线段 AC 与 BD 的大小关系是_____.



【答案】 $AC=BD$

【解析】

【分析】 本题主要考查两点间的距离，结合图形解题直观形象，从图中很容易能看出各线段之间的关系是解题的关键。根据两点间的距离，可得答案。

【详解】解：由 $AB=CD$ 两边都加 BC ，得

$AB+BC=CD+BC$,

即 $AC=BD$,

故答案为： $AC=BD$.

13. 若 $\angle a = 60^\circ 25'$ ，则 $\angle a$ 的余角大小为_____.

【答案】 $29^\circ 35'$

【解析】

【分析】本题考查了余角和补角、度分秒的换算，解题关键是明确和为 90° 的两个角互为余角．根据和为 90° 的两个角互为余角计算即可．

【详解】解： $\because \angle \alpha = 60^\circ 25'$ ，

$\therefore \angle \alpha$ 的余角是 $90^\circ - 60^\circ 25' = 29^\circ 35'$ ，

故答案为： $29^\circ 35'$ ．

14. 仓库里有 180 吨化肥，3 天运走了 $\frac{5}{12}$ ，平均每天运走了_____吨．

【答案】 25

【解析】

【分析】先求出 3 天运走化肥的吨数，再算出每天运走的吨数即可．

【详解】解： $180 \times \frac{5}{12} \div 3 = 25$ （吨），

$\therefore$ 平均每天运走了 25 吨．

故答案为： 25．

15. 新华书店新进一种畅销书若干本，第一天售出总数的 $\frac{1}{2}$ ，第二天售出总数的 $\frac{1}{4}$ ，结果书店还有 200 本这种书，请问书店新进这种畅销书_____本．

【答案】 800

【解析】

【分析】此题重点考查一元一次方程的解法、列一元一次方程解应用题等知识与方法，正确地用代数式表示第一天、第二天售出的本数是解题的关键．设书店新进这种畅销书 x 本，则第一天售出 $\frac{1}{2}x$ 本，第二天售出 $\frac{1}{4}x$ 本，可列方程 $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + 200 = x$ ，解方程求出 x 的值即可．

【详解】解：设书店新进这种畅销书 x 本，

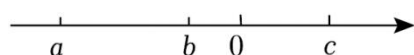
根据题意得 $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + 200 = x$ ，

解得 $x = 800$ ，

所以，书店新进这种畅销书 800 本，

故答案为： 800．

16. 已知有理数 a ， b ， c 在数轴上对应的点的位置如图所示，化简 $|a - c| - |a + b| =$ _____．



【答案】 $b + c$

【解析】

【分析】本题考查数轴，熟练掌握相关的知识点是解题的关键。根据数轴的知识点以及绝对值的性质进行解题即可。

【详解】解：由数轴可知，

$$\therefore a < b < 0 < c,$$

$$\therefore a - c < 0, a + b < 0,$$

$$\therefore |a - c| - |a + b| = c - a + a + b = c + b.$$

故答案为： $b + c$.

17. 若关于 x 的一元一次方程 $5x + 3 = mx + 8$ 的解是正整数，则整数 m 的值为_____.

【答案】 4 或 0

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次方程，解一元一次方程的一般步骤是：去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为 1. 注意移项要变号.

先移项，再合并同类项，最后化系数为 1，根据方程是解是正整数，确定 m 的值.

【详解】解： $5x + 3 = mx + 8$

移项，得： $5x - mx = 8 - 3$,

合并同类项，得： $(5 - m)x = 5$

系数化为 1，得： $x = \frac{5}{5 - m}$

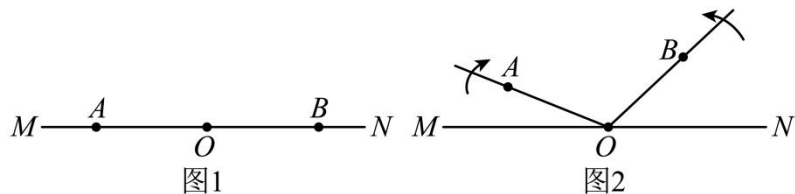
$\therefore$ 解是正整数，

$$\therefore 5 - m = 1 \text{ 或 } 5 - m = 5$$

解得 $m = 4$ 或 $m = 0$.

故答案为： 4 或 0.

18. 如图，点 A 、 O 、 B 都在直线 MN 上，射线 OA 绕点 O 按顺时针方向以每秒 4° 的速度旋转射线， OB 绕点 O 按逆时针方向以每秒 6° 的速度旋转（当其中一条射线与直线 MN 叠合时，两条射线停止旋转），经过_____秒， $\angle AOB$ 的大小恰好是 60° .



【答案】 12 或 24

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次方程的应用以及角的计算，找准等量关系，正确列出一元一次方程是解题的关键． 经过 x 秒， $\angle AOB$ 的大小恰好是 60° ， 分 $\angle AOM + \angle AOB + \angle BON = 180^\circ$ 和 $\angle AOM + \angle BON - \angle AOB = 180^\circ$ 两种情况，可得出关于 x 的一元一次方程，解之即可得出结论．

【详解】 解： 经过 x 秒， $\angle AOB$ 的大小恰好是 60° ，

依题意， 得： $4x + 60 + 6x = 180$ 或 $4x + 6x - 60 = 180$ ，

解得： $x = 12$ 或 $x = 24$ ．

故答案为： 12 或 24．

三、解答题.

19. 化简：

(1) $a + 2 - (9a - 3)$;

(2) $-\frac{1}{2}(8m - 2) + \frac{1}{3}(-9 - 6m)$ ．

【答案】 (1) $-8a + 5$

(2) $-6m - 2$

【解析】

【分析】 本题考查了整式的加减运算，熟练掌握整式的加减运算是解题的关键．

(1) 先去括号，再合并同类项，即可得到结果；

(2) 先去括号，再合并同类项，即可得到结果．

【小问 1 详解】

解： $a + 2 - (9a - 3)$

$= a + 2 - 9a + 3$

$= -8a + 5$;

【小问 2 详解】

解： $-\frac{1}{2}(8m - 2) + \frac{1}{3}(-9 - 6m)$

$= -4m + 1 - 3 - 2m$

$= -6m - 2$ ．

20. 计算：

(1) $-12 + 8 - (-15)$;

(2) $9 + \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right)$;

$$(3) (-3.59) \times \left(-\frac{4}{7}\right) - 2.41 \times \left(-\frac{4}{7}\right) + 6 \times \left(-\frac{4}{7}\right);$$

$$(4) -2^2 + \frac{4}{9} \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 1 \div (-0.8).$$

【答案】 (1) 11 (2) 10

$$(3) 0 \quad (4) -\frac{1637}{324}$$

【解析】

【分析】 本题考查有理数的混合运算.

- (1) 利用有理数的加减法则计算即可;
- (2) 先算乘法, 再算加法即可;
- (3) 利用乘法分配律计算即可;
- (4) 先算乘方, 再算乘除, 最后算加法即可.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned} \text{解: } & -12 + 8 - (-15) \\ & = -4 + 15 \\ & = 11; \end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned} \text{解: } & 9 + \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \\ & = 9 + 1 \\ & = 10; \end{aligned}$$

【小问 3 详解】

$$\begin{aligned} \text{解: } & (-3.59) \times \left(-\frac{4}{7}\right) - 2.41 \times \left(-\frac{4}{7}\right) + 6 \times \left(-\frac{4}{7}\right) \\ & = \left(-\frac{4}{7}\right) \times (-3.59 - 2.41 + 6) \\ & = \left(-\frac{4}{7}\right) \times 0 \\ & = 0; \end{aligned}$$

【小问 4 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & -2^2 + \frac{4}{9} \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 1 \div (-0.8) \\ & = -4 + \frac{4}{9} \times \frac{4}{9} - \frac{5}{4} \\ & = -4 + \frac{16}{81} - \frac{5}{4} \\ & = -\frac{1296}{324} + \frac{64}{324} - \frac{405}{324} \\ & = -\frac{1637}{324}.\end{aligned}$$

21. 解方程:

$$(1) \quad 3x = -9x - 12$$

$$(2) \quad 2(3y - 5) = -3(1 - y) + 1$$

$$(3) \quad \frac{x+1}{2} - 1 = \frac{2-3x}{3}$$

$$(4) \quad \frac{x-2}{0.2} - \frac{x+3}{0.5} = 2$$

【答案】(1) $x = -1$

$$(2) \quad y = \frac{8}{3}$$

$$(3) \quad x = \frac{7}{9}$$

$$(4) \quad x = 6$$

【解析】

【分析】 本题主要考查解一元一次方程,

(1) 方程移项合并, 把 x 系数化为 1, 即可求出解;

(2) 方程去括号, 移项合并, 把 x 系数化为 1, 即可求出解;

(3) 方程去分母, 去括号, 移项合并, 把 x 系数化为 1, 即可求出解;

(4) 方程整理后去括号, 移项合并, 把 x 系数化为 1, 即可求出解;

解题的关键是掌握解一元一次方程的基本步骤: 去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为 1.

【小问 1 详解】

$$3x = -9x - 12$$

移项, 合并同类项得, $12x = -12$

系数化为 1 得, $x = -1$;

【小问 2 详解】

$$2(3y-5) = -3(1-y) + 1$$

去括号得, $6y - 10 = -3 + 3y + 1$

移项, 合并同类项得, $3y = 8$

系数化为 1 得, $y = \frac{8}{3}$;

【小问 3 详解】

$$\frac{x+1}{2} - 1 = \frac{2-3x}{3}$$

去分母得, $3(x+1) - 6 = 2(2-3x)$

去括号得, $3x + 3 - 6 = 4 - 6x$

移项, 合并同类项得, $9x = 7$

系数化为 1 得, $x = \frac{7}{9}$;

【小问 4 详解】

$$\frac{x-2}{0.2} - \frac{x+3}{0.5} = 2$$

整理得, $\frac{10x-20}{2} - \frac{10x+30}{5} = 2$

$$5x - 10 - (2x + 6) = 2$$

去括号得, $5x - 10 - 2x - 6 = 2$

移项, 合并同类项得, $3x = 18$

系数化为 1 得, $x = 6$.

22. 当 $x = -\frac{1}{9}$ 时, 求一次式 $3x - 1 + (3x - 6) - (-3x + 1)$ 的值.

【答案】 $9x - 8$, -9

【解析】

【分析】 本题考查了整式加减的化简求值, 先去括号, 再合并同类项将整式化简, 最后将 x 的值代入进行计算即可.

【详解】 解: $3x - 1 + (3x - 6) - (-3x + 1)$

$$= 3x - 1 + 3x - 6 + 3x - 1$$

$$= 9x - 8;$$

当 $x = -\frac{1}{9}$ 时, 原式 $= -\frac{1}{9} \times 9 - 8 = -1 - 8 = -9$.

23. (2023 年杭州亚运会期间, 吉祥物琮琚、宸宸和莲莲因其灵动可爱的形象受到了大家的喜爱. 某超市用 1200 元购进一批吉祥物玩偶和钥匙扣, 两种商品共 50 件, 它们的进价和售价如下表: (注: 获利 = 售价 - 进价)

	玩偶	钥匙扣
进价 (元/件)	30	20
售价 (元/件)	40	28

(1) 该超市购进玩偶和钥匙扣各多少件?

(2) 该超市将购进的玩偶和钥匙扣全部卖完后一共可获得多少利润?

【答案】 (1) 玩偶 20 件, 钥匙扣 30 件;

(2) 440 元.

【解析】

【分析】 本题考查一元一次方程的应用, 解题的关键是读懂题意, 列出方程解决问题.

(1) 设该超市购进玩偶 x 件, 根据用 1200 元购进一批吉祥物玩偶和钥匙扣得: $30x + 20(50 - x) = 1200$, 解方程可得答案;

(2) 用玩偶和钥匙扣利润相加, 列式计算即可得答案.

【小问 1 详解】

解: 设该超市购进玩偶 x 件, 则购进钥匙扣 $(50 - x)$ 件,

根据题意得: $30x + 20(50 - x) = 1200$,

解得: $x = 20$,

$\therefore 50 - x = 30$.

答: 该超市购进玩偶 20 件, 购进钥匙扣 30 件.

【小问 2 详解】

$(40 - 30) \times 20 + (28 - 20) \times 30$

$= 440$ (元).

答: 该超市将购进的玩偶和钥匙扣全部卖完后一共可获得利润 440 元.

24. 某车间为提高生产总量, 在原有 16 名工人的基础上, 新调入若干名工人, 使得调整后车间的总人数是新调入工人人数的 3 倍多 4 人.

(1) 求调整后车间共有多少名工人;

(2) 在 (1) 的条件下, 每名工人每天可以生产 120 个螺栓或 200 个螺母, 1 个螺栓需要 2 个螺母, 为使每天生产的螺栓和螺母刚好配套, 应该安排生产螺栓和螺母的工人各多少名?

【答案】(1) 车间有工人 22 名;

(2) 10 名工人生产螺栓, 12 名工人生产螺母.

【解析】

【分析】本题考查一元一次方程的应用, 解题的关键是读懂题意, 找到等量关系列方程.

(1) 设调入 x 名工人, 根据“调整后车间的总人数是调入工人人数的 3 倍多 4 人”得: $16 + x = 3x + 4$, 可解得答案;

(2) 设 y 名工人生产螺栓, 由“1 个螺栓需要 2 个螺母”, 可得 $120y = \frac{1}{2} \times 200(22 - y)$, 即可解得答案.

【小问 1 详解】

解: 设调入 x 名工人, 根据题意得: $16 + x = 3x + 4$,

解得 $x = 6$,

$\therefore$ 调入 6 名工人;

答: 车间有工人 $16 + 6 = 22$ (名).

【小问 2 详解】

解: 设 y 名工人生产螺栓, 则 $(22 - y)$ 名工人生产螺母,

$\because$ 每天生产的螺栓和螺母刚好配套,

$\therefore 120y = \frac{1}{2} \times 200(22 - y)$,

解得 $y = 10$,

$\therefore 22 - y = 22 - 10 = 12$,

答: 10 名工人生产螺栓, 12 名工人生产螺母, 可使每天生产的螺栓和螺母刚好配套.

25. 定义: a 是不为 1 的数, 我们把 $\frac{1}{1-a}$ 称为 a 的差倒数, 如 $\frac{1}{2}$ 的差倒数 $\frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 1 \div \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 1 \div \frac{1}{2} = 2$,

已知 $x = \frac{1}{3}$, y 是 x 的差倒数, 求 y 的值.

【答案】 $1\frac{1}{2}$

【解析】

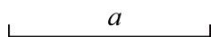
【分析】 根据新定义列式为 $y = \frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-\frac{1}{3}}$ ，再按照分数的混合运算的运算顺序进行计算即可.

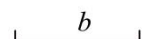
【详解】 解： 因为 $x = \frac{1}{3}$ ， y 是 x 的差倒数，

$$\text{所以 } y = \frac{1}{1-x} = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = 1 \times \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

【点睛】 本题考查的是新定义运算，分数的混合运算，列出正确的运算式是解本题的关键.

26. 如图，已知线段 a ， b ($a > b$).





(1) 用尺规作一线段 AB ，使 $AB = 2a - b$ ；

(2) 若线段 $a = 3$ ， $b = 2$ ，点 D 是线段 AB 的中点，则线段 DB 的长为_____.

【答案】 (1) 见解析 (2) 2

【解析】

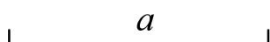
【分析】 本题主要考查作图-复杂作图.

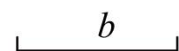
(1) 作射线 BM ，在射线 BM 上截取 $BC = 2a$ ，在线段 CB 上截取 $AC = b$ ，线段 AB 即为所求；

(2) 先根据 $a = 3$ 、 $b = 2$ 求出 AB 的长度，再根据中点的定义求解即可.

【小问 1 详解】

解： 如图 1，线段 AB 即为所求；





【小问 2 详解】

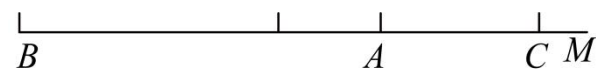


图1

解： 如图 2： $AB = 2a - b = 2 \times 3 - 2 = 4$ ，

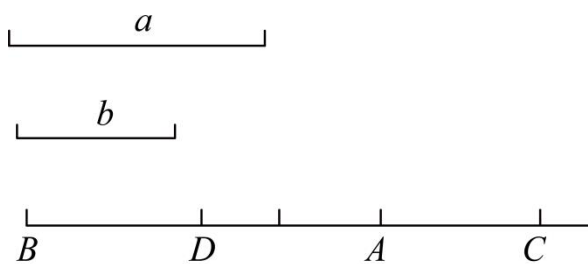


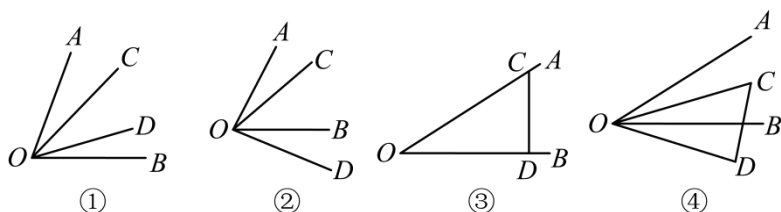
图2

$\therefore$ 点 D 是线段 AB 的中点,

$$\therefore DB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 4 = 2.$$

故答案为: 2.

27. 定义: 从一个角的顶点出发, 在角的内部引两条射线, 如果这两条射线所成的角等于这个角的一半, 那么这两条射线所成的角叫做这个角的内半角. 如图①所示, 若 $\angle COD = \frac{1}{2}\angle AOB$, 则 $\angle COD$ 是 $\angle AOB$ 的内半角.



(1) 如图①所示, 已知 $\angle AOB = 70^\circ$, $\angle AOC = 15^\circ$, $\angle COD$ 是 $\angle AOB$ 的内半角, 则 $\angle BOD =$ _____;

(2) 如图②, 已知 $\angle AOB = 63^\circ$, 将 $\angle AOB$ 绕点 O 按顺时针方向旋转一个角度 α ($0 < \alpha < 63^\circ$) 至 $\angle COD$, 当旋转的角度 α 为何值时, $\angle COB$ 是 $\angle AOD$ 的内半角?

(3) 已知 $\angle AOB = 30^\circ$, 把一块含有 30° 角的三角板如图③叠放, 将三角板绕顶点 O 以 $3^\circ/\text{秒}$ 的速度按顺时针方向旋转, 如图④, 问: 在旋转一周的过程中, 射线 OA , OB , OC , OD 能否构成内半角? 若能, 请求出旋转的时间; 若不能, 请说明理由.

【答案】 (1) 20° ;

(2) 21° ;

(3) 能, $\frac{10}{3}\text{s}$ 或 30s 或 90s 或 $\frac{350}{3}\text{s}$.

【解析】

【分析】 本题主要考查了角的和与差, 图形旋转的性质, 一元一次方程的应用, 明确题意, 理解新定义, 并利用方程思想和分类讨论思想解答是解题的关键.

(1) 根据内半角的定义, 即可求解;

(2) 根据旋转的性质可得: $\angle AOC = \angle BOD = \alpha$, $\angle AOB = \angle COD = 63^\circ$, 再根据内半角的定义, 即

可求解；

(3) 分四种情况讨论，利用内半角的含义，建立一元一次方程，即可求解.

【小问 1 详解】

解： $\because \angle COD$ 是 $\angle AOB$ 的内半角， $\angle AOB = 70^\circ$ ，

$$\therefore \angle COD = \frac{1}{2} \angle AOB = 35^\circ,$$

$$\because \angle AOC = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = 70^\circ - 35^\circ - 15^\circ = 20^\circ,$$

故答案为： 20° ；

【小问 2 详解】

解：旋转的角度 α 为 21° 时， $\angle COB$ 是 $\angle AOD$ 的内半角；理由如下：

$$\because \angle AOC = \angle BOD = \alpha,$$

$$\angle AOB = 63^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD = 63^\circ + \alpha, \quad \angle BOC = 63^\circ - \alpha,$$

$\because \angle COB$ 是 $\angle AOD$ 的内半角，

$$\therefore 2(63^\circ + \alpha) = 63^\circ - \alpha,$$

$$\therefore \alpha = 21^\circ,$$

$\therefore$ 旋转的角度 α 为 21° 时， $\angle COB$ 是 $\angle AOD$ 的内半角；

【小问 3 详解】

解：在旋转一周的过程中，射线 OA ， OB ， OC ， OD 能构成内半角，理由如下；

设按顺时针方向旋转一个角度 α ，旋转的时间为 t ，

如图 1， $\because \angle BOC$ 是 $\angle AOD$ 的内半角， $\angle AOC = \angle BOD = \alpha$ ，

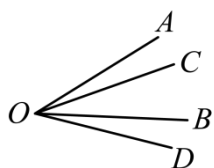


图1

$$\therefore \angle AOD = 30^\circ + \alpha,$$

$$\therefore \frac{1}{2}(30^\circ + \alpha) = 30^\circ - \alpha,$$

解得： $\alpha = 10^\circ$ ，

$$\therefore t = \frac{10}{3}(\text{s});$$

如图 2， $\because \angle BOC$ 是 $\angle AOD$ 的内半角， $\angle AOC = \angle BOD = \alpha$ ，

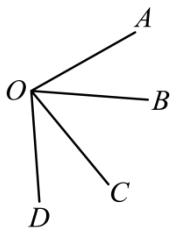


图2

$$\therefore \angle AOD = 30^\circ + a,$$

$$\therefore \frac{1}{2}(30^\circ + a) = a - 30^\circ,$$

$$\therefore a = 90^\circ,$$

$$\therefore t = \frac{90}{3} = 30(\text{s});$$

如图 3, $\because \angle AOD$ 是 $\angle BOC$ 的内半角, $\angle AOC = \angle BOD = 360 - a$,

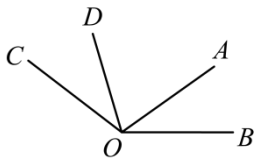


图3

$$\therefore \angle BOC = 360^\circ + 30^\circ - a,$$

$$\therefore \frac{1}{2}(360^\circ + 30^\circ - a) = 360^\circ - a - 30^\circ,$$

$$\therefore a = 270^\circ,$$

$$\therefore t = 90(\text{s}),$$

如图 4, $\because \angle AOD$ 是 $\angle BOC$ 的内半角, $\angle AOC = \angle BOD = 360 - a$,

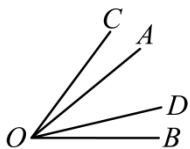


图4

$$\therefore \angle BOC = 360^\circ + 30^\circ - a,$$

$$\therefore \frac{1}{2}(360^\circ + 30^\circ - a) = 30^\circ + 30^\circ - (360^\circ + 30^\circ - a),$$

解得: $a = 350^\circ$,

$$\therefore t = \frac{350}{3}(\text{s}),$$

综上所述, 当旋转的时间为 $\frac{10}{3}\text{s}$ 或 30s 或 90s 或 $\frac{350}{3}\text{s}$ 时, 射线 OA , OB , OC , OD 能构成内半角.