

2024 学年第一学期期末质量调研

六年级数学学科 2025.1

(满分: 100 分, 完卷时间: 90 分钟)

一. 选择题 (共 6 小题)

1. 下列说法中正确的是 ()

A. 所有的偶数都是合数

B. 因为 $2.6 \div 1.3 = 2$, 所以 2.6 能被 1.3 整除

C. 两个连续的正整数互素

D. 16 的因数有 2, 4, 8, 16

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查素数和合数, 整除以及因数, 掌握素数和合数, 整除以及因数得概念是解题的关键.

【详解】解: A. 2 不是合数, 原说法错误;

B. 虽然 $2.6 \div 1.3 = 2$, 但是 2.6, 1.3 不是整数, 不能说整除, 原说法错误;

C. 两个连续的正整数互素, 说法正确;

D. 16 的因数有 1, 2, 4, 8, 16, 原说法错误;

故选: C.

2. 下列代数式是一次式的是 ()

A. 8

B. $4s + 3t$

C. $\frac{1}{2}xy$

D. $\frac{5}{x}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了单项式及多项式的次数, 根据单项式的次数是字母指数的和, 多项式的次数是多项式中次数最高的单项式的次数, 可得答案.

【详解】解: A、8 的次数是 0, 故 A 错误;

B、 $4s + 3t$ 次数是 1, 故 B 正确;

C、 $\frac{1}{2}xy$ 次数是 2, 故 C 错误;

D、 $\frac{5}{x}$ 次数是 -1, 故 D 错误;

故选: B.

3. 甲、乙两堆煤同样重, 甲堆运走 $\frac{5}{8}$, 乙堆运走 $\frac{5}{8}$ 吨, 甲、乙两堆剩下的煤的重量相比较 ()

A. 甲堆重

B. 乙堆重

C. 一样重

D. 无法判断

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了分数混合运算的应用，由于不知道两堆煤的质量，所以无法判断两堆剩下的煤的重量.

【详解】解：当两堆煤的质量都是 1 吨时，甲堆运走 $\frac{5}{8}$ 后，剩下煤的质量为 $1 \times \left(1 - \frac{5}{8}\right) = \frac{3}{8}$ (吨)，

乙堆运走 $\frac{5}{8}$ 吨，剩下煤的质量为： $1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ (吨)，

此时剩下两堆煤的质量相等；

当两堆煤的质量都大于 1 吨时，甲堆运走的煤大于 $\frac{5}{8}$ 吨，乙堆运走 $\frac{5}{8}$ 吨，因此甲运走的多剩下的少；

当两堆煤的质量都小于 1 吨时，甲堆运走的煤小于 $\frac{5}{8}$ 吨，乙堆运走 $\frac{5}{8}$ 吨，因此甲运走的少剩下的多；

由于不知道两堆煤的质量，所以无法判断两堆剩下的煤的重量关系.

故选：D.

4. 下列各式最符合书写规范的是 ()

A. $m \times \frac{1}{2}$

B. $3x^2ym$

C. $n \div 3$

D. $3\frac{1}{2}mn$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了代数式，代数式的书写要求：在代数式中出现的乘号，通常简写成“ $\cdot$ ”或者省略不写；数字与字母相乘时，数字要写在字母的前面；在代数式中出现的除法运算，一般按照分数的写法来写，带分数要写成假分数的形式；根据代数式的书写要求逐项判断即可得解，熟练掌握代数式的书写要求是解此题的关键

【详解】解：A、 $m \times \frac{1}{2}$ 中的乘号应省略不写，且 $\frac{1}{2}$ 写在 m 前面，故原选项错误，不符合题意；

B、 $3x^2ym$ 符合书写规范，故原选项正确，符合题意；

C、 $n \div 3$ 应按照分数的写法来写，故原选项错误，不符合题意；

D、 $3\frac{1}{2}mn$ 中带分数要写成假分数的形式，故原选项错误，不符合题意；

故选：B.

5. 关于代数式 $a^2 - 9$ 的意义，下列说法中不正确的是 ()

A. 比 a 的平方少 9 的数

B. a 的平方与 9 的差

C. a 的平方减去 9

D. a 与 9 的差的平方

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了代数式的意义，对代数式意义的描述，实际上就是把代数式用语言叙述出来，叙述时要求既要表明运算的顺序，又要说出运算的最终结果，根据代数式的意义对各选项分析即可.

【详解】A. 代数式 $a^2 - 9$ 表示比 a 的平方少 9 的数，说法正确，故本选项错误；

B. 代数式 $a^2 - 9$ 表示 a 的平方与 9 的差，说法正确，故本选项错误；

C. 代数式 $a^2 - 9$ 表示 a 的平方减去 9，说法正确，故本选项错误；

D. 代数式 $a^2 - 9$ 表示 a 与 3 的平方差，说法错误，故本选项正确，

故选：D.

6. 一件衣服原价 200 元，则下列叙述正确的是（ ）

A. 将它降价 $\frac{3}{10}$ 后出售，售价为 70 元

B. 先将它上涨 $\frac{1}{10}$ ，再降 $\frac{1}{10}$ ，这时售价比原价便宜

C. 先将它上涨 $\frac{1}{10}$ ，再降价 $\frac{1}{10}$ ，这时售价与原价相等

D. 先将它上涨 $\frac{1}{10}$ ，再降价 $\frac{1}{10}$ ，这时售价比原价贵

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了分数的应用，根据题意，分别求得上涨和下降后的价格，进而结合选项判断，即可求解.

【详解】解：一件衣服原价 200 元，

A. 将它降价 $\frac{3}{10}$ 后出售，售价为 $200 - \frac{3}{10} \times 200 = 170$ 元，故该选项不正确，不符合题意；

B. 先将它上涨 $\frac{1}{10}$ ，价格为 $200 + 200 \times \frac{1}{10} = 220$ ，再降 $\frac{1}{10}$ ，价格为 $220 - 220 \times \frac{1}{10} = 198$ ，这时售价比原价便宜，故该选项 B 正确，符合题意；C、D 选项错误；

故选：B.

二. 填空题 (共 12 小题)

7. 代数式 $5 - \frac{x}{3}$ 中一次项的系数是_____.

【答案】 $-\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】本题考查了单项式，多项式等知识点，熟练掌握一次式的相关概念是解题的关键：只含有一个字

母，且字母的指数是1，这样的项叫做一次项；不含字母的项叫做常数项；一次项中的数字因数叫做项的数字系数，简称系数；由一次项与常数项组成，或仅含一次项的代数式叫做一次式。根据一次式的相关概念直接判断即可得出答案。

【详解】解：代数式 $5 - \frac{x}{3}$ 中一次项的系数是： $-\frac{1}{3}$ ，

故答案为： $-\frac{1}{3}$ 。

8. 计算： $28^\circ 48' + 13^\circ 26' =$ _____ 度 _____ 分。

【答案】 ①. 42 ②. 14

【解析】

【分析】 本题考查了角的计算，度分秒的换算，根据度分秒的加法法则计算即可。

【详解】解： $28^\circ 48' + 13^\circ 26' = (28^\circ + 13^\circ) + (48' + 26') = 41^\circ + 74' = 42^\circ 14'$ 。

故答案为： 42， 14。

9. 两车同时、同地、同向出发，快车行驶速度是 $x \text{ km/h}$ ，慢车行驶速度是 $y \text{ km/h}$ ，3 h 后两车相距列式可以表示为 _____ km。

【答案】 $(3x - 3y)$ 或 $(-3y + 3x)$

【解析】

【分析】 本题考查列代数式，根据两车相距距离 = 快车路程 - 慢车路程列出代数式，即可解题。

【详解】解：由题知，两车相距距离为 $(3x - 3y) \text{ km}$ ，

故答案为： $(3x - 3y)$ 。

10. 把 5 米的铁丝平均截成 8 段，每段长是这根铁丝长的 _____ (填几分之几)

【答案】 $\frac{1}{8}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分数的应用，解题的关键根据题意列出算式，准确计算。

【详解】解：把 5 米的铁丝平均截成 8 段，每段长是这根铁丝长的： $\frac{1}{8}$ 。

故答案为： $\frac{1}{8}$ 。

11. 40 千克比 _____ 千克多 $\frac{1}{3}$ 。

【答案】 30

【解析】

【分析】 本题考查了分数的混合运算的应用，将未知量看作单位“1”，则40千克对应的分率为 $\left(1+\frac{1}{3}\right)$ ，

利用除法计算即可得解.

【详解】 解： $40 \div \left(1+\frac{1}{3}\right) = 40 \div \frac{4}{3} = 30$ (千克)，

故40千克比30千克多 $\frac{1}{3}$ ，

故答案为：30.

12. 如果 $a > 0$ ， $b < 0$ ， $a+b < 0$ ，则 a 、 $-a$ 、 b 、 $-b$ 由小到大排列为_____.

【答案】 $b < -a < a < -b$

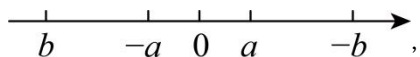
【解析】

【分析】 本题考查了利用数轴比较有理数的大小及有理数加法法则. 先根据有理数加法法则判断 a 、 b 的绝对值的大小，再将 a 、 b 、 $-a$ 、 $-b$ 表示在数轴上，最后再比较大小.

【详解】 解： $\because a > 0$ ， $b < 0$ ，且 $a+b < 0$ ，

$\therefore a$ 为正数， b 为负数，且 $|a| < |b|$ ，

把有理数 a 、 b 、 $-a$ 、 $-b$ 表示在数轴上，如图：



$\therefore b < -a < a < -b$.

故答案为： $b < -a < a < -b$.

13. 若 $\angle 1 = 40^\circ$ ，则 $\angle 1$ 的补角比 $\angle 1$ 的余角大_____度.

【答案】 90

【解析】

【分析】 本题考查了余角和补角，熟练掌握余角和补角的定义是解题的关键.

【详解】 解： 由题意得 $(180^\circ - \angle 1) - (90^\circ - \angle 1)$

$$= 180^\circ - \angle 1 - 90^\circ + \angle 1$$

$$= 90^\circ.$$

故答案为： 90 .

14. 在3点20分钟时，钟面上的时针和分针的夹角是____度.

【答案】 20

【解析】

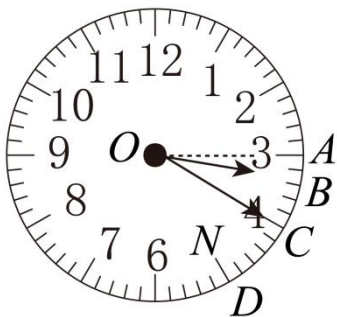
【分析】 本题考查钟面角，理解钟面角的定义是正确解答的关键.

根据钟面角的定义进行计算即可.

【详解】 解：如图，由钟面角的定义可知， $\angle AOC = \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ ，

$$\angle AOB = 30^\circ \times \frac{20}{60} = 10^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = \angle AOC - \angle AOB = 30^\circ - 10^\circ = 20^\circ,$$



故答案为： 20

15. 定义：如果两个一元一次方程的解之和为1，我们就称这两个方程为“美好方程”. 例如：方程 $2x-1=3$

和 $x+1=0$ 为“美好方程”. 若关于 x 方程 $\frac{1}{2022}x-1=0$ 与 $\frac{1}{2022}x+1=3x+k$ 是“美好方程”，则关于 y

的方程 $\frac{1}{2022}(y+2)+1=3y+k+6$ 的解是_____.

【答案】 $y=-2023$

【解析】

【分析】 本题考查了一元一次方程的解，解一元一次方程，解方程 $\frac{1}{2022}x-1=0$ 可得 $x=2022$ ，由“美

好方程”的定义可得方程 $\frac{1}{2022}x+1=3x+k$ 的解为 $x=-2021$ ，将方程 $\frac{1}{2022}(y+2)+1=3y+k+6$ 变形

为 $\frac{1}{2022}(y+2)+1=3(y+2)+k$ ，可得 $y+2=-2021$ ，据此即可求解，利用同解方程的意义解答是解题的关键.

【详解】 解：解方程 $\frac{1}{2022}x-1=0$ 得， $x=2022$ ，

$\therefore x$ 方程 $\frac{1}{2022}x-1=0$ 与 $\frac{1}{2022}x+1=3x+k$ 是“美好方程”，

$\therefore$ 方程 $\frac{1}{2022}x + 1 = 3x + k$ 的解为 $x = -2021$,

将方程 $\frac{1}{2022}(y+2) + 1 = 3y + k + 6$ 变形为 $\frac{1}{2022}(y+2) + 1 = 3(y+2) + k$,

$\therefore y + 2 = -2021$,

$\therefore y = -2023$,

故答案为: $y = -2023$.

16. 寒假到来, 某书店开展学生优惠购买名著活动, 凡一次性购买不超过 100 元的, 一律九折优惠; 超过 100 元的, 其中 100 元按九折优惠, 超过 100 元的部分按八折优惠. 小青第一次去购买时付款 36 元, 第二次又去购买时享受到了八折优惠. 他查看了所买名著的定价, 发现两次共节省了 17 元, 则小青第二次购买时实际付款_____元.

【答案】 102

【解析】

【分析】 首先计算得小青第一次去购买名著节省的钱数, 设小青第二次购买的名著原价为: x 元, 再根据题意, 列一元一次方程并求解, 即可得到答案.

【详解】 解: $\because$ 凡一次性购买不超过 100 元的, 一律九折优惠, 且小青第一次去购买时付款 36 元,

$\therefore$ 小青第一次去购买的名著原价为: $\frac{36}{0.9} = 40$ 元,

$\therefore$ 小青第一次去购买名著节省 $40 - 36 = 4$ 元,

设小青第二次购买的名著原价为: x 元,

$\because$ 凡一次性购买不超过 100 元的, 一律九折优惠; 超过 100 元的, 其中 100 元按九折优惠, 超过 100 元的部分按八折优惠,

$\therefore$ 小青第二次去购买名著节省: $(x - 100) \times (1 - 0.8) + 100 \times (1 - 0.9) = 0.2x - 10$ 元,

$\because$ 他查看了所买名著的定价, 发现两次共节省了 17 元,

$\therefore 0.2x - 10 = 17 - 4$,

$\therefore x = 115$,

$\therefore$ 小青第二次购买时实际付款: $115 - (17 - 4) = 102$ 元,

故答案为: 102.

【点睛】 本题考查了一元一次方程的知识; 解题的关键是熟练掌握一元一次方程的性质, 从而完成求解.

17. 已知 $\angle AOB = 20^\circ$, $\angle AOC = 4\angle AOB$, OD 平分 $\angle AOB$, OM 平分 $\angle AOC$, 则 $\angle MOD$ 的度数是

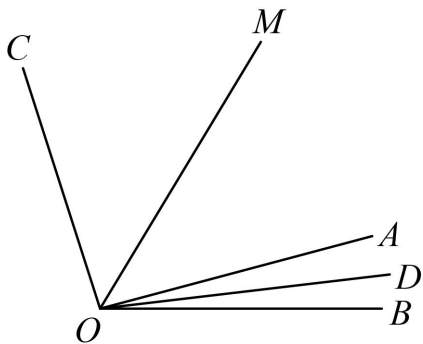
_____.

【答案】 30° 或 50°

【解析】

【分析】 本题考查了角平分线的有关计算，根据题意画出满足条件的两种情况结合角平分线的定义和角的和差即可求解.

【详解】 解： 如图所示： 第一种情况如下图



$$\therefore \angle AOB = 20^\circ, \angle AOC = 4\angle AOB,$$

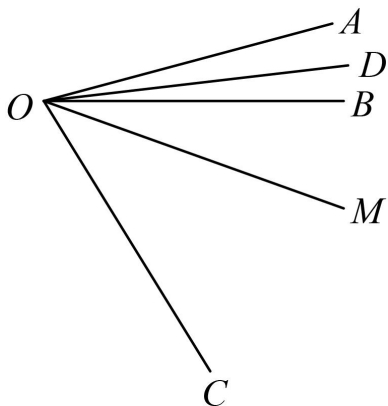
$$\therefore \angle AOC = 80^\circ$$

$$\therefore OD \text{ 平分 } \angle AOB, OM \text{ 平分 } \angle AOC,$$

$$\therefore \angle AOD = \frac{1}{2} \angle AOB = 10^\circ, \angle AOM = \frac{1}{2} \angle AOC = 40^\circ$$

$$\therefore \angle MOD = \angle AOM + \angle AOD = 50^\circ$$

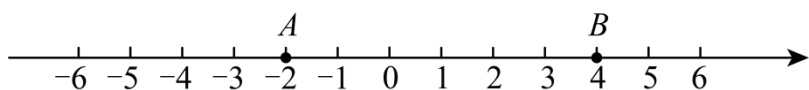
第二种情况如图



$$\text{此时, } \angle MOD = \angle AOM - \angle AOD = 30^\circ$$

故答案为: 30° 或 50° .

18. 如图，在数轴上点 A 、 B 表示的数分别为 -2 、 4 ，若点 M 从 A 点出发以每秒 5 个单位长度的速度沿数轴向右匀速运动，点 N 从 B 点出发以每秒 4 个单位长度的速度沿数轴匀速运动，设点 M 、 N 同时出发，运动时间为 t 秒，经过__秒后， M 、 N 两点间的距离为 15 个单位长度.



【答案】 21 或 $\frac{7}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查数轴上的动点问题，根据题意分情况建立含有 t 的一元一次方程是解决本题的关键．已知运动时间为 t 秒，根据题意建立含有 t 的一元一次方程，解出 t 的值即可．

【详解】 解：已知运动时间为 t 秒，根据题意 M 、 N 两点间的距离为 15 个单位长度，分析 N 点的两种移动方向分别建立一元一次方程可得：

当 N 向左运动，则有 $-2 + 5t - 4 + 4t = 15$ ，解得 $t = \frac{7}{3}$ ，

当 N 向右运动，则有 $-2 + 5t - 4 - 4t = 15$ ，解得 $t = 21$ ，

故答案为 21 或 $\frac{7}{3}$ ．

三. 解答题 (共 8 小题)

19. 计算：

(1) $12 - (-15) + (-7) + 9$ ；

(2) $\frac{1}{4} \times (-4) \div \frac{1}{4} \times (-5)$ ；

(3) $-3^2 + 16 \div |-2| + (-1)^{2025}$ ；

(4) $-1\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} \times (-0.6) \times 1\frac{3}{4} + (-2)^3$ ．

【答案】 (1) 29

(2) 20

(3) -2

(4) $-\frac{17}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查的是有理数的加减混合运算，乘除混合运算，含乘方的混合运算，熟记混合运算的运算顺序是解本题的关键．

(1) 根据有理数加减运算法则计算即可；

(2) 根据有理数乘除混合运算法则计算即可；

(3) 先计算乘方，绝对值，再计算除法，最后计算加减运算即可；

(4) 先计算乘方，再计算乘除，最后计算加减法即可得到答案.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & 12 - (-15) + (-7) + 9 \\ & = 12 + 15 - 7 + 9 \\ & = 29;\end{aligned}$$

【小问 2 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & \frac{1}{4} \times (-4) \div \frac{1}{4} \times (-5) \\ & = (-1) \times 4 \times (-5) \\ & = 20;\end{aligned}$$

【小问 3 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & -3^2 + 16 \div |-2| + (-1)^{2025} \\ & = -9 + 16 \times \frac{1}{2} - 1 \\ & = -9 + 8 - 1 \\ & = -2;\end{aligned}$$

【小问 4 详解】

$$\begin{aligned}\text{解: } & -1\frac{2}{3} \div \frac{3}{4} \times (-0.6) \times 1\frac{3}{4} + (-2)^3 \\ & = -\frac{5}{3} \times \frac{4}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right) \times \frac{7}{4} - 8 \\ & = \frac{7}{3} - 8 \\ & = -\frac{17}{3}.\end{aligned}$$

20. 解方程:

$$(1) \quad 2x + 3 = -3x - 7;$$

$$(2) \quad \frac{1-2x}{3} = \frac{3x+1}{7} - 1.$$

【答案】(1) $x = -2$

$$(2) \quad x = \frac{25}{23}$$

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次方程；熟练掌握解一元一次方程的一般步骤是解题的关键.

(1) 根据解一元一次方程的步骤求解即可;

(2) 根据解一元一次方程的步骤求解即可.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } 2x+3=-3x-7$$

$$\text{移项得: } 2x+3x=-7-3$$

$$\text{合并同类项得: } 5x=-10$$

$$\text{系数化为1得: } x=-2;$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \frac{1-2x}{3} = \frac{3x+1}{7} - 1$$

$$\text{去分母得: } 7(1-2x) = 3(3x+1) - 21$$

$$\text{去括号得: } 7-14x = 9x+3-21$$

$$\text{移项得: } -14x-9x = 3-21-7$$

$$\text{合并同类项得: } -23x = -25$$

$$\text{系数化为1得: } x = \frac{25}{23}.$$

$$21. \text{ 先化简, 再求值: } (3a-2b-c) - [6b-4c-2(a+b)] - a, \text{ 其中 } a = -\frac{1}{2}, b = -1, c = 2.$$

【答案】 $4a-6b+3c$, 10

【解析】

【分析】 本题考查了整式的化简求值, 掌握整式的运算法则是解题的关键; 根据去括号, 合并同类项化简整式, 再代入求值即可.

$$\text{【详解】 解: } (3a-2b-c) - [6b-4c-2(a+b)] - a$$

$$= 3a-2b-c - (6b-4c-2a-2b) - a$$

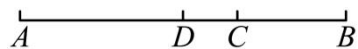
$$= 3a-2b-c-6b+4c+2a+2b-a$$

$$= 4a-6b+3c,$$

$$\text{当 } a = -\frac{1}{2}, b = -1, c = 2 \text{ 时,}$$

$$\text{原式} = 4 \times (-\frac{1}{2}) - 6 \times (-1) + 3 \times 2 = 10.$$

22. 如图, 已知点 C 是线段 AB 上一点, 且 $AC = 2CB$, 点 D 是 AB 的中点, 且 $AD = 6$.



- (1) 线段 AB 的长是_____.
- (2) 求 DC 的长;
- (3) 若点 F 是线段 AB 上一点, 且 $CF = \frac{1}{2}CD$, 求 AF 的长.

【答案】 (1) 12

(2) 2

(3) 7 或 9

【解析】

【分析】 本题主要考查了与线段中点有关的线段和差计算, 理清线段之间的关系是解题的关键.

(1) 根据线段中点的定义进行求解即可;

(2) 根据 $AC = 2CB$ 可得 $AC = \frac{2}{3}AB = 8$, 则 $DC = AC - AD = 2$;

(3) 分当点 F 在线段 DC 上时, 当点 F 在线段 DC 的延长线上时, 两种情况根据 $CF = \frac{1}{2}CD$ 求出 CF 的长, 再根据线段的和差关系求出 AF 的长即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 点 D 是 AB 的中点, 且 $AD = 6$,

$$\therefore AB = 2AD = 12,$$

故答案为: 12;

【小问 2 详解】

解: $\because AC = 2CB$,

$$\therefore AC = \frac{2}{3}AB = 8,$$

$$\therefore DC = AC - AD = 2;$$

【小问 3 详解】

解: 如图所示, 当点 F 在线段 DC 上时,

$$\because CF = \frac{1}{2}CD, \quad CD = 2,$$

$$\therefore CF = 1,$$

$$\therefore AF = AC - CF = 7;$$



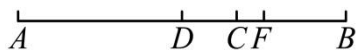
如图所示, 当点 F 在线段 DC 的延长线上时,

$$\therefore CF = \frac{1}{2}CD, \quad CD = 2,$$

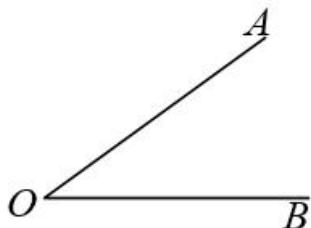
$$\therefore CF = 1,$$

$$\therefore AF = AC + CF = 9;$$

综上所述, AF 的长为 7 或 9.



23. 已知 $\angle AOB = 40^\circ$.



(1) 用直尺和圆规作出 $\angle AOB$ 的平分线 OD (不写作法, 但保留作图痕迹, 写出结论);

(2) 已知 $\angle AOB$ 与 $\angle BOC$ 互为补角, 画出符合条件的所有可能的图形, 并求出 $\angle COD$ 的度数.

【答案】 (1) 见解析 (2) 图见解析, 160° 或 120°

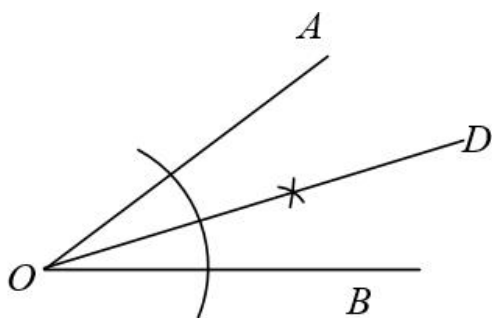
【解析】

【分析】 (1) 根据角平分线的定义作出图形即可;

(2) 分两种情形, 分别画出图形求解即可.

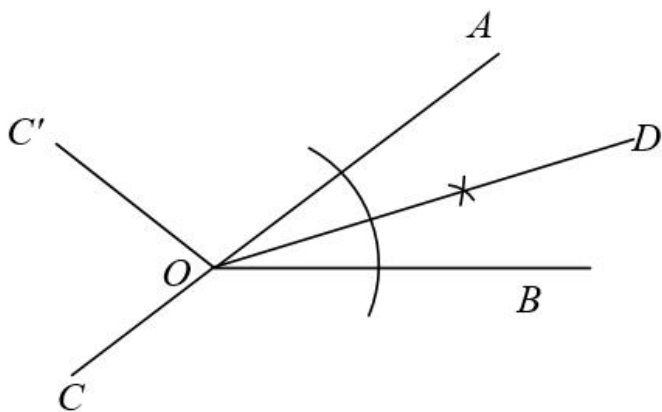
【小问 1 详解】

解: 如图, 射线 OD 即为所求.



【小问 2 详解】

解: 如图, $\angle BOC$ 与 $\angle AOB$ 、 $\angle BOC'$ 与 $\angle AOB$ 都互为补角,



$\therefore \angle AOB = 40^\circ$, 且 OD 平分 $\angle AOB$,

$$\therefore \angle BOC = 140^\circ, \angle BOC' = 140^\circ, \angle AOD = \angle BOD = \frac{1}{2} \angle AOB = 20^\circ,$$

当射线 OA 在 $\angle BOC$ 的外侧时, $\angle COD = \angle BOC + \angle BOD = 140^\circ + 20^\circ = 160^\circ$;

当射线 OA 在 $\angle BOC'$ 内部时, $\angle C'OD = \angle BOC' - \angle BOD = 140^\circ - 20^\circ = 120^\circ$.

综上, $\angle COD$ 的度数为 160° 或 120° .

【点睛】本题考查作图—复杂作图, 角平分线的定义, 补角的定义等知识, 解题的关键是学会用分类讨论的思想思考问题, 属于中考常考题型.

24. 清溪学校为适应新中考要求, 决定添置一批体育器材, 学校准备在网上订购一批某品牌足球和跳绳, 在查阅天猫网店后发现足球每个定价 100 元, 跳绳每条定价 20 元. 现有 A, B 两家网店均提供包邮服务, 并提出了各自的优惠方案.

A 网店: 买一个足球送一条跳绳;

B 网店: 足球和跳绳都按定价的 $\frac{9}{10}$ 付款.

已知该学校要购买足球 30 个, 跳绳 x 条 ($x > 30$).

(1) 若在 A 网店购买, 需付款_____元, 若在 B 网店购买, 需付款_____元; (用含 x 的代数式表示)

(2) 当 $x = 100$ 时, 通过计算说明在哪家网店购买较为合算?

(3) 当 $x = 100$ 时, 请你设计一种更为省钱的购买方案, 并计算需付款多少元?

【答案】(1) $(20x + 2400)$, $(18x + 2700)$

(2) 到 A 网店购买较为合算

(3) 设计一种更为省钱的方案为: 到 A 网店购买 30 个足球 (赠送 30 条跳绳), 再到 B 网店购买 70 条跳绳, 此时需付款 4260 元

【解析】

【分析】本题考查了列代数式，求代数式的值；解题的关键是理解题意，列出正确的运算式.

(1) 由题意可得在 A 、 B 店购买的关系式；

(2) 将 $x=100$ 分别代入 A 店， B 店的付费方案即可比较；

(3) 由于 A 店是买一个足球送跳绳， B 店是足球和跳绳都按定价的 $\frac{9}{10}$ 付款，所以可以在 A 店买 30 个足球，剩下的 70 条跳绳在 B 店购买即可.

【小问 1 详解】

解：由 A 网店的优惠方案是：

买 30 个足球， x 条跳绳 ($x > 30$) 的总费用为 $100 \times 30 + 20(x - 30) = (20x + 2400)$ 元；

由 B 网店的优惠方案是：

买 30 个足球， x 条跳绳 ($x > 30$) 的总费用为： $100 \times \frac{9}{10} \times 30 + 20 \times \frac{9}{10} x = (18x + 2700)$ 元；

故答案为： $(20x + 2400)$ ， $(18x + 2700)$.

【小问 2 详解】

解：当 $x=100$ 时， A 网店付费： $20x + 2400 = 20 \times 100 + 2400 = 4400$ (元)，

B 网店付费： $18x + 2700 = 18 \times 100 + 2700 = 4500$ (元)，

$\therefore 4400 < 4500$ ，

$\therefore$ 到 A 网店购买较为合算.

【小问 3 详解】

解：可以到 A 网店购买 30 个足球 (赠送 30 条跳绳)，再到 B 网店购买 70 条跳绳，

需付款： $30 \times 100 + 70 \times 20 \times \frac{9}{10} = 4260$ (元)，

且 $4260 < 4400 < 4500$ ，

$\therefore$ 设计一种更为省钱的方案为：到 A 网店购买 30 个足球 (赠送 30 条跳绳)，再到 B 网店购买 70 条跳绳，此时需付款 4260 元.

25. 红光水果加工厂收购了 29 吨雪梨. 经市场预测，若直接销售，每吨可获利 0.05 万元；若经过加工包装后销售，每吨可获利 0.4 万元；若制成雪梨罐头出售，每吨可获利 0.6 万元. 该工厂的加工能力是：每天可包装 5 吨或制成罐头 3 吨，受人员限制，同一天内两种加工方式不能同时进行，受气温限制，这些雪梨必须在 7 天内全部销售或加工完毕，为此，工厂研制了二种方案：

方案一：尽可能多的做成罐头，余下的直接销售；

方案二：部分制成罐头，其余进行加工包装，并恰好 7 天完成.

(1) 请比较说明哪种方案可使工厂所获利润最多？

(2) 水果加工厂欲将 (1) 问中获利最多方案制成的所有雪梨罐头由加工厂运到市场售卖, 已知有甲、乙两家运输公司都可以承担此次运输, 要收取的费用如下表:

运输公司	运输单价 (元/吨·千米)	每吨装卸费 (元)
甲	5	50
乙	6	30

经水果加工厂计算发现乙运输公司总费用比甲运输公司总费用多 243 元, 求水果加工厂到市场的距离.

【答案】 (1) 方案二可使工厂所获利润最多;

(2) 加工厂到市场的距离为 47 千米.

【解析】

【分析】 本题考查一元一次方程的运用, 解题的关键在于根据题意得到等量关系.

(1) 分别算出方案一和方案二所获利润, 再进行比较即可解题;

(2) 设加工厂到市场的距离为 x 千米, 根据题意建立方程求解, 即可解题.

【小问 1 详解】

解: 方案一: $3 \times 7 \times 0.6 + (29 - 3 \times 7) \times 0.05 = 13$ (万元),

方案二: 设 x 吨制成罐头, 则 $(29 - x)$ 吨进行加工包装,

$$\frac{x}{3} + \frac{29 - x}{5} = 7,$$

解得 $x = 9$,

获利: $9 \times 0.6 + 20 \times 0.4 = 13.4$ (万元),

$\therefore 13.4 > 13$,

$\therefore$ 方案二可使工厂所获利润最多;

【小问 2 详解】

解: 设加工厂到市场的距离为 x 千米,

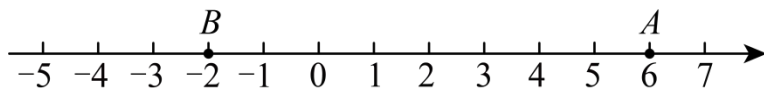
$$5 \times 9x + 50 \times 9 + 243 = 6 \times 9x + 30 \times 9,$$

解得 $x = 47$,

答: 加工厂到市场的距离为 47 千米.

26. 我们规定: 对于数轴上不同的三个点 M , N , P , 当点 M 在点 N 右侧时, 若点 P 到点 M 的距离恰好为点 P 到点 N 的距离的 n 倍, 且 n 为正整数, (即 $PM = nPN$), 则称点 P 是 “ $[M, N]n$ 关联点”

如图，已知在数轴上，原点为 O ，点 A ，点 B 表示的数分别为 6，-2。



- (1) 原点 O _____ (填“是”或“不是”) “[A, B] n 关联点”；
- (2) 若点 C 是 “[A, B] 3 关联点”，则点 C 所表示的数_____；
- (3) 若点 A 沿数轴向右运动，每秒运动 1 个单位长度，同时点 B 沿数轴向左运动，每秒运动 1 个单位长度，则运动时间为_____秒时，原点 O 恰好是 “[A, B] n 关联点”，此时 n 的值为_____；
- (4) 点 Q 在 A, B 之间运动，且不与 A, B 两点重合，作 “[A, Q] 2 关联点”，记为 A' ，作 “[Q, B] 3 关联点”，记为 B' ，且满足 A', B' 分别在线段 AQ 和 BQ 上。当点 Q 运动时，若存在整数 m, n ，使得式子 $mQA' + nQB'$ 为定值，求出 m, n 满足的数量关系。

【答案】(1) 是； (2) 0 或 -6；

(3) 2； 2； (4) $m = \frac{9}{4}n$

【解析】

【分析】本题是数轴上新定义应用题，主要运用“数轴上表示数 a, b ($a > b$) 的两点之间的距离为 $a - b$ ”来解题。

- (1) 根据已知条件及新定义即可判定；
- (2) 根据已知条件及新定义得出等式，再分类讨论点 C 的位置，得出满足条件的值；
- (3) 设运动 t 秒，根据数轴是两点距离的计算方法用含 t 的代数式表示 OA, OB ，再根据新定义得出关于等量关系，由“ n 是正整数”求出 n, t 即可；
- (4) 设点 Q 表示的数为 x_Q ，根据新定义、已知条件，得出用 m, n, x_Q 表示 $mQA' + nQB'$ 的代数式，再由“点 Q 运动时，式子 $mQA' + nQB'$ 为定值”知：关于 x_Q 的代数式中 x_Q 的系数为 0，从而得出整数 m, n 满足的数量关系。

【小问 1 详解】

解：∵ 点 A ，点 B 表示的数分别为 6，-2，

$$\therefore OA = 6, OB = 2,$$

$$\therefore OA = 3OB,$$

$\therefore$ 原点 O 是 “[A, B] 3 关联点”，

故答案为：是；

【小问 2 详解】

$\because$ 点 A ，点 B 表示的数分别为 6， -2 ，

$$\therefore AB = 6 - (-2) = 8,$$

若点 C 是 “[A, B]3 关联点”，则 $AC = 3BC$ ，

$$\text{当点 } C \text{ 在线段 } AB \text{ 上时，} BC = \frac{1}{4}AB = 2,$$

此时，点 C 所表示的数为 $-2 + 2 = 0$ ；

$$\text{当点 } C \text{ 在线段 } AB \text{ 的延长线上时，} BC = \frac{1}{2}AB = 4,$$

此时，点 C 所表示的数为 $-2 - 4 = -6$ ，

综上所述，点 C 所表示的数 0 或 -6 ，

故答案为：0 或 -6 ；

【小问 3 详解】

若点 A 沿数轴向右运动，每秒运动 1 个单位长度，同时点 B 沿数轴向左运动，每秒运动 1 个单位长度，设运动 t 秒，

则 A 表示的数 $6 + t$ ， B 表示的数 $-2 - t$ ，

原点 O 恰好是 “[A, B] n 关联点”，

$$OA = nOB (n \text{ 是正整数}), \text{ 即有 } (6 + t) = n(2 + t),$$

$$n = \frac{t+6}{t+2} = \frac{t+2+4}{t+2} = 1 + \frac{4}{t+2},$$

$\because n$ 是正整数，

而 $t + 2 \geq 2$ ， $t + 2$ 为 4 的约数，

$$\therefore t + 2 = 4, \text{ 即 } t = 2, n = 2,$$

即运动时间为 2 秒时，原点 O 恰好是 “[A, B] n 关联点”，此时 n 的值为 2，

故答案为：2；2；

【小问 4 详解】

点 Q 在 A 、 B 之间运动，且不与 A 、 B 两点重合，作 “[A, Q] 整 2 关联点”，记为 A' ，作 “[Q, B] 整 3 关

联点”，记为 B' ，且满足 A' 、 B' 分别在线段 AQ 和 BQ 上，

设点 Q 表示的数为 x_Q ，则

$$AQ = x_A - x_Q = 6 - x_Q, \quad A'A = 2A'Q,$$

$$BQ = x_Q - x_B = x_Q + 2, \quad B'Q = 3B'B,$$

$$\therefore QA' = \frac{1}{3}AQ = \frac{6 - x_Q}{3}, \quad QB' = \frac{3}{4}BQ = \frac{3(x_Q + 2)}{4},$$

$$\therefore mQA' + nQB' = \left(\frac{6 - x_Q}{3}\right)m + \left(\frac{3x_Q + 6}{4}\right)n = \left(-\frac{1}{3}m + \frac{3}{4}n\right)x_Q + 2m + \frac{3}{2}n,$$

当点 Q 运动时，若存在整数 m 、 n ，使得式子 $mQA' + nQB'$ 为定值，则 $-\frac{1}{3}m + \frac{3}{4}n = 0$ ，

$$\therefore m = \frac{9}{4}n.$$

即整数 m 、 n 满足的数量关系是 $m = \frac{9}{4}n$ 。