

2024 学年第一学期期中考试六年级数学试卷

(考试时间 90 分钟 总分 100 分)

一、选择题 (每题 2 分, 共 12 分)

1. 下列等式中表示整除的是 ()

A. $2024 \div 1 = 2024$

B. $2024 \div 3 = 674 \cdots \cdots 2$

C. $2024 \div 5 = 404.8$

D. $2024 \div 0.5 = 4048$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了整除. 若整数“ a ”除以大于 0 的整数“ b ”, 商为整数, 且没有余数, 我们就说 a 能被 b 整除 (或说 b 能整除 a); 据此得解.

【详解】解: 只有选项 A 中的被除数、除数和商都是整数, 且没有余数, 符合整除的意义; 而 B C 中有余数, D 中除数出现了小数, 不符合整除的意义.

故选: A.

2. 下列各式中, 表示分解素因数的式子是 ()

A. $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 1$

B. $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

C. $36 = 4 \times 3 \times 3$

D. $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了分解素因数, 任何一个合数都可以写成几个素数相乘的形式. 其中每个素数都是这个合数的因数, 叫做这个合数的分解素因数, 据此解答即可.

【详解】解: A、因为 1 既不是质数也不是合数, 所以 $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 1$ 不是分解素因数, 不符合题意;
B、 $2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$ 是计算得数, 不是分解素因数, 不符合题意;
C、 $36 = 4 \times 3 \times 3$ 素因数分解错误, 不符合题意;
D、 $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 是分解素因数, 符合题意;

故选: D.

3. 下列各组数中, 不是互素的有 ()

A. 13 和 15

B. 27 和 28

C. 1 和 20

D. 21 和 49

【答案】D

【解析】

【分析】根据互素的定义进行判断即可.

【详解】解：A、13和15的公因数有：1，

B、27和28的公因数有：1，

C、1和20的公因数有：1，

D、21和49的公因数有：1，7，

根据互素的定义可知，只有21和49不是互素，

故选：D．

【点睛】本题考查了互素的定义，熟练掌握两个数除了1以外没有其他公约数的两个数为互素是解答本题的关键．

4. 下列分数中，可以化为有限小数的是（ ）

A. $\frac{5}{6}$

B. $\frac{3}{12}$

C. $\frac{8}{15}$

D. $\frac{2}{18}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了分数化小数，若一个数分数的分子能被分母除尽，那么这个分数一定能化成有限小数，据此求解即可．

【详解】解：A、5不能被6除尽，故 $\frac{5}{6}$ 不能化为有限小数，不符合题意；

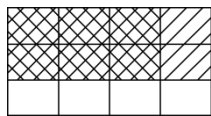
B、 $\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0.25$ 能化为有限小数，符合题意；

C、8不能被15除尽，故 $\frac{8}{15}$ 不能化为有限小数，不符合题意；

D、2不能被18除尽，故 $\frac{2}{18}$ 不能化为有限小数，不符合题意；

故选：B．

5. 图中网状阴影部分可以用算式（ ）表示．



A. $\frac{3}{4} \times \frac{1}{3}$

B. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$

C. $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$

D. $\frac{3}{4} \times \frac{1}{4}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查分数的意义以及分数乘法的意义，熟练掌握它们的含义是解题的关键．

根据图形可知，把整个长方形看作单位“1”，根据分数的意义，把整个长方形平均分成3份，把其中的2份涂色；之后再把这2份看作一个整体，把这个整体平均分成4份，取其中的3份涂色，根据分数乘法的

意义列出算式.

【详解】网状阴影部分可以用算式表示的是: $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$,

故选: B.

6. 一个分数的分子扩大为原来的 3 倍, 分母缩小到原来的 $\frac{1}{3}$, 则分数值 ()

A. 扩大为原来的 9 倍

B. 扩大为原来的 6 倍

C. 缩小到原来的 $\frac{1}{6}$

D. 不变

【答案】 A

【解析】

【分析】本题是考查分数的基本性质的运用, 如果一个分数的分母不变, 分子扩大(或缩小)多少倍, 分数值就扩大(或缩小)多少倍, 如果分子不变, 分母扩大(或缩小)多少倍, 分数值就缩小(或扩大)多少倍. 据此作答即可. 熟悉相关的性质是解题的关键.

【详解】解: 依题意,

因为一个分数的分子扩大为原来的 3 倍,

所以这个分数就扩大 3 倍,

因为分母缩小到原来的 $\frac{1}{3}$,

所以这个分数的值扩大 3 倍,

则 $3 \times 3 = 9$

即分数值扩大为原来的 9 倍,

故选: A.

二、填空题 (每题 2 分, 共 24 分)

7. 用分数表示: $3 \div 5 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{3}{5}$

【解析】

【分析】本题考查分数与除法之间的关系, 注意掌握被除数相当于分子, 除号相当于分数线, 除数相当于分母, 商相当于分数值.

【详解】解: $3 \div 5 = \frac{3}{5}$,

故答案为: $\frac{3}{5}$.

8. 18 的因数有__.

【答案】 1、2、3、6、9、18.

【解析】

【分析】 先写出 18 的因数： $18=1\times 18$, 2×9 , 3×6 因此 18 的因数有 1, 2, 3, 6, 9, 18 解答即可.

【详解】 解： 18 的因数有： 1、2、3、6、9、18.

故答案为： 1、2、3、6、9、18.

【点睛】 本题考查了有理数的乘法，掌握找一个数因数的方法是解题的关键.

9. $4\frac{2}{3}$ 的倒数是_____.

【答案】 $\frac{3}{14}$

【解析】

【分析】 根据倒数的定义即可求出结论.

【详解】 解： $4\frac{2}{3}$ 的倒数是 $1\div 4\frac{2}{3}=1\div \frac{14}{3}=\frac{3}{14}$

故答案为： $\frac{3}{14}$.

【点睛】 此题考查的是求一个数的倒数，掌握倒数的定义是解题关键.

10. 比较大小： 2.4 _____ $\frac{11}{5}$ (填 “>” 或 “<” 号).

【答案】 >

【解析】

【分析】 本题考查了分数比较大小，将分数化为小数，然后比较大小即可，正确计算是解题的关键.

【详解】 解： $\frac{11}{5}=2.2<2.4$,

$\therefore 2.4>\frac{11}{5}$,

故答案为： >.

11. 一根绳子长 4 米，把它平均剪成 5 段，每段是这根绳子的 (), 每段长 () 米.

【答案】 ①. $\frac{1}{5}$ ②. $\frac{4}{5}$

【解析】

【分析】 本题主要考查分数的意义，熟练掌握分数的意义是解题的关键. 根据平均分的知识和分数的意义进行解答.

【详解】 解： 一根绳子长 4 米，把它平均剪成 5 段，每段是这根绳子的 $\frac{1}{5}$,

每段长 $4\times \frac{1}{5}=\frac{4}{5}$.

故答案为: $\frac{1}{5}, \frac{4}{5}$.

12. 在括号内填入适当的整数: $\frac{2}{9} = \frac{2+4}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{18}$, 括号内应依次填入: ()、().

【答案】 ①. 27 ②. 4

【解析】

【分析】 本题考查分数的性质、分数与除法的关系, 根据分数的性质和分数与除法的关系即可解答. 掌握分数的性质和分数与除法的关系是解题的关键.

【详解】 解: $2+4=6$

$$\frac{2}{9} = \frac{6}{(27)} = \frac{(4)}{18},$$

故答案为: 27, 4.

13. 要使 $\frac{x}{15}$ 是真分数, $\frac{x}{14}$ 是假分数, x 应该是_____.

【答案】 14

【解析】

【分析】 分子小于分母 (二者都是正整数) 的分数称为真分数, 分子大于或等于分母的分数称假分数, 根据定义解答.

【详解】 解: 使 $\frac{x}{15}$ 是真分数, 则 $x < 15$,

要使 $\frac{x}{14}$ 是假分数, 则 $x \geq 14$,

$$\therefore 14 \leq x < 15,$$

$$\therefore x = 14$$

故答案为: 14.

【点睛】 此题考查了真分数和假分数的定义, 正确理解定义是解题的关键.

14. 请写出一个介于 $\frac{1}{4}$ 和 $\frac{1}{3}$ 之间的最简分数, 这个分数可以是_____.

【答案】 $\frac{7}{24}$ (答案不唯一)

【解析】

【分析】 本题考查的知识点是最简分数和最简公分母的求法、分数的基本性质, 解题关键是找到两个给出分数的最简公分母.

先将给出的两个分数通分, 找出它们之间的分数, 若没有, 则利用分数的基本性质将分母扩大, 再进行寻

找.

【详解】解：由题意可知， $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ ， $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ ，

$\frac{3}{12}$ 和 $\frac{4}{12}$ 之间没有最简分数，

利用分数的基本性质将分母扩大，

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12} = \frac{6}{24}, \quad \frac{1}{3} = \frac{4}{12} = \frac{8}{24}$$

$\frac{6}{24}$ 和 $\frac{8}{24}$ 之间有一个最简分数 $\frac{7}{24}$ ，

所以答案可以为 $\frac{7}{24}$ ，

也可以继续扩大分母寻找其他的最简分数，答案不唯一.

故答案为： $\frac{7}{24}$ （答案不唯一）.

15. $a = 2 \times 3 \times m, b = 3 \times 5 \times m$ (m 是自然数且 $m \neq 0$)，如 a 和 b 的最大公约数是 21，则 a 和 b 的最小公倍数是 ().

【答案】210

【解析】

【分析】本题主要考查了最大公约数和最小公倍数，根据 a, b 的公因数为 3 和 m ，以及最大公因数为 21 求出 m 的值为 7，再根据最小公倍数的定义求解即可.

【详解】解：因为 $a = 2 \times 3 \times m, b = 3 \times 5 \times m$ ， a 和 b 的最大公约数是 21，

所以 $3 \times m = 21$ ，

所以 $m = 7$ ，

所以 a 和 b 的最小公倍数是 $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$ ，

故答案为：210.

16. 一堆煤有 15 吨，先运走它的 $\frac{1}{3}$ ，再运走余下的 $\frac{1}{3}$ ，还剩下 () 吨.

【答案】 $6\frac{2}{3}$ 或 $\frac{20}{3}$

【解析】

【分析】该题主要考查了分数的应用，解答此题的关键是正确区分数量之间属于加减关系，还是倍比关系，进一步选择合适的算法解决问题.

把这堆煤看作单位“1”，先运走它的 $\frac{1}{3}$ ，则还剩下 $15 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)$ 吨，再运走余下的 $\frac{1}{3}$ ，此时还剩

$15 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)$, 解决问题.

【详解】解: $15 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)$

$$= 15 \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$$

$$= 10 \times \frac{2}{3}$$

$$= 6\frac{2}{3}(\text{吨}).$$

答: 还剩下 $6\frac{2}{3}$ 吨.

故答案为: $6\frac{2}{3}$.

17. “转化”是一种解决问题的常用策略, 有时画图可以帮助我们找到转化的方法, 例如借助图 (1), 可以把算式 $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$ 转化为 $6^2 = 36$, 请你观察图 (2), 可以把算式 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32}$ 转化为

_____.

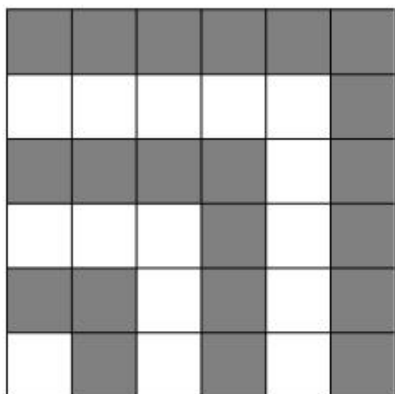


图 (1)

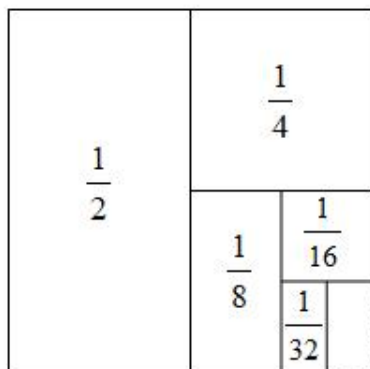


图 (2)

【答案】 $1 - \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$

【解析】

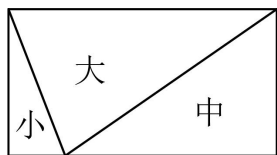
【分析】根据图形观察, 把这个正方形看作单位“1”, 算式可以转化为 $1 - \frac{1}{32}$, 从而求解.

【详解】根据图 2, 可得 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} = 1 - \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$

故答案为: $1 - \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$

【点睛】本题考查了分数的混合运算和数据分析能力, 同时还考查了数据的推理能力.

18. 如图，两条线段把长方形分成了大、中、小三个三角形，小三角形的面积是大三角形面积的 $\frac{1}{5}$ ，中三角形的面积是长方形面积的（ ）.



【答案】 $\frac{2}{5}$

【解析】

【分析】 本题考查了分数除法的应用. 从图上根据三角形与长方形的面积公式可以看出：大三角形的面积占长方形的 $\frac{1}{2}$ ，把长方形的面积看作单位“1”，则大三角形的面积是 $\frac{1}{2}$ ；由小三角形的面积是大三角形面积的 $\frac{1}{5}$ 可知，小三角形的面积为： $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$ ；再用长方形的面积减去大小两个三角形的面积即可得到中三角形的面积，最后用中三角形的面积除以长方形的面积即可解决.

【详解】 解：把长方形的面积看作单位“1”，则大三角形的面积是 $\frac{1}{2}$ ；

小三角形的面积是： $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$ ；

所以中三角形的面积是： $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{10} = \frac{2}{5}$ ；

中三角形的面积占长方形面积的比例为： $\frac{2}{5} \div 1 = \frac{2}{5}$ ；

所以中三角形的面积是长方形面积的 $\frac{2}{5}$.

故答案为： $\frac{2}{5}$.

三、简答题（共7题，每题5分，共35分）

19. 计算： $\frac{2}{3} - \frac{1}{12} + \frac{1}{2}$.

【答案】 $\frac{13}{12}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分数的加减法运算，熟练掌握分数的加减法运算法则：“同分母分数相加（减），分母不变，分子相加（减）；异分母分数相加（减），先通分，然后按照同分母分数加减法的法则进行计算”

是解决本题的关键.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 } & \frac{2}{3} - \frac{1}{12} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{8}{12} - \frac{1}{12} + \frac{6}{12} \\ &= \frac{13}{12}. \end{aligned}$$

20. 计算: $3\frac{1}{3} \div \frac{4}{9} \times 1\frac{1}{3}$.

【答案】 10

【解析】

【分析】 本题考查了分数的乘除混合运算, 熟练掌握运算法则是解题的关键. 根据分数的乘除运算法则计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & 3\frac{1}{3} \div \frac{4}{9} \times 1\frac{1}{3} \\ &= \frac{10}{3} \div \frac{4}{9} \times \frac{4}{3} \\ &= \frac{10}{3} \times \frac{9}{4} \times \frac{4}{3} \\ &= 10 \end{aligned}$$

21. $\frac{16}{3} \div \frac{4}{5} - \frac{1}{3} \times \frac{3}{4}$.

【答案】 $\frac{77}{12}$

【解析】

【分析】 先将除法化为乘法, 然后再算乘法, 最后再算减法.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & \frac{16}{3} \div \frac{4}{5} - \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{16}{3} \times \frac{5}{4} - \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \\ &= \frac{20}{3} - \frac{1}{4} \\ &= \frac{80}{12} - \frac{3}{12} \\ &= \frac{77}{12}. \end{aligned}$$

【点睛】 本题考查了分数的四则混合运算, 灵活运用分数四则混合运算法则是解答本题的关键.

22. 计算: $\frac{8}{9} \times \left[0.75 - \left(\frac{7}{16} - \frac{1}{4} \right) \right]$

【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查分数的混合运算，先算小括号，再算中括号，最后计算括号外面的.

【详解】 解: $\frac{8}{9} \times \left[0.75 - \left(\frac{7}{16} - \frac{1}{4} \right) \right]$

$$= \frac{8}{9} \times \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{16} \right)$$
$$= \frac{8}{9} \times \left(\frac{12}{16} - \frac{3}{16} \right)$$
$$= \frac{8}{9} \times \frac{9}{16}$$
$$= \frac{1}{2}$$

23. 解方程: $\frac{2}{3}x = \frac{7}{4}$.

【答案】 $x = \frac{21}{8}$

【解析】

【分析】 本题考查解一元一次方程，直接系数化为1即可.

【详解】 解: $\frac{2}{3}x = \frac{7}{4}$,

$$x = \frac{7}{4} \div \frac{2}{3},$$
$$x = \frac{7}{4} \times \frac{3}{2},$$
$$x = \frac{21}{8}.$$

24. 一个数的 $\frac{2}{3}$ 是 $\frac{9}{2}$ 的倒数，求这个数.

【答案】 $\frac{1}{3}$

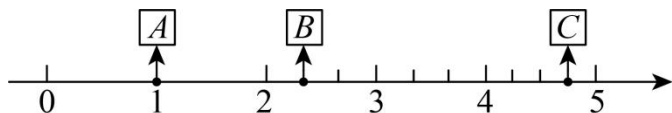
【解析】

【分析】 本题考查了倒数的定义，掌握乘积为1的两个数互为倒数是解题的关键；根据倒数的定义直接计算即可.

【详解】解：由题意知，这个数为： $\frac{2}{9} \div \frac{2}{3} = \frac{2}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{3}$ ，

所以这个数为 $\frac{1}{3}$ 。

25. 请分别写出点 A 、点 B 和点 C 所对应的数，点 A 是_____，点 B 是_____，点 C 是_____，并在数轴上，画出点 D ： $\frac{10}{3}$ ，比较 A 、 B 、 C 、 D 四个数的大小，并用“ $<$ ”连接_____。



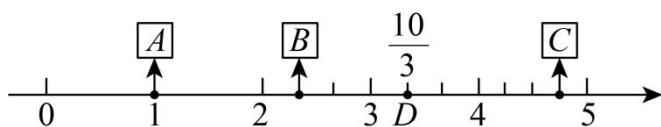
【答案】1； $2\frac{1}{3}$ ； $4\frac{3}{4}$ ；图见解析； $1 < 2\frac{1}{3} < \frac{10}{3} < 4\frac{3}{4}$

【解析】

【分析】解：本题考查有理数在数轴上的表示，根据图形即可知点 A 、点 B 和点 C 所对应的数，再根据 $\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$ 找出点 D ，利用数轴上的点表示的数，左边的比右边的小得出大小关系即可。

【详解】解：由数轴可知：点 A 是 1，点 B 是 $2\frac{1}{3}$ ，点 C 是 $4\frac{3}{4}$ ，

画出点 D 如图所示，



$\therefore 1 < 2\frac{1}{3} < \frac{10}{3} < 4\frac{3}{4}$ 。

四、解答题（本大题共 3 题，其中 26 题 6 分，27、28 题，每题 7 分，共 20 分）

26. “学生艺术节”快到了，六年级学生排练舞蹈。舞蹈老师要求除了领舞的 1 人外，其余的人要作队形变换，既要能平均分成 4 组，又要能平均分成 6 组。那么至少要选拔多少名学生参加跳舞？

【答案】13 名

【解析】

【分析】本题考查了最小公倍数，公倍数指在两个或两个以上的自然数中，如果它们有相同的倍数，这些倍数就是它们的公倍数，其中除 0 以外最小的一个公倍数，叫做这几个数的最小公倍数。

【详解】解：
$$\begin{array}{r|rr} 2 & 4 & 6 \\ & 2 & 3 \end{array}$$

$2 \times 2 \times 3 = 12$ ，

$12 + 1 = 13$ ，

答：至少要选拔 13 名学生参加跳舞。

27. 星期天, 小明去新华书店买书, 他共带了 60 元钱. 首先他买了一本科普读物, 恰好花了他所带钱数的 $\frac{1}{3}$, 接着他又用余下钱数的 $\frac{3}{5}$ 买了一本小说, 那么, 此时他还剩下多少元钱?

【答案】16 元

【解析】

【分析】本题考查分数的相关运算, 用 $60 \times \frac{1}{3}$ 求出科普读物的价钱, 从而求出余下钱数, 继而求出小说的价格, 最后用减法求解即可.

【详解】 $60 \times \frac{1}{3} = 20$ (元)

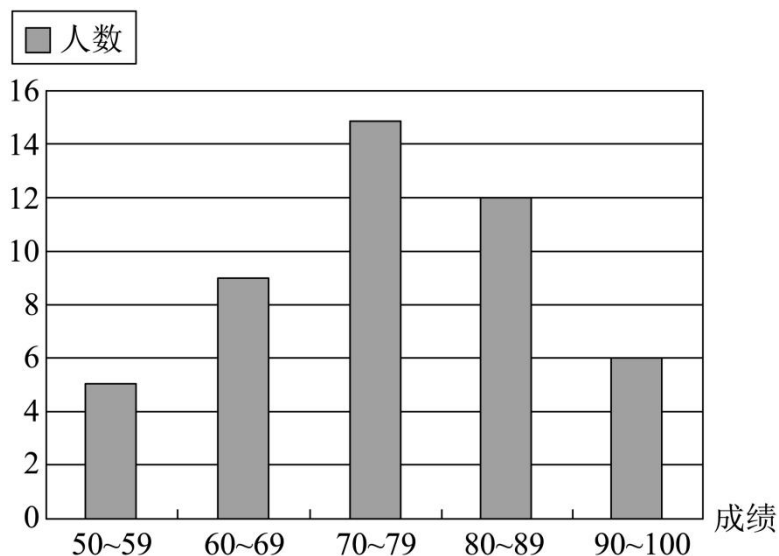
$$60 - 20 = 40 \text{ (元)}$$

$$40 \times \frac{3}{5} = 24 \text{ (元)}$$

$$40 - 24 = 16 \text{ (元)}$$

答: 此时他还剩下 16 元钱

28. 六年级某班一次数学成绩的统计图如图所示, 回答下列问题:



(1) 成绩在 80 分以上 (含 80 分) 的同学人数是全班人数的几分之几?

(2) 成绩在 70~79 分的同学人数是成绩在 80~89 分的同学人数的几分之几?

【答案】(1) $\frac{18}{47}$; (2) $\frac{5}{4}$

【解析】

【分析】由图可知: 50-59 分的有 5 人, 60-69 分的有 9 人, 70-79 分的有 15 人, 80-89 分的有 12 人, 90-100 分的有 6 人;

- (1) 先求出成绩在 80 分以上的人数, 和全班的人数, 然后用成绩在 80 分以上的人数除以全班人数即可;
 (2) 用 70~79 分的同学人数 15 人除以成绩在 80~89 分的同学人数 12 人即可.

【详解】(1) 成绩在 80 分以上的同学人数 $12+6=18$ (人),

全班有同学 $5+9+15+12+6=47$ (人),

$$18 \div 47 = \frac{18}{47}$$

答: 成绩在 80 分以上的同学人数是全班人数的 $\frac{18}{47}$.

$$(2) 15 \div 12 = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

答: 成绩在 70~79 分的同学人数是 80~89 分的同学人数的 $\frac{5}{4}$.

【点睛】本题考查条形统计图的应用, 掌握从统计图表中获取信息的方法为解题关键.

29. 阅读与理解:

我们把形如 $\frac{1}{n}$ (n 是正整数, $n \geq 2$) 的分数叫做单位分数, 如 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$

- (1) 任何一个单位分数都可以拆成两个不同的单位分数之和, 如 $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}, \frac{1}{3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12}, \frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{20}, \dots$,

观察上述式子的规律, 回答下面的问题:

①把 $\frac{1}{8}$ 写成两个单位分数之和: $\frac{1}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$.

②把 $\frac{1}{n}$ (n 是正整数, $n \geq 2$) 写成两个单位分数之和: $\frac{1}{n} = \underline{\hspace{2cm}}$.

- (2) 某些单位分数也可以拆成两个分母是相邻自然数的单位分数的差, 如

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \frac{1}{12} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, \frac{1}{20} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}, \dots$$

观察上述式子的规律, 回答下面的问题:

①在单位分数 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{100}$ 中, 能按上述要求拆分的有 个.

②若在单位分数 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}$ 中, 能按上述要求拆分的有 30 个, 则 n 的最大值为 .

【答案】(1) ① $\frac{1}{8} = \frac{1}{9} + \frac{1}{72}$; ② $\frac{1}{n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)}$

(2) ① 9; ② 991

【解析】

【分析】(1) ①等式右边第一个分数的分母是等式左边分母加 1，第二个分数的分母是前两个分母的积，据此可得；②根据以上规律求解即可；

(2) ①一个分数，如果分子是 1，分母是相邻的自然数的积，就可以拆成分子是 1，分母是相邻的自然数差的单位分数的差的分数，据此即可判断；②结合①的方法，求出能按上述要求拆分的有 31 个时的 n 值，即可得到最大值 $n-1$ 。

【小问 1 详解】

解：① $\frac{1}{8} = \frac{1}{9} + \frac{1}{72}$ ；

②由题意可得： $\frac{1}{n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n(n+1)}$ ；

【小问 2 详解】

①在单位分数 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{100}$ 中，可以拆成两个分母是相邻自然数的单位分数的差的分数，其分母有 1×2 ，

2×3 ， 3×4 ， 4×5 ， 5×6 ， 6×7 ， 7×8 ， 8×9 ， 9×10 共 9 个，

$\therefore$ 能按上述要求拆分的有 9 个；

② $\therefore$ 能按上述要求拆分的有 30 个，

$\therefore$ 其分母有 1×2 ， 2×3 ， 3×4 ， $\dots$ ， 30×31 ，

又 $31 \times 32 = 992$ ，

$\therefore n$ 的最大值为 991。

【点睛】 本题主要考查数字的变化类，解题的关键是根据已知等式得出等式右边第一个分数的分母是等式左边分母加 1，第二个分数的分母是前两个分母的积的规律。