

2024 学年第一学期期中检测

六年级数学试卷

(考试时间: 90 分钟 满分 100 分)

考生注意: 请将所有答案写在答题卡上, 写在试卷上不计分

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

1. 在 5, -2 , 1.4 , $-\frac{2}{3}$, 0 , -3.14159 这六个数中, 正数有 ()

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了有理数的分类. 根据“大于 0 的数都是正数”进行分析判断即可.

【详解】解: 在 5, -2 , 1.4 , $-\frac{2}{3}$, 0 , -3.14159 这六个数中, 属于正数的有 5, 1.4 , 共 2 个.

故选: A.

2. 一个分数, 如果分子扩大到原来的 4 倍, 分母扩大到原来 2 倍, 那么这个数的大小 ()

- A. 扩大到原来的 4 倍 B. 扩大到原来 2 的倍
C. 缩小到原来的 $\frac{1}{2}$ D. 不变

【答案】B

【解析】

【分析】首先设出这个分数, 然后根据分子扩大 4 倍、分母扩大 2 倍, 得到的新分数与原分数比较即可.

【详解】解: 设原来的分数为 $\frac{b}{a}$

分子扩大 4 倍、分母扩大 2 倍后为: $\frac{4b}{2a} = \frac{2b}{a}$

所以, 这个分数扩大到原来 2 的倍,

故选: B.

3. 关于分数 $\frac{10}{6}$ 中, 下列说法正确的是 ()

- A. 介于整数 2 和 3 之间 B. 可以化成有限小数
C. 是最简分数 D. 可以表示除法 $10 \div 6$ 的商

【答案】D

【解析】

【详解】解： $\because \frac{6}{6} < \frac{10}{6} < \frac{12}{6}$,

$\therefore 1 < \frac{10}{6} < 2$, 故选项 A 不符合题意;

$\frac{10}{6} = 1.6$, 故选项 B 不符合题意;

$\frac{10}{6} = \frac{5}{3}$, 故选项 C 不符合题意;

$\frac{10}{6}$ 可以表示除法 $10 \div 6$ 的商, 故选项 D 符合题意;

故选: D.

【点睛】此题考查了分数的化简, 分数大小的估值, 分数与除法的关系, 正确掌握分数的知识是解题的关键.

4. 下面说法正确的是 ()

A. 正数和负数统称为有理数

B. -1 是最大的负数

C. 零不是正数, 也不是负数, 但是整数

D. 自然数就是正整数

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查的是有理数的定义与有理数的分类, 根据有理数的分类进行判断即可. 有理数包括: 整数 (正整数、0 和负整数) 和分数 (正分数和负分数).

【详解】解: A、正数和负数、零统称为有理数, 选项错误, 不符合题意;

B、 -1 是最大的负整数, 选项错误, 不符合题意;

C、零不是正数, 也不是负数, 但是整数, 选项正确, 符合题意;

D、除 0 以外的自然数就是正整数, 选项错误, 不符合题意;

故选: C.

5. 下列运算不正确的是 ()

A. $-\frac{3}{2} + \frac{1}{2} = -2$

B. $-(-1)^2 = -1$

C. $-(-2) = 2$

D. $(-1)^{2024} + 1^{2024} = 2$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了有理数的加法以及乘方运算, 逐项计算即可求解.

【详解】解: A. $-\frac{3}{2} + \frac{1}{2} = -1$, 故该选项不正确, 符合题意;

B. $-(-1)^2 = -1$ ，故该选项正确，不符合题意；

C. $-(-2) = 2$ ，故该选项正确，不符合题意；

D. $(-1)^{2024} + 1^{2024} = 2$ ，故该选项正确，不符合题意；

故选：A.

6. 若 $\frac{1}{15} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ ，其中 a, b 为正整数，且 $a < b$ ，那么满足条件的 a, b 一共有 ()

A. 2 组

B. 3 组

C. 4 组

D. 5 组

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了分数的通分，根据15的因数有：1，15，3，5，拆分计算，即可求解.

【详解】解：∵15的因数有：1，15，3，5， $\frac{1}{15} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ ，且 $a < b$ ，

$$\therefore \frac{1}{15} = \frac{1}{15 \times (1+3)} + \frac{3}{15 \times (1+3)} = \frac{1}{60} + \frac{1}{20}, \text{ 则 } a = 20, b = 60$$

$$\frac{1}{15} = \frac{1}{15 \times (1+5)} + \frac{5}{15 \times (1+5)} = \frac{1}{90} + \frac{1}{18}, \text{ 则 } a = 18, b = 90$$

$$\frac{1}{15} = \frac{3}{15 \times (3+5)} + \frac{5}{15 \times (3+5)} = \frac{1}{40} + \frac{1}{24}, \text{ 则 } a = 24, b = 40$$

$$\frac{1}{15} = \frac{1}{15 \times (1+15)} + \frac{15}{15 \times (1+15)} = \frac{1}{240} + \frac{1}{16}, \text{ 则 } a = 16, b = 240$$

故选：C.

二、填空题 (本大题共 12 小题，每小题 2 分，共 24 分)

7. 最小的素数是_____.

【答案】2

【解析】

【分析】自然数中，除了1和它本身外没有别的约数的数为素数，由此可知：最小的素数是2，由此解答.

【详解】最小的素数是2.

故答案为：2.

【点睛】本题考查了质数，解答此题应明确素数（质数）的含义，注意对一些基础概念的理解.

8. 如果把盈利 50 元记作+50 元，那么亏损 20 元记作_____元.

【答案】-20

【解析】

【分析】根据相反意义的量的定义即可得.

【详解】解：因为盈利和亏损是一对相反意义的量，所以亏损 20 元记作 -20 元，
故答案为：-20.

【点睛】本题考查了相反意义的量，会用相反数表示相反意义的量是解题关键.

9. 请写出 6 的因数个数：_____.

【答案】4 个

【解析】

【分析】本题考查了因数的意义. 若整数 a 能够被 b 整除， a 叫做 b 的倍数， b 叫做 a 的因数，据此解答即可.

【详解】解：6 的因数有 1、2、3、6，共 4 个.

故答案为：4 个.

10. 比较大小： $-\left|-5\frac{1}{2}\right|$ _____ $-(-3.375)$. (用 “>” 或 “<” 填空)

【答案】<

【解析】

【分析】先化简再比较大小即可.

【详解】解： $\because -\left|-5\frac{1}{2}\right| = -5\frac{1}{2}$ ， $-(-3.375) = 3.375$ ，

$$\therefore -5\frac{1}{2} < 0 < 3.375,$$

$$\text{即：} -\left|-5\frac{1}{2}\right| < -(-3.375),$$

故答案为：<.

【点睛】本题主要考查有理数大小的比较，熟练根据绝对值和有理数的运算将原式进行化简是解题的关键.

11. 计算： $\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) \times (-2) =$ _____.

【答案】 $\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】本题考查了有理数的混合运算；先计算括号，再计算乘法，即可求解.

【详解】解： $\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right) \times (-2) = \left(\frac{2}{6}-\frac{3}{6}\right) \times (-2) = \left(-\frac{1}{6}\right) \times (-2) = \frac{1}{3}$,

故答案为： $\frac{1}{3}$.

12. 数轴上一点 A 向右移动 2 个单位后到达点 B ，如果点 B 表示的数为 $\frac{2}{5}$ ，则点 A 表示的数是_____.

【答案】 $-\frac{8}{5}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了用数轴上的点表示有理数，以及数轴上两点的距离. 根据数轴上的点表示的数，右边大于左边，即可进行解答.

【详解】解： $\because$ 点 A 向右移动 2 个单位长度到达点 B ，若点 B 表示的数是 $\frac{2}{5}$ ，

$\therefore \frac{2}{5}$ 比点 A 表示的数大 2，

$\therefore$ 点 A 表示的数为： $\frac{2}{5}-2=-\frac{8}{5}$ ，

故答案为： $-\frac{8}{5}$.

13. 1小时 24 分 = _____ 小时(用最简分数表示).

【答案】 $\frac{7}{5}$

【解析】

【分析】 本题主要考查单位换算，分数的加法；根据 1 小时等于 60 分钟进行换算即可.

【详解】解： 1 小时 24 分 $= 1 + \frac{24}{60} = \frac{84}{60} = \frac{7}{5}$ 小时

故答案为： $\frac{7}{5}$.

14. 一项工程，甲单独做 10 天完成，乙单独做 15 天完成. 两人合作 _____ 天可以完成.

【答案】 6

【解析】

【分析】 根据“工作效率 $\times$ 工作时间 = 工作量”即可得出结论.

【详解】解： $\because$ 甲单独做 10 天完成，乙单独做 15 天完成，

$\therefore$ 甲的工作效率为 $\frac{1}{10}$ ，乙的工作效率为 $\frac{1}{15}$ ，两人合作总的工作效率为 $\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15}\right)$ ，

∴所需时间为： $1 \div \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15} \right) = 6$ (天)，

故答案为：6.

【点睛】此题考查的是分数除法和加法的应用，掌握工作效率 $\times$ 工作时间=工作量是解决此题的关键.

15. 如果 a 、 b 互为相反数， c 、 d 互为倒数， m 的绝对值为 1，那么 $\frac{a+b-m^2}{c^2d^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 -1

【解析】

【分析】本题考查了有理数的混合运算的运用，相反数、绝对值倒数运用. 先根据条件由 a 、 b 互为相反数可以得出 $a+b=0$ ， c 、 d 互为倒数可以得出 $cd=1$ ， m 的绝对值为 1 可以得出 $|m|=1$ ，从而求出 m 的值，然后代入就可以求出其值.

【详解】解：由题意，得： $a+b=0$ ， $cd=1$ ， $|m|=1$ ，

∴ $m = \pm 1$ ，则 $m^2 = 1$ ，

$$\therefore \frac{a+b-m^2}{c^2d^2} = \frac{(a+b)-m^2}{(cd)^2} = \frac{0-1}{1^2} = -1.$$

故答案为：-1.

16. 如图，三个大小相同的长方形拼在一起组成一个大长方形，把第一个长方形平均分成 2 份，把第二个长方形平均分成 3 份，把第三个长方形平均分成 4 份，那么阴影部分的面积是大长方形面积的 $\underline{\hspace{2cm}}$ (填几分之几).



【答案】 $\frac{19}{36}$

【解析】

【分析】设每个长方形的面积为 1，则大长方形的面积为 3，分别求出每个阴影部分的面积求和，然后求阴影部分面积占总面积的几分之几即可.

【详解】解：设每个长方形的面积为 1，则大长方形的面积为 3，

第一个长方形中阴影部分的面积为 $\frac{1}{2}$ ，

第二个长方形中阴影部分的面积为 $\frac{1}{3}$,

第三个长方形中阴影部分的面积为 $\frac{3}{4}$,

阴影部分的面积为: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{3}{4} = \frac{19}{12}$,

则阴影部分的面积为总面积的: $\frac{19}{12} \div 3 = \frac{19}{36}$,

故答案为: $\frac{19}{36}$.

【点睛】题目主要考查分数的加法及其意义,理解分数的意义上解题关键.

17. 观察下面一列数: $-\frac{1}{3}, \frac{3}{3}, -\frac{5}{9}, \frac{7}{15}, -\frac{9}{33}, \frac{11}{63}, -\frac{13}{129}, \dots$

探究其规律,得到第 2024 个数是_____.

【答案】 $\frac{4047}{2^{2024}-1}$

【解析】

【分析】首先观察这列数的符号,发现:负正相间,第奇数个数是负数,偶数个数是正数,并且它们的分子是连续的奇数,偶数的分母规律为 $2^n - 1$,根据规律即可写出第 2024 个数.

【详解】解: $-\frac{1}{3}, \frac{3}{3}, -\frac{5}{9}, \frac{7}{15}, -\frac{9}{33}, \frac{11}{63}, -\frac{13}{129}, \dots$ 的规律为:奇数个数的符号为负,偶数个的符号为正,并且它们的分子是连续的奇数,

分母的规律为:第 1 个数 $3 = 2^1 + 1$,

第 2 个数 $3 = 2^2 - 1$,

第 3 个数 $9 = 2^3 + 1$,

第 4 个数 $15 = 2^4 - 1$,

第 5 个数 $33 = 2^5 + 1$,

第 6 个数 $63 = 2^6 - 1$,

第 7 个数 $129 = 2^7 + 1, \dots$,

第 2024 个数的分母为 $2^{2024} - 1$,

$\therefore$ 第 2024 个数是 $\frac{2 \times 2024 - 1}{2^{2024} - 1} = \frac{4047}{2^{2024} - 1}$;

故答案为: $\frac{4047}{2^{2024} - 1}$.

18. 蓄水池有甲、丙两条进水管和乙、丁两条排水管.要灌满一池水,单开甲管需要 5 小时,单开丙管需要

3 小时；排一池水，单开乙管需要 4 小时，单开丁管需要 6 小时。现在池内有 $\frac{1}{6}$ 池水，如果按甲、乙、丙、丁的顺序轮流打开，每次开 1 小时，则_____小时后水开始溢出水池。

【答案】 22.9

【解析】

【分析】 本题考查分数的混合运算的应用，熟练掌握运算法则是解答本题的关键。先计算出第一次甲、乙、丙、丁的顺序，轮流打开，每次开 1 小时后池内的水，然后再计算后面的几次，直到发现这一次结束后再加下一次中先开甲多长时间后水池内水的体积超过 1 即可。

【详解】 解：由题意可得，

$$\text{打开甲水管 1 小时后池内的水为: } \frac{1}{6} + \frac{1}{5} = \frac{11}{30},$$

$$\text{打开乙水管 1 小时后池内的水为: } \frac{11}{30} - \frac{1}{4} = \frac{7}{60}$$

$$\text{打开丙水管 1 小时后池内的水为: } \frac{7}{60} + \frac{1}{3} = \frac{9}{20},$$

$$\text{打开丁水管 1 小时后池内的水为: } \frac{9}{20} - \frac{1}{6} = \frac{17}{60},$$

$$\text{则第二次按甲、乙、丙、丁的顺序，轮流打开，每次开 1 小时后池内的水为: } \frac{17}{60} + \frac{1}{5} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{24}{60},$$

$$\text{第三次按甲、乙、丙、丁的顺序，轮流打开，每次开 1 小时后池内的水为: } \frac{24}{60} + \frac{1}{5} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{31}{60},$$

$$\text{第四次按甲、乙、丙、丁的顺序，轮流打开，每次开 1 小时后池内的水为: } \frac{31}{60} + \frac{1}{5} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{38}{60},$$

$$\text{第五次按甲、乙、丙、丁的顺序，轮流打开，每次开 1 小时后池内的水为: } \frac{38}{60} + \frac{1}{5} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{45}{60},$$

$$\text{第六次按甲、乙、丙的顺序，轮流打开，每次开 1 小时后池内的水为: } \frac{45}{60} + \frac{1}{5} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{31}{30} > 1,$$

设第 6 次，丙打开 x 小时，水池内的水正好满了，

$$\frac{45}{60} + \frac{1}{5} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3}x = 1,$$

$$\text{解得 } x = \frac{9}{10},$$

∴ 每次需要 4 小时，

∴ 水开始溢出水池的时间为： $4 \times 5 + 2 + 0.9 = 22.9$ (小时)，

故答案为： 22.9 .

三、简答题 (本大题共 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分)

19. 计算： $\left(-2\frac{5}{6} + 1\frac{1}{3}\right) - \frac{1}{6}$

【答案】 $-1\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了有理数加减混合运算，根据有理数的加减法则进行计算即可求解.

【详解】 解： $\left(-2\frac{5}{6}+1\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{6}$

$$= -\left(2\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\right)+1\frac{1}{3}$$
$$= -3+1\frac{1}{3}$$
$$= -1\frac{2}{3}.$$

20. 计算： $\frac{1}{3}\times(-3)\div\left(-\frac{1}{3}\right)\times(-3)$

【答案】 -9

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的混合运算，按照从左至右的顺序进行计算即可求解.

【详解】 解： $\frac{1}{3}\times(-3)\div\left(-\frac{1}{3}\right)\times(-3)$

$$= -\frac{1}{3}\times 3\times 3\times 3$$
$$= -9$$

21. 计算： $-2^2-\left(-\frac{3}{4}\right)\div(-0.5)^2+\left|1-1\frac{1}{2}\right|$

【答案】 $-\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了有理数的混合运算，要熟练掌握，注意明确有理数混合运算顺序：先算乘方，再算乘除，最后算加减；同级运算，应按从左到右的顺序进行计算；如果有绝对值，要先做绝对值内的运算.

【详解】 解： $-2^2-\left(-\frac{3}{4}\right)\div(-0.5)^2+\left|1-1\frac{1}{2}\right|$

$$= -4+\frac{3}{4}\times 4+\frac{1}{2}$$
$$= -4+3+\frac{1}{2}$$

$$= -\frac{1}{2}.$$

22. 简便计算: $1\frac{1}{4} \times 12\frac{2}{5} - 1.25 \times \frac{32}{5} + 2 \div \frac{4}{5}$

【答案】 10

【解析】

【分析】 先把除法运算化为乘法运算, 再利用乘法的运算律进行简便运算即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & 1\frac{1}{4} \times 12\frac{2}{5} - 1.25 \times \frac{32}{5} + 2 \div \frac{4}{5} \\ &= 1\frac{1}{4} \times 12\frac{2}{5} - 1\frac{1}{4} \times \frac{32}{5} + 2 \times 1\frac{1}{4} \\ &= \frac{5}{4} \times \left(12\frac{2}{5} - 6\frac{2}{5} + 2 \right) \\ &= \frac{5}{4} \times 8 \\ &= 10. \end{aligned}$$

【点睛】 本题考查的是分数的混合运算, 熟练的利用乘法的运算律进行简便运算是解题的关键.

23. 计算: $2024\frac{2023}{2024} \times \frac{2024}{2025}$

【答案】 $2023\frac{2024}{2025}$

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的乘法. 把 $2024\frac{2023}{2024}$ 转化为 $\left(2025 - \frac{1}{2024} \right)$, 再利用乘法分配律简便计算即可求解.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & 2024\frac{2023}{2024} \times \frac{2024}{2025} \\ &= \left(2025 - \frac{1}{2024} \right) \times \frac{2024}{2025} \\ &= 2025 \times \frac{2024}{2025} - \frac{1}{2024} \times \frac{2024}{2025} \\ &= 2024 - \frac{1}{2025} \\ &= 2023\frac{2024}{2025}. \end{aligned}$$

24. 计算: $\left(11\frac{1}{2}+7\frac{2}{3}-4\frac{3}{5}+3\frac{2}{7}\right)\div\left(5\frac{1}{2}+2\frac{2}{3}-2\frac{1}{5}+1\frac{4}{7}\right)$

【答案】 $\frac{3749}{1583}$

【解析】

【分析】 本题考查了分数的混合运算，把带分数拆分成一个整数与一个真分数的和从而使运算简化是解题的关键。将带分数和化为整数与分数的和，再进行计算即可求解。

【详解】 $\left(11\frac{1}{2}+7\frac{2}{3}-4\frac{3}{5}+3\frac{2}{7}\right)\div\left(5\frac{1}{2}+2\frac{2}{3}-2\frac{1}{5}+1\frac{4}{7}\right)$

$$=\left(11+7-4+3+\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{3}{5}+\frac{2}{7}\right)\div\left(5+2-2+1+\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{1}{5}+\frac{4}{7}\right)$$

$$=\left(17+\frac{105+140-126+60}{210}\right)\div\left(6+\frac{105+140-42+120}{210}\right)$$

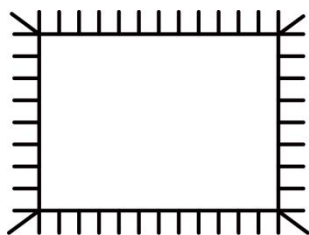
$$=17\frac{179}{210}\div6\frac{323}{210}$$

$$=\frac{3749}{210}\div\frac{1583}{210}$$

$$=\frac{3749}{1583}$$

三、解答题（第 25、26 题 6 分，第 27、28 题 8 分，共 28 分）

25. 如图是一个长方形人工湖，如果在它的四周及四角栽上风景树，每相邻两棵树之间的距离要相等。



(1) 在各方案中，相邻两树之间的最大距离是多少？

(2) 至少在湖的四周种几棵树？

【答案】 (1) 6 米 (2) 14

【解析】

【分析】 本题考查了植树问题和最大公因数问题；

(1) 根据求两个数的最大公因数的方法，计算 24 和 18 的最大公因数；

(2) 用人工湖的周长除以 24 和 18 的最大公因数计算即可

【小问 1 详解】

解: $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$, $18 = 2 \times 3 \times 3$

所以 24 和 18 的最大公因数是 $2 \times 3 = 6$, 即相邻两棵树之间的距离最大是 6 米;

【小问 2 详解】

$$(24+18) \times 2 \div 6$$

$$= 84 \div 6$$

$$= 14(\text{棵})$$

答: 每相邻两棵树之间的距离相等, 最少栽 14 棵树.

26. 一筐苹果卖出了它的 $\frac{4}{7}$ 后, 又卖出了 48 个, 这时剩下的正好是这一筐苹果的 $\frac{3}{14}$, 那么这筐苹果原来有多少个?

【答案】 224 个

【解析】

【分析】 本题考查了分数除法的应用, 用 48 除以 48 所占的比例即可求解.

【详解】 解: $48 \div \left(1 - \frac{4}{7} - \frac{3}{14}\right) = 48 \div \frac{3}{14} = 224$ 个.

答: 这筐苹果原来有 224 个.

27. 股民小张上星期五买进某公司股票 1000 股, 每股 28 元, 下表为本周内每日该股票的涨跌情况(单位: 元)

星期	一	二	三	四	五
每股涨跌	+4	+5.5	-1.5	-2.5	-3.5

(1) 星期三收盘时, 每股是_____元?

(2) 本周内最高价是每股_____元? 最低价每股_____元?

(3) 已知小张买进股票时付了 $\frac{1}{800}$ 的手续费, 卖出时需付成交额 $\frac{1}{800}$ 的手续费和 $\frac{1}{1000}$ 的交易税, 如果小张在星期五收盘时将全部股票卖出, 他赚了还是亏了? 赚或亏了多少?

【答案】 (1) 36

(2) 37.5, 30

(3) 赚了 1897.5 元

【解析】

【分析】 本题主要考查了有理数的加减运算的应用；

(1) 利用正数和负数的意义，将星期一和星期二、星期三的涨跌相加，可得到星期三收盘时每股的价格；

(2) 分别计算出星期一到星期五每天的股价，然后比较大小即可；

(3) 先计算出以星期五收盘前每股的价格卖出所得，然后再计算买进股票所需费用，然后求出它们的差即可.

【小问 1 详解】

解：根据题意得：

$$28 + 4 + 5.5 - 1.5 = 36 \text{ (元)}$$

故星期三收盘时，每股 36 元；

故答案为：36；

【小问 2 详解】

解：星期一收盘时每股价格为： $28 + 4 = 32$ (元)；

星期二收盘时每股价格为： $32 + 5.5 = 37.5$ (元)；

星期三收盘时每股价格为： $37.5 - 1.5 = 36$ (元)；

星期四收盘时每股价格为： $36 - 2.5 = 33.5$ (元)；

星期五收盘时每股价格为： $33.5 - 3.5 = 30$ (元)；

所以本周内最高价是每股 37.5 元，最低价每股 30 元；

故答案为：37.5，30；

【小问 3 详解】

解：星期五收盘前将全部股票卖出所得为：

$$30 \times 1000 \times \left(1 - \frac{1}{800} - \frac{1}{1000}\right) = 29932.5 \text{ (元)}$$

买进股票的费用为：

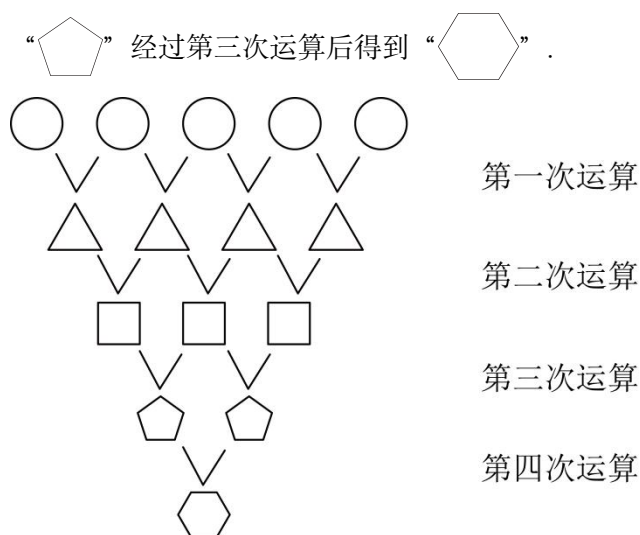
$$28 \times 1000 \times \left(1 + \frac{1}{800}\right) = 28035 \text{ (元)}$$

$$29932.5 - 28035 = 1897.5 \text{ (元)}$$

答：小张在星期五收盘时将全部股票卖出，他赚了 1897.5 元.

28. 如图，把五个数按顺序填入到五个“○”内，(每个“○”内一个数)，相邻两数经过第一次运算后得到

“△”，相邻“△”经过第二次运算后得到“□”，相邻“□”经过第三次运算后得到“”，相邻



(1) 若把五个数 2024 , $\frac{2024}{2025}$, 1 , 0 , -1 依次按顺序填入 “ $\bigcirc$ ” 中, 第一、二、三次运算均为 “求乘积”, 第四次运算为 “求平均数”, 则运算结果 “” 中数为_____

(2) 若把 5 个数 “ 2 ”、 “ $\frac{4}{5}$ ”、 “”, “ $-\frac{4}{5}$ ”, “ 2 ” 依次按顺序填入 “ $\bigcirc$ ” 中, 但第三个数不小心被污染, 第一、二、三、四次运算均为 “求平均数”, 且运算结果 “” 中的数为 1 , 求第三个数 “” .

(3) 若把 “ 1 ”, “ $\frac{1}{2}$ ”, “ -1 ”, “ 4 ”, “ -2024 ” 打乱顺序填入到五个 “ $\bigcirc$ ” 内, 第一次运算为 “求乘积”, 第二、三、四次运算为 “求平均数”, 为使运算结果 “” 中的数最大, 写出按顺序填入的数: _____、 _____、 _____、 _____、 _____, “” 中最大的结果是_____.

【答案】 (1) 0 (2) 2

(3) $\frac{1}{2}, -2024, -1, 1, 4$ 或 $4, 1, -1, -2024, \frac{1}{2}$; $\frac{5061}{8}$

【解析】

【分析】 本题考查了有理数的混合运算, 解一元一次方程, 代数式求值, 正确理解题意是解题的关键.

(1) 根据题意计算即可;

(2) 设第三个数为 x , 根据题意一步步计算, 最后得到 $\frac{\frac{18+15x}{40} + \frac{2+15x}{40}}{2} = 1$, 解得 $x = 2$;

(3) 假设第一步运算后的四个数为 a, b, c, d , 则根据定义计算结果用代数式表示为 $\frac{a+3(b+c)+d}{8}$, 要

使得代数式 $\frac{a+3(b+c)+d}{8}$ 结果最大，则 $b+c$ 尽可能大，且 $a+d$ 尽可能大，则 $b=2024$ ，再分类讨论求解。

【小问 1 详解】

解：根据题意得：

$$\text{第一次运算： } 2024 \times \frac{2024}{2025} = \frac{2024^2}{2025}, \quad \frac{2024}{2025} \times 1 = \frac{2024}{2025}, \quad 1 \times 0 = 0, \quad 0 \times (-1) = 0$$

$$\therefore \text{第一次运算后四个数为 } \frac{2024^2}{2025}, \quad \frac{2024}{2025}, \quad 0, \quad 0;$$

$$\text{第二次运算： } \frac{2024^2}{2025} \times \frac{2024}{2025} = \frac{2024^3}{2025}, \quad \frac{2024}{2025} \times 0 = 0, \quad 0 \times 0 = 0,$$

$$\therefore \text{第二次运算后三个数为 } \frac{2024^3}{2025}, \quad 0, \quad 0;$$

$$\text{第三次运算： } \frac{2024^3}{2025} \times 0 = 0, \quad 0 \times 0 = 0,$$

$$\therefore \text{第三次运算后两个数为 } 0, \quad 0;$$

$$\text{第四次运算： } \frac{0+0}{2} = 0$$

则运算结果 “” 中数为 0，

故答案为：0；

【小问 2 详解】

解：设第三个数为 x ，根据题意得

$$\text{第一次运算： } \frac{2+\frac{4}{5}}{2}, \frac{\frac{4}{5}+x}{2}, \frac{x-\frac{4}{5}}{2}, \frac{2-\frac{4}{5}}{2},$$

$$\text{则第一次运算的结果： } \frac{7}{5}, \frac{4+5x}{10}, \frac{5x-4}{10}, \frac{3}{5},$$

$$\text{第二次运算： } \frac{\frac{7}{5} + \frac{4+5x}{10}}{2}, \frac{\frac{4+5x}{10} + \frac{5x-4}{10}}{2}, \frac{\frac{5x-4}{10} + \frac{3}{5}}{2},$$

$$\text{第二次运算的结果： } \frac{18+5x}{20}, \quad \frac{x}{2}, \quad \frac{2+5x}{20},$$

$$\text{第三次运算： } \frac{\frac{18+5x}{20} + \frac{x}{2}}{2}, \quad \frac{\frac{x}{2} + \frac{2+5x}{20}}{2}$$

第三次运算结果: $\frac{18+15x}{40}, \frac{2+15x}{40},$

$$\therefore \frac{\frac{18+15x}{40} + \frac{2+15x}{40}}{2} = 1$$

解得: $x = 2$

$\therefore$ 第三个数 “” 为 2;

【小问 3 详解】

解: 假设第一步运算后的四个数为 a, b, c, d , 则有:

$$\begin{array}{ccccccc} a & & b & & c & & d \\ & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ \frac{a+b}{2} & & \frac{c+b}{2} & & \frac{c+d}{2} & & \\ & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ \frac{a+2b+c}{4} & & \frac{b+2c+d}{4} & & & & \\ & \swarrow & \searrow & & & & \\ \frac{a+3(b+c)+d}{8} & & & & & & \end{array}$$

要使得代数式 $\frac{a+3(b+c)+d}{8}$ 结果最大, 则 $b+c$ 尽可能大, 且 $a+d$ 尽可能大,

则 $b = 2024$,

则有① $1, -2024, -1, \frac{1}{2}, 4$; ② $1, -2024, -1, 4, \frac{1}{2}$; ③ $\frac{1}{2}, -2024, -1, 1, 4$; ④ $\frac{1}{2}, -2024, -1, 4, 1$;

⑤ $4, -2024, -1, \frac{1}{2}, 1$; ⑥ $4, -2024, -1, 1, \frac{1}{2}$

当① $1, -2024, -1, \frac{1}{2}, 4$ 时, 求得 a, b, c, d 分别为 $-2024, 2024, -\frac{1}{2}, 2$, 则代入得 $\frac{a+3(b+c)+d}{8} = \frac{8097}{16}$;

当② $1, -2024, -1, 4, \frac{1}{2}$ 时, 求得 a, b, c, d 分别为 $-2024, 2024, -4, 2$, 则代入得

$$\frac{a+3(b+c)+d}{8} = \frac{2019}{4} = \frac{8076}{16};$$

当③ $\frac{1}{2}, -2024, -1, 1, 4$ 时, 求得 a, b, c, d 分别为 $-1012, 2024, -1, 4$, 则代入得

$$\frac{a+3(b+c)+d}{8} = \frac{5061}{8} = \frac{10122}{16};$$

当④ $\frac{1}{2}, -2024, -1, 4, 1$ 时, 求得 a, b, c, d 分别为 $-1012, 2024, -4, 4$, 则代入得

$$\frac{a+3(b+c)+d}{8} = \frac{1263}{2} = \frac{10104}{16};$$

而⑤⑥中求得 $a = -8096$, 则 $\frac{a+3(b+c)+d}{8}$ 肯定不是最大,

经比较得当 $\frac{1}{2}, -2024, -1, 1, 4$ 时, 最后结果最大且为 $\frac{5061}{8}$,

当然倒叙排列结果是一样的, 即 $4, 1, -1, -2024, \frac{1}{2}$,

故答案为: $\frac{1}{2}, -2024, -1, 1, 4$ 或 $4, 1, -1, -2024, \frac{1}{2}$; $\frac{5061}{8}$.