

民一中学 2024 学年第二学期期中八年级数学试题

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 2 分，满分 12 分)

1. 下列函数中，是一次函数的是 ()

A. $y = x^2 + 2$

B. $y = \frac{1-x}{2}$

C. $y = kx + b$ (k 、 b 是常数)

D. $y = x^{-1}$

【答案】B

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数的定义，掌握形如 $y = kx + b$ ，其中 k 、 b 为常数且 $k \neq 0$ 的函数叫做一次函数成为解题的关键。

根据一次函数的定义逐项判断即可。

【详解】 解：A， $y = x^2 + 2$ ，最高次数为 2，不符合一次函数定义，不符合题意；

B， $y = \frac{1-x}{2}$ ，化简为 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ ，满足 $y = kx + b$ 的形式，其中 $k = -\frac{1}{2} \neq 0$ ，符合一次函数定义，符合题意；

C， $y = kx + b$ ，虽然形式类似，但未明确 $k \neq 0$ (若 $k = 0$ ，则为常数函数，非一次函数)，因此不一定是正确选项，不符合题意；

D， $y = x^{-1}$ ，即 $y = \frac{1}{x}$ ，不符合一次函数定义，不符合题意。

故选 B。

2. 下列说法正确的是 ()

A. $x^2 - x = 0$ 是二项方程

B. $\frac{x-1}{2} - \frac{x}{3} = 4$ 是分式方程

C. $\sqrt{2}x^2 - 2x = \sqrt{3}$ 是无理方程

D. $2x^2 - y = 4$ 是二元二次方程

【答案】D

【解析】

【分析】 本题主要考查了二项方程、分式方程、无理方程和二元二次方程的定义等知识点，理解相关方程的定义成为解题的关键。

根据二项方程、分式方程、无理方程和二元二次方程的定义逐项判断即可.

【详解】解: A. 方程 $x^2 - x = 0$ 含二次项和一次项, 共两项, 但二项方程特指形如 $ax^n + b = 0$ (如 $x^2 - 1 = 0$), 不含其他次项, 故此选项错误, 不符合题意;

B. 方程 $\frac{x-1}{2} - \frac{x}{3} = 4$ 分母均为常数, 不含未知数, 属于整式方程, 不是分式方程, 故此选项错误, 不符合题意;

C. 方程 $\sqrt{2x^2 - 2x} = \sqrt{3}$ 中根号内为常数, 不含未知数, 属于整式方程, 不是无理方程, 故此选项错误, 不符合题意;

D. 方程 $2x^2 - y = 4$ 含两个未知数 x 和 y , 且 x 的最高次数为 2, 符合二元二次方程的定义, 故此选项正确, 符合题意.

故选 D.

3. 下列方程中, 有一个根是 $x = 2$ 的方程是 ()

A. $\frac{x}{x-2} = \frac{2}{x-2}$ B. $\frac{x-2}{2} + \frac{2-x}{x} = 0$ C. $\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x-3} = 0$ D. $\sqrt{x-6} = 2$

【答案】B

【解析】

【分析】解方程再检验, 或把 $x=2$ 代入选项中的每个方程, 再逐个判断.

【详解】A. 解方程 $\frac{x}{x-2} = \frac{2}{x-2}$,

方程两边都乘以 $x-2$, 得 $x=2$,

检验: 当 $x=2$ 时, $x-2=0$, 所以 $x=2$ 是增根,

即 $x=2$ 不是原方程的解, 故 A 选项不符合题意;

B. 当 $x=2$ 时, 分母不等于 0,

方程的左边 $= \frac{2-2}{2} + \frac{2-2}{2} = 0$, 右边 $= 0$,

即左边 $=$ 右边,

所以 $x=2$ 是原方程的解, 故本选项符合题意;

C. 当 $x=2$ 时, $\sqrt{x-3}$ 中 $x-3 < 0$,

所以 $x=2$ 不是方程 $\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x-3} = 0$ 的解, 故本选项不符合题意;

D. 当 $x=2$ 时, $\sqrt{x-6}$ 中 $x-6 < 0$,

所以 $x=2$ 不是方程 $\sqrt{x-6} = 2$ 的解, 故本选项不符合题意;

故选：B.

【点睛】本题考查了解分式方程和解无理方程，注意：解分式方程和解无理方程的过程中都必须进行检验.

4. 已知点 $(-2, y_1)$ ， $(2, y_2)$ 都在直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 上，则 y_1 、 y_2 大小关系是（ ）

A. $y_1 = y_2$

B. $y_1 < y_2$

C. $y_1 > y_2$

D. 不能比较

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的增减性，熟练掌握函数的性质是解题的关键.

根据 $k = -\frac{1}{2} < 0$ 得到 y 随 x 的增大而减小，据此比较判断即可解答.

【详解】解：∵点 $(-2, y_1)$ ， $(2, y_2)$ 都在直线 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 上，且 $k = -\frac{1}{2} < 0$ ，

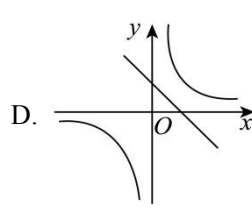
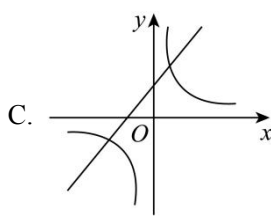
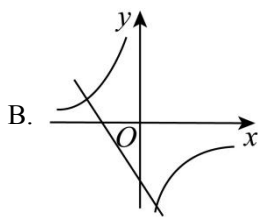
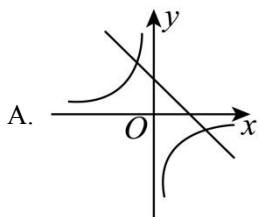
∴ y 随 x 的增大而减小，

∵ $-2 < 2$ ，

∴ $y_1 > y_2$.

故选：C.

5. 函数 $y = -kx + k$ 与函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)在同一直角坐标系中的大致图像可能是（ ）



【答案】D

【解析】

【分析】分 $k > 0$ 和 $k < 0$ 两种情况确定正确的选项即可.

【详解】解：当 $k > 0$ 时，反比例函数的图象位于第一、三象限，一次函数的图象交 y 轴于正半轴， y 随着 x 的增大而减小，D选项符合，C选项错误；

当 $k < 0$ 时，反比例函数的图象位于第二、四象限，一次函数的图象交 y 轴于负半轴， y 随着 x 的增大而增大，A、B均错误；

故选择：D.

【点睛】本题考查反比例函数与一次函数的图象性质：解题的关键是分两种情况确定答案，难度不大.

6. 一次函数 $y = x + 1$ 的图像交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 B . 点 C 在坐标轴上, 且使得 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 符合题意的点 C 有 () 个

- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查等腰三角形的判定、一次函数的有关知识等知识点, 掌握分类讨论思想成为解题的关键. 分 $AB = BC$ 、 $AC = BC$ 、 $AB = AC$ 三种情况分别作图找到点 C , 然后统计即可解答.

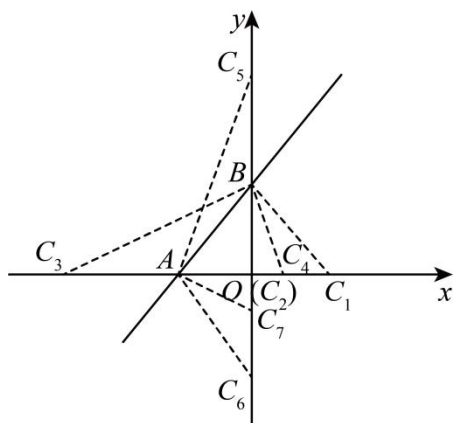
【详解】解: $\because$ 一次函数 $y = x + 1$ 的图像交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 B . 点 C 在坐标轴上,
 $\therefore A(-1, 0), B(0, 1)$,

如图: 当 $AB = BC$ 时, $\triangle ABC_1, \triangle ABC_5, \triangle ABC_7$ 是等腰三角形;

当 $AC = BC$ 时, $\triangle ABC_2$ 是等腰三角形;

当 $AB = AC$ 时, $\triangle ABC_4, \triangle ABC_6$ 是等腰三角形.

综上, 符合题意的点 C 有 7 个.



故选 C.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 3 分, 满分 36 分)

7. 直线 $y = 2(x - 1) - 7$ 在 y 轴上的截距是_____.

【答案】-9

【解析】

【分析】根据直线 $y = kx + b$ 在 y 轴上的截距就是与 y 轴交点的纵坐标的值即可解答.

【详解】解: 整理得, $y = 2x - 9$,

所以, 直线与 y 轴的交点为 $(0, -9)$,

所以，直线 $y = 2(x-1) - 7$ 在 y 轴上的截距是 -9.

故答案为 -9.

【点睛】 本题考查一次函数的性质，一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 中， b 即为此直线在 y 轴上的截距.

8. 已知某汽车油箱中的剩余油量 y (升) 与该汽车行驶里程数 x (千米) 是一次函数关系，当汽车加满油后，行驶 200 千米，油箱中还剩油 126 升；行驶 250 千米，油箱中还剩油 120 升. 这辆汽车加满油最多能行驶 _____ 千米.

【答案】 1250

【解析】

【分析】 本题考查一次函数的实际应用，设出函数关系式，待定系数法求出函数解析式，再令 $y=0$ ，求出自变量的值即可.

【详解】 解：设某汽车油箱中的剩余油量 y (升) 与该汽车行驶里程数 x (千米) 的函数关系式为

$$y = kx + b \quad (k \neq 0),$$

由题意，得：
$$\begin{cases} 200k + b = 126 \\ 250k + b = 120 \end{cases}, \text{ 解得： } \begin{cases} k = -0.12 \\ b = 150 \end{cases},$$

$$\therefore y = -0.12x + 150,$$

当 $y=0$ 时， $-0.12x + 150 = 0,$

解得： $x = 1250,$

$\therefore$ 这辆汽车加满油最多能行驶 1250 千米，

故答案为： 1250.

9. 已知一次函数的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ ，求在这个一次函数图像上且位于 x 轴上方的所有点的横坐标的取值范围 _____.

【答案】 $x < 6$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数与不等式之间的关系，一次函数的增减性，先求出函数值为 0 时自变量的值，再判断出函数的增减性即可得到答案.

【详解】 解：在 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 中，当 $y = -\frac{1}{2}x + 3 = 0$ 时， $x = 6,$

$\therefore$ 一次函数解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 3, -\frac{1}{2} < 0,$

$\therefore y$ 随 x 增大而减小，

∴在这个一次函数图像上且位于 x 轴上方的所有点的横坐标的取值范围是 $x < 6$,

故答案为: $x < 6$.

10. 方程 $(x+3)\sqrt{x-1}=0$ 的解是_____.

【答案】 $x=1$

【解析】

【分析】根据方程得出 $x+3=0$ 或 $\sqrt{x-1}=0$, 求出两方程的解, 再进行检验即可.

【详解】解: $(x+3)\sqrt{x-1}=0$,

则 $x+3=0$ 或 $\sqrt{x-1}=0$,

解得: $x=-3$ 或 $x=1$,

经检验: $x=-3$ 不是原方程的解, $x=1$ 是原方程的解.

故答案为: $x=1$.

【点睛】本题考查了解无理方程, 能根据题意得出 $x+3=0$ 或 $\sqrt{x-1}=0$ 是解此题的关键, 注意: 解无理方程一定要进行检验.

11. 设 $\frac{x^2}{x+1}=y$, 则方程 $\frac{2x^2}{x+1}+\frac{x+1}{x^2}=3$ 可化为关于 y 的整式方程是_____.

【答案】 $2y^2-3y+1=0$.

【解析】

【分析】本题考查用换元法解分式方程的能力, 可根据方程特点设 $\frac{x^2}{x+1}=y$, 将原方程可化简为关于 y 的方程.

【详解】设 $\frac{x^2}{x+1}=y$, 则原方程可化为: $2y+\frac{1}{y}=3$,

即 $2y^2-3y+1=0$;

故答案为 $2y^2-3y+1=0$.

【点睛】本题主要考查换元法解分式方程, 用换元法解一些复杂的分式方程是比较简单的一种方法, 根据方程特点设出相应未知数, 解方程能够使问题简单化, 属于基础题.

12. 一次函数 $y=mx-3-m$ 的图象不经过第一象限, 那么 m 的取值范围是_____.

【答案】 $-3 \leq m < 0$

【解析】

【详解】试题解析：一次函数 $y=mx-3-m$ 的图像不经过第一象限，
一次函数的图形经过第二、四象限或第二、三、四象限.

则:
$$\begin{cases} m < 0 \\ -3-m \leq 0, \end{cases}$$

解得: $-3 \leq m < 0$.

故答案为 $-3 \leq m < 0$.

13. 若关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x-3} - 2 = \frac{m^2}{x-3}$ 有增根, 则 m 的值为_____

【答案】 $\pm\sqrt{3}$

【解析】

【分析】此题主要考查分式方程的解. 先去掉分母, 再把增根 $x=3$ 代入即可求出 m 的值.

【详解】解: 去分母得 $x-2(x-3)=m^2$,

$\because$ 关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x-3} - 2 = \frac{m^2}{x-3}$ 有增根,

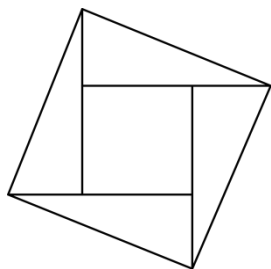
$\therefore x-3=0$, 即增根 $x=3$,

把增根 $x=3$ 代入 $x-2(x-3)=m^2$ 得 $3=m^2$,

解得 $m=\pm\sqrt{3}$,

故答案为: $\pm\sqrt{3}$.

14. 有一个大正方形, 是由四个全等的直角三角形与中间的小正方形拼成的. 如果大正方形的面积是 13, 小正方形的面积是 1, 那么直角三角形的两条直角边长分别是_____.



【答案】 3, 2

【解析】

【分析】本题考查了勾股定理的证明, 正确表示出大正方形与小正方形的面积是解题的关键. 设直角三角

形较长直角边为 a ，较短直角边为 b ，根据大正方形与小正方形的面积得出关于 a 、 b 的等式求解即可.

【详解】解：设直角三角形较长直角边为 a ，较短直角边为 b ，

$\therefore$ 小正方形的边长为 $(a-b)$ ，

$\therefore$ 小正方形面积是 1，

$$\therefore (a-b)^2 = 1,$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 2ab = 1,$$

$\therefore$ 大正方形面积是 13，即 $a^2 + b^2 = 13$ ，

$$\therefore ab = 6,$$

$$\therefore (a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 13 + 12 = 25,$$

$$\therefore a+b > 0,$$

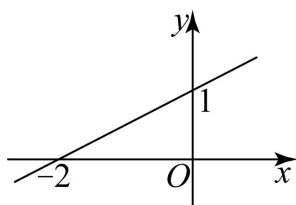
$$\therefore a+b = 5,$$

$$\therefore (a-b)^2 = 1, \quad a > b$$

$$\therefore a = 3, \quad b = 2$$

故答案为：3，2.

15. 如图，一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过 $(-2, 0)$ 、 $(0, 1)$. 则当 $y < 0$ 时， x 的取值范围是_____.



【答案】 $x < -2$

【解析】

【分析】 $y < 0$ 时求自变量的范围即为函数图象在 x 轴下方对应的 x 的取值范围，即可解答.

【详解】解：由函数图象可得：当 $x < -2$ 时， $y < 0$ ，

故答案为： $x < -2$.

【点睛】 本题考查了一次函数与不等式的关系，数形结合是解题关键.

16. 已知直线 $l_1: y_1 = k_1x + b_1$ 与直线 $l_2: y_2 = k_2x + b_2$ ，如果满足 $k_1 = b_2$ ， $k_2 = b_1$ ，那么直线 l_1 与直线 l_2 称

为“互为交换直线”如果直线 $y = 2x + m$ 与其交换直线分别与 y 轴交于点 A、B，且 $AB = 1$ ，那么

$m =$ _____.

【答案】1或3

【解析】

【分析】根据新定义得出 $y = 2x + m$ 的交换直线为 $y = mx + 2$ ，得出 $A(0, m)$ ， $B(0, 2)$ ，根据 $AB = 1$ ，即可求解。

【详解】解：依题意， $y = 2x + m$ 的交换直线为 $y = mx + 2$ ，

$y = 2x + m$ 中，当 $x = 0$ 时， $y = m$ ，则 $A(0, m)$ ，

$y = mx + 2$ 中，当 $x = 0$ 时， $y = 2$ ，则 $B(0, 2)$ ，

$\therefore AB = 1$ ，

$\therefore m - 2 = 1$ 或 $2 - m = 1$

解得： $m = 3$ 或 $m = 1$ ，

故答案为：1或3。

【点睛】本题考查了求一次函数与坐标轴交点问题，理解新定义是解题的关键。

17. 某剧场管理人员为了让观众有更舒适的欣赏环境，对座位进行了调整。已知剧场原有座位 500 个，每排的座位数一样多；现在每排减少了 2 个座位，并减少了 5 排，剧场座位数相应减少为 345 个，设剧场原有座位的排数为 x ，每排座位数为 y ，则可列方程组为_____。

【答案】
$$\begin{cases} xy = 500 \\ (x-5)(y-2) = 345 \end{cases}$$

【解析】

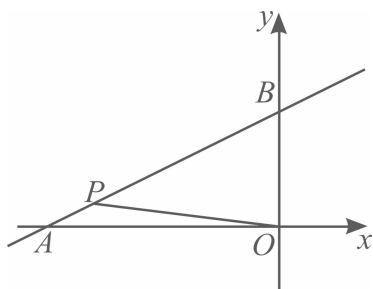
【分析】本题考查了二元二次方程组的实际应用，正确理解题意是解题的关键。

设剧场原有座位的排数为 x ，每排座位数为 y ，根据“已知剧场原有座位 500 个，每排的座位数一样多；现在每排减少了 2 个座位，并减少了 5 排，剧场座位数相应减少为 345 个”即可建立方程组。

【详解】解：由题意得，
$$\begin{cases} xy = 500 \\ (x-5)(y-2) = 345 \end{cases}$$

故答案为：
$$\begin{cases} xy = 500 \\ (x-5)(y-2) = 345 \end{cases}$$

18. 如图， OA ， OB 的长分别是关于 x 的方程 $x^2 - 15x + 50 = 0$ 的两根，且 $OA > OB$ 。P 为线段 AB 上一点，而且 $BP = \frac{4}{5}AB$ ，连接 OP ，点 Q 为坐标平面内一点，如果以 B 、 P 、 O 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形，则点 Q 的坐标为_____。



【答案】 $(-8, -4)$ 或 $(8, 4)$ 或 $(-8, 6)$

【解析】

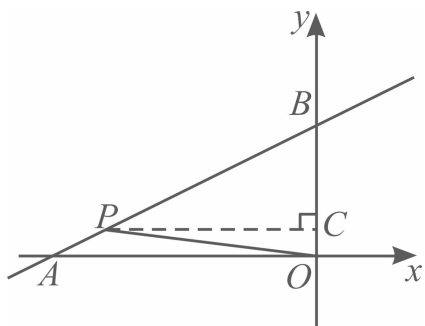
【分析】过 P 作 $PC \perp y$ 轴于 C ，由 $\triangle ABO \sim \triangle PBC$ ，可求出 $BC = 4$ ， $PC = 8$ ，从而可得点 P 坐标，以 B 、 P 、 O 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形，分三种情况：①以 OB 、 PQ 为一组对边，②以 OP 、 BQ 为一组对边，③以 OP 、 BQ 为一组对边，分别画出图形，根据平移的知识，即可得 Q 的坐标.

【详解】解：解方程 $x^2 - 15x + 50 = 0$ 得 $x = 10$ 或 $x = 5$,

$\because OA > OB$,

$\therefore A(-10, 0)$, $B(0, 5)$,

过 P 作 $PC \perp y$ 轴于 C ，如图：



$\because \angle PCB = 90^\circ = \angle BOA$, $\angle PBC = \angle ABO$,

$\therefore \triangle ABO \sim \triangle PBC$,

$\therefore \frac{PB}{AB} = \frac{BC}{OB} = \frac{PC}{OA}$,

$\because PB = \frac{4}{5}AB$, $OA = 10$, $OB = 5$,

$\therefore \frac{4}{5} = \frac{BC}{5} = \frac{PC}{10}$,

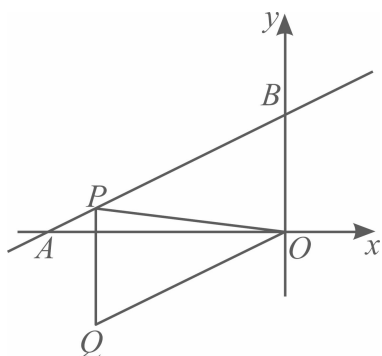
$\therefore BC = 4$, $PC = 8$,

$\therefore OC = OB - BC = 5 - 4 = 1$,

$\therefore P(-8, 1)$,

$B(0,5)$ 、 $P(-8,1)$ 、 $O(0,0)$

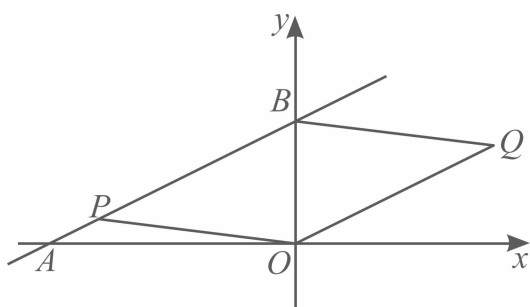
以 OB 、 PQ 为一组对边，如图：



把线段 OB 平移到 QP ，则 $B(0,5)$ 平移到 $P(-8,1)$ ， $O(0,0)$ 平移到 Q ，

$\therefore Q(-8,-4)$ ；

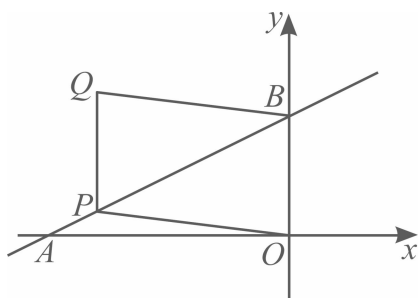
以 OP 、 BQ 为一组对边，如图：



把线段 OP 平移到 QB ，则 $P(-8,1)$ 平移到 $B(0,5)$ ， $O(0,0)$ 平移到 Q ，

$\therefore Q(8,4)$ ；

③以 OP 、 BQ 为一组对边，如图：



$O(0,0)$ 平移到 $B(0,5)$ ，则 $P(-8,1)$ 平移到 Q ，

$\therefore Q(-8,6)$ ，

故答案为： Q 的坐标为 $(-8,-4)$ 或 $(8,4)$ 或 $(-8,6)$ 。

【点睛】 本题考查相似三角形判断与性质，平行四边形等知识，解题的关键是分类思想和数形结合思想的应用.

三、解答题 (本大题共 8 题, 满分 52 分)

19. 解关于 x 的方程: $bx^2 = x^2 + 1 (b \neq 1)$

【答案】 当 $b > 1$ 时, $x = \pm \frac{1}{b-1} \sqrt{b-1}$; 当 $b < 1$ 时, 方程无实数根

【解析】

【分析】 利用直接开平方法求解可得.

【详解】 解: 移项整理得: $(b-1)x^2 = 1$.

$\because b \neq 1$, 即 $b-1 \neq 0$,

$$\therefore x^2 = \frac{1}{b-1},$$

当 $b > 1$ 时, $x = \pm \frac{1}{b-1} \sqrt{b-1}$;

当 $b < 1$ 时, 方程无实数根.

【点睛】 本题主要考查解一元二次方程的能力, 熟练掌握解一元二次方程的几种常用方法: 直接开平方法、因式分解法、公式法、配方法, 结合方程的特点选择合适、简便的方法是解题的关键.

20. 解方程: $\frac{x+2}{x-2} - \frac{16}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}$.

【答案】 $x = -5$

【解析】

【分析】 本题考查了解分式方程, 熟练掌握解分式方程的步骤是解题关键. 先方程两边同乘以 $(x+2)(x-2)$ 可得 $(x+2)^2 - 16 = x-2$, 再利用因式分解法解一元二次方程, 然后进行检验即可得.

【详解】 解: $\frac{x+2}{x-2} - \frac{16}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}$,

方程两边同乘以 $(x+2)(x-2)$, 得 $(x+2)^2 - 16 = x-2$,

去括号, 得 $x^2 + 4x + 4 - 16 = x - 2$,

移项, 得 $x^2 + 4x - x + 4 - 16 + 2 = 0$,

合并同类项, 得 $x^2 + 3x - 10 = 0$,

因式分解, 得 $(x-2)(x+5) = 0$,

所以 $x-2=0$ 或 $x+5=0$,

解得 $x=2$ 或 $x=-5$,

经检验, $x=2$ 不是分式方程的解; $x=-5$ 是分式方程的解,

所以方程的解为 $x=-5$.

21. 解方程: $\sqrt{2x-4}-\sqrt{x+5}=1$.

【答案】 $x=20$

【解析】

【分析】 本题考查了解无理方程, 掌握解无理方程的技巧和解一元二次方程是解题的关键.

根据方程的特点可以构造平方差公式, 进而转化为一元二次方程, 解一元二次方程即可, 最后根据无理方程的特点, 要进行检验.

【详解】 解: $\sqrt{2x-4}-\sqrt{x+5}=1$ ①

设 $\sqrt{2x-4}+\sqrt{x+5}=k$ ②,

① $\times$ ②得: $2x-4-x-5=k$,

解得: $x=k+9$,

$\therefore k=x-9$

$\therefore \sqrt{2x-4}+\sqrt{x+5}=x-9$ ③,

①+③得: $2\sqrt{2x-4}=x-8$,

两边同时平方, 得: $4(2x-4)=(x-8)^2$,

整理得: $x^2-24x+80=0$

解得: $x_1=20, x_2=4$,

检验, 当 $x=20$ 时, $\sqrt{2x-4}-\sqrt{x+5}=1$,

$\therefore x=20$ 是原方程的解,

当 $x=4$ 时, $\sqrt{2x-4}-\sqrt{x+5}=-1$, 不符合题意, 舍去,

$\therefore$ 原方程的解为 $x=20$.

22. 解方程组:
$$\begin{cases} x^2-5xy+6y^2=0 \\ 2x+y=8 \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x_1 = \frac{16}{5} \\ y_1 = \frac{8}{5} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = \frac{24}{7} \\ y_2 = \frac{8}{7} \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题主要考查解二元二次方程组，解此题的关键在于利用因式分解法将第一个方程求解，然后得到新的方程组，也可以利用代入消元法进行求解.

先将第一个二元二次方程因式方程成两个二元一次方程，再根第二个方程组成两个新的方程组求解即可.

【详解】 解:
$$\begin{cases} x^2 - 5xy + 6y^2 = 0 \textcircled{1} \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

由①得, $(x-2y)(x-3y)=0$,

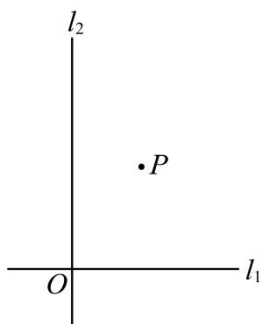
$\therefore x-2y=0$ 或 $x-3y=0$,

$\therefore$ 原方程组可化为 $\begin{cases} x-2y=0 \\ 2x+y=8 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x-3y=0 \\ 2x+y=8 \end{cases}$,

分别解得: $\begin{cases} x = \frac{16}{5} \\ y = \frac{8}{5} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = \frac{24}{7} \\ y = \frac{8}{7} \end{cases}$,

$\therefore$ 原方程组的解为 $\begin{cases} x_1 = \frac{16}{5} \\ y_1 = \frac{8}{5} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = \frac{24}{7} \\ y_2 = \frac{8}{7} \end{cases}$.

23. l_1 是一条东西方向的道路, l_2 是一条南北方向的道路, 这两条道路相交于点 O . 小明和小丽分别从十字路口 O 点处同时出发, 小丽沿着 l_1 以 4 千米/时的速度由西向东前进, 小明沿着 l_2 以 5 千米/时的速度由南向北前进, 有一棵百年古树位于图中点 P 处, 古树与 l_1 、 l_2 的距离分别为 3 千米和 2 千米. 问离开路口后经过多少时间, 两人与这棵古树的距离恰好相等.



【答案】 $\frac{14}{9}$ 小时

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的应用以及勾股定理，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键。根据题意，假设小明看作点 A ，小丽看作点 B ，再过 P 分别作 l_1 、 l_2 的垂线，两人与这棵古树的距离恰好相等，也就是 $PA = PB$ ，在直角三角形中利用勾股定理列出关于 t 的一元二次方程，解之取其符合题意的值，即可得出结论。

【详解】 解：设两人离开路口时间为 t ，小明看作点 A ，小丽看作点 B ，

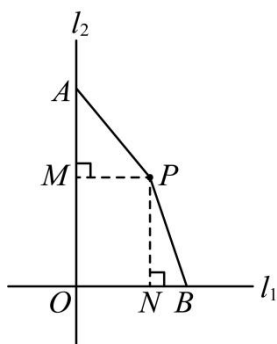
$$\therefore OA = 5t \text{ 千米}, OB = 4t \text{ 千米}$$

两人与这棵古树的距离恰好相等，则 $PA = PB$

$$\therefore PA^2 = PB^2$$

根据题意 P 处与 l_1 、 l_2 的距离分别为 3 千米和 2 千米

如图，过点 P 作 $PN \perp l_1$, $PM \perp l_2$



$$\therefore PM = 2 \text{ 千米}, PN = 3 \text{ 千米}$$

$$\text{在 } Rt\triangle AMP \text{ 中, } PA^2 = AM^2 + PM^2, \text{ 即 } PA^2 = (5t - 3)^2 + 2^2$$

$$\text{在 } Rt\triangle BNP \text{ 中, } PB^2 = NB^2 + PN^2, \text{ 即 } PB^2 = (4t - 2)^2 + 3^2$$

$$\therefore (5t - 3)^2 + 2^2 = (4t - 2)^2 + 3^2$$

解得 $t_1 = 0$ (舍去), $t_2 = \frac{14}{9}$

$$\therefore t = \frac{14}{9}$$

答: 离开路口后经过 $\frac{14}{9}$ 小时, 两人与这棵古树的距离恰好相等.

24. 某起重机厂四月份生产 A 型起重机 25 台, B 型起重机若干台. 从五月份起, A 型起重机月增长率相同, B 型起重机每月增加 3 台. 已知五月份生产的 A 型起重机是 B 型起重机的 2 倍, 六月份 A、B 型起重机共生产 54 台. 求四月份生产 B 型起重机的台数和从五月份起 A 型起重机的月增长率.

【答案】 四月份生产 B 型起重机 12 台, 从五月份起 A 型起重机的月增长率为 20%

【解析】

【分析】 设四月份生产 B 型起重机 x 台, 从五月份起 A 型起重机的月增长率为 y , 根据题目中的等量关系列出方程组求解即可.

【详解】 解: 设四月份生产 B 型起重机 x 台, 从五月份起 A 型起重机的月增长率为 y .

根据题意, 可列方程组

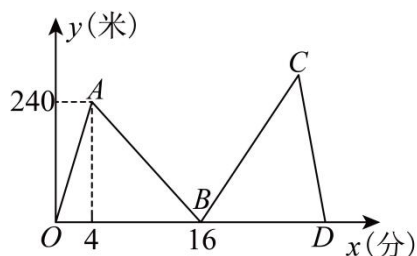
$$\begin{cases} 25(1+y) = 2(x+3) \\ 25(1+y)^2 + (x+3 \times 2) = 54 \end{cases}$$

解得: $x=12, y=0.2$

答: 四月份生产 B 型起重机 12 台, 从五月份起 A 型起重机的月增长率为 20%.

【点睛】 本题考查了二元二次方程组的应用, 解题的关键是找准题中的等量关系.

25. 甲、乙两人在笔直的湖边公路上同起点、同终点、同方向匀速步行 2400 米, 先到终点的人原地休息. 已知甲先出发 4 分钟, 在整个步行过程中, 甲、乙两人间的距离 y (米) 与甲出发的时间 x (分) 之间的关系如图中折线 $OA-AB-BC-CD$ 所示.



(1) 求线段 AB 的表达式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(2) 求乙比甲早几分钟到达终点?

【答案】 (1) $y = -20x + 320 (4 \leq x \leq 16)$

(2) 6 分钟

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的应用，正确掌握分析函数图象是解题的关键.

(1) 运用待定系数法即可求解；

(2) 根据图示，求出二者相遇时与出发点的距离，进而求出与终点的距离，分别计算出相遇后，到达终点甲和乙所用的时间，二者的时间差即可所求答案.

【小问 1 详解】

解：根据题意得：

设线段 AB 的表达式为： $y = kx + b (4 \leq x \leq 16)$ ，

把 $(4, 240)$ ， $(16, 0)$ 代入得：

$$\begin{cases} 4k + b = 240 \\ 16k + b = 0 \end{cases},$$

解得： $\begin{cases} k = -20 \\ b = 320 \end{cases}$ ，

即线段 AB 的表达式为： $y = -20x + 320 (4 \leq x \leq 16)$ ，

【小问 2 详解】

解：线段 OA 可知：甲的速度为： $\frac{240}{4} = 60$ (米/分)，

乙的步行速度为： $\frac{240 + (16 - 4) \times 60}{16 - 4} = 80$ (米/分)，

在 B 处甲乙相遇时，与出发点的距离为： $240 + (16 - 4) \times 60 = 960$ (米)，

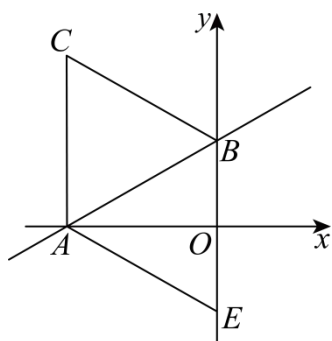
与终点的距离为： $2400 - 960 = 1440$ (米)，

相遇后，到达终点甲所用的时间为： $\frac{1440}{60} = 24$ (分)，

相遇后，到达终点乙所用的时间为： $\frac{1440}{80} = 18$ (分)， $24 - 18 = 6$ (分)，

答：乙比甲早 6 分钟到达终点.

26. 一次函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 的图像与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B ，以 AB 为边在第二象限内作等边 ABC .



- (1) 求点 C 坐标;
- (2) 在第二象限内有一点 $M(m, 1)$, 使 $S_{\triangle ABM} = S_{\triangle ABC}$, 求 M 点的坐标;
- (3) 将 $\triangle ABC$ 沿着直线 AB 翻折, 点 C 落在点 E 处; 再将 $\triangle ABE$ 绕点 E 顺时针方向旋转 15° , 点 B 落在点 F 处, 过点 F 作 $FG \perp y$ 轴于 G . 求 $\triangle EFG$ 的面积.

【答案】(1) $C(-2\sqrt{3}, 4)$

(2) $M(-5\sqrt{3}, 1)$

(3) 2

【解析】

【分析】(1) 先求得 A 、 B 的坐标, 然后可得到 $\angle BAO = 30^\circ$, 依据含 30° 直角三角形的性质可得到 $AB = 2OB = 4$, 则 $\angle CAO = 90^\circ$, 然后依据勾股定理求得 AB 的长, 从而可得到点 C 的坐标;

(2) 过点 C 作 $CM \parallel AB$, 则 $S_{\triangle ABM} = S_{\triangle ABC}$. 设直线 CM 的解析式为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b$, 将点 C 的坐标代入求得 b 的值, 然后将 $y = 1$ 代入 MC 的解析式可求得点 M 的横坐标;

(3) 先求出 $\angle FHG = 30^\circ$, 进而表示出 FG , EG , 用勾股定理建立方程求出 a^2 , 最后用面积公式即可得出结论.

【小问 1 详解】

当 $x = 0$ 时, $y = 2$,

$\therefore B(0, 2)$.

当 $y = 0$ 时, $x = -2\sqrt{3}$.

$\therefore A(-2\sqrt{3}, 0)$.

$\therefore OB = 2$, $OA = 2\sqrt{3}$.

$$\therefore \tan \angle BAO = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle BAO = 30^\circ, \quad AB = 2OB = 4.$$

$\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

$$\therefore \angle ACB = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle CAO = 90^\circ.$$

$$\therefore C(-2\sqrt{3}, 4).$$

【小问 2 详解】

如图 1, 过点 C 作 $CM \parallel AB$.

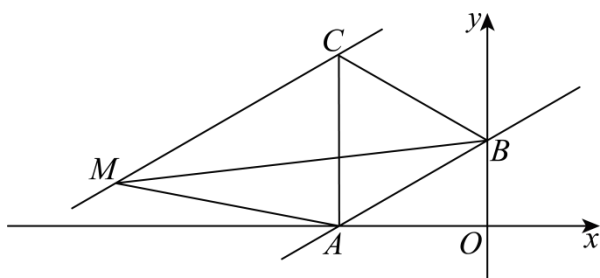


图1

$\because CM \parallel AB$,

$$\therefore S_{\triangle ABM} = S_{\triangle ABC}.$$

设直线 CM 的解析式为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b$,

将点 C 的坐标代入得: $\frac{\sqrt{3}}{3} \times (-2\sqrt{3}) + b = 4$, 解得 $b = 6$.

$\therefore$ 直线 CM 的解析式为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 6$.

将 $y = 1$ 代入 MC 的解析式得: $1 = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 6$, 解得: $x = -5\sqrt{3}$,

$$\therefore M(-5\sqrt{3}, 1).$$

【小问 3 详解】

如图, 由 (1) 知 $A(-2\sqrt{3}, 0)$, $B(0, 2)$,

$$\therefore AB = 4,$$

$\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

