

2024-2025 学年度沪教版数学期中模拟试卷 02

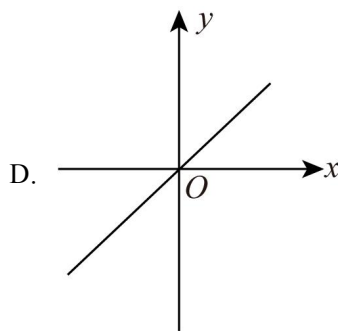
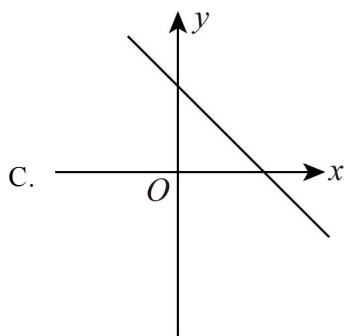
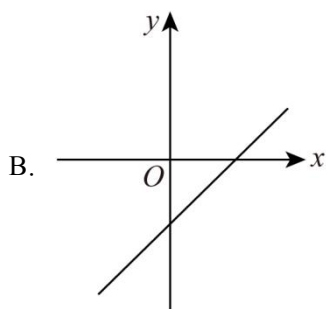
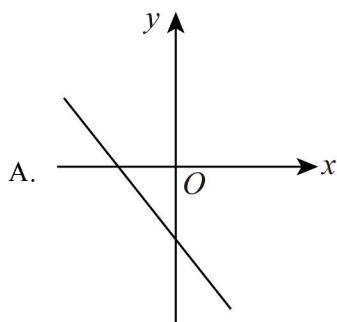
(考试时间: 100 分钟 试卷满分: 120 分)

考试范围: 一次函数、代数方程;

第 I 卷 (选择题)

一、单选题 (共 18 分)

1. (本题 3 分) 关于 x 的一次函数 $y = kx + k^2 + 1$ 的图象可能正确的是 ()



【答案】C

【分析】根据图象与 y 轴的交点直接解答即可.

【详解】解: 令 $x = 0$, 则函数 $y = kx + k^2 + 1$ 的图象与 y 轴交于点 $(0, k^2 + 1)$,

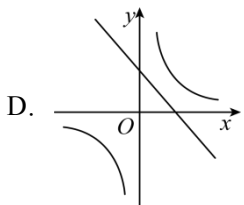
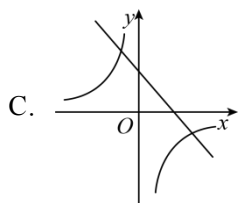
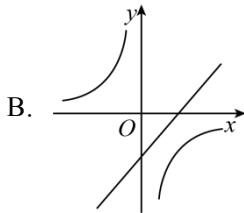
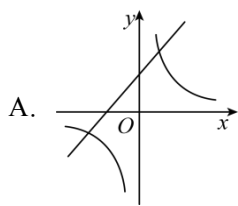
$\because k^2 + 1 > 0$,

$\therefore$ 图象与 y 轴的交点在 y 轴的正半轴上.

故选 C.

【点睛】本题考查一次函数的图象, 熟知一次函数的图象与 y 轴交点的特点是解答此题的关键.

2. (本题 3 分) 在同一直角坐标系中, 函数 $y = kx + 1$ 与 $y = -\frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象大致是 ()



【答案】D

【分析】 本题主要考查了一次函数图象与反比例函数图象综合判断，分别求出每个选项中对应函数图象中的 k 的符号，看是否一致，以及一次函数是否与 y 轴交于正半轴即可得到答案.

【详解】 解：A、一次函数经过第一、二、三象限，则 $k > 0$ ，反比例函数经过第一、三象限，则 $-k > 0$ ，即 $k < 0$ ，不符合题意；

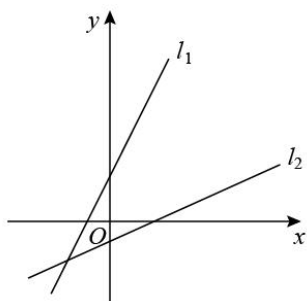
B、一次函数经过第一、三、四象限，则 $k > 0$ ，但是一次函数与 y 轴交于负半轴，不符合题意，反比例函数经过第二、四象限，则 $-k < 0$ ，即 $k > 0$ ，不符合题意；

C、一次函数经过第一、二、四象限，则 $k < 0$ ，反比例函数经过第一、三象限，则 $-k < 0$ ，即 $k > 0$ ，不符合题意；

D、一次函数经过第一、二、四象限，则 $k < 0$ ，反比例函数经过第二、四象限，则 $-k > 0$ ，即 $k < 0$ ，符合题意；

故选 D.

3. (本题 3 分) 如图，在同一平面直角坐标系中，一次函数 $y = k_1x + b_1$ 与 $y = k_2x + b_2$ 的图象分别为直线 l_1 和直线 l_2 ，下列结论正确的是 ()



A. $k_1 \cdot k_2 < 0$

B. $k_1 + k_2 < 0$

C. $b_1 - b_2 < 0$

D. $b_1 \cdot b_2 < 0$

【答案】D

【分析】先根据两条直线的图象得到 $k_1 > 0$ ， $b_1 > 0$ ， $k_2 > 0$ ， $b_2 < 0$ ，然后再进行判定求解。

【详解】解：∵一次函数 $y = k_1x + b_1$ 与 $y = k_2x + b_2$ 的图象分别为直线 l_1 和直线 l_2 ，

$$\therefore k_1 > 0, \quad b_1 > 0, \quad k_2 > 0, \quad b_2 < 0,$$

$$\therefore k_1 \cdot k_2 > 0, \quad k_1 + k_2 > 0, \quad b_1 - b_2 > 0, \quad b_1 \cdot b_2 < 0,$$

故 A，B，C 项均错误，D 项正确。

故选：D。

【点睛】本题主要考查了一次函数图象与 k 和 b 符号的关系，掌握当直线与 y 轴交于正半轴上时， $b > 0$ ；当直线与 y 轴交于负半轴时， $b < 0$ 是解答关键。

4. （本题 3 分）已知分式方程 $\frac{5}{x+2} + 1 = \frac{a+x}{x+2}$ 的解为 $x=3$ ，则 a 的值为（ ）

A. 2

B. 3

C. 7

D. 13

【答案】C

【分析】本题考查分式方程解的意义，将 $x=3$ 代入分式方程后即可得出答案。熟练掌握分式有意义的条件是解题的关键。也考查了解一元一次方程。

【详解】解：∵分式方程 $\frac{5}{x+2} + 1 = \frac{a+x}{x+2}$ 的解为 $x=3$ ，

$$\therefore \frac{5}{3+2} + 1 = \frac{a+3}{3+2},$$

解得： $a=7$ ，

∴ a 的值为 7。

故选：C。

5. （本题 3 分）在平面直角坐标系中， O 为坐标原点，将直线 $y=3x+6$ 的图像向右平移 5 个单位长度得到的新的直线分别交 x 轴、 y 轴于 A、B 两点，若点 $P(m,n)$ (m, n 都是整数) 在 AOB 内部 (不包括边界)，则点 P 的个数是（ ）个

A. 7

B. 8

C. 9

D. 10

【答案】A

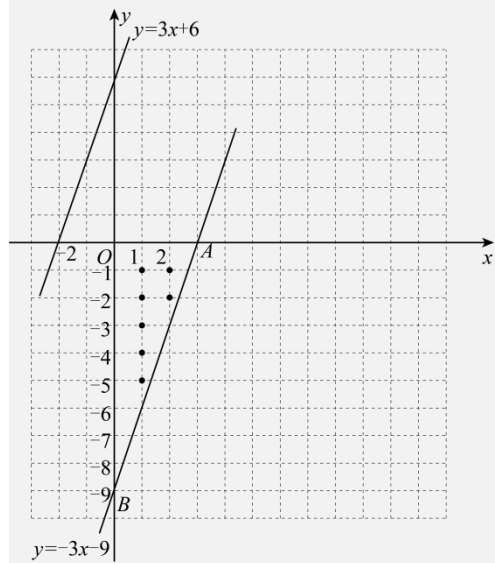
【分析】根据平移规律得到新直线方程是 $y=3(x-5)+6$ ，由此求得点 A 、 B 的坐标，即可求得结论．

【详解】解：根据题意知，平移后直线方程为 $y=3(x-5)+6=3x-9$ ．

所以 $A(3, 0)$ ， $B(0, -9)$ ．

当 $x=1$ 时， $y=-6$ ； $x=2$ 时， $y=-3$ ，

若点 $P(m, n)$ (m, n 都是整数) 在 $\triangle AOB$ 内部 (不包括边界)，如图，

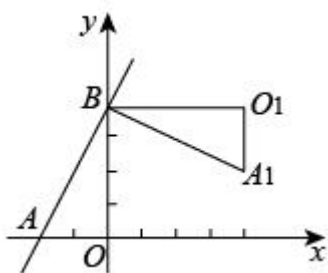


则有 $(1, -1)$ ， $(1, -2)$ ， $(1, -3)$ ， $(1, -4)$ ， $(1, -5)$ ， $(2, -1)$ ， $(2, -2)$ 共 7 个，

故选：A．

【点睛】本题主要考查了一次函数图象与几何变换，函数图象平移的法则“左加右减，上加下减”．

6. (本题 3 分) 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y=2x+4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点，把 $\triangle AOB$ 绕点 B 逆时针旋转 90° 后得到 $\triangle A_1O_1B$ ，则点 A_1 的坐标是 ()



A. $(2, 4)$

B. $(4, 2)$

C. $(-2, 4)$

D. $(-4, 2)$

【答案】B

【分析】先根据函数图像分别求出 OA 、 OB 的长度，再通过旋转之后对应边相等可求出点 A_1 的坐标.

【详解】解：将 $x=0$ 代入 $y=2x+4$ ，可得 $y=-4$ ，

将 $y=0$ 代入 $y=2x+4$ ，可得 $x=-2$ ，

故 A 点的坐标为 $(-2, 0)$ ， B 点的坐标为 $(0, 4)$ ，

$\therefore OA=2$ ， $OB=4$ ，

$\therefore BO_1=OB=4$ ，

故 A_1 的横坐标为 4，

又 $\because A_1O_1=OA=2$ ，

故 A_1 的纵坐标为 2，

$\therefore$ 点 A_1 的坐标是 $(4, 2)$.

故选：B.

【点睛】本题主要考查一次函数与几何图形结合在一起的应用，旋转前后对应边长度不变是解题的关键.

第 II 卷（非选择题）

二、填空题（共 36 分）

7. （本题 3 分）已知 $x=2$ 是分式方程 $\frac{m}{x-6} = \frac{1}{x}$ 的解，则 m 的值为_____.

【答案】-2

【分析】本题主要考查了分式方程的解，把 $x=2$ 代入分式方程，即可得出关于 m 的方程，求解即可.

【详解】解：把 $x=2$ 代入 $\frac{m}{x-6} = \frac{1}{x}$ ，可得出：

$$\frac{m}{2-6} = \frac{1}{2},$$

解得： $m=-2$ ，

故答案为：-2

8. (本题 3 分) 若正比例函数的图象经过点 $(3,6)$, 则该函数的解析式为_____.

【答案】 $y = 2x$

【分析】 设该正比例函数的解析式为 $y = kx$, 然后将点 $(3,6)$ 代入到该解析式并列关于系数 k 的方程, 通过解方程即可求出 k 值, 从而求出这个函数解析式.

【详解】 设该正比例函数的解析式为 $y = kx$,

$\because$ 这个正比例函数的图象经过点 $(3,6)$,

$$\therefore 6 = 3k,$$

$$\therefore k = 2.$$

故答案为: $y = 2x$.

【点睛】 本题主要考查了正比例函数图象上的点的坐标的特征, 待定系数法确定正比例函数的解析式, 灵活运用待定系数法确定函数解析式是解本题的关键.

9. (本题 3 分) 有一人患了流感, 假如平均一个人传染了 x 个人, 经过两轮感染后共有 121 人患了流感, 依题意可列方程为_____.

【答案】 $(x+1)^2 = 121$

【分析】 由于每轮传染中平均一个人传染的人数是 x 人, 那么经过第一轮后有 $(1+x)$ 人患了流感, 经过第二轮后有 $[(1+x) + x(1+x)]$ 人患了流感, 再根据经过两轮传染后共有 121 人患了流感, 由此列出方程.

【详解】 依题意, 得: $1+x+x(1+x) = 121$, 即 $(x+1)^2 = 121$

故答案为: $(x+1)^2 = 121$.

【点睛】 考查一元二次方程的应用, 解题关键是根据题意列出第一轮传染后患流感的人数和第二轮传染后患流感的人数, 而已知第二轮传染后患流感的人数, 由此可得方程.

10. (本题 3 分) 某车间计划在一定时间内生产 240 套零配件, 生产 3 天后改进了技术, 结果每天比原计划多生产 4 套并提前 6 天完成生产任务. 设原计划每天生产 x 套零配件, 则可列方程为_____.

【答案】 $\frac{240}{x} = 3 + \frac{240 - 3x}{x + 4} + 6$

【分析】 设原计划每天生产 x 套零配件, 根据“生产 3 天后改进了技术, 结果每天比原计划多生产 4 套并提前 6 天完成

生产任务”列出方程即可.

【详解】解：设原计划每天生产 x 套零配件，根据题意可得，

$$\frac{240}{x} = 3 + \frac{240 - 3x}{x + 4} + 6,$$

故答案为： $\frac{240}{x} = 3 + \frac{240 - 3x}{x + 4} + 6$

【点睛】此题考查了分式方程的应用，读懂题意，找到等量关系正确列出方程是解题的关键.

11. (本题 3 分) 已知一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象经过点 $A(-3, 0)$ 和 $B(0, -2)$ ，当函数值 $y < 0$ 时， x 的取值范围为_____.

【答案】 $x > -3$

【分析】先根据待定系数法求出一次函数解析式，然后令 $y < 0$ ，解不等式即可求解.

【详解】解：将点 $A(-3, 0)$ 和 $B(0, -2)$ 代入一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ ，

得：
$$\begin{cases} -3x + b = 0 \\ b = -2 \end{cases},$$

解得：
$$\begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ b = -2 \end{cases},$$

$\therefore$ 该一次函数的解析式为 $y = -\frac{2}{3}x - 2$,

令 $y < 0$ ，即 $-\frac{2}{3}x - 2 < 0$,

解得： $x > -3$,

故答案为： $x > -3$.

【点睛】本题考查了待定系数法求一次函数解析式，求不等式的解集，掌握待定系数法是解题的关键.

12. (本题 3 分) 将直线 $y = -x + 1$ 向上平移 3 个单位长度，平移后直线的解析式为_____.

【答案】 $y = -x + 4$

【分析】根据图象上加下减，左加右减的规律即可求解.

【详解】直线 $y = -x + 1$ 向上平移 3 个单位长度，解析式变为： $y = -x + 4$.

【点睛】主要考查一次函数平移的变化规律.

13. （本题 3 分）请写出一个图像经过点 $(1,1)$ ，且经过一三象限的函数解析式_____.

【答案】 $y = x$ （答案不唯一）

【分析】本题考查了函数的图象与性质，设函数的解析式为： $y = kx$ ，把 $(1,1)$ 代入得： $k = 1$ ，可得函数的解析式为： $y = x$ ，掌握函数的图象与性质是解题的关键.

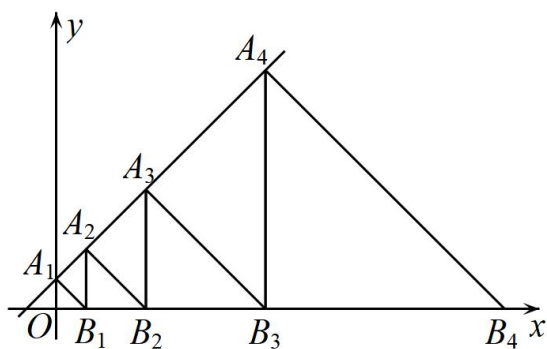
【详解】解：设函数的解析式为： $y = kx$ ，

把 $(1,1)$ 代入得： $k = 1$ ，

$\therefore$ 函数的解析式为： $y = x$ ，

故答案为： $y = x$ （答案不唯一） .

14. （本题 3 分）在直角坐标系中，等腰直角三角形 $A_1B_1O, A_2B_2B_1, A_3B_3B_2, \dots, A_nB_nB_{n-1}$ 按如图所示的方式放置，其中点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ 均在一次函数 $y = kx + b$ 的图象上，点 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ 均在 x 轴上. 若点 B_1 的坐标为 $(1,0)$ ，点 B_2 的坐标为 $(3,0)$ ，则点 A_{2023} 的坐标为_____.



【答案】 $(2^{2022} - 1, 2^{2022})$

【分析】利用等腰直角三角形的性质以及点 B_1, B_2 的坐标，利用待定系数法求出一函数的解析式，继而求出点 B_3 的坐标，并找到坐标的变化规律，根据图形的特点代入求得点 A_{2023} 的坐标即可.

【详解】解： $\because \triangle A_1B_1O$ 是等腰直角三角形， $B_1(1,0)$

$\therefore AO = B_1O = 1$

$$\therefore A_1(0,1)$$

$\because \triangle A_2B_2B_1$ 是等腰直角三角形, $B_2(3,0)$

$$\therefore B_1B_2 = A_2B_1 = 3 - 1 = 2$$

$$\therefore A_2(1,2)$$

$\because$ 点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ 均在一次函数 $y = kx + b$ 的图象上,

$$\therefore \text{将 } A_1, A_2 \text{ 代入 } y = kx + b \text{ 得: } \begin{cases} b = 1 \\ k + b = 2 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = 1 \\ k = 1 \end{cases}$$

$$\therefore y = x + 1$$

$\therefore$ 点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ 均在一次函数 $y = x + 1$ 的图象上,

$$\therefore \text{当 } x = 3 \text{ 时, } y = 3 + 1 = 4$$

$$\therefore A_3(3,4)$$

$$\therefore A_3B_2 = B_2B_3$$

$$\therefore B_3(7,0)$$

$$\therefore B_n(2^n - 1, 0)$$

由图可知:

$A_{2023}B_{2022} = B_{2022}B_{2023}$, 即 A_{2023} 的横坐标与 B_{2022} 的横坐标相等

$$\therefore \text{当 } x = 2^{2022} - 1 \text{ 时, } y = 2^{2022} - 1 + 1 = 2^{2022}$$

$$\therefore \text{点 } A_{2023}(2^{2022} - 1, 2^{2022})$$

$$\text{故答案为: } (2^{2022} - 1, 2^{2022})$$

【点睛】 本题主要考查一次函数及等腰直角三角形的性质, 掌握一次函数及等腰直角三角形的性质是解决本题的关键.

15. (本题 3 分) 一千官兵一千布, 一官四尺无零数, 四兵才得布一尺, 请问官兵多少数? 这首诗的意思是: 一千名官兵分一千尺布, 一名军官分四尺, 四名士兵分一尺, 正好分完, 则军官有_____名, 士兵有_____名.

【答案】 200 800

【分析】设军官有 x 名, 士兵 y 名, 根据共有 1000 名, 得方程 $x+y=1000$; 根据共有 1000 尺布, 得方程 $4x+\frac{1}{4}y=1000$, 联立方程组即可.

【详解】解: 设军官有 x 名, 士兵 y 名, 根据题意, 得:

$$\begin{cases} x+y=1000, \\ 4x+\frac{1}{4}y=1000. \end{cases}$$

解之, 得:
$$\begin{cases} x=200, \\ y=800. \end{cases}$$

所以军官有 200 名, 士兵有 800 名.

故答案为 200, 800.

【点睛】本题考查了二元一次方程组的应用, 关键是找出题目中的等量关系.

16. (本题 3 分) 某园林公司增加了人数和挖坑机进行园林绿化, 现在平均每天比原计划多植树 30 棵, 现在植树 600 棵所需的时间与原计划植树 450 棵所需的时间相同, 如果设原计划平均每天植树 x 棵, 则根据题意列出的方程是_____.

【答案】
$$\frac{600}{x+30} = \frac{450}{x}$$

【分析】设原计划平均每天植树棵 x 棵, 根据“现在植树 600 棵所需的时间与原计划植树 450 棵所需的时间相同”这一等量关系列出分式方程求解即可.

【详解】解: 设原计划平均每天植树棵 x 棵, 现在每天植树 $(x+30)$ 棵, 依题意得:

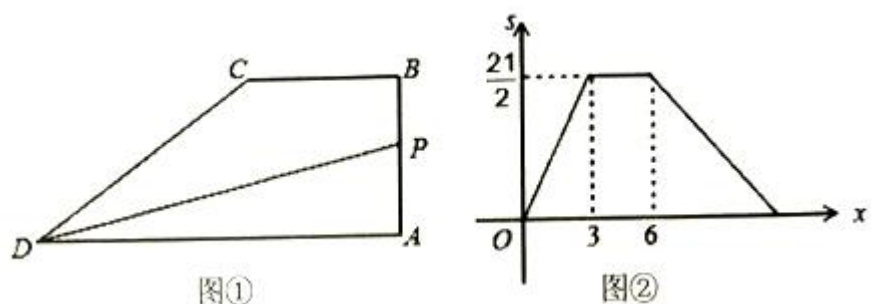
$$\frac{600}{x+30} = \frac{450}{x}.$$

故答案是:
$$\frac{600}{x+30} = \frac{450}{x}.$$

【点睛】考查了由实际问题抽象出分式方程, 找到关键描述语, 找到合适的等量关系是解决问题的关键.

17. (本题 3 分) 如图①, 四边形 $ABCD$ 中, $BC \parallel AD$, $\angle A = 90^\circ$, 点 P 从 A 点出发, 沿折线 $AB \rightarrow BC \rightarrow CD$ 运动, 到

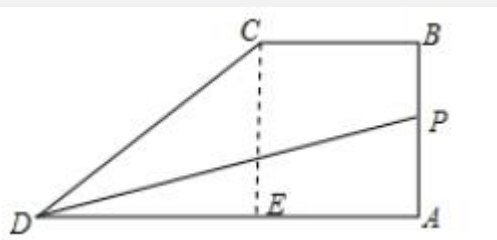
点 D 时停止，已知 $\triangle PAD$ 的面积 s 与点 P 运动的路程 x 的函数图象如图②所示，则点 P 从开始到停止运动的总路程为_____.



【答案】11

【分析】根据函数图象可以直接得到 AB 、 BC 和三角形 ADB 的面积，从而可以求得 AD 的长，作辅助线 $CE \perp AD$ ，从而可得 CD 的长，进而求得点 P 从开始到停止运动的总路程，本题得以解决.

【详解】解:作 $CE \perp AD$ 于点 E ,如下图所示,



由图象可知，点 P 从 A 到 B 运动的路程是 3，当点 P 与点 B 重合时， $\triangle PAD$ 的面积是 $\frac{21}{2}$ ，由 B 到 C 运动的路程为 3，

$$\therefore \frac{AD \times AB}{2} = \frac{AD \times 3}{2} = \frac{21}{2}$$

解得， $AD=7$,

又 $\because BC \parallel AD, \angle A=90^\circ, CE \perp AD$,

$\therefore \angle B=90^\circ, \angle CEA=90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $ABCE$ 是矩形,

$\therefore AE=BC=3$,

$\therefore DE=AD-AE=7-3=4$,

$$\therefore CD = \sqrt{CE^2 + DE^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$$

$\therefore$ 点 P 从开始到停止运动的总路程为: $AB+BC+CD=3+3+5=11$.

故答案为:11

【点睛】本题考查了根据函数图象获取信息，解题的关键是明确题意，能从函数图象中找到准确的信息,利用数形结合的思想解答问题.

18. (本题 3 分) 定义: 我们把一次函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 与正比例函数 $y=x$ 的交点称为一次函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的“不动点”. 例如求 $y=2x-1$ 的“不动点”: 联立方程 $\begin{cases} y=2x-1 \\ y=x \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$, 则 $y=2x-1$ 的“不动点”为 (1,1),

(1) 由定义可知, 一次函数 $y=3x+2$ 的“不动点”为_____;

(2) 若直线 $y=kx-3(k \neq 0)$ 与 x 轴交于点 A, 与 y 轴交于点 B, 且直线 $y=kx-3$ 上没有“不动点”, 若 P 点为 x 轴上一个动点, 使得 $S_{\triangle ABP} = 3S_{\triangle ABO}$, 求满足条件的 P 点坐标_____

【答案】 $(-1, -1)$ $(-6, 0)$ 或 $P(12, 0)$

【分析】本题是一次函数的综合题, 理解定义, 熟练掌握一次函数的图象及性质是解题的关键.

(1) 根据题意, 联立 $\begin{cases} y=3x+2 \\ y=x \end{cases}$, 即可求解;

(2) 由题意可知直线 $y=kx-3$ 与直线 $y=x$ 平行, 则有 $y=x-3$, 在求出 $A(3, 0)$, $B(0, -3)$, 设 $P(t, 0)$, 由 $S_{\triangle ABP} = 3S_{\triangle ABO}$, 可得 $\frac{1}{2} \times |t-3| \times 3 = \frac{1}{2} \times 3 \times 3$, 即可 P 点坐标.

【详解】解: (1) 联立 $\begin{cases} y=3x+2 \\ y=x \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases}$,

$\therefore$ 一次函数 $y=3x+2$ 的“不动点”为 $(-1, -1)$,

故答案为: $(-1, -1)$;

(2) $\because$ 直线 $y=kx-3$ 上没有“不动点”,

$\therefore$ 直线 $y=kx-3$ 与直线 $y=x$ 平行,

$$\therefore k=1,$$

$$\therefore y=x-3,$$

$$\therefore A(3,0), B(0,-3),$$

设 $P(t,0),$

$$\therefore AP=|3-t|,$$

$$\therefore S_{\triangle ABP}=\frac{1}{2}\times|t-3|\times3,$$

$$S_{\triangle ABO}=\frac{1}{2}\times3\times3,$$

$$\because S_{\triangle ABP}=3S_{\triangle ABO},$$

$$\therefore|t-3|=9,$$

$$\therefore t=12 \text{ 或 } t=-6,$$

$$\therefore P(-6,0) \text{ 或 } P(12,0).$$

故答案为: $(-6,0)$ 或 $P(12,0)$

三、解答题 (共 66 分)

19. (本题 6 分) 解方程 $\frac{2}{x+5}=\frac{2}{3x}.$

【答案】 $x=\frac{5}{2}$

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

【详解】原方程可化为: $6x=2(x+5),$

$$6x=2x+10,$$

解得: $x=\frac{5}{2},$

经检验: $x=\frac{5}{2}$ 是原方程的根.

【点睛】此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验.

20. (本题 6 分) 解分式方程: $\frac{2x-1}{x+1} = \frac{5}{1-x^2} - \frac{2x}{1-x}$.

【答案】 $x = \frac{6}{5}$

【分析】本题考查了解分式方程，解题的关键是方程两边都乘 $(1+x)(1-x)$ 得出 $(2x-1)(1-x) = 5 - 2x(1+x)$ ，求出方程的解，再进行检验即可.

【详解】解: $\frac{2x-1}{x+1} = \frac{5}{1-x^2} - \frac{2x}{1-x}$,

$$\frac{2x-1}{1+x} = \frac{5}{(1+x)(1-x)} - \frac{2x}{1-x},$$

方程两边都乘 $(1+x)(1-x)$ ，得 $(2x-1)(1-x) = 5 - 2x(1+x)$,

$$2x - 2x^2 - 1 + x = 5 - 2x - 2x^2,$$

$$2x - 2x^2 + x + 2x + 2x^2 = 5 + 1,$$

$$5x = 6,$$

$$x = \frac{6}{5},$$

检验: 当 $x = \frac{6}{5}$ 时, $(1+x)(1-x) \neq 0$,

所以分式方程的解是 $x = \frac{6}{5}$.

21. (本题 6 分) 某商场销售某款上衣, 刚上市时每件可盈利 100 元, 销售一段时间后开始滞销, 经过连续两次降价后, 每件盈利 81 元, 平均每天可售出 20 件.

(1)求平均每次降价盈利减少的百分率;

(2)为尽快减少库存, 商场决定再次降价. 每件上衣每降价 1 元, 每天可多售出 2 件. 若商场每天要盈利 2940 元, 每件应降价多少元?

【答案】(1)平均每次降价盈利减少的百分率为 10%

(2)每件应降价 60 元

【分析】 本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

(1) 设每次下降的百分率为 x ，根据题意，得： $100(1-x)^2=81$ ，即可求解；

(2) 设每件应降价 y 元，由题意得方程，进而求解.

【详解】 (1) 解：设平均每次降价盈利减少的百分率为 x ，

依题意，得 $100(1-x)^2=81$ ，

解得 $x_1=0.1=10\%$, $x_2=1.9$ (不合题意，舍去) .

答：平均每次降价盈利减少的百分率为 10% .

(2) 设每件应降价 y 元，则每天可售出 $(20+2y)$ 件，

依题意，得 $(81-y)(20+2y)=2940$ ，

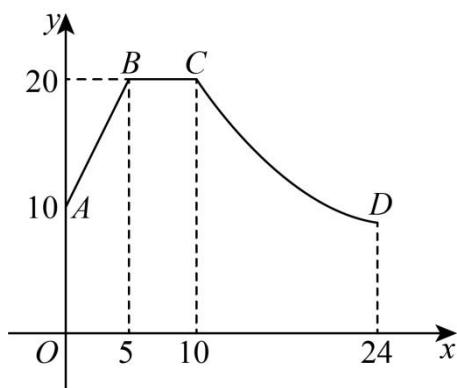
解得： $y_1=60$ ， $y_2=11$.

$\therefore$ 要尽快减少库存，

$\therefore y=60$.

答：每件应降价 60 元.

22. (本题 6 分) 某蔬菜生产基地的气温较低时，用装有恒温系统的大棚栽培一种新品种蔬菜，如图是试验阶段的某天恒温系统从开启到关闭后，大棚内的温度 y ($^{\circ}\text{C}$) 与时间 x (h) 之间的函数关系，其中线段 AB ， BC 表示恒温系统开启阶段，双曲线的一部分 CD 表示恒温系统关闭阶段. 请根据图中信息解答下列问题：



(1)求 y 与 x ($10 \leq x \leq 24$) 的函数表达式；

(2)大棚里栽培的一种蔬菜在温度为 12°C 到 20°C 的条件下最适合生长，若某天恒温系统开启前的温度是 10°C ，那么这

种蔬菜一天内最适合生长的时间有多长？

【答案】(1) $y = \frac{200}{x} (10 \leq x \leq 24)$

(2) $\frac{47}{3}$

【分析】 本题考查了反比例函数的应用，解答时应注意临界点的应用．

(1) 应用待定系数法求函数解析式即可；

(2) 观察图象可知：三段函数都有 $y \geq 12$ 的点，而且 BC 段是恒温阶段， $y = 20$ ，所以计算 AB 和 CD 两段当 $y = 12$ 时对应的 x 值，相减就是结论

【详解】 (1) 解： (1) 设双曲线 CD 解析式为： $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ ，

$\because C(10, 20)$ ，

$\therefore k = 200$ ，

$\therefore$ 双曲线 CD 的解析式为： $y = \frac{200}{x} (10 \leq x \leq 24)$ ；

(2) 解： 设 AB 的解析式为： $y = mx + n (0 \leq x \leq 5)$

把 $(0, 10), (5, 20)$ 代入 $y = mx + n$ 中得：

$$\begin{cases} n = 10 \\ 5m + n = 20 \end{cases}$$

解得： $\begin{cases} m = 2 \\ n = 10 \end{cases}$

$\therefore AB$ 的解析式为： $y = 2x + 10$

当 $y = 12$ 时， $12 = 2x + 10$ ，解得 $x = 1$ ，

把 $y = 12$ 代入 $y = \frac{200}{x}$ ，

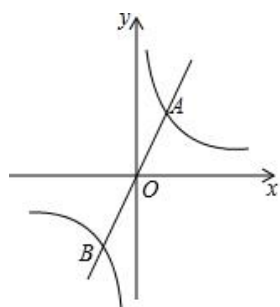
得 $12 = \frac{200}{x}$

解得： $x = \frac{50}{3}$

$$\therefore \frac{50}{3} - 1 = \frac{47}{3}$$

答：这种蔬菜一天内最适合生长的时间有 $\frac{47}{3}$ 小时；

23. （本题 6 分）如图，已知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 与正比例函数 $y = 2x$ 的图象交于 $A(1, m)$ ， B 两点.



- (1) 求该反比例函数的表达式；
- (2) 若点 C 在 x 轴上，且 $\triangle BOC$ 的面积为 3，求点 C 的坐标.

【答案】 (1) $y = \frac{2}{x}$ ； (2) $C(-3, 0)$ 或 $C(3, 0)$

【分析】 (1) 直接利用待定系数法将 A 点坐标代入正比例函数解析式中可以求出 m ，再将 A 点坐标代入反比例函数解析式中即可求出 k ；

(2) 先确定 B 点坐标，再通过面积确定 OC 的长，最后即可确定 C 点坐标.

【详解】解： (1) 将 $A(1, m)$ 点坐标代入 $y = 2x$ 中可得： $m = 2$ ，

$\therefore A(1, 2)$ ；

将 $A(1, 2)$ 代入 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 可得： $k = 2$ ，

$\therefore$ 该反比例函数的表达式为 $y = \frac{2}{x}$ ；

(2) 因为该反比例函数的图像和一次函数的图像交于 $A(1, 2)$ ， B 两点，

$\therefore A(1,2)$, B 两点关于原点对称,

$\therefore B(-1,-2)$,

$\therefore B$ 点到 OC 的距离为 2,

$\therefore \triangle BOC$ 的面积为 3,

$\therefore \frac{1}{2} \times 2 \times OC = 3$,

$\therefore OC = 3$,

当 C 点在 O 点左侧时, $C(-3,0)$;

当 C 点在 O 点右侧时, $C(3,0)$;

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $C(-3,0)$ 或 $C(3,0)$.

【点睛】 本题属于反比例函数与一次函数的综合题, 考查了用待定系数法求函数解析式、平面直角坐标系中点的坐标、三角形的面积公式等内容, 解决本题的关键是理解点的坐标与函数解析式之间的关系以及利用三角形的面积建立相等关系求对应线段的长, 本题涉及到的方法为分类讨论的思想方法.

24. (本题 8 分) 某开发商对即将交付的楼盘进行绿化, 拟从花木基地购进甲、乙两种景观树, 经询问, 若购买甲种景观树 10 棵、乙种景观树 20 棵, 需花费 1320 元; 若购买甲种景观树 20 棵、乙种景观树 50 棵, 需花费 3120 元.

(1) 求这两种景观树每棵的售价各是多少元.

(2) 若开发商需购进这批景观树共 450 棵, 且要求甲种景观树的数量不超过乙种景观树数量的 2 倍, 请你设计出一种花费最低的购买方案, 并求出最低费用.

【答案】 (1) 甲种景观树每棵的售价是 36 元, 乙种景观树每棵的售价是 48 元

(2) 购进甲种景观树 300 棵、乙种景观树 150 棵时花费最低, 最低费用为 18000 元

【分析】 本题考查二元一次方程的应用, 一元一次不等式的应用, 一次函数的应用;

(1) 设甲种景观树每棵的售价是 x 元, 乙种景观树每棵的售价是 y 元. 根据题意列出二元一次方程组, 解方程, 即可求解;

(2) 设购进甲种景观树 t 棵, 则购进乙种景观树 $(450-t)$ 棵. 根据题意得出 $t \leq 300$, 设购进这批景观树的费用为 w 元, 得出 $w = 36t + 48(450-t) = -12t + 21600$, 进而根据一次函数的性质, 即可求解.

【详解】(1) 解：设甲种景观树每棵的售价是 x 元，乙种景观树每棵的售价是 y 元.

根据题意，得
$$\begin{cases} 10x + 20y = 1320 \\ 20x + 50y = 3120 \end{cases}$$
，解得
$$\begin{cases} x = 36 \\ y = 48 \end{cases}$$
，

答：甲种景观树每棵的售价是 36 元，乙种景观树每棵的售价是 48 元.

(2) 设购进甲种景观树 t 棵，则购进乙种景观树 $(450-t)$ 棵.

由题意，得 $t \leq 2(450-t)$ ，解得 $t \leq 300$.

设购进这批景观树的费用为 w 元.

则 $w = 36t + 48(450-t) = -12t + 21600$.

$\therefore -12 < 0$,

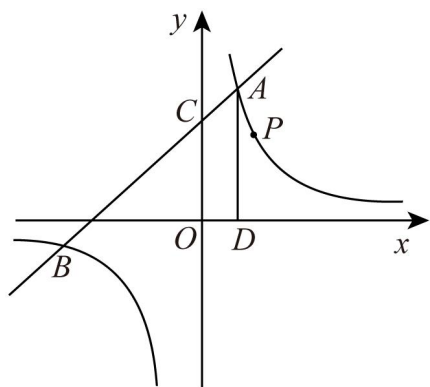
$\therefore w$ 随 t 的增大而减小.

$\therefore$ 当 $t = 300$ 时， w 取得最小值，最小值为 $-12 \times 300 + 21600 = 18000$.

此时 $450 - t = 150$.

答：购进甲种景观树 300 棵、乙种景观树 150 棵时花费最低，最低费用为 18000 元.

25. (本题 8 分) 如图，一次函数 $y_1 = k_1x + 4$ 与反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ 的图象交于点 $A(2, m)$ 和 $B(-6, -2)$ ，与 y 轴交于点 C .



(1) 求一次函数与反比例函数的表达式;

(2) 观察图象，直接写出 $y_1 < y_2$ 时 x 的取值范围;

(3) 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D ，点 P 是反比例函数在第一象限的图象上一点，设直线 OP 与线段 AD 交于点 E ，当

$S_{\text{四边形}ODAC} : S_{\triangle ODE} = 3:1$ 时, 求直线 OP 的解析式.

【答案】(1) $y_1 = k_1x + 4$, $y_2 = \frac{12}{x}$

(2) $x < -6$ 或 $0 < x < 2$

(3) $y = \frac{5}{3}x$

【分析】(1) 将点 $B(-6, -2)$ 分别代入 $y_1 = k_1x + 4$ 和 $y_2 = \frac{k_2}{x}$, 即可求解;

(2) 观察图象, 写出一一次函数位于反比例函数下方的部分对应 x 的取值范围即可;

(3) 依照题意, 画出图形, 先求出四边形 $ODAC$, 再根据 $S_{\text{四边形}ODAC} : S_{\triangle ODE} = 3:1$, 即可求出 DE 的长度, 即可得点 E 的坐标, 设直线 OP 的解析式为 $y = kx$, 将点 E 坐标代入 $y = kx$ 即可求解.

【详解】(1) 解: 将点 $B(-6, -2)$ 代入 $y_1 = k_1x + 4$, $-2 = -6k_1 + 4$, 解得 $k_1 = 1$;

将点 $B(-6, -2)$ 代入 $y_2 = \frac{k_2}{x}$, $-2 = \frac{k_2}{-6}$, 解得: $k_2 = 12$.

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y_1 = x + 4$, 反比例函数的表达式为 $y_2 = \frac{12}{x}$.

(2) 解: 由图象可知, 当 $x < -6$ 或 $0 < x < 2$ 时, 一次函数落在反比例函数的下方, 即 $y_1 < y_2$

$\therefore$ 不等式 $y_1 < y_2$ 的解集为: $x < -6$ 或 $0 < x < 2$

(3) 解: 依照题意, 画出图形, 如图所示.

当 $x = 0$ 时, $y_1 = x + 4 = 4$

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(0, 4)$

当 $x = 2$ 时, $y_1 = x + 4 = 6$, $\therefore$ 点 A 的坐标为 $(2, 6)$

$$\therefore S_{\text{四边形}ODAC} = \frac{1}{2}(OC + AD) \cdot OD = \frac{1}{2} \times (4 + 6) \times 2 = 10$$

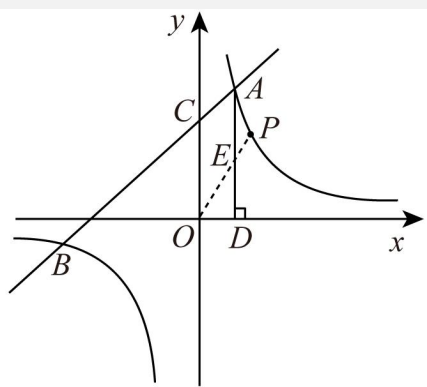
又 $\because S_{\text{四边形}ODAC} : S_{\triangle ODE} = 3:1$

$$\therefore S_{\triangle ODE} = \frac{1}{2} OD \cdot DE = \frac{1}{2} \times 2 \times DE = 10 \times \frac{1}{3}$$

$$\therefore DE = \frac{10}{3}, \text{ 即点 } E \text{ 的坐标为 } \left(2, \frac{10}{3}\right)$$

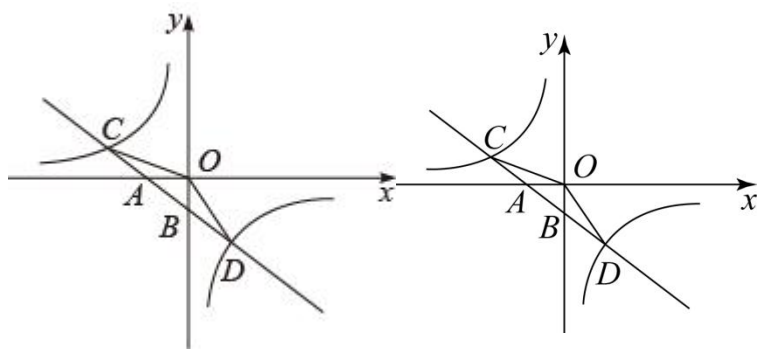
设直线 OP 的解析式为 $y = kx$ ，将点 $E\left(2, \frac{10}{3}\right)$ 代入 $y = kx$ ，得 $\frac{10}{3} = 2k$ ，解得 $k = \frac{5}{3}$

$\therefore$ 直线 OP 的解析式为 $y = \frac{5}{3}x$ 。



【点睛】本题主要考查了一次函数与反比例函数的综合，正确求出解析式、依照题意正确画出图象是解答本题的关键。

26. (本题 10 分) 如图，已知一次函数 $y_1 = k_1x + b$ 的图象与 x 轴， y 轴分别交于 A ， B 两点，与反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ 的图象分别交于 C ， D 两点，点 $D(2, -3)$ ， B 是线段 AD 的中点。



(1) 求一次函数 $y_1 = k_1x + b$ 与反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ 的解析式；

(2) ①求 $\triangle COD$ 的面积；

②当 $k_1x + b - \frac{k_2}{x} \geq 0$ 时，直接写出自变量 x 的取值范围。

【答案】(1) $y_1 = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$; $y_2 = -\frac{6}{x}$

(2) ① $S_{\triangle COD} = \frac{9}{2}$; ② $x \leq -4$ 或 $0 < x \leq 2$

【分析】 (1) 由 D 在反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ 的图象上, 求出反比例函数的解析式; 再根据 B 是线段 AD 的中点, A, B 两点分别在 x 轴, y 轴上, 求得 A 点坐标, 从而求得一次函数 $y_1 = k_1x + b$ 的解析式.

(2) ①联立一次函数与反比例函数的解析式, 求得 C 点坐标, 利用 $S_{\triangle COD} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle AOD}$ 从而求得 $\triangle COD$ 的面积;

②观察图象, 找到 $y_1 \geq y_2$ 时, 对应的 x 的范围, 即可求得结果.

【详解】 (1) 解: $\because$ 点 $D(2, -3)$ 在反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ 的图象上,

$$\therefore k_1 = 2 \times (-3) = -6,$$

$$\therefore y_2 = -\frac{6}{x},$$

$\because D(2, -3)$, B 是线段 AD 的中点, B 在 y 轴上, A 在 x 轴上,

$$\therefore A(-2, 0).$$

$\because$ 点 $A(-2, 0)$, $D(2, -3)$ 在 $y_1 = k_1x + b$ 的图象上,

$$\therefore \begin{cases} -2k_1 + b = 0 \\ 2k_1 + b = -3 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} k_1 = -\frac{3}{4} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases}.$

$$\therefore y_1 = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2},$$

故 $y_1 = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$, $y_2 = -\frac{6}{x}$

(2) 解: ①由
$$\begin{cases} y = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2} \\ y = -\frac{6}{x} \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = -3 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -4 \\ y_2 = \frac{3}{2} \end{cases}.$$

$\therefore D(2, -3),$

$\therefore C\left(-4, \frac{3}{2}\right),$

$\therefore S_{\triangle COD} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = \frac{9}{2}$

② $x \leq -4$ 或 $0 < x \leq 2$.

【点睛】本题考查了一次函数与反比例函数的综合应用，运用待定系数法求解析式，以及通过函数图象解决相关面积问题是解题的关键。

27. (本题 10 分) 现代互联网技术的广泛应用，催生了快递行业的高速发展，小明计划给朋友快递一部分物品，经了解有甲乙两家快递公司比较合适。甲公司表示：快递物品不超过 1 千克的，按每千克 22 元收费；超过 1 千克，超过的部分按每千克 15 元收费，乙公司表示：按每千克 16 元收费，另加包装费 3 元，设小明快递物品 x 千克。

(1) 根据题意，填写下表：

快递物品重量 (千克)	0.5	1	3	4	...
甲公司收费 (元)	_____	22	_____	_____	...
乙公司收费 (元)	11	_____	51	67	...

(2) 设甲快递公司收费 y_1 元，乙快递公司收费 y_2 元，分别写出 y_1, y_2 关于 x 的函数关系式；

(3) 若小明在两家快递公司花费相同，则他的快递物品重量是_____ 千克；

若他快递物品 6 千克，应选择_____ 快递公司 (选填“甲”或“乙”) ；

若他快递物品 3.5 千克，则选择_____ 快递公司 (选填“甲”或“乙”) 。

【答案】 (1) 11; 52; 67; 19; (2) $y_1 = \begin{cases} 22x(0 < x \leq 1) \\ 15x + 7(x > 1) \end{cases}$; $y_2 = 16x + 3(x > 0)$; (3) $\frac{1}{2}$ 或 4; 甲; 乙

【分析】 (1) 根据题意计算后填表即可;

(2) 根据题意直接写出 y_1, y_2 关于 x 的函数关系式即可, 注意 y_1 为分段函数;

(3) 令 $22x = 16x + 3$ 或 $15x + 7 = 16x + 3$ 时, 解方程求得 x 的值, 即可得小明在两家快递公司花费相同时快递物品重量;
把 $x=6$ 、 $x=3.5$ 分别代入 $y_1 = 15x + 7(x > 1)$, $y_2 = 16x + 3(x > 0)$ 求得 y_1 、 y_2 的值, 比较即可解答.

【详解】解: (1) 当 $x = 0.5$ 时, $y_{\text{甲}} = 22 \times 0.5 = 11$;

当 $x = 3$ 时, $y_{\text{甲}} = 22 + 15 \times 2 = 52$;

当 $x = 4$ 时, $y_{\text{甲}} = 22 + 15 \times 3 = 67$;

当 $x = 1$ 时, $y_{\text{乙}} = 16 \times 1 + 3 = 19$.

故答案为: 11; 52; 67; 19.

(2) 当 $0 < x \leq 1$ 时, $y_1 = 22x$;

当 $x > 1$ 时, $y_1 = 22 + 15(x - 1) = 15x + 7$.

$$\therefore y_1 = \begin{cases} 22x(0 < x \leq 1) \\ 15x + 7(x > 1) \end{cases},$$

$$y_2 = 16x + 3(x > 0);$$

(3) 当 $22x = 16x + 3$ 或 $15x + 7 = 16x + 3$ 时, 即 $x = \frac{1}{2}$ 或 $x = 4$ 时, 小明在两家快递公司花费相同;

把 $x = 6$ 分别代入 $y_1 = 15x + 7(x > 1)$, $y_2 = 16x + 3(x > 0)$ 得 $y_1 = 97$, $y_2 = 99$,

$\therefore 97 < 99$,

$\therefore$ 选甲;

把 $x = 3.5$ 分别代入 $y_1 = 15x + 7(x > 1)$, $y_2 = 16x + 3(x > 0)$ 得 $y_1 = 59.5$, $y_2 = 59$,

$\therefore 59.5 > 59$,

$\therefore$ 选乙.

故答案为: $\frac{1}{2}$ 或 4, 甲, 乙.

【点睛】 本题考查了一次函数的应用, 根据题意正确列出函数解析式是解决问题的关键.