

2024-2025 学年八年级数学下学期期中模拟卷 02

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版八年级数学下册第 20~22.2 章 (一次函数、代数方程、平行四边形)。
5. 难度系数: 0.65。

第一部分 (选择题 共 18 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. 下列是 y 关于 x 的函数, 其中是一次函数的为 ()

- A. $y = 2x^2 + 4$ B. $y = \frac{1}{x} + 2$ C. $y = -2x + 1$ D. $y = kx + b$

【答案】C

【分析】根据一次函数的定义及表达式逐一判定即可求解。

【详解】解: A 选项, $y = 2x^2 + 4$ 是 y 关于 x 的二次函数, 不符合题意;

B 选项, $y = \frac{1}{x} + 2$, y 不是 x 的一次函数, 不符合题意;

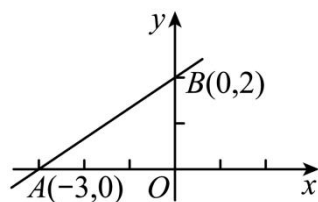
C 选项, $y = -2x + 1$ 是 y 关于 x 的一次函数, 符合题意;

D 选项, $y = kx + b$ 中 k 的值不确定, 不能判定, 不符合题意;

故选: C.

【点睛】本题主要考查一次函数的定义, 掌握一次函数的定义及表达式是解题的关键。

2. 如图, 一次函数 $y = kx + b$ 的图像经过 A 、 B 两点, 则关于 x 的不等式 $kx + b > 0$ 的解集是 ()



- A. $x > -3$ B. $x < -3$ C. $x > 2$ D. $x < 2$

【答案】A

【分析】根据图象，写出该一次函数图象在 x 轴上方部分的 x 的取值范围即可.

【详解】解： $\because A(-3,0)$,

$\therefore$ 由图可知：当 $x > -3$ 时， $kx + b > 0$,

故选：A.

【点睛】本题主要考查了根据一次函数图象写出不等式解集，解题的关键是掌握一次函数和不等式的关系，正确识别函数图象.

3. 一个多边形的内角和是其外角和的 6 倍，则这个多边形的边数是 ()

A. 12

B. 13

C. 14

D. 15

【答案】C

【分析】已知多边形的外角和为 360° ，结合题意，利用多边形的内角和公式列方程并解方程即可.

【详解】解：设这个多边形的边数是 n ,

则 $(n-2) \cdot 180^\circ = 360^\circ \times 6$,

解得： $n = 14$,

即这个多边形的边数是 14.

故选：C.

【点睛】本题主要考查多边形的内角和与外角和，利用方程思想将外角和与内角和建立等量关系是解题的关键.

4. 下列说法正确的是 ()

A. $\frac{x^2 + 3x + 2}{5} = 1$ 是分式方程

B. $x^2 - 2x = 0$ 是二项方程

C. $\frac{\sqrt{2}}{x} + \sqrt{5} = 1$ 是无理方程

D. $\begin{cases} x^2 - x = 5 \\ 3y = 12 \end{cases}$ 是二元二次方程组

【答案】D

【分析】根据二项方程、分式方程、无理方程和二元二次方程组的定义逐项判断即可.

本题考查二项方程、分式方程、无理方程和二元二次方程的定义，熟知各项方程的定义是本题的关键.

【详解】解：A、 $\frac{x^2 + 3x + 2}{5} = 1$ 是一元二次方程，不是分式方程，故本选项错误；

B. $x^2 - 2x = 0$ 是一元二次方程，不是二项方程，故本选项错误；

C. $\frac{\sqrt{2}}{x} + \sqrt{5} = 1$ 是分式方程，不是无理方程，故本选项错误；

D. $\begin{cases} x^2 - x = 5 \\ 3y = 12 \end{cases}$ 是二元二次方程组，故此选项正确.

故选 D.

5. 下列命题中, 正确的是 ()

- A. 一次函数 $y = 4(x-1) - 2$ 在 y 轴上的截距是 -2
- B. 一次函数 $y = x - 1$ 的图像与 x 轴交于点 $(-1, 0)$
- C. 一次函数 $y = -2x + 3 (-1 \leq x \leq 3)$ 的图像是一条线段
- D. 一次函数 $y = (-m^2 - 1)x + 3x + n$ 的图像一定经过第二、四象限

【答案】 C

【分析】 根据一次函数的图象和性质判断即可.

【详解】 解: A、一次函数 $y = 4(x-1) - 2$, 可化为 $y = 4x - 6$, 在 y 轴上的截距是 -6 , 本选项说法错误, 不符合题意;

B、一次函数 $y = x - 1$ 的图像与 x 轴交于点 $(1, 0)$, 本选项说法错误, 不符合题意;

C、一次函数 $y = -2x + 3 (-1 \leq x \leq 3)$ 的图象是一条线段, 本选项说法正确, 符合题意;

D、一次函数 $y = (-m^2 - 1)x + 3x + n$, 可化为 $y = (-m^2 + 2)x + n$,

当 $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$ 时, $-m^2 + 2 > 0$,

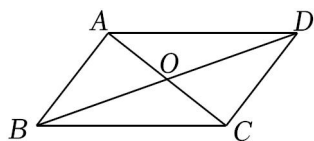
它的图象经过第一、三象限, 本选项说法错误, 不符合题意;

故选: C.

【点睛】 本题考查的是命题的真假判断, 正确的命题叫真命题, 错误的命题叫做假命题, 掌握一次函数的图象和性质是解题的关键.

6. 在 $\square ABCD$ 中, AC 与 BD 相交于点 O , 则下列结论不一定成立的是 ()

- ① $S_{\triangle ADO} = S_{\triangle ABO}$
- ② $\triangle ADB \cong \triangle CBD$
- ③ $\angle BAD = 2\angle BAC$
- ④ $AC = BD$



- A. ①④ B. ①②④ C. ③④ D. ①②③④

【答案】 C

【分析】本题考查了平行四边形的性质, 以及全等三角形的判定与性质, 掌握平行四边形的性质是本题的关键. 由平行四边形的性质逐项分析判断, 即可求解.

【详解】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore AO = CO, BO = DO, AB = CD, \angle BAD = \angle BCD, AD = BC, AD \parallel BC,$
① $\because BO = DO,$
 $\therefore$ 根据等底同高可得 $S_{\triangle ADO} = S_{\triangle ABO},$ 正确;
② $\because AB = CD, AD = BC, BD = DB,$
 $\therefore$ 根据SSS可得 $\triangle ADB \cong \triangle CBD$ 正确;
③ $\because$ 平行四边形的对角线不一定平分对角,
 $\therefore$ 无法得到 $\angle BAD = 2\angle BAC,$ 错误;
④ $\because$ 平行四边形的对角线不一定相等,
 $\therefore$ 无法得到 $AC = BD,$ 错误.

故选: C.

第二部分 (非选择题 共 82 分)

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

7. 直线 $y = 2x - 1$ 在 y 轴上的截距是_____.

【答案】 -1

【分析】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征以及一次函数的性质, 牢记截距的定义是解题的关键. 代入 $x = 0$ 求出与之对应的 y 值, 此题得解.

【详解】解: 当 $x = 0$ 时, $y = 2x - 1 = -1,$
 $\therefore$ 直线 $y = 2x - 1$ 的截距为 $-1.$

故答案为: $-1.$

8. 函数 $y = -x - 3$ 的图像向下平移 3 个单位, 所得新图像的函数解析式_____.

【答案】 $y = -x - 6$

【分析】本题考查的是一次函数的图象与几何变换, 熟知函数图象平移时“上加下减, 左加右减”的法则是解答此题的关键.

根据“上加下减”的原则进行解答即可.

【详解】解: 函数 $y = -x - 3$ 的图象向下平移 3 个单位, 所得新图象的函数解析式 $y = -x - 3 - 3,$ 即 $y = -x - 6.$
故答案为: $y = -x - 6.$

9. 用换元法解方程: $\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x} - 2 = 0$ 时, 如果设 $\frac{x}{x-1} = y$, 那么原方程可以化为关于 y 的整式方程是_____.

【答案】 $y^2 - 2y - 1 = 0$

【分析】此题主要考查了换元法解分式方程, 设 $\frac{x}{x-1} = y$, 则方程 $\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x} - 2 = 0$ 可转化为: $y - \frac{1}{y} - 2 = 0$ 然后再去分母, 将该分式方程转化为整式方程即可.

【详解】解: 设 $\frac{x}{x-1} = y$,

则方程 $\frac{x}{x-1} - \frac{x-1}{x} - 2 = 0$ 可转化为: $y - \frac{1}{y} - 2 = 0$,

去分母, 方程两边同时乘以 y , 得: $y^2 - 2y - 1 = 0$,

故答案为: $y^2 - 2y - 1 = 0$.

10. 如果方程 $\frac{3-x}{x-2} = \frac{m}{x-2}$ 有增根, 那么 m 的值等于_____.

【答案】 1

【分析】本题考查了分式方程的增根, 增根问题可按如下步骤进行: .

①让最简公分母为 0 确定增根; .

②化分式方程为整式方程; .

③把增根代入整式方程即可求得相关字母的值.

增根是化为整式方程后产生的不适合分式方程的根. 所以应先确定增根的可能值, 让最简公分母 $x-2=0$, 得到 $x=2$, 然后代入化为整式方程的方程算出 m 的值.

【详解】方程两边都乘 $(x-2)$, 得 $3-x=m$,

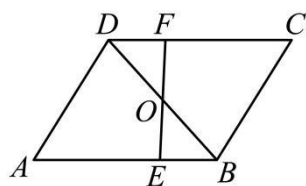
$\therefore$ 原方程有增根, .

$\therefore$ 最简公分母 $x-2=0$, 解得 $x=2$, .

当 $x=2$ 时, $m=1$. .

故答案为 1.

11. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, O 为 BD 的中点, EF 过点 O 且分别交 AB 、 CD 于点 E 、 F . 如果 $AE=8$, 那么 CF 的长为_____



【答案】8

【分析】 本题主要考查了平行四边形的性质、全等三角形的判定与性质等知识点. 根据平行四边形可得 $CD = AB, CD \parallel AB$, 从而得到 $\angle FDO = \angle EBO, \angle DFO = \angle BEO$, 可证明 $\triangle DOF \cong \triangle BOE$, 从而得到 $DF = BE$, 即可.

【详解】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore CD = AB, CD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle FDO = \angle EBO, \angle DFO = \angle BEO,$$

$\because O$ 为 BD 的中点,

$$\therefore OD = OB,$$

$$\therefore \triangle DOF \cong \triangle BOE \text{ (AAS)},$$

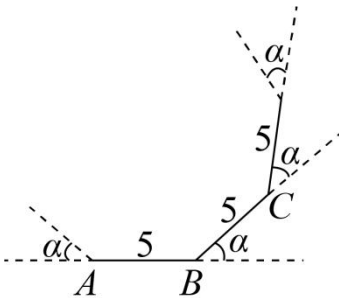
$$\therefore DF = BE,$$

$$\therefore CD - DF = AB - BE,$$

$$\therefore CF = AE = 8.$$

故答案为: 8

12. 如图, 小毛从 A 点出发沿直线前进 5 米到达 B 点后向左旋转的角度为 α , 再沿直线前进 5 米, 到达点 C 后, 又向左旋转 α 角度, 照这样走下去, 第二次回到出发地点时, 他共走了 100 米, 则每次旋转的角度为_____.



【答案】 $18^\circ/18$ 度

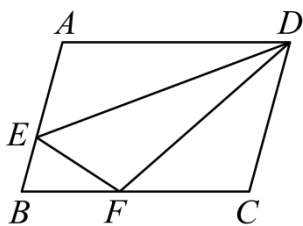
【分析】 本题考查了多边形的计算, 正确理解多边形的外角和是 360° 是关键. 根据共走了 100 米, 每前进 5 米左转一次可求得左转的次数, 则已知多边形的边数, 再根据外角和计算左转的角度.

【详解】 解: 向左转的次数 $100 \div 5 = 20$ (次),

则左转的角度是 $360^\circ \div 20 = 18^\circ$.

故答案是: 18° .

13. 如图所示, 已知 E 是平行四边形 $ABCD$ 的边 AB 上一点, 将 $\triangle ADE$ 沿直线 DE 折叠, 点 A 恰好落在边 BC 上的点 F 处, 如果 $\triangle BEF$ 的周长为 7, $\triangle CDF$ 的周长为 15, 那么 CF 的长等于_____.



【答案】 4

【分析】 本题考查了平行四边形的性质及翻折变换，由折叠性得 $AE = EF$ ， $DF = AD$ ，根据题意可得 $AB + BF = 7$ ， $DC + AD + FC = 15$ ，则 $AB + BF + DC + AD + FC = 22$ ，再根据平行四边形的性质可得 $AD + DC = 11$ ，从而求解，掌握知识点的应用是解题的关键。

【详解】 解：由折叠性得 $AE = EF$ ， $DF = AD$ ，

$\therefore \triangle BEF$ 的周长为 7， $\triangle CDF$ 的周长为 15，

$\therefore EF + BE + BF = AB + BF = 7$ ， $DC + DF + FC = DC + AD + FC = 15$ ，

$\therefore \triangle BEF$ 的周长 + $\triangle CDF$ 的周长 = 平行四边形 $ABCD$ 的周长 = 22，

$\therefore AB + BF + DC + AD + FC = 22$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB = DC$ ， $AD = BC$ ，

$\therefore AD + DC = 11$ ，

$\therefore CF = \triangle CDF$ 的周长 - $(AD + DC) = 15 - 11 = 4$ ，

故答案为：4.

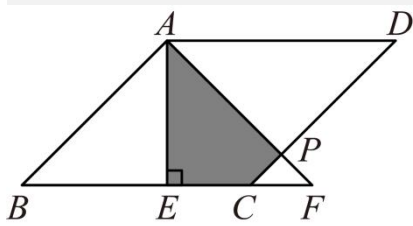
14. 在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $BC = 3\sqrt{2}$ ， $\angle D = 45^\circ$ ， AE 为 BC 边上的高，将 $\triangle ABE$ 沿 AE 所在直线翻折后得 $\triangle AFE$ ，那么 $\triangle AFE$ 与四边形 $AECD$ 重叠部分的面积是_____.

【答案】 $\frac{7}{2}$

【分析】 此题考查了折叠的性质、平行四边形的性质、等腰直角三角形的判定和性质等知识.

由折叠特点可知 $\triangle AFE \cong \triangle ABE$ ，则 $\angle F = \angle B = \angle D = 45^\circ$ ，设 CD 与 AF 相交于点 P ，根据平行四边形的性质推出 $\triangle CFP$ 为等腰直角三角形， $\triangle AFE$ 与四边形 $AECD$ 重叠部分的面积是 $\triangle AEF$ 与 $\triangle CFP$ 的面积之差.

【详解】 解：如图，



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB = CD = 4, \quad AD = BC = 3\sqrt{2}, \quad \angle B = \angle D = 45^\circ,$$

根据沿直线折叠特点, $\triangle AFE \cong \triangle ABE$,

$$\therefore \angle F = \angle B = \angle D = 45^\circ,$$

在 $\triangle ABE$ 中, $\angle B = 45^\circ$, $AB = 4$, 则 $AE = BE = \frac{\sqrt{2}}{2}AB = 2\sqrt{2}$,

$$S_{\triangle AFE} = S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4,$$

$$CF = EF - EC = BE - (BC - BE) = 2\sqrt{2} - (3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}) = \sqrt{2},$$

设 CD 与 AF 相交于点 P ,

$\therefore$ 在平行四边形 $ABCD$ 中, $CD \parallel AB$,

$$\therefore \angle PCF = \angle B = 45^\circ = \angle F,$$

$\therefore \triangle CFP$ 为等腰直角三角形, 底边 $CF = EF - EC = BE - (BC - BE) = 2\sqrt{2} - (3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}) = \sqrt{2}$, 高为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$$\therefore S_{\text{重叠}} = S_{\triangle AFE} - S_{\triangle CFP} = 4 - \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{7}{2}.$$

故答案为: $\frac{7}{2}$.

15. 一项工程若乙单独做要比甲慢 3 天完成, 现在甲乙合作 5 天, 余下的再由甲单独做 3 天完成, 求甲乙单独完成此项工程所需的时间, 若设乙单独做需要 x 天, 可列方程为_____.

【答案】 $\frac{5+3}{x-3} + \frac{1}{x} = 1$

【分析】 设乙单独做需要 x 天, 则设甲单独做需要 $(x-3)$ 天, 根据根据甲队完成的部分+乙队完成的部分=总工程 (单位 1), 列出方程即可.

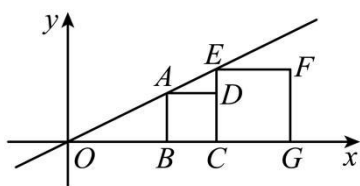
【详解】 解: 设乙单独做需要 x 天, 则设甲单独做需要 $(x-3)$ 天, 根据题意, 得

$$\frac{5+3}{x-3} + \frac{1}{x} = 1$$

故答案为: $\frac{5+3}{x-3} + \frac{1}{x} = 1$.

【点睛】 本题考查了由实际问题抽象出分式方程, 找准等量关系, 正确列出分式方程是解题的关键.

16. 如图, 正方形 $ABCD$, $CEFG$ 边在 x 轴的正半轴上, 顶点 A , E 在直线 $y = \frac{1}{2}x$ 上, 如果正方形 $ABCD$ 边长是 1, 那么点 F 的坐标是_____.



【答案】 $\left(\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\right)$

【分析】 本题考查一次函数的应用，涉及到正方形的性质、点的坐标，解题的关键是熟练掌握正方形的性质求得点 A 、 E 的坐标，令 $y=1$ 可得 $x=2$ ，即点 $A(2,1)$ 根据正方形的性质可得点 E 的横坐标，代入解析式即可求得点 E 的纵坐标，继而根据正方形的性质可得点 F 的坐标.

【详解】 解： $\because$ 正方形 $ABCD$ ， $CEFG$ 边在 x 轴的正半轴上，

$\therefore AB=BC=CD=AD=1$ ， $CE=CG=EF=GF$ ， AB 、 CD 、 CE 、 $FG \perp x$ 轴，

$\because$ 顶点 A ， E 在直线 $y=\frac{1}{2}x$ ，

令 $y=1$ ，则 $x=2$ ，

$\therefore$ 点 $A(2,1)$ ，

$\therefore$ 点 E 的横坐标为 3，

将 $x=3$ 代入直线 $y=\frac{1}{2}x$ ，得 $y=\frac{3}{2}$ ，

$\therefore$ 点 E 、 F 的纵坐标是 $\frac{3}{2}$ ，

即 $CE=FG=EF=\frac{3}{2}$ ，

$\therefore$ 点 F 的横坐标为 $3+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$ ，

即点 $F\left(\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\right)$ ，

故答案为： $\left(\frac{9}{2}, \frac{3}{2}\right)$.

17. 一次函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图像与坐标轴围成的三角形，称为该一次函数的坐标三角形. 已知一次函数 $y=x+n$ 的坐标三角形的面积为 6，则 $n=$ _____.

【答案】 $\pm 2\sqrt{3}$

【分析】 本题考查的是一次函数图象上点的坐标特征，三角形的面积，解答本题需要注意有两种情况，不要漏解，表示出函数图象与坐标轴的交点，再利用三角形的面积公式得到关于 n 的方程，解方程即可求出 n 的值.

【详解】 解： $\because y=x+n$ ，

令 $x=0$ ，则 $y=n$ ，令 $y=0$ ，则 $x=-n$ ，

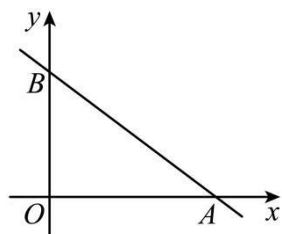
$\because$ 一次函数 $y=x+n$ 的坐标三角形的面积为 6，

$\therefore \frac{1}{2}n^2=6$ ，

解得: $n = \pm 2\sqrt{3}$,

故答案为: $\pm 2\sqrt{3}$.

18. 如图, 已知直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点, 在 x 轴正半轴上求一点 C , 使 $\triangle ABC$ 为等腰三角形. 则点 C 的坐标是_____.



【答案】 $(9,0)$ 或 $(\frac{7}{8},0)$

【分析】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 等腰三角形定义, 勾股定理, 先求出一函数与坐标轴的交点坐标, 再利用勾股定理求出 AB 长, 利用等腰三角形可得点 C 坐标.

【详解】 解: 分两种情况讨论,

①当点 C 在点 A 右侧的 x 轴上时,

$\because$ 直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点,

当 $x = 0$ 时, $y = 3$; 当 $y = 0$ 时, $x = 4$

$\therefore A(4,0)$, $B(0,3)$,

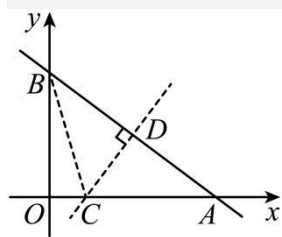
$\therefore AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$,

$\because AB = AC$, 且点 C 在 x 轴正半轴,

$\therefore OC = OA + AC = 4 + 5 = 9$,

$\therefore C(9,0)$;

②当点 C 在点 A 的左侧时, 如图作线段 AB 的垂直平分线交 x 轴于点 C , 设 $C(m,0)$,



在 $Rt\triangle BOC$ 中, $OC = m$, $BC = 4 - m$, $OB = 3$,

由勾股定理得: $OC^2 + OB^2 = BC^2$,

$$\therefore m^2 + 3^2 = (4 - m)^2,$$

$$\text{解得: } m = \frac{7}{8},$$

$$\therefore C\left(\frac{7}{8}, 0\right),$$

综上分析, 符合题意的点 $C(9, 0)$ 或 $\left(\frac{7}{8}, 0\right)$,

故答案为: $(9, 0)$ 或 $\left(\frac{7}{8}, 0\right)$.

三.解答题 (本大题共 8 小题, 58 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

$$19. \text{ 解方程: } \frac{x}{x+3} - \frac{1}{x-3} = \frac{6}{9-x^2}.$$

【答案】 $x=1$

【分析】 本题主要考查了解分式方程, 解一元二次方程, 先把分式方程去分母化为整式方程, 再根据解一元二次方程的方法解方程, 最后检验即可得到答案.

$$\text{【详解】 解: } \frac{x}{x+3} - \frac{1}{x-3} = \frac{6}{9-x^2}$$

$$\text{去分母得: } x(x-3) - (x+3) = -6,$$

$$\text{去括号得: } x^2 - 3x - x - 3 = -6,$$

$$\text{移项得: } x^2 - 3x - x - 3 + 6 = 0,$$

$$\text{合并同类项得: } x^2 - 4x + 3 = 0,$$

$$\text{解得 } x=1 \text{ 或 } x=3,$$

$$\text{检验, 当 } x=1 \text{ 时, } (x+3)(x-3) \neq 0; \text{ 当 } x=3 \text{ 时, } (x+3)(x-3) = 0,$$

$$\therefore x=1 \text{ 是原方程的解, } x=3 \text{ 不是方程的解.}$$

$$20. \text{ 解方程: } \sqrt{3x-5} - \sqrt{x+2} = 1.$$

【答案】 $x=7$

【分析】 移项得出 $\sqrt{3x-5} = 1 + \sqrt{x+2}$, 两边平方得出 $3x-5 = 1+x+2+2\sqrt{x+2}$, 整理后得出 $2\sqrt{x+2} = 2x-8$, 再两边平方得出 $4(x+2) = (2x-8)^2$, 求出方程的解, 再进行检验即可.

$$\text{【详解】 解: } \sqrt{3x-5} - \sqrt{x+2} = 1,$$

$$\therefore \sqrt{3x-5} = 1 + \sqrt{x+2},$$

$$\text{两边平方得: } 3x-5 = 1+x+2+2\sqrt{x+2},$$

整理得: $2\sqrt{x+2} = 2x - 8$,

两边平方, 得 $4(x+2) = (2x-8)^2$,

整理, 得 $x^2 - 9x + 14 = 0$,

解得: $x = 2$ 或 7 ,

经检验 $x = 2$ 不是原方程的解, $x = 7$ 是原方程的解,

所以原方程的解是 $x = 7$.

【点睛】 本题考查了解无理方程, 能把无理方程转化成有理方程是解此题的关键.

21. 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - 2xy + y^2 = 9 \textcircled{1} \\ x^2 + xy + 2x = 0 \textcircled{2} \end{cases}.$$

【答案】 原方程组的解是:
$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = 3 \end{cases}; \begin{cases} x_2 = -\frac{5}{2} \\ y_2 = \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} x_3 = 0 \\ y_3 = -3 \end{cases}; \begin{cases} x_4 = \frac{1}{2} \\ y_4 = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

【分析】 先对方程组中的每个方程进行因式分解, 之后分解成四个二元一次方程组, 再分别解出这四个方程组即可.

【详解】 由①得: $(x-y+3) \cdot (x-y-3) = 0$

$x-y+3=0$ 或 $x-y-3=0$

由②得: $x(x+y+2)=0$

$x=0$ 或 $x+y+2=0$

原方程组可变形为:

$$\begin{cases} x-y+3=0 \\ x=0 \end{cases}; \begin{cases} x-y+3=0 \\ x+y+2=0 \end{cases}; \begin{cases} x-y-3=0 \\ x=0 \end{cases}; \begin{cases} x-y-3=0 \\ x+y+2=0 \end{cases}.$$

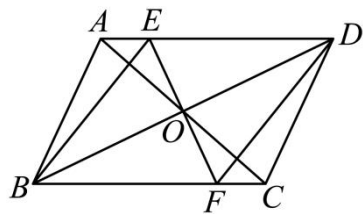
解方程组得
$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = 3 \end{cases}; \begin{cases} x_2 = -\frac{5}{2} \\ y_2 = \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} x_3 = 0 \\ y_3 = -3 \end{cases}; \begin{cases} x_4 = \frac{1}{2} \\ y_4 = -\frac{5}{2} \end{cases}.$$

$$\therefore \text{原方程组的解是} \begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = 3 \end{cases}; \begin{cases} x_2 = -\frac{5}{2} \\ y_2 = \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} x_3 = 0 \\ y_3 = -3 \end{cases}; \begin{cases} x_4 = \frac{1}{2} \\ y_4 = -\frac{5}{2} \end{cases}.$$

【点睛】 本题考查了高次方程, 需要先将方程转化为二元一次方程组, 然后解答, 其中对方程组中的方程先进行因式分解是解题的关键, 本题难度较大.

22. 已知: 如图, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 过点 O 的直线与 AD , BC 分别相交于

点 E, F .



(1) 求证: $OE = OF$;

(2) 连接 BE, DF , 求证: $BE = DF$.

【答案】 (1) 见解析

(2) 见解析

【分析】 (1) 根据平行四边形的性质得出 $OB = OD$, $AD \parallel BC$, 则 $\angle ODE = \angle OBF$, $\angle OED = \angle OFB$, 证明 $\triangle ODE \cong \triangle OBF$ (AAS) , 即可求证 $OE = OF$;

(2) 根据全等三角形的性质得出 $DE = BF$, 推出四边形 $BFDE$ 是平行四边形, 根据平行四边形的性质, 即可求证.

【详解】 (1) 证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore OB = OD, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ODE = \angle OBF, \angle OED = \angle OFB,$$

在 $\triangle ODE$ 和 $\triangle OBF$ 中,

$$\begin{cases} \angle ODE = \angle OBF \\ \angle OED = \angle OFB, \\ OB = OD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ODE \cong \triangle OBF \text{ (AAS)},$$

$$\therefore OE = OF;$$

(2) 证明: $\because \triangle ODE \cong \triangle OBF$ (AAS),

$$\therefore DE = BF,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore DE \parallel BF,$$

$\therefore$ 四边形 $BFDE$ 是平行四边形,

$$\therefore BE = DF.$$

【点睛】 本题主要考查了平行四边形的判定和性质, 全等三角形的判定和性质, 解题的关键是掌握平行四边形对边平行且相等, 对角线互相平分; 有一组对边平行且相等的四边形是平行四边形; 全等三角形对应

边相等.

23. 已知直线 $l_1: y = kx + b$ 经过点 $A(0, -2)$ 、 $B(2, m)$ ，且平行于直线 $l: y = 2x$. 求:

(1) 直线 l_1 的解析式及 B 点的坐标.

(2) 如果直线 l_2 经过点 B ，且与 y 轴的正半轴交于点 C ，使得 ABC 的面积为 8，求直线 l_2 的解析式.

【答案】 (1) 直线 l_1 的解析式为 $y = 2x - 2$ ，点 B 的坐标为 $(2, 2)$

(2) 直线 l_2 的解析式为 $y = -2x + 6$

【分析】 本题考查了两直线相交或平行问题：两条直线的交点坐标，就是由这两条直线相对应的一次函数表达式所组成的二元一次方程组的解；若两条直线是平行的关系，那么他们的自变量系数相同，即 k 值相同. 也考查了待定系数法求一次函数解析式.

(1) 根据一次函数图象上点的坐标特征易得 $b = -2$ ，根据两直线平行的问题易得 $k = 2$ ，从而可确定直线 l_1 的解析式，进而可得点 B 的坐标；

(2) 设 C 点坐标为 $(0, t)$ ，然后根据三角形面积公式得到 $\frac{1}{2} \times 2 \times |t + 2| = 8$ ，求出 t 的值可得到 C 点坐标，由 B 、 C 的坐标，利用待定系数法即可求解.

【详解】 (1) 解： $\because l_1: y = kx + b$ 经过点 $A(0, -2)$,

$$\therefore b = -2,$$

$\because$ 直线 $l_1: y = kx + b$ 平行于直线 $l: y = 2x$,

$$\therefore k = 2,$$

$\therefore$ 直线 l_1 的解析式为 $y = 2x - 2$,

$\because y = 2x - 2$ 经过点 $B(2, m)$,

$$\therefore m = 2 \times 2 - 2 = 2,$$

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(2, 2)$;

(2) 如图，设 C 点坐标为 $(0, t)$,

$\because ABC$ 的面积为 8,

$$\therefore \frac{1}{2} \times 2 \times |t + 2| = 8,$$

解得: $t = 6$ 或 $t = -10$ (舍去),

$$\therefore C(0, 6),$$

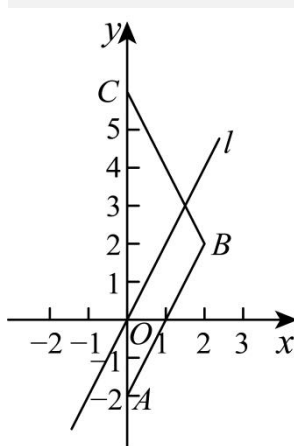
设直线 l_2 的解析式为 $y = px + q$,

$\because$ 直线 l_2 经过点 $B(2, 2)$, 与 y 轴的正半轴相交于点 $C(0, 6)$,

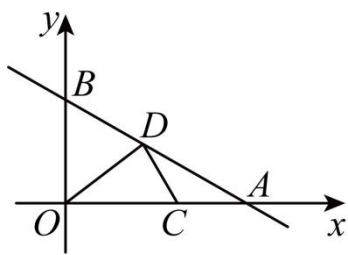
$$\therefore \begin{cases} 2p + q = 2 \\ 0 + q = 6 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} p = -2 \\ q = 6 \end{cases},$

$\therefore$ 直线 l_2 的解析式为 $y = -2x + 6$.



24. 已知一次函数 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ 的图像与 x 轴、 y 轴分别相交于 A 、 B 两点, 点 C 、 D 分别在线段 OA 、 AB 上, $CD = CA$.



(1) 求 A 、 B 两点的坐标;

(2) 求 $\angle OCD$ 的度数;

(3) 如果 $\triangle CDO$ 的面积是 $\triangle ABO$ 面积的 $\frac{1}{4}$, 求点 C 的坐标.

【答案】 (1) $A(3, 0)$, $B(0, \sqrt{3})$

(2) 60°

(3) $C\left(\frac{3+\sqrt{3}}{2}, 0\right)$

【分析】(1) 将 $x=0$, $y=0$ 分别代入 $y=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$, 即可求解,

(2) 计算 $\triangle OBA$ 的边长, 求出 $\angle OAB=30^\circ$, 由 $CD=CA$, 根据等边对等角, 三角形外角定理, 即可求解,

(3) 作 $DH \perp OA$, 设 $OC=x$, 由“ $\triangle CDO$ 的面积是 $\triangle ABO$ 面积的 $\frac{1}{4}$ ”列出等量关系式, 求出 OC 的长度, 即可求解,

本题考查了, 一次函数图像上的点, 含 30° 角的直角三角形, 勾股定理, 三角形外角定理, 解题的关键是: 根据题意列出等量关系.

【详解】(1) 解: 当 $x=0$ 时, $y=-\frac{\sqrt{3}}{3} \times 0 + \sqrt{3}$, 解得: $y=\sqrt{3}$,

$\therefore$ 点 $B(0, \sqrt{3})$,

当 $y=0$ 时, $0=-\frac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$, 解得: $x=3$,

$\therefore$ 点 $A(3, 0)$;

(2) 解: $\because \angle BOA=90^\circ$, $A(3, 0)$, $B(0, \sqrt{3})$,

$\therefore OA=3$, $OB=\sqrt{3}$,

在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{3^2+(\sqrt{3})^2}=2\sqrt{3}$,

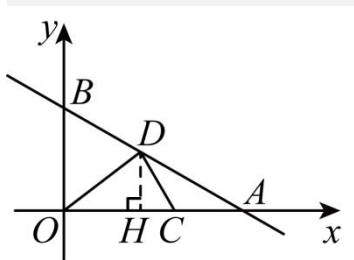
$\therefore \angle OAB=30^\circ$,

$\because CD=CA$,

$\therefore \angle CDA=\angle CAD=30^\circ$,

$\therefore \angle OCD=\angle CDA+\angle CAD=30^\circ+30^\circ=60^\circ$;

(3) 解: 过点 D 作 $DH \perp OA$, 垂足为点 H ,



设 $OC=x$, 则 $CD=AC=3-x$,

$\therefore \angle CDH=90^\circ-\angle OCD=90^\circ-60^\circ=30^\circ$,

$\therefore CH=\frac{1}{2}(3-x)$,

$$\therefore DH = \sqrt{CD^2 - CH^2} = \sqrt{(3-x)^2 - \left(\frac{3-x}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}(3-x),$$

$$\therefore S_{\triangle CDO} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABO},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}(3-x) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{3}, \text{ 整理得: } 2x^2 - 6x + 3 = 0, \text{ 解得: } x_1 = \frac{3+\sqrt{3}}{2}, x_2 = \frac{3-\sqrt{3}}{2},$$

$\therefore C、D$ 分别在线段 $OA、AB$ 上,

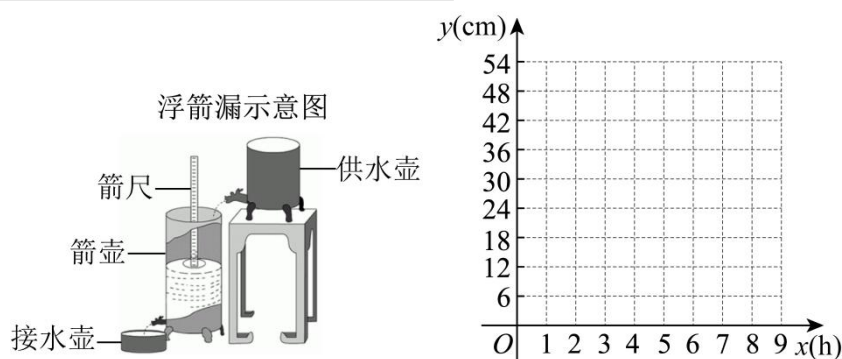
$$\therefore DH < \sqrt{3}, \text{ 即: } \frac{\sqrt{3}}{2}(3-x) < \sqrt{3}, \text{ 解得: } x > 1,$$

$$\therefore x = \frac{3+\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \text{点 } C\left(\frac{3+\sqrt{3}}{2}, 0\right).$$

25. 《九章算术》中记载, 浮箭漏 (如图①) 出现于汉武帝时期, 它由供水壶和箭壶组成, 箭壶内装有箭尺, 水匀速地从供水壶流到箭壶, 箭壶中的水位逐渐上升, 箭尺匀速上浮, 可通过读取箭尺读数计算时间. 某学校科技研究小组仿制了一套浮箭漏, 并从函数角度进行了如下实验探究. 研究小组每 2h 记录一次箭尺读数 (箭尺最大读数为 120cm), 得到如表:

供水时间 $x(\text{h})$	0	2	4	6	8
箭尺读数 $y(\text{cm})$	6	18	30	42	54



(1)如图②, 建立平面直角坐标系, 横轴表示供水时间 $x(\text{h})$, 纵轴表示箭尺读数 $y(\text{cm})$, 描出以表格中数据为坐标的各点, 并连线;

(2)观察描出各点的分布规律, 可以知道它是我们学过的_____函数, 请结合表格数据, 求出该函数解析式;

(3)应用上述得到的规律计算: 如果本次实验记录的开始时间是上午 8:00, 那么当箭尺读数为 93cm 时是什

么时候?

【答案】(1)见详解

(2)一次; $y = 6x + 6$

(3)22:30

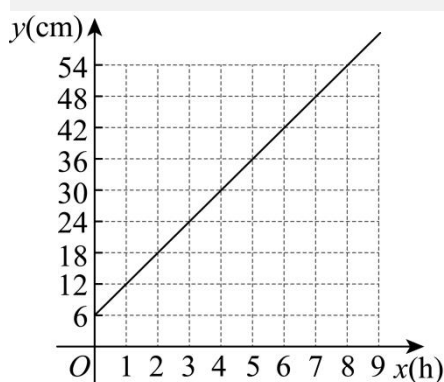
【分析】本题主要考查一次函数的应用, 解题的关键是读懂题意, 掌握待定系数法求函数解析式.

(1) 由表格描点, 连线即可;

(2) 根据函数图象可得是一次函数, 用待定系数法可求出函数关系式;

(3) 求出 $y = 93$ 时 x 的值, 然后计算即可.

【详解】(1) 解: 描出以表格中数据为坐标的各点, 并连线, 如图:



(2) 解: 设解析式为 $y = kx + b$ ($k \neq 0$),

当 $x = 0, y = 6$, $x = 2, y = 18$,

$$\text{则有} \begin{cases} 2k + b = 18 \\ b = 6 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 6 \\ b = 6 \end{cases},$$

$\therefore$ 解析式为: $y = 6x + 6$,

故答案为: 一次.

函数解析式为 $y = 6x + 6$.

(3) 解: 当 $y = 93$ 时, 即 $6x + 6 = 93$,

解得: $x = 14.5$,

即经过 14.5h, 箭尺读数为 93cm,

$\because$ 本次实验记录的开始时间是上午 8:00,

$\therefore$ 当箭尺读数为 93cm 时是 22:30.

26. 如图 1, 在平面直角坐标系中, 直线与 x 轴、 y 轴分别交于点 $A(6,0)$ 、点 $B(0,6\sqrt{3})$, 点 D 是线段 AB 的中点, 点 $C(0,2\sqrt{3})$, 点 E 为 x 轴上一动点.

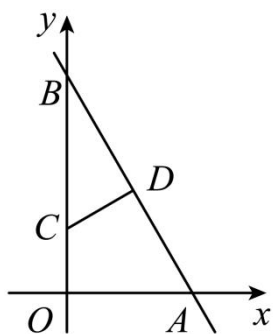


图1

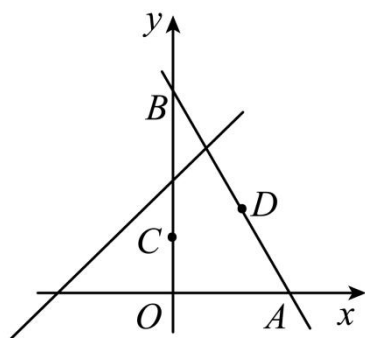


图2

- (1) 求直线 AB 的表达式, 并直接写出点 D 的坐标;
- (2) 如图 2, 连接 CE , DE , 以 CE , DE 为边作 $\square CEDF$, $\square CEDF$ 的顶点 F 恰好落在 y 轴上, 求点 F 的坐标;
- (3) 设点 M 是直线 $y = x + 4\sqrt{3}$ 上一点, 若以 C 、 D 、 E 、 M 为顶点的四边形为平行四边形, 请直接写出所有符合条件的点 M 的坐标.

【答案】 (1) 直线 AB 的表达式为 $y = -\sqrt{3}x + 6\sqrt{3}$, $D(3, 3\sqrt{3})$

(2) $F(0, 5\sqrt{3})$

(3) M 的坐标为 $M_1(\sqrt{3}, 5\sqrt{3})$ 或 $M_2(-5\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ 或 $M_3(-3\sqrt{3}, \sqrt{3})$

【分析】 (1) 利用待定系数法求直线 AB 的表达式, 利用中点坐标计算方法得出点 D 的坐标;

(2) 由于以 CE , DE 为边的四边形是平行四边形, 且点 C , F 都在 y 轴上, 所以利用 DE 平行且相等于 CF 即可得出答案;

(3) 分两种情况, ① CD 为平行四边形的对角线, EM 也是这个平行四边形的对角线, CD , EM 平行四边形的对角线的交点是同一个点, 把点 E , M 的坐标设出, 利用中点坐标的确定方法, 求出 CD 的中点和 EM 的中点, 是同一个点, 即可得到结果; ② CD 以 C 、 D 、 E 、 M 为顶点的四边形为平行四边形的边, 利用 $CD \parallel EM$ 且 $CD = EM$, 即可求出.

【详解】 (1) 解: 设直线 AB 的表达式为 $y = kx + b (k \neq 0)$,

$\because$ 直线过 A 、 B 点,

$$\therefore \begin{cases} 6k + b = 0 \\ b = 6\sqrt{3} \end{cases},$$

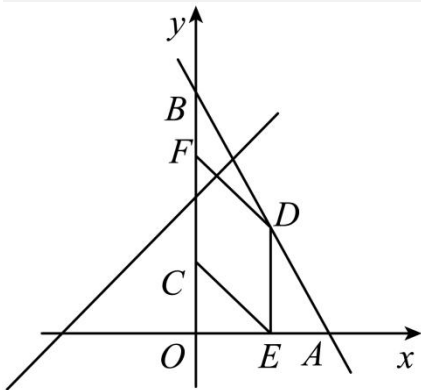
$$\therefore \begin{cases} k = -\sqrt{3} \\ b = 6\sqrt{3} \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AB 的表达式为: $y = -\sqrt{3}x + 6\sqrt{3}$,

$\therefore$ 点 D 是线段 AB 的中点, 点 $A(6,0)$ 、点 $B(0,6\sqrt{3})$,

$$\therefore D(3,3\sqrt{3}),$$

(2)



$\therefore$ 四边形 $CEDF$ 是平行四边形,

$$\therefore DE \parallel CF,$$

$$\therefore DE \parallel CF, \text{ 且 } D(3,3\sqrt{3}),$$

$$\therefore DE = 3\sqrt{3} ,$$

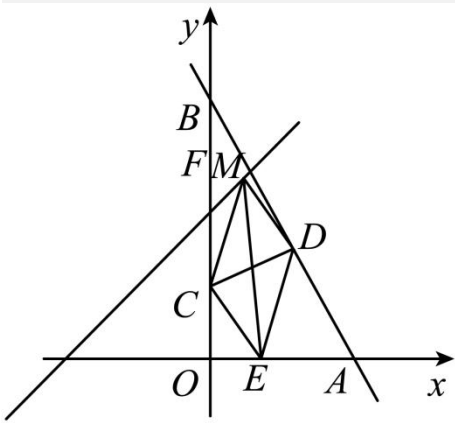
$$\therefore DE = CF,$$

$$\therefore CF = 3\sqrt{3} ,$$

$$\therefore C(0,2\sqrt{3}),$$

$$\therefore F(0,5\sqrt{3}).$$

(3) 解: 第一种情况: CD 为平行四边形对角线,



$$\therefore D(3, 3\sqrt{3}), C(0, 2\sqrt{3}),$$

$$\therefore CD \text{ 的中点坐标为 } \left(\frac{3}{2}, \frac{5\sqrt{3}}{2} \right),$$

$$\therefore M \text{ 在直线 } y = x + 4\sqrt{3} \text{ 上,}$$

$$\text{设 } M(m, m + 4\sqrt{3}), E(x, y),$$

$$\therefore ME \text{ 中点坐标为 } \left(\frac{m+x}{2}, \frac{m+4\sqrt{3}+y}{2} \right),$$

$$\therefore x = 3 - m, y = \sqrt{3} - m,$$

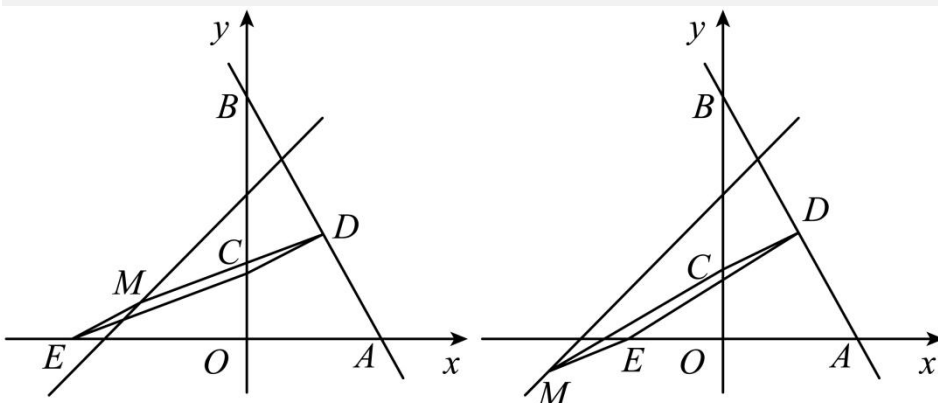
$$\therefore E \text{ 在 } x \text{ 轴上,}$$

$$\therefore y = 0,$$

$$\therefore m = \sqrt{3},$$

$$\text{即 } M_1(\sqrt{3}, 5\sqrt{3}), E(3 - \sqrt{3}, 0).$$

第二种情况：CD 为平行四边形的边，则 EM 也为边，即 $CD \parallel EM$ ， $CD = EM$ ，



$$\therefore D(3, 3\sqrt{3}), C(0, 2\sqrt{3}),$$

$$\therefore CD = 2\sqrt{3},$$

$$\text{直线 } CD \text{ 的表达式为 } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2\sqrt{3},$$

$\therefore$ 直线 EM 的表达式可设为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b$,

$\therefore E(-\sqrt{3}b, 0)$,

设 $M(m, m + 4\sqrt{3})$,

$\therefore EM^2 = (m + 3b)^2 + (m + 4\sqrt{3})^2 = CD^2 = 12$ ①,

点 M 在直线 EM 的图像上,

$\therefore m + 4\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}m + b$ ②,

由①②得 $m = -3\sqrt{3}$ 或 $m = -5\sqrt{3}$,

$\therefore M_2(-5\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ 或 $M_3(-3\sqrt{3}, \sqrt{3})$,

故符合条件的 M 的坐标有 $M_1(\sqrt{3}, 5\sqrt{3})$ 或 $M_2(-5\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ 或 $M_3(-3\sqrt{3}, \sqrt{3})$.

【点睛】 本题是一次函数综合题，主要考查了一次函数表达式的确定以及一次函数和平行四边形的判定的综合运用，解决本题的关键是线段中点坐标的确定和两点之间的距离的计算方法.