

# 2024 学年第二学期期中考试试卷

## 八年级数学

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

请将所有题目的答案写在答题纸上, 写在试卷上无效

### 一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列函数中, 是一次函数的是 ( )

A.  $y = \frac{1}{x} + 1$

B.  $y = \sqrt{x} + 1$

C.  $y = x^2 + 1$

D.  $y = x + 1$

【答案】D

【解析】

【分析】 本题考查的是一次函数的定义, 掌握定义是解题关键.

即一般地, 形如  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ),  $k, b$  为常数, 则  $y$  是  $x$  的一次函数, 由一次函数的定义可得答案.

【详解】 解: A、 $y = \frac{1}{x} + 1$  不是一次函数, 故不符合题意;

B、 $y = \sqrt{x} + 1$  不是一次函数, 故不符合题意;

C、 $y = x^2 + 1$  是二次函数, 故不符合题意;

D、 $y = x + 1$  是一次函数, 故符合题意.

故选: D.

2. 下列关于  $x$  的方程中, 一定有实数根的是 ( )

A.  $x^2 + 1 = 0$

B.  $\sqrt{x} = -x$

C.  $\sqrt{x} + 1 = 0$

D.  $\frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$

【答案】B

【解析】

【分析】 本题主要考查实数根, 熟练掌握实数根是解题的关键. 根据运算法则进行判定即可.

【详解】 解: A、 $x^2 + 1 = 0$ , 即  $x^2 = -1$ , 与  $x^2 \geq 0$  矛盾, 不存在实数根, 不符合题意;

B、 $\sqrt{x} = -x$ , 即  $x = 0$ , 符合题意;

C、 $\sqrt{x} + 1 = 0$ , 即  $\sqrt{x} = -1$ , 与  $\sqrt{x} \geq 0$  矛盾, 不存在实数根, 不符合题意;

D、 $\frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$ ，即  $x=1$ ，由于分母不能为 0，不存在实数根，不符合题意；

故选 B.

3. 下列方程中，是二项方程的为 ( )

A.  $x^2 + 2x = 1$

B.  $x^2 + x = 0$

C.  $x^3 - 8 = 0$

D.  $x = 0$

【答案】C

【解析】

【分析】二项方程的左边只有两项，其中一项含未知数  $x$ ，另一项是常数项；方程的右边是 0，结合选项进行判断即可.

【详解】解：A. 不是二项方程，方程右边不等于 0，不符合题意；

B. 不是二项方程，方程左边没有常数项，不符合题意；

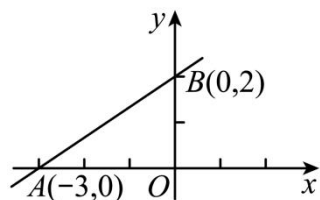
C. 是二项方程，符合题意；

D. 不是二项方程，方程左边只有一项，不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查二项方程的定义，注意二项方程的左边只有两项，一项含未知数，一项是常数，右边为 0，熟练掌握二项方程的定义是解决问题的关键.

4. 如图，一次函数  $y = kx + b$  的图像经过 A、B 两点，则关于  $x$  的不等式  $kx + b > 0$  的解集是 ( )



A.  $x > -3$

B.  $x < -3$

C.  $x > 2$

D.  $x < 2$

【答案】A

【解析】

【分析】根据图象，写出该一次函数图象在  $x$  轴上方部分的  $x$  的取值范围即可.

【详解】解： $\because A(-3, 0)$ ,

$\therefore$  由图可知：当  $x > -3$  时， $kx + b > 0$ ，

故选：A.

【点睛】本题主要考查了根据一次函数图象写出不等式解集，解题的关键是掌握一次函数和不等式的关系，正确识别函数图象.

5. 某次自然灾害导致某铁路隧道被严重破坏，为抢修其中一段 120 米的铁路，施工队每天比原计划多修 5

米，结果提前 4 天开通了列车，问原计划每天修多少米？某原计划每天修  $x$  米，所列方程正确的是（ ）

A.  $\frac{120}{x+5} - \frac{120}{x} = 4$

B.  $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+5} = 4$

C.  $\frac{120}{x-5} - \frac{120}{x} = 4$

D.  $\frac{120}{x} - \frac{120}{x-5} = 4$

【答案】B

【解析】

【分析】等量关系为：原计划用的时间-实际用的时间=4，据此列方程即可．

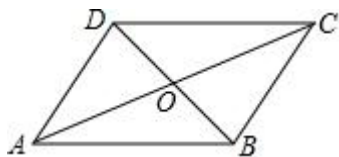
【详解】解：原计划修  $\frac{120}{x}$  天，实际修了  $\frac{120}{x+5}$  天，

可列得方程  $\frac{120}{x} - \frac{120}{x+5} = 4$ ，

故选：B．

【点睛】本题考查了分式方程的应用，从关键字找到等量关系是解决问题的关键．

6. 四边形  $ABCD$  中，对角线  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ ，下列条件不能判定这个四边形是平行四边形的是（ ）



A.  $AB \parallel DC$ ,  $AD \parallel BC$

B.  $AB=DC$ ,  $AD=BC$

C.  $AO=CO$ ,  $BO=DO$

D.  $AB \parallel DC$ ,  $AD=BC$

【答案】D

【解析】

【详解】解：A、由“ $AB \parallel DC$ ,  $AD \parallel BC$ ”可知，四边形  $ABCD$  的两组对边互相平行，则该四边形是平行四边形．故本选项不符合题意；

B、由“ $AB=DC$ ,  $AD=BC$ ”可知，四边形  $ABCD$  的两组对边相等，则该四边形是平行四边形．故本选项不符合题意；

C、由“ $AO=CO$ ,  $BO=DO$ ”可知，四边形  $ABCD$  的两条对角线互相平分，则该四边形是平行四边形．故本选项不符合题意；

D、由“ $AB \parallel DC$ ,  $AD=BC$ ”可知，四边形  $ABCD$  的一组对边平行，另一组对边相等，据此不能判定该四边形是平行四边形．故本选项符合题意．

故选 D．

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. 直线  $y = 3x - 5$  的截距是\_\_\_\_\_.

【答案】 -5

【解析】

【分析】 根据截距的定义：直线方程  $y=kx+b$  中， $b$  就是截距解答即可.

【详解】 直线  $y = 3x - 5$  的截距是-5.

故答案为-5.

【点睛】 此题考查一次函数图象，解题关键在于掌握一次函数图象上点的坐标特征.

8. 函数  $y = -x + 3$  的图象向下平移 3 个单位，所得新图象的函数表达式是\_\_\_\_\_.

【答案】  $y = -x$

【解析】

【分析】 根据一次函数图象平移性质即可得结论.

【详解】 解：因为函数  $y = -x + 3$  的图象向下平移 3 个单位，

所以所得新图象的函数表达式是  $y = -x$ .

故答案为：  $y = -x$ .

【点睛】 本题考查了一次函数图象与几何变换，解决本题的关键是掌握一次函数图象的性质.

9. 已知：点  $A(-1, a)$ 、 $B(2, b)$  在函数  $y = -2x + m$  的图像上，则  $a$  \_\_\_\_\_  $b$  (在横线上填写 “>” 或 “=” 或 “<”).

【答案】 >

【解析】

【分析】 此题主要考查了一次函数的增减性，比较简单. 解答此题的关键是熟知一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的增减性，当  $k > 0$  时， $y$  随  $x$  的增大而增大；当  $k < 0$  时， $y$  随  $x$  的增大而减小. 一次函数  $y = kx + b$  的性质，当  $k < 0$  时， $y$  将随  $x$  的增大而减小，即可得出  $a$ ， $b$  的大小关系即可.

【详解】 解：  $\because k = -2 < 0$ ,

$\therefore y$  将随  $x$  的增大而减小，

$\because -1 < 2$ ,

$\therefore a > b$ .

故答案为： >.

10. 如果分式方程  $\frac{x}{x-5} - 2 = \frac{k}{x-5}$  有增根，那么  $k$  的值是\_\_\_\_\_.

【答案】 5

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了分式方程的增根问题；先把分式方程化为整式方程，把方程的增根  $x=5$  代入整式方程中，即可求得  $k$  的值.

**【详解】** 解：方程两边乘  $x-5$ ，得： $x-2(x-5)=k$ ；

由于方程有增根，则  $x-5=0$ ，即  $x=5$ ，

把  $x=5$  代入  $x-2(x-5)=k$  中，得  $5-2(5-5)=k$ ，

解得： $k=5$ ；

故答案为：5.

11. 用换元法解方程  $\frac{x^2-2}{x} + \frac{x}{x^2-2} = 3$ ，如果设  $y = \frac{x^2-2}{x}$ ，那么原方程可化为关于  $y$  的整式方程为\_\_\_\_\_.

**【答案】**  $y^2 - 3y + 1 = 0$

**【解析】**

**【分析】** 设  $y = \frac{x^2-2}{x}$ ，则  $\frac{x}{x^2-2} = \frac{1}{y}$ ，根据换元法解答即可，注意最后的形式是整式方程.

**【详解】** 解：设  $y = \frac{x^2-2}{x}$ ，则原方程可变形为： $y + \frac{1}{y} = 3$ ，

即为  $y^2 - 3y + 1 = 0$ ；

故答案为： $y^2 - 3y + 1 = 0$

**【点睛】** 本题考查了换元法解方程，正确变形是关键.

12. 方程  $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x-2} = 0$  的解是\_\_\_\_\_.

**【答案】**  $x=2$

**【解析】**

**【分析】** 本题主要考查无理方程，解无理方程的基本思想是把无理方程转化为有理方程来解，在变形时要注意根据方程的结构特征选择解题方法常用的方法有：乘方法，配方法，因式分解法，设辅助元素法，利用比例性质法等.

两边平方得出关于  $x$  的整式方程，解之求得  $x$  的值，再根据二次根式有意义的条件得出符合方程的  $x$  的值，可得答案.

【详解】解：  $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x-2} = 0$

两边平方得  $(x-2)(x-1) = 0$

则  $x-2=0$  或  $x-1=0$

解得：  $x=2$  或  $x=1$

$$\text{又} \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases}$$

解得：  $x \geq 2$ ,

$\therefore x=2$ ,

故答案为：  $x=2$ .

13. 关于  $x$  的方程  $x(a-3)=1$  有解，那么实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

【答案】  $a \neq 3$

【解析】

【分析】此题考查了一元一次方程的解，弄清方程有解的条件是解本题的关键. 根据方程有解确定出  $a$  的范围即可.

【详解】解：  $\because$  关于  $x$  的方程  $x(a-3)=1$  有解，

$\therefore a-3 \neq 0$ ,

$\therefore a \neq 3$ .

故答案为：  $a \neq 3$ .

14. 方程  $x^5 + 32 = 0$  的根是\_\_\_\_\_.

【答案】  $x = -2$

【解析】

【分析】此题考查了解二项方程，根据  $x^5 = -32$  及  $(-2)^5 = -32$  即可得到答案.

【详解】解：  $\because x^5 + 32 = 0$ ,

$\therefore x^5 = -32$ ,

$\because (-2)^5 = -32$ ,

$\therefore x = -2$ ,

故答案为：  $x = -2$

15. 一个多边形的内角和为  $720^\circ$ ，那么从这个多边形的一个顶点出发共有\_\_条对角线.

【答案】 3

【解析】

【分析】 本题考查根据多边形的内角和计算公式求多边形的边数，过多边形的一个顶点的对角线的条数 = 边数 - 3. 根据  $n$  边形的内角和是  $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，可以先求出多边形的边数. 再根据过多边形的一个顶点的对角线的条数与边数的关系，即可得到过这个多边形的一个顶点的对角线的条数.

【详解】 解：根据题意，得  $(n-2) \cdot 180 = 720$ ，

解得：  $n = 6$  .

那么从这个多边形的一个顶点出发共有 3 条对角线.

故答案为： 3.

16. 关于  $x$  的方程  $1 + \sqrt{x-3} = k$ ，当  $k$  \_\_\_\_\_ 时，方程无实数解.

【答案】  $<1$

【解析】

【分析】 本题考查了解无理方程，掌握无理方程无实数解的含义是解题的关键.

原方程变形为  $\sqrt{x-3} = k-1$ ，根据二次根式为负数时方程无解即可求解  $k$  的范围.

【详解】 解：由  $1 + \sqrt{x-3} = k$ ，得  $\sqrt{x-3} = k-1$ ；

当  $k-1 < 0$  时，二次根式无意义，从而方程无解，

$\therefore k < 1$ ；

故答案为：  $<1$  .

17. 已知平行四边形  $ABCD$  的周长是 22cm， $AC$  和  $BD$  交于点  $O$ ， $\triangle OAB$  比  $\triangle OBC$  的周长小 3，则  $AB$  的长为\_\_\_\_\_ cm.

【答案】 4

【解析】

【分析】 本题考查了平行四边形的性质，三角形的周长，熟练掌握知识点是解决本题的关键.

根据平行四边形的性质可得  $AB + BC = 11\text{cm}$ ,  $OA = OC$ ，再根据  $\triangle OAB$  比  $\triangle OBC$  的周长小 3，即可求得.

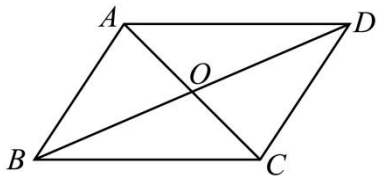
【详解】 解：  $\because$  平行四边形  $ABCD$  的周长是 22cm，

$\therefore AB + BC = 11\text{cm}$ ,  $OA = OC$ ，

$\therefore \triangle OAB$  比  $\triangle OBC$  的周长小 3，

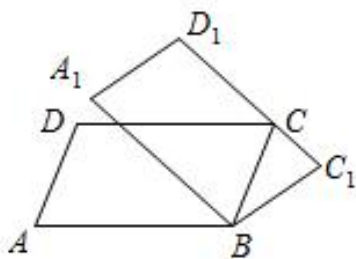
$$\therefore (OB + OC + BC) - (OA + OB + AB) = BC - AB = 3\text{cm},$$

$$\therefore AB = 4\text{cm}, BC = 7\text{cm}.$$



故答案为：4.

18. 如图，在  $\square ABCD$  中， $\angle A = 65^\circ$ ，将  $\square ABCD$  绕顶点  $B$  顺时针旋转到  $\square A_1BC_1D_1$ ，当  $C_1D_1$  首次经过顶点  $C$  时，旋转角  $\angle ABA_1$  的大小为\_\_\_\_\_.



【答案】  $50^\circ$  度

【解析】

【分析】由旋转的性质得出  $BC = BC_1$ ，由等腰三角形的性质得出  $\angle BCC_1 = \angle C_1$ ，由旋转角  $\angle ABA_1 = \angle CBC_1$ ，根据等腰三角形的性质计算即可.

【详解】解：  $\because \square ABCD$  绕顶点  $B$  顺时针旋转到  $\square A_1BC_1D_1$ ,

$$\therefore BC = BC_1,$$

$$\therefore \angle BCC_1 = \angle C_1,$$

$$\because \angle A = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle BCD = \angle C_1 = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle BCC_1 = \angle C_1 = 65^\circ,$$

$$\therefore \angle CBC_1 = 180^\circ - 2 \times 65^\circ = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle ABA_1 = 50^\circ,$$

故答案为：  $50^\circ$ .

【点睛】 本题考查了平行四边形的性质、旋转的性质、等腰三角形的判定和性质以及三角形的内角和定理，解题的关键是证明  $\angle BCC_1 = \angle C_1$  .

### 三、简答题（第 19-22 题每题 6 分，第 23 题 4 分，共 28 分）

19. 解方程:  $\frac{1}{x-4} + \frac{8}{16-x^2} = 1$  .

【答案】  $x = -3$

【解析】

【分析】 本题考查解分式方程，去分母，将方程转化为整式方程，求解后检验即可.

【详解】 解：去分母，得：  $x + 4 - 8 = x^2 - 16$  ,

整理得：  $x^2 - x - 12 = 0$  ,

$\therefore (x-4)(x+3) = 0$  ,

解得：  $x_1 = 4, x_2 = -3$  ,

当  $x = 4$  时，  $x - 4 = 0$  ,

$\therefore x = 4$  是原方程的增根，舍去；

当  $x = -3$  时，  $x^2 - 16 = -7 \neq 0$  ,

$\therefore x = -3$  是原方程的解.

20. 解方程:  $x - \sqrt{x-1} - 3 = 0$  .

【答案】  $x = 5$

【解析】

【分析】 先移项得到  $x - 3 = \sqrt{x-1}$  , 再把方程两边平方，整理得到  $x^2 - 7x + 10 = 0$  , 解得  $x_1 = 2$  ,  $x_2 = 5$  , 然后进行检验确定原方程的解.

【详解】 解：  $x - \sqrt{x-1} - 3 = 0$  ,

$\therefore x - 3 = \sqrt{x-1}$  ,

$\therefore (x-3)^2 = x-1$  , 整理得  $x^2 - 7x + 10 = 0$  ,

解得  $x_1 = 2$  ,  $x_2 = 5$  , 检验：当  $x = 2$  时，方程左边  $= 2 - \sqrt{2-1} - 3 = -2 \neq 0$  ,

所以方程左边  $\neq$  方程右边，  $x = 2$  不是原方程的解，

当  $x = 5$  时，方程左边  $= 5 - \sqrt{5-1} - 3 = 0$  ,

所以方程左边=方程右边,  $x=5$  是原方程的解;

所以原方程的解为  $x=5$ .

【点睛】 本题考查了无理方程: 解无理方程的基本思想是把无理方程转化为有理方程来解, 解无理方程, 往往会产生增根, 应注意验根.

21. 解方程组: 
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x^2 - 2xy + y^2 = 1 \end{cases}$$

【答案】 
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}; \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 先将第二个方程变形为  $x - y = 1$  或  $x - y = -1$ , 再和第一个方程组合得到两个二元一次方程组, 再分别解这两个二元一次方程组即可.

【详解】 解: 
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \text{ ①} \\ x^2 - 2xy + y^2 = 1 \text{ ②} \end{cases}$$

由②得  $(x - y)^2 = 1$ ,

$\therefore x - y = 1$  或  $x - y = -1$ ,

与方程①组成新的方程组得: 
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}; \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

解这两个新方程组, 得原方程组的解为:

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}; \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}$$

【点睛】 本题考查的是二元二次方程组的解法, 通过因式分解, 将原方程组转化为两个二元一次方程组, 从而求解.

22. 解关于  $y$  的方程:  $by^2 - 1 = y^2 + 2$ .

【答案】 当  $b > 1$  时, 原方程的解为  $y = \pm \frac{\sqrt{3b-3}}{b-1}$ ; 当  $b \leq 1$  时, 原方程无实数解.

【解析】

【分析】 把  $b$  看做常数根据解方程的步骤: 先移项, 再合并同类项, 系数化为 1, 即可得出答案.

【详解】 解: 移项得:  $by^2 - y^2 = 2 + 1$ ,

合并同类项得:  $(b - 1)y^2 = 3$ ,

当  $b = 1$  时, 原方程无解;

当  $b > 1$  时, 原方程的解为  $y = \pm \frac{\sqrt{3b-3}}{b-1}$ ;

当  $b < 1$  时, 原方程无实数解.

【点睛】此题主要考查一元二次方程的求解, 解题的关键是根据题意分类讨论.

23. 新定义  $[a, b]$  为一次函数  $y = ax + b$  ( $a \neq 0$ ,  $a, b$  为实数) 的“关联数”.

(1) 若“关联数”  $[3, 2-b]$  的一次函数为正比例函数, 求  $b$  的值.

(2) 已知直角坐标系中点  $A(1, 3)$ , 点  $B(2, 7)$ , 求图像过  $A, B$  两点的一次函数的关联数.

【答案】(1)  $b = 2$

(2)  $[4, -1]$

【解析】

【分析】本题考查了新定义, 待定系数法求一次函数的解析式, 理解新定义是解题的关键;

(1) 由新定义及正比例函数知,  $2-b=0$ , 即可求得  $b$  的值;

(2) 利用待定系数法求出直线  $AB$  的函数解析式, 即可求得“关联数”.

【小问 1 详解】

解:  $\because$  “关联数”  $[3, 2-b]$  的一次函数为正比例函数,

$$\therefore 2-b=0,$$

解得  $b=2$ ;

【小问 2 详解】

解: 将  $A(1, 3)$ ,  $B(2, 7)$  代入  $y = ax + b$  中,

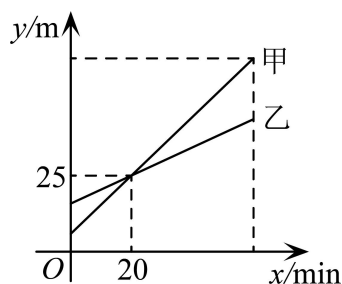
$$\text{得, } \begin{cases} a+b=3 \\ 2a+b=7 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a=4 \\ b=-1 \end{cases};$$

即图像过  $A, B$  两点的一次函数的关联数为  $[4, -1]$ .

#### 四、解答题 (本大题共 4 题, 共 30 分)

24. 甲、乙两个探测气球分别从海拔 5m 和 15m 处同时出发, 匀速上升 60min. 下图是甲、乙两个探测气球所在位置的海拔  $y$  (单位: m) 与气球上升时间  $x$  (单位: min) 的函数图象.



- (1) 求这两个气球在上升过程中  $y$  关于  $x$  的函数解析式；  
 (2) 当这两个气球的海拔高度相差  $15\text{m}$  时，求上升的时间。

**【答案】** (1) 甲:  $y = x + 5$ , 乙:  $y = \frac{1}{2}x + 15$ ; (2)  $50\text{min}$ .

**【解析】**

**【分析】** (1) 分别设出甲乙的函数解析式，利用待定系数法求解解析式即可；

(2) 由题意得  $|y_{\text{甲}} - y_{\text{乙}}| = 15$ , 利用甲乙的函数解析式列方程，解方程并检验可得答案.

**【详解】** 解: (1) 设甲气球上升过程中:  $y = kx + b$ ,

由题意得: 甲的图像经过:  $(0, 5), (20, 25)$  两点,

$$\therefore \begin{cases} b = 5 \\ 20k + b = 25 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = 1 \\ b = 5 \end{cases},$$

所以甲上升过程中:  $y = x + 5$ ,

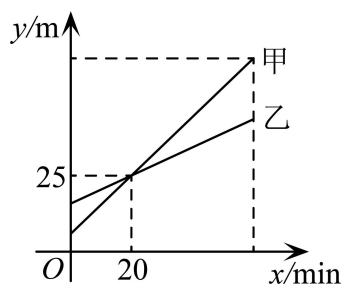
设乙气球上升过程中:  $y = mx + n$ ,

由题意得: 乙的图像经过:  $(0, 15), (20, 25)$  两点,

$$\therefore \begin{cases} n = 15 \\ 20m + n = 25 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ n = 15 \end{cases},$$

所以乙上升过程中:  $y = \frac{1}{2}x + 15$ ,



(2) 由两个气球的海拔高度相差15m,

$$\text{即 } |y_{\text{甲}} - y_{\text{乙}}| = 15,$$

$$\therefore \left| (x+5) - \left( \frac{1}{2}x + 15 \right) \right| = 15,$$

$$\therefore \left| \frac{1}{2}x - 10 \right| = 15,$$

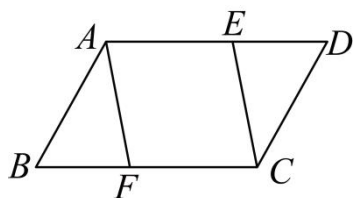
$$\therefore \frac{1}{2}x - 10 = 15 \text{ 或 } \frac{1}{2}x - 10 = -15,$$

解得:  $x = 50$  或  $x = -10$  (不合题意, 舍去)

所以当这两个气球的海拔高度相差15m时, 上升的时间为 50min.

【点睛】 本题考查的是一次函数的应用, 考查利用待定系数法求解一次函数的解析式, 掌握以上知识是解题的关键.

25. 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中, 点  $E$  和点  $F$  分别在边  $AD, BC$  上, 且  $\angle BAF = \angle DCE$ . 求证: 四边形  $AFCE$  是平行四边形.



【答案】 见解析

【解析】

【分析】 根据平行四边形的性质得到相应条件, 证明  $\triangle ABF \cong \triangle CDE$  (ASA), 得到  $BF = DE$ , 继而推出  $CF = AE$ , 再根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形判定即可.

【详解】 解: 证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\therefore BC = AD, \angle B = \angle D, AB = CD.$$

在  $\triangle ABF$  和  $\triangle CDE$  中,

$$\begin{cases} \angle BAF = \angle DCE \\ AB = CD \\ \angle B = \angle D \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CDE \text{ (ASA)},$$

$$\therefore BF = DE.$$

$$\text{又} \because BC = AD,$$

$$\therefore BC - BF = AD - DE, \text{ 即 } CF = AE.$$

$$\text{又} \because AD \parallel BC,$$

$\therefore$  四边形  $AFCE$  是平行四边形.

**【点睛】** 此题考查了平行四边形的判定与性质，全等三角形的判定和性质，注意掌握有一组对边平行且相等的四边形是平行四边形定理的应用是解此题的关键.

26. 某学校组织甲乙两班学生参加“美化校园”的义务劳动. 如果甲班做 2 小时，乙班再做 3 小时，则恰好完成全部工作的一半；如果甲班做 3 小时，乙班再做 6 小时，恰好完成全部工作的  $\frac{7}{8}$ . 试问单独完成这项工作，甲乙两班各需多少时间？

**【答案】** 甲班需 8 天，乙班需 12 天

**【解析】**

**【分析】** 本题考查了二元一次方程组的应用；设甲每小时完成  $x$ ，乙每小时完成  $y$ ；根据题意列出二元一次方程组，求出两班单独完成的工作效率，即可求出单独完成的时间.

**【详解】** 解：设甲每小时完成  $x$ ，乙每小时完成  $y$ ；

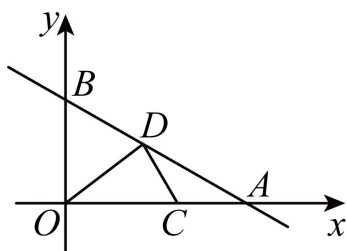
$$\text{根据题意得：} \begin{cases} 2x + 3y = \frac{1}{2} \\ 3x + 6y = \frac{7}{8} \end{cases},$$

$$\text{解方程组得：} \begin{cases} x = \frac{1}{8} \\ y = \frac{1}{12} \end{cases},$$

则甲班单独完成需要  $1 \div \frac{1}{8} = 8$  (天)，乙班单独完成需要  $1 \div \frac{1}{12} = 12$  (天)；

答：甲班需 8 天，乙班需 12 天.

27. 已知一次函数  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$  的图像与  $x$  轴、 $y$  轴分别相交于  $A$ 、 $B$  两点，点  $C$ 、 $D$  分别在线段  $OA$ 、 $AB$  上， $CD = CA$ 。



- (1) 求  $A$ 、 $B$  两点的坐标；
- (2) 求  $\angle OCD$  的度数；
- (3) 如果  $\triangle CDO$  的面积是  $\triangle ABO$  面积的  $\frac{1}{4}$ ，求点  $C$  的坐标。

**【答案】** (1)  $A(3,0)$ ,  $B(0,\sqrt{3})$

(2)  $60^\circ$

(3)  $C\left(\frac{3+\sqrt{3}}{2}, 0\right)$

**【解析】**

**【分析】** (1) 将  $x=0$ ,  $y=0$  分别代入  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ , 即可求解,

(2) 计算  $\triangle OBA$  的边长, 求出  $\angle OAB = 30^\circ$ , 由  $CD = CA$ , 根据等边对等角, 三角形外角定理, 即可求解,

(3) 作  $DH \perp OA$ , 设  $OC = x$ , 由 “ $\triangle CDO$  的面积是  $\triangle ABO$  面积的  $\frac{1}{4}$ ” 列出等量关系式, 求出  $OC$  的长度, 即可求解,

本题考查了, 一次函数图像上的点, 含  $30^\circ$  角的直角三角形, 勾股定理, 三角形外角定理, 解题的关键是: 根据题意列出等量关系.

**【小问 1 详解】**

解: 当  $x=0$  时,  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3} \times 0 + \sqrt{3}$ , 解得:  $y = \sqrt{3}$ ,

$\therefore$  点  $B(0, \sqrt{3})$ ,

当  $y=0$  时,  $0 = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ , 解得:  $x=3$ ,

$\therefore$  点  $A(3,0)$ ;

【小问 2 详解】

解:  $\because \angle BOA = 90^\circ$ ,  $A(3,0)$ ,  $B(0,\sqrt{3})$ ,

$\therefore OA=3$ ,  $OB=\sqrt{3}$ ,

在  $\text{Rt}\triangle AOB$  中,  $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{3}$ ,

$\therefore \angle OAB = 30^\circ$ ,

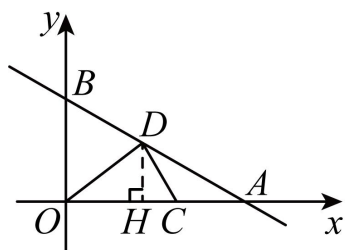
$\because CD = CA$ ,

$\therefore \angle CDA = \angle CAD = 30^\circ$ ,

$\therefore \angle OCD = \angle CDA + \angle CAD = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$ ;

【小问 3 详解】

解: 过点  $D$  作  $DH \perp OA$ , 垂足为点  $H$ ,



设  $OC = x$ , 则  $CD = AC = 3 - x$ ,

$\therefore \angle CDH = 90^\circ - \angle OCD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ,

$\therefore CH = \frac{1}{2}(3 - x)$ ,

$\therefore DH = \sqrt{CD^2 - CH^2} = \sqrt{(3 - x)^2 - \left(\frac{3 - x}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}(3 - x)$ ,

$\therefore S_{\triangle CDO} = \frac{1}{4}S_{\triangle ABO}$ ,

$\therefore \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}(3 - x) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{3}$ , 整理得:  $2x^2 - 6x + 3 = 0$ , 解得:  $x_1 = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$ ,  $x_2 = \frac{3 - \sqrt{3}}{2}$ ,

$\therefore C$ 、 $D$  分别在线段  $OA$ 、 $AB$  上,

$\therefore DH < \sqrt{3}$ , 即:  $\frac{\sqrt{3}}{2}(3 - x) < \sqrt{3}$ , 解得:  $x > 1$ ,

$$\therefore x = \frac{3 + \sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \text{点 } C\left(\frac{3 + \sqrt{3}}{2}, 0\right).$$