

2024-2025 学年八年级数学下学期期中模拟卷 03

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版八年级数学下册第 20~22.2 章 (一次函数、代数方程、四边形)。
5. 难度系数: 0.60。

第一部分 (选择题 共 18 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. 下列关于 x 的方程中, 二项方程是 ()

- A. $x^3 - 2x = 3$ B. $x^3 - 8x^2 = 0$ C. $2x^3 = 0$ D. $2x^3 + 3 = 0$

【答案】D

【分析】本题考查了二项方程的概念: 如果一元 n 次方程的一边只有含未知数的一项和非零的常数项, 另一边是零, 那么这样的方程就叫做二项方程, 关于 x 的一元 n 次二项方程的一般形式为: $ax^n + b = 0$

($a \neq 0, b \neq 0, n$ 是正整数); 根据此定义进行判断即可。

【详解】解: A、方程左边含有未知数的两个项, 缺少非零的常数项, 且右边不为零, 故不符合二项方程的定义;

B、方程左边含有未知数的两个项, 缺少非零的常数项, 故不符合二项方程的定义;

C、方程左边只含有未知数的一项, 缺少非零的常数项, 故不符合二项方程的定义;

D、符合二项方程的定义;

故选: D.

2. 已知一次函数 $y = 2x - 1$, 那么这个一次函数的图像经过 ()

- A. 一、二、三象限 B. 一、二、四象限 C. 一、三、四象限 D. 二、三、四象限

【答案】C

【分析】根据 k, b 的符号判断即可。

【详解】解：一次函数 $y = 2x - 1$ 中， $k = 2 > 0, b = -1 < 0$,

∴ 这个一次函数的图像经过一、三、四象限，

故选：C.

【点睛】本题考查了一次函数的图像，明确 k 、 b 的符号与一次函数所经过的象限是解题关键.

3. 下列方程，有实数解的是 ()

A. $\sqrt{x-2} + 1 = 0$

B. $\sqrt{x + \frac{4}{x}} - 3 = 0$

C. $x + \frac{1}{x-1} = 2$

D. $2\sqrt{x-5} + \sqrt{x+1} = 0$

【答案】B

【分析】本题考查了无理方程，可化为一元二次方程的分式方程，一元二次方程根的判别式；把无理方程或分式方程化为一元二次方程，根据判别式判断一元二次方程根的情况以及算术平方根的非负性. 对于一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ ，若 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ ，则方程有两个不相等的实数根；若 $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ ，则方程有两个相等的实数根；若 $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ ，则方程没有实数根. 据此即可求解.

【详解】解：由 $\sqrt{x-2} + 1 = 0$ 得： $\sqrt{x-2} = -1$,

∵ $\sqrt{x-2} \geq 0$,

∴ 原方程无实数解，故 A 错误；

由 $\sqrt{x + \frac{4}{x}} - 3 = 0$ 得： $x + \frac{4}{x} = 9$,

即： $x^2 - 9x + 4 = 0$,

$\Delta = (-9)^2 - 4 \times 4 = 65 > 0$;

∴ 原方程有实数解，故 B 正确；

由 $x + \frac{1}{x-1} = 2$ 得： $x^2 - 3x + 3 = 0$,

$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times 3 = -3 < 0$,

∴ 原方程无实数解，故 C 错误；

∵ $\sqrt{x-5} \geq 0, \sqrt{x+1} \geq 0$ ，又 $2\sqrt{x-5} + \sqrt{x+1} = 0$,

∴ $x = 5$ 且 $x = -1$ (矛盾)，

∴ 原方程无实数解，故 D 错误；

故选：B.

4. 已知一次函数 $y = kx + b$ 的图像经过第一、三、四象限，且与 x 轴交于点 $(3, 0)$ ，则关于 x 的不等式 $kx + b > 0$

的解集为 ()

A. $x < -3$

B. $x > -3$

C. $x > 3$

D. $x < 3$

【答案】 C

【分析】 $kx+b>0$ 的解集即为一次函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图像 x 轴上方部分的自变量取值范围, 根据图象直接解答.

【详解】 解: $\because$ 一次函数 $y=kx+b$ 的图像经过第一、三、四象限,

$\therefore k>0$, 一次函数 $y=kx+b$ 的图像从左到右呈上升趋势,

$\because$ 一次函数 $y=kx+b$ 的图像与 x 轴交于点 $(3,0)$,

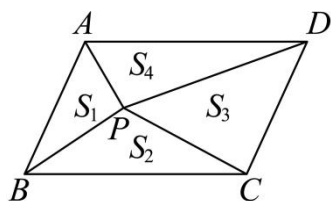
$\therefore kx+b>0$ 的解集即为一次函数 $y=kx+b$ 的图像 x 轴上方部分的自变量取值范围,

$\therefore$ 不等式 $kx+b>0$ 的解集为 $x>3$,

故选: C

【点睛】 此题考查了一次函数的图像与不等式的关系, 正确理解函数图像与不等式的关系是解题的关键.

5. 如图, 点 P 为平行四边形 $ABCD$ 内任意一点, 连接 PA 、 PB 、 PC 、 PD , 如果将 $\triangle PAB$ 、 $\triangle PBC$ 、 $\triangle PDC$ 、 $\triangle PDA$ 的面积分别记为 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 . 那么以下结论正确的是 ()



A. $S_1 = S_4$

B. $S_1 + S_2 = S_3 + S_4$

C. $S_1 + S_4 = S_2 + S_3$

D. $S_1 + S_3 = S_2 + S_4$

【答案】 D

【分析】 本题考查了平行四边形的性质, 三角形的面积, 根据平行四边形的对边相等可得 $AB=CD$, $AD=BC$, 设点 P 到 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的距离分别为 h_1 、 h_2 、 h_3 、 h_4 , 然后利用三角形的面积公式列式整理即可得出结论.

【详解】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB=CD$, $AD=BC$,

设点 P 到 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的距离分别为 h_1 、 h_2 、 h_3 、 h_4 , 平行四边形 AB 边, BC 边上的高分别为 h_{AB} , h_{BC} ,

则 $S_1 = \frac{1}{2} ABh_1$, $S_2 = \frac{1}{2} BCh_2$, $S_3 = \frac{1}{2} CDh_3$, $S_4 = \frac{1}{2} ADh_4$,

$$\therefore S_1 + S_3 = \frac{1}{2} ABh_1 + \frac{1}{2} CDh_3 = \frac{1}{2} ABh_1 + \frac{1}{2} ABh_3 = \frac{1}{2} AB(h_1 + h_3),$$

$$\therefore h_{AB} = h_1 + h_3,$$

$$\therefore S_1 + S_3 = \frac{1}{2} ABh_{AB},$$

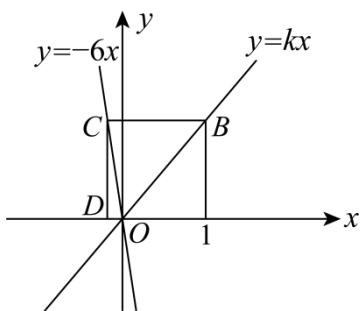
$$\text{同理可得, } S_2 + S_4 = \frac{1}{2} BCh_{BC},$$

$$\therefore ABh_{AB} = BCh_{BC},$$

$$\therefore S_1 + S_3 = S_2 + S_4$$

故选: D.

6. 如图, 点 B 、 C 分别在两条直线 $y=kx$ 和 $y=-6x$ 上, 点 A 、 D 是 x 轴上两点, 若四边形 $ABCD$ 是正方形, 则 k 的值为 ()



A. 6

B. 5

C. $\frac{5}{6}$

D. $\frac{6}{5}$

【答案】D

【分析】设点 $B(b, bk)$, 根据正方形的性质可得 $y_C = bk$, 再代入 $y = -6x$ 求得 $C\left(-\frac{bk}{6}, bk\right)$, 再根据 $AD = \frac{bk}{6} + b = \frac{bk + 6b}{6}$, $AB = bk$, 列方程求解即可.

【详解】解: $\because$ 点 B 、 C 分别在两条直线 $y = kx$ 和 $y = -6x$ 上,

设点 $B(b, bk)$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AB = CD = BC = AD,$$

$$\therefore \text{把 } y = bk \text{ 代入 } y = -6x \text{ 得, } x = -\frac{bk}{6},$$

$$\therefore C\left(-\frac{bk}{6}, bk\right),$$

$$\therefore AD = \frac{bk}{6} + b = \frac{bk + 6b}{6}, \quad AB = bk,$$

$$\therefore \frac{bk+6b}{6} = bk,$$

$$\therefore k = \frac{6}{5},$$

故选：D.

第二部分（非选择题 共 82 分）

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. 函数 $y = 2x - 3$ 的图像向上平移_____个单位，得到直线 $y = 2x + 1$.

【答案】4

【分析】本题考查了一次函数的平移，解题的关键是掌握一次函数的平移规律：右加左减，上加下减. 根据一次函数的平移规律，即可解答.

【详解】解： $1 - (-3) = 4$,

$\therefore$ 函数 $y = 2x - 3$ 的图像向上平移 4 个单位，得到直线 $y = 2x + 1$,

故答案为：4.

8. 用换元法解方程 $\frac{x^2-1}{2x} - \frac{x}{x^2-1} = 5$ ，设 $\frac{x^2-1}{x} = y$ ，则得到关于 y 的整式方程为_____.

【答案】 $y^2 - 10y - 2 = 0$

【分析】本题考查了用换元法解分式方程，掌握换元法、变量代换法，通过引进新的变量，可以把分散的条件联系起来，隐含的条件显露出来，或者把条件与结论联系起来，或者变为熟悉的形式，把复杂的计算和推证简化是解题的关键.

设 $\frac{x^2-1}{x} = y$ ，则 $\frac{x^2-1}{2x} = \frac{1}{2}y$ ， $\frac{x}{x^2-1} = \frac{1}{y}$ ，转化后再进一步整理得到整式方程即可.

【详解】解：设 $\frac{x^2-1}{x} = y$ ，则 $\frac{x^2-1}{2x} = \frac{1}{2}y$ ， $\frac{x}{x^2-1} = \frac{1}{y}$ ，

$\therefore$ 原方程可化为： $\frac{1}{2}y - \frac{1}{y} = 5$ ，整理得： $y^2 - 10y - 2 = 0$ ，

故答案为： $y^2 - 10y - 2 = 0$.

9. 若直线 $y = -2x + b$ 与 x 轴、 y 轴围成的三角形面积为 9，则 $b =$ _____.

【答案】 ± 6

【分析】本题考查的是一次函数图象上点的坐标特点，先用 b 表示出直线与 x 、 y 轴的交点，再利用三角形的面积公式即可得出结论.

【详解】解：一次函数 $y = -2x + b$ 与 x 轴的交点为 $\left(\frac{b}{2}, 0\right)$ ，与 y 轴的交点为 $(0, b)$.

$\therefore$ 直线 $y = -2x + b$ 与 x 轴、 y 轴围成的三角形面积为 9，

$$\therefore \frac{1}{2} \times \left| \frac{b}{2} \right| \times |b| = 9,$$

$$\therefore b = \pm 6.$$

故答案为：±6.

10. 多边形的共有 14 条对角线，这个多边形的内角和为_____.

【答案】900°/900 度

【分析】设这个正多边形是 n 边形，根据 n 边形共有对角线 $\frac{n(n-3)}{2}$ 条，即可列出方程： $\frac{n(n-3)}{2} = 14$ ，求解即可；根据多边形的内角和为： $(n-2) \times 180^\circ$ ，可求出其内角和.

【详解】解：设这个正多边形是 n 边形，根据题意得：

$$\frac{n(n-3)}{2} = 14,$$

解得： $n_1=7$ ， $n_2=-4$ （不符题意，舍去）.

故这个多边形是七边形

$$(7-2) \times 180^\circ$$

$$= 5 \times 180^\circ$$

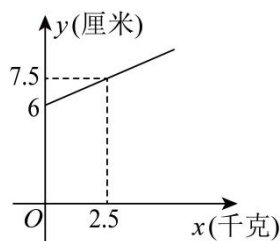
$$= 900^\circ.$$

故这个多边形内角和的度数是 900°.

故答案为：900°.

【点睛】本题考查了多边形的对角线，多边形内角与外角. 用到的知识点： n 边形共有对角线 $\frac{n(n-3)}{2}$ 条；多边形的内角和为： $(n-2) \times 180^\circ$.

11. 已知弹簧长度 y （厘米）与所挂重物的质量 x （千克）的函数关系如图所示，那么弹簧长度为 7 厘米时，所挂重物为_____千克.



【答案】 $\frac{5}{3}$ / $1\frac{2}{3}$

【分析】本题主要考查一次函数图象，根据题意设出一次函数表达式，然后把 $(0,6)$ 、 $(2.5,7.5)$ 代入到表达式，求出 k 和 b ，即可求出函数表达式，最后把 $y=7$ ，代入到表达式，求出 x 即可.

【详解】解：设一次函数表达式为： $y = kx + b$,

$\therefore$ 把 $(0,6), (2.5,7.5)$ 两点坐标代入表达式 $y=kx+b$, 得:

$$\begin{cases} b=6 \\ 2.5k+b=7.5 \end{cases}$$

解得, $\begin{cases} k=\frac{3}{5} \\ b=6 \end{cases}$

$$\therefore y=\frac{3}{5}x+6,$$

把 $y=7$, 代入到 $y=\frac{3}{5}x+6$, 解得: $x=\frac{5}{3}$

故答案为: $\frac{5}{3}$.

12. 如果关于 x 的方程的有增根, 那么 $\frac{x}{x-3}=2-\frac{k}{3-x}$ 则 k 的值为_____.

【答案】 3

【分析】 本题主要考查了分式方程的增根, 掌握解决增根问题的步骤是解题的关键.

先将分式方程化为整式方程, 然后再确定增根的值, 再将增根代入化为整式方程的方程求出 k 的值即可.

【详解】 解: $\frac{x}{x-3}=2-\frac{k}{3-x}$

方程两边同乘以 $x-3$, 得: $x=2(x-3)+k$,

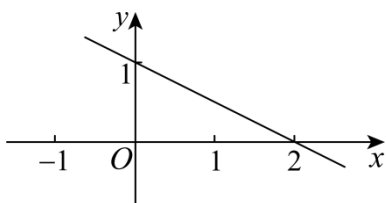
$\therefore$ 方程有增根,

$$\therefore x-3=0, \text{ 解得: } x=3,$$

把 $x=3$ 代入 $x=2(x-3)+k$ 中可得: $k=3$.

故答案为: 3.

13. 如图, 一次函数 $y=kx+b$ (k 为常数且 $k \neq 0$) 的图像与 x 轴交于点 $(2,0)$, 与 y 轴交于点 $(0,1)$, 那么使 $y < 0$ 成立的 x 的取值范围为_____.



【答案】 $x > 2$

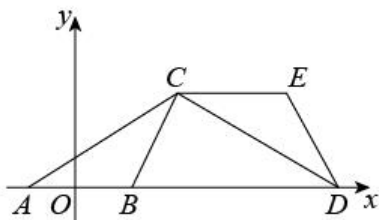
【分析】 本题主要考查了一次函数与一元一次不等式的关系, 掌握一次函数 $y=ax+b$ 的值小于 0 的自变量 x 的取值范围即为直线 $y=kx+b$ 在 x 轴下方部分所有的点的横坐标的取值范围成为解题的关键.

观察图像，找出直线落在 x 轴的下方所对应的 x 的取值范围即可。

【详解】解：根据图像可得：当 $x > 2$ 时， $y < 0$ 。

故答案是： $x > 2$ 。

14. 如图，在直角坐标平面内， $\triangle ABC$ 的顶点 $A(-1,0)$ ，点 B 与点 A 关于原点对称， $AB = BC$ ， $\angle CAB = 30^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 旋转，使点 A 落在 x 轴上的点 D 处，点 B 落在点 E 处，那么 BE 所在直线的解析式为_____。



【答案】 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}$

【分析】如图，过点 C 作 $CF \perp x$ 轴于点 F ，根据关于原点对称的点的坐标特征可得点 B 坐标，根据等腰三角形的性质可得 $AB = BC = 2$ ，利用外角性质可得 $\angle CBF = 60^\circ$ ，利用含 30° 角的直角三角形的性质及勾股定理可得 CF 、 BF 的长，利用旋转的性质可得 $AB = CE = 2$ ， $AC = CD$ ， $\angle ECD = \angle ACB = 30^\circ$ ，根据等腰三角形的性质可得 $\angle CDA = \angle CAD = 30^\circ$ ，可得 $CE \parallel AD$ ，可得点 E 坐标，利用待定系数法即可得答案。

【详解】如图，过点 C 作 $CF \perp x$ 轴于点 F ，

$\because \triangle ABC$ 的顶点 $A(-1,0)$ ，点 B 与点 A 关于原点对称，

$\therefore B(1,0)$ ，

$\therefore AB = BC = 2$ 。

$\because \angle CAB = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle ACB = \angle CAB = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle CBF = \angle CAB + \angle ACB = 60^\circ$ ， $\angle BCF = 30^\circ$ ，

$\therefore BF = \frac{1}{2}BC = 1$ ， $CF = \sqrt{BC^2 - BF^2} = \sqrt{3}$ ，

$\therefore C(2, \sqrt{3})$ 。

$\because$ 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 旋转，使点 A 落在 x 轴上的点 D 处，点 B 落在点 E 处，

$\therefore AB = CE = 2$ ， $AC = CD$ ， $\angle CDA = \angle CAD = 30^\circ$ ， $\angle ECD = \angle ACB = 30^\circ$ ，

$\therefore CE \parallel AD$ ，

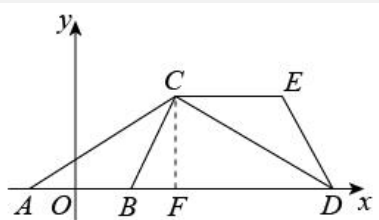
$\therefore E(4, \sqrt{3})$ 。

设直线 BE 的解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$ ，

$$\therefore \begin{cases} k+b=0 \\ 4k+b=\sqrt{3} \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} k=\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b=-\frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases},$$

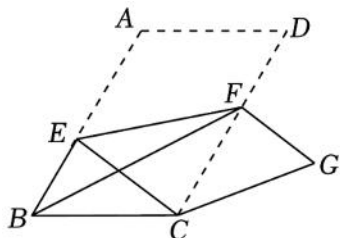
$$\therefore BE \text{ 所在直线的解析式为: } y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}.$$



故答案为: $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}$

【点睛】本题考查关于原点对称的点的坐标特征，旋转的性质、等腰三角形的性质、含 30° 角的直角三角形的性质及勾股定理， 30° 角所对的直角边等于斜边的一半；图形旋转前后的对应边相等、对应角相等；熟练掌握相关性质及定理是解题关键。

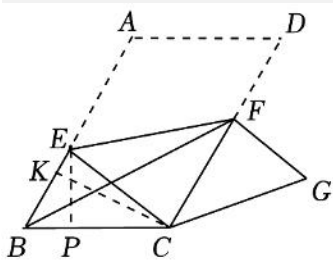
15. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB=6$ ， $BC=4$ ， $\angle ABC=60^\circ$ ，点 E 是 AB 上的一点，点 F 是边 CD 上一点，将平行四边形 $ABCD$ 沿 EF 折叠，得到四边形 $EFGC$ ，点 A 的对应点为点 C ，点 D 的对应点为点 G ，则 CF 的长度为_____.



【答案】 $\frac{7}{2}$

【分析】作 $CK \perp AB$ 于 K ，过 E 点作 $EP \perp BC$ 于 P ，由 30° 角直角三角形的性质可求 $BK=2$ ，则 $CK = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ ，证明 $\triangle BCE \cong \triangle GCF$ (ASA)，那么 $CE=CF$ ，而 $BE=2BP$ ，设 $BP=m$ ，则 $BE=2m$ ，则 $EP = \sqrt{BE^2 - BP^2} = \sqrt{3}m$ ，由折叠可知， $AE=CE$ ，在 $\text{Rt}\triangle ECP$ 中，由勾股定理得 $(4-m)^2 + (\sqrt{3}m)^2 = (6-2m)^2$ ，即可求解.

【详解】解：如图，作 $CK \perp AB$ 于 K ，过 E 点作 $EP \perp BC$ 于 P .



$$\because \angle ABC = 60^\circ, \quad BC = 4,$$

$$\therefore \angle BCK = 30^\circ,$$

$$\therefore BK = 2, \quad CK = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3},$$

∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD = BC, \quad \angle D = \angle ABC, \quad \angle A = \angle BCD,$$

由折叠可知, $AD=CG$, $\angle D=\angle G$, $\angle A=\angle ECG$,

$$\therefore BC = GC, \quad \angle ABC = \angle G, \quad \angle BCD = \angle ECG,$$

$$\therefore \angle BCE = \angle GCF,$$

在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle GCF$ 中,

$$\begin{cases} \angle ABC = \angle G \\ \angle BCE = \angle GCF \\ BC = GC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCE \cong \triangle GCF (\text{ASA});$$

$$\therefore CE = CF,$$

$$\because \angle ABC = 60^\circ, \quad \angle EPB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEP = 30^\circ,$$

$$\therefore BE = 2BP,$$

设 $BP = m$, 则 $BE = 2m$,

$$\therefore EP = \sqrt{BE^2 - BP^2} = \sqrt{3}m,$$

由折叠可知, $AE = CE$,

$$\therefore AB = 6,$$

$$\therefore AE = CE = 6 - 2m,$$

$$\therefore BC = 4,$$

$$\therefore PC = 4 - m,$$

在 $Rt\triangle ECP$ 中,

由勾股定理得 $(4-m)^2 + (\sqrt{3}m)^2 = (6-2m)^2$,

解得 $m = \frac{5}{4}$,

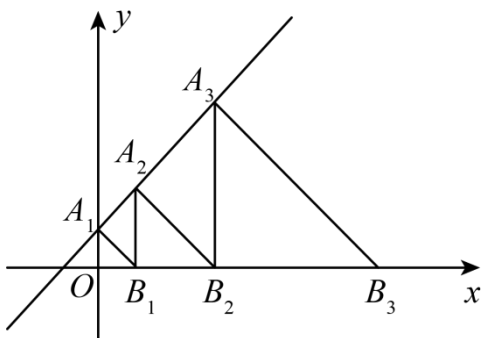
$\therefore EC = 6 - 2m = 6 - 2 \times \frac{5}{4} = \frac{7}{2}$,

$\therefore CF = EC = \frac{7}{2}$.

故答案为: $\frac{7}{2}$.

【点睛】 本题考查的是轴对称的性质, 平行四边形的性质, 30° 角直角三角形的性质, 勾股定理的应用, 作出合适的辅助线是解本题的关键.

16. 如图, 在直角坐标系中, 等腰直角三角形 A_1B_1O 、 $A_2B_2B_1$ 、 $A_3B_3B_2$ 、 $\cdots$ 、 $A_nB_nB_{n-1}$ 按如图所示的方式放置, 其中点 A_1 、 A_2 、 A_3 、 $\cdots$ 、 A_n 均在一次函数 $y = kx + b$ 的图象上, 点 B_1 、 B_2 、 B_3 、 $\cdots$ 、 B_n 均在 x 轴上. 若点 B_1 的坐标为 $(1, 0)$, 点 B_2 的坐标为 $(3, 0)$, 则点 A_{2025} 的坐标为 _____



【答案】 $(2^{2024} - 1, 2^{2024})$

【分析】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特点, 涉及到的知识点有待定系数法求一次函数解析式, 一次函数图象上点的坐标特征以及等腰直角三角形的性质. 解答该题的难点是找出点 B_n 的坐标的规律. 首先, 根据等腰直角三角形的性质求得点 A_1, A_2 的坐标; 然后, 将点 A_1, A_2 的坐标代入一次函数解析式, 利用待定系数法求得该直线方程是 $y = x + 1$; 最后, 利用等腰直角三角形的性质推知点 $B_n(2^n - 1, 0)$ 的坐标, 即可求得点 A_n 的坐标, 进一步可得答案.

【详解】 解: $\because$ 点 B_1 的坐标为 $(1, 0)$, 点 B_2 的坐标为 $(3, 0)$,

$\therefore OB_1 = 1, OB_2 = 3$, 则 $B_1B_2 = 2$.

$\because \triangle A_1B_1O$ 是等腰直角三角形, $\angle A_1OB_1 = 90^\circ$,

$$\therefore OA_1 = OB_1 = 1.$$

$\therefore$ 点 A_1 的坐标是 $(0, 1)$.

同理, 在等腰直角 $\triangle A_2B_1B_2$ 中, $\angle A_2B_1B_2 = 90^\circ$, $A_2B_1 = B_1B_2 = 2$, 则 $A_2(1, 2)$.

$\therefore$ 点 A_1, A_2 均在一次函数 $y = kx + b$ 的图象上,

$$\therefore \begin{cases} k + b = 2 \\ b = 1 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = 1 \\ b = 1 \end{cases},$$

$\therefore$ 该直线方程是 $y = x + 1$.

$\therefore$ 点 A_3, B_2 的横坐标相同, 都是 3,

$\therefore$ 当 $x = 3$ 时, $y = 4$, 即 $A_3(3, 4)$, 则 $A_3B_2 = 4$,

$\therefore B_3(7, 0)$.

...

$$B_n(2^n - 1, 0),$$

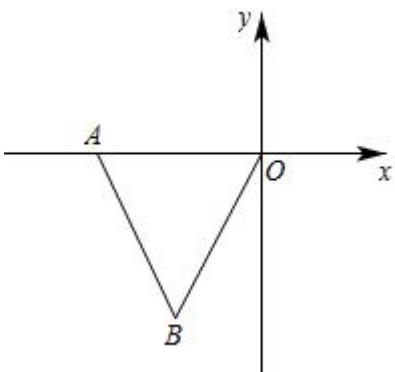
$\therefore$ 当 $x = 2^{n-1} - 1$ 时, $y = 2^{n-1} - 1 + 1 = 2^{n-1}$,

即点 A_n 的坐标为 $(2^{n-1} - 1, 2^{n-1})$.

$\therefore A_{2025}$ 的坐标为 $(2^{2024} - 1, 2^{2024})$.

故答案为: $(2^{2024} - 1, 2^{2024})$.

17. 如图, 线段 AB 两点的坐标分别为 $(-4, 0)$ 、 $(-2, -4)$, 在 x 轴的下方存在点 C , 使以点 A, B, C 为顶点的三角形与 $\triangle ABO$ 全等, 则点 C 的坐标为_____.



【答案】 $(-6, -4)$ 或 $(-\frac{32}{5}, -\frac{16}{5})$ / $(-\frac{32}{5}, -\frac{16}{5})$ 或 $(-6, -4)$

【分析】先证明 $OB = AB$ ，再分 $\triangle ABO \cong \triangle BAC$ 和 $\triangle ABO \cong \triangle ABC$ 两种情况，画出图形，再进行求解即可．

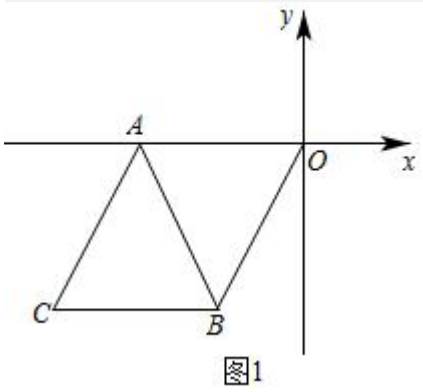
【详解】解：∵ 线段 AB 两点的坐标分别为 $(-4, 0)$ 、 $(-2, -4)$ ，

$$\therefore OB = \sqrt{(-2-0)^2 + (-4-0)^2} = 2\sqrt{5}, \quad AB = \sqrt{(-2+4)^2 + (-4-0)^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore OB = AB,$$

以点 A 、 B 、 C 为顶点的三角形与 $\triangle ABO$ 全等，存在两种情况：

① $\triangle ABO \cong \triangle BAC$ ，如图 1，



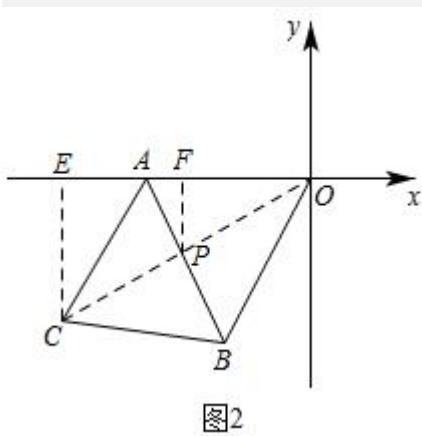
$$\therefore OA = BC, \quad AC = BO,$$

∴ 四边形 $ACBO$ 是平行四边形，

∵ 点 $A(-4, 0)$ ，点 $B(-2, -4)$ ，点 $O(0, 0)$

∴ 点 C 的坐标是 $(-6, -4)$ ；

② $\triangle ABO \cong \triangle ABC$ 时，如图 2，连接 OC 交 AB 于点 P ，过点 P 作 $PF \perp x$ 轴于点 F ，过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E ，



$$\therefore AC = AO, \quad BC = BO,$$

∴ AB 是 OC 的垂直平分线，

$$\therefore \angle APO = 90^\circ,$$

$$\therefore S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times OP,$$

$$\therefore OP = \frac{8\sqrt{5}}{5}$$

由勾股定理得,

$$AP = \sqrt{AO^2 - OP^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{8\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \frac{4\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore S_{\triangle APO} = \frac{1}{2} \times 4 \times PF = \frac{1}{2} \times \frac{4\sqrt{5}}{5} \times \frac{8\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore PF = \frac{8}{5},$$

$$\therefore OF = \sqrt{OP^2 - PF^2} = \sqrt{\left(\frac{8\sqrt{5}}{5}\right)^2 - \left(\frac{8}{5}\right)^2} = \frac{16}{5},$$

$$\therefore PF \parallel CE, OP = PC,$$

$$\therefore OE = 2OF = \frac{32}{5}, CE = 2PF = \frac{16}{5},$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标是 } \left(-\frac{32}{5}, -\frac{16}{5}\right);$$

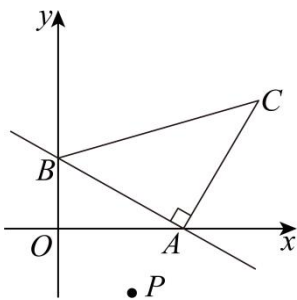
综上所述, 点 C 的坐标是 $(-6, -4)$ 或 $\left(-\frac{32}{5}, -\frac{16}{5}\right)$.

故答案为: $(-6, -4)$ 或 $\left(-\frac{32}{5}, -\frac{16}{5}\right)$

【点睛】 此题考查了平面直角坐标系中两点间距离公式、平行四边形的判定和性质、勾股定理、垂直平分线的判定和性质、全等三角形的性质等知识, 分情况讨论是解决此题的关键.

18. 已知, 直线 $y = -\frac{2}{3}x + 2$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于 A 、 B , 以线段 AB 为直角边在第一象限内作等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$,

$\angle BAC = 90^\circ$ 且点 $P(1, a)$ 为坐标系中的一个动点, 现要使得 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABP$ 的面积相等, 则实数 a 的值为_____.



【答案】 -3 或 $\frac{17}{3}$

【分析】 本题考查了一次函数与坐标轴的交点坐标，勾股定理，等腰三角形的性质等知识点，熟练掌握以上知识点是解答本题的关键.

先根据题意求出 A、B 两点的坐标，进而求出 $\triangle ABC$ 的面积，再根据 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABP$ 的面积相等分情况列出等式解答即可.

【详解】 解：当 $x=0$ 时，则 $y=-\frac{2}{3}x+2=2$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(0,2)$,

当 $y=0$ 时，则 $0=-\frac{2}{3}x+2$,

解得： $x=3$,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(3,0)$,

$\therefore OA=3$, $OB=2$,

$\therefore AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{13}$,

又 $\because \triangle ABC$ 为等腰直角三角形,

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB^2=\frac{13}{2}$,

当点 P 在第四象限时， $a<0$,

$\therefore S_{\triangle ABO}=\frac{1}{2}OA\cdot OB=3$, $S_{\triangle APO}=\frac{1}{2}OA\cdot |a|=-\frac{3}{2}a$, $S_{\triangle BOP}=\frac{1}{2}OB\times 1=1$,

$\therefore S_{\triangle ABP}=S_{\triangle ABO}+S_{\triangle APO}-S_{\triangle BOP}=S_{\triangle ABC}=\frac{13}{2}$,

即 $3-\frac{3}{2}a-1=\frac{13}{2}$,

解得： $a=-3$;

当点 P 在第一象限时， $a>0$,

$\therefore S_{\triangle ABO}=\frac{1}{2}OA\cdot OB=3$, $S_{\triangle APO}=\frac{1}{2}OA\cdot |a|=\frac{3}{2}a$, $S_{\triangle BOP}=\frac{1}{2}OB\times 1=1$,

$\therefore S_{\triangle ABP}=S_{\triangle BOP}+S_{\triangle APO}-S_{\triangle ABO}=S_{\triangle ABC}=\frac{13}{2}$,

即 $1+\frac{3}{2}a-3=\frac{13}{2}$,

解得： $a=\frac{17}{3}$;

综上所述，实数 a 的值为 -3 或 $\frac{17}{3}$.

三.解答题 (本大题共 8 小题，58 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤)

19. 解关于 x 的方程: $(ax)^2 + 2x^2 = a$

【答案】见解析

【分析】此题考查解二项方程, 正确掌握二项方程的解法是解题的关键.

【详解】解: $(ax)^2 + 2x^2 = a$

$$(a^2 + 2)x^2 = a,$$

$$\text{当 } a > 0 \text{ 时, } x = \pm \frac{\sqrt{a(a^2 + 2)}}{a^2 + 2};$$

$$\text{当 } a = 0 \text{ 时, } x_1 = x_2 = 0;$$

当 $a < 0$ 时, 方程无解.

20. 解方程: $6 - 2\sqrt{x-3} = x$.

【答案】 $x = 4$

【分析】本题考查无理方程. 原方程可变形为 $6 - x = 2\sqrt{x-3}$, 然后两边平方, 即可转化成整式方程求得 x 的值, 然后代入方程检验即可. 在解无理方程是最常用的方法是两边平方法及换元法,

【详解】解: 原方程可变形为 $6 - x = 2\sqrt{x-3}$,

$$\text{方程两边平方, 得 } (6-x)^2 = 4(x-3),$$

$$\text{整理, 得 } x^2 - 16x + 48 = 0,$$

$$\text{解这个方程, 得 } x_1 = 4, \quad x_2 = 12,$$

检验: 把 $x = 4$ 代入原方程的两边, 左边 $= 6 - 2\sqrt{4-3} = 4$, 右边 $= 4$, 左边 = 右边, 可知 $x = 4$ 是原方程的根,

把 $x = 12$ 代入原方程的两边, 左边 $= 6 - 2\sqrt{12-3} = 0$, 右边 $= 12$, 左边 $\neq$ 右边, 可知 $x = 12$ 是增根, 应舍去,

所以, 原方程的根是 $x = 4$.

21. 解方程: $\frac{7x}{x^2 - 5x - 6} = \frac{1}{x+1} + 2$.

【答案】 $x = 9$.

【分析】此题考查了解分式方程, 熟练掌握解分式方程的步骤是解题的关键.

分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 然后检验即可得到分式方程的解.

【详解】解: $\frac{7x}{x^2 - 5x - 6} = \frac{1}{x+1} + 2$

$$\frac{7x}{(x+1)(x-6)} = \frac{1}{x+1} + 2$$

$$7x = x - 6 + 2(x+1)(x-6)$$

$$7x = x - 6 + 2(x^2 - 5x - 6)$$

$$7x = x - 6 + 2x^2 - 10x - 12$$

$$-2x^2 + 7x - x + 10x + 18 = 0$$

$$-2x^2 + 16x + 18 = 0$$

$$x^2 - 8x - 9 = 0,$$

$$\text{解得: } x_1 = 9, \quad x_2 = -1,$$

经检验: $x = 9$ 是原分式方程的解,

$\therefore$ 原分式方程的解为 $x = 9$.

22. 解方程组:
$$\begin{cases} \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+1} = 5 \\ xy + x - 3y = \frac{19}{6} \end{cases}.$$

【答案】
$$\begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

【分析】 本题主要考查了解二元二次方程组，解分式方程，先把方程①左边通分，再把方程②代入方程③中求出 x 、 y 的关系式，再代入②中解方程即可得到答案.

【详解】 解:
$$\begin{cases} \frac{1}{x-3} + \frac{1}{y+1} = 5 \text{①} \\ xy + x - 3y = \frac{19}{6} \text{②} \end{cases}$$

由①得 $\frac{x-3+y+1}{xy-3y+x-3} = 5 \text{③},$

把②代入③得: $\frac{x-3+y+1}{\frac{19}{6}-3} = 5,$

$$\therefore x-3+y+1 = \frac{5}{6},$$

$$\therefore y = \frac{17}{6} - x,$$

$$\therefore x\left(\frac{17}{6} - x\right) + x - 3\left(\frac{17}{6} - x\right) = \frac{19}{6},$$

$$\therefore \frac{17}{6}x - x^2 + x - \frac{17}{2} + 3x = \frac{19}{6},$$

$$\therefore 6x^2 - 41x + 70 = 0,$$

$$\therefore (2x-7)(3x-10) = 0,$$

解得 $x_1 = \frac{7}{2}$, $x_2 = \frac{10}{3}$,

当 $x = \frac{7}{2}$ 时, $y = -\frac{2}{3}$, 当 $x = \frac{10}{3}$ 时, $y = -\frac{1}{2}$,

经检验, $\begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases}$ 和 $\begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$ 都是原方程的解, 且符合题意,

$\therefore$ 原方程的解为 $\begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

23. 直线 $y = k_1x + b$ 与直线 $y = k_2x$ 的图象交于点 $(2, -4)$, 且在 y 轴上的截距是 -6 , 求:

(1) 这两个函数关系式;

(2) 这两条直线与 x 轴围成的三角形的面积.

【答案】 (1) $y = x - 6$, $y = -2x$

(2) 12

【分析】 本题考查了两条直线相交的问题, 三角形面积, 主要利用了待定系数法求一次函数解析式, 直线与 x 轴的交点的求法.

(1) 根据在 y 轴的截距求出 b , 再将交点坐标代入求出 k_1 , 得到第一个函数解析式, 将交点坐标代入直线解析式求出 k_2 , 得到第二个函数解析式;

(2) 分别求出第一条直线与 x 轴的交点坐标, 从而得到三角形的底边长,

【详解】 (1) 解: $\because$ 直线 $y = k_1x + b$ 在 y 轴上的截距是 -6 ,

$$\therefore b = -6,$$

$\because$ 直线 $y = k_1x + b$ 与直线 $y = k_2x$ 的图象交于点 $(2, -4)$,

$$\therefore 2k_1 - 6 = -4, 2k_2 = -4,$$

$$\therefore k_1 = 1, k_2 = -2,$$

$\therefore$ 这两个函数关系式分别为 $y = x - 6$, $y = -2x$;

(2) 解: 令 $y = 0$, 则 $x - 6 = 0$,

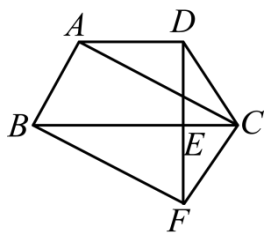
解得 $x = 6$,

$\therefore$ 直线 $y = x - 6$ 与 x 轴的交点坐标为 $(6, 0)$,

$\therefore$ 这两条直线与 x 轴围成的三角形在 x 轴上的边长为 6,

$\therefore$ 这两条直线与 x 轴围成的三角形的面积 $= \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$.

24. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, 过点 D 作 $DE \perp BC$, 垂足为 E , 并延长 DE 至 F , 使 $EF = DE$, 联结 BF 、 CF 、 AC .



(1) 求证: 四边形 $ABFC$ 是平行四边形.

(2) 联结 BD , 如果 $AD = AB$, $BD = DF$, 求证: 四边形 $ABFC$ 是矩形.

【答案】(1) 见解析

(2) 见解析

【分析】 本题考查了等腰梯形的性质、全等三角形的判定及性质, 矩形的判定, 平行四边形的判定定理.

(1) 连接 BD , 利用等腰梯形的性质得到 $AC = BD$, 再根据垂直平分线的性质得到 $DB = FB$, 从而得到 $AC = BF$, 然后证得 $AC \parallel BF$, 利用一组对边平行且相等判定平行四边形;

(2) 利用等边三角形的判定和性质以及矩形的判定定理, 解答即可.

【详解】 (1) 证明: 连接 BD .



$$\therefore AC = BD,$$

$$\because \triangle ABC \text{ 和 } \triangle DCB \text{ 中, } AB = DC, AC = BD, BC = CB,$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCB (\text{SSS}).$$

$$\therefore \angle ACB = \angle DBC.$$

$$\text{又} \because DE \perp BC, EF = DE,$$

$$\therefore BD = BF, \angle DBC = \angle FBC,$$

$$\therefore AC = BF, \angle ACB = \angle CBF,$$

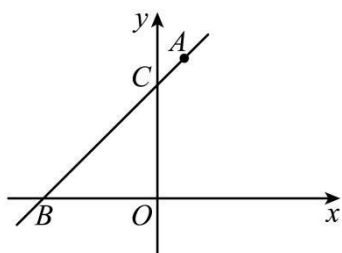
$$\therefore AC \parallel BF,$$

$\therefore$ 四边形 $ABFC$ 是平行四边形;

(2) 证明: $\because BC$ 垂直平分 DF ,

$\therefore BD = BF$, $\angle BED = 90^\circ$,
 $\therefore BD = DF$,
 $\therefore BD = DF = BF$,
 $\therefore \triangle BDF$ 是等边三角形,
 $\therefore \angle DBF = \angle BDE = 60^\circ$, $\angle DBE = 30^\circ$,
 $\therefore AD \parallel BC$,
 $\therefore \angle ADB = \angle DBE = 30^\circ$,
 $\therefore AD = AB$,
 $\therefore \angle ABD = \angle ADB = 30^\circ$,
 $\therefore \angle DBF = 60^\circ$,
 $\therefore \angle ABF = \angle ABD + \angle DBF = 90^\circ$,
 $\therefore$ 四边形 $ABFC$ 是平行四边形,
 $\therefore$ 四边形 $ABFC$ 是矩形

25. 如图, 已知一次函数 $y = kx + 3$ 的图像经过点 $A(1, m)$, 与 x 轴、 y 轴分别相交于 B 、 C 两点, 且 $\angle ABO = 45^\circ$.



- (1) 求 m 的值;
- (2) 点 D 在 x 轴上, 且 $\triangle ACD$ 的面积是 3, 求点 D 的坐标.
- (3) 在 (2) 的条件下, 且点 D 在 x 轴正半轴上, 设点 E 为 x 轴上一动点, 当 $\angle ADC = \angle ECD$ 时, 求点 E 的坐标.

【答案】 (1) 4

(2) 点 D 的坐标为 $(3, 0)$ 或 $(-9, 0)$

(3) $(\frac{3}{2}, 0)$ 或 $(6, 0)$

【分析】 (1) 由函数解析式得 C 的坐标为 $(0, 3)$, 由 $\angle ABO = 45^\circ$ 得 $OB = OC = 3$, 则 B 的坐标为 $(-3, 0)$, 即可求得直线的解析式, 再令 $x = 1$ 求出 y 的值即可得 m 的值;

(2) 设点 D 的坐标为 $(d, 0)$, 由 $S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABD} - S_{\triangle BCD}$, 根据三角形的面积公式列方程即可求解;

(3) 分以下两种情况: ①当 E 在 D 左侧时, 由 $\angle ADC = \angle ECD$ 得 $CE \parallel AD$, 利用待定系数法分别求出直

线 AD 和直线 CE 的解析式, 即可得解; ②当 E 在 D 右侧时, 设 CE 与 AD 相交于点 F , 设 $E(n, 0)$, 由 $\angle ADC = \angle ECD$ 得 $CF = DF$, 利用待定系数法分别求出直线 AD 和直线 CE 的解析式, 并用含 n 的代数式表示出点 F , 再由 $CF = DF$, 根据勾股定理得出关于 n 的方程, 解方程即可.

【详解】(1) 解: $\because$ 一次函数 $y = kx + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于 B 、 C 两点,

$\therefore C$ 的坐标为 $(0, 3)$,

$\because \angle ABO = 45^\circ$,

$\therefore OB = OC = 3$,

$\therefore B$ 的坐标为 $(-3, 0)$,

代入解析式 $y = kx + 3$ 中: $0 = -3k + 3$,

解得 $k = 1$,

$\therefore$ 一次函数解析式为: $y = x + 3$,

$\because$ 一次函数 $y = x + 3$ 的图像经过点 $A(1, m)$,

$\therefore m = 1 + 3 = 4$;

(2) 解: $\because m = 4$,

$\therefore$ 点 $A(1, 4)$,

设点 D 的坐标为 $(d, 0)$,

$\therefore BD = |3 + d|$

$\because OB = OC = 3$, $S_{\triangle ACD} = 3$,

$\therefore D S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABD} - S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times |3 + d| \times 4 - \frac{1}{2} \times |3 + d| \times 3 = 3$,

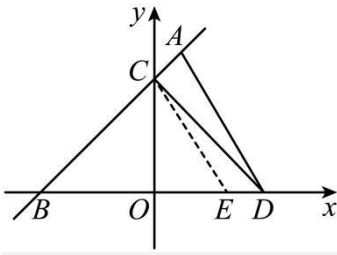
整理得 $|3 + d| = 6$

解得 $d = 3$ 或 $d = -9$,

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(3, 0)$ 或 $(-9, 0)$;

(3) 解: 分以下两种情况:

①当 E 在 D 左侧时,



$$\because \angle ADC = \angle ECD,$$

$$\therefore CE \parallel AD,$$

$\because$ 点 $A(1,4)$, 点 D 的坐标为 $(3,0)$,

设直线 AD 的解析式为 $y = ax + b$,

$$\therefore \begin{cases} 3a + b = 0 \\ a + b = 4 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -2 \\ b = 6 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AD 的解析式为 $y = -2x + 6$,

设直线 CE 的解析式为 $y = -2x + c$,

$\because C$ 的坐标为 $(0,3)$,

$$\therefore c = 3,$$

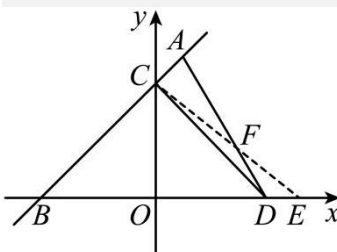
$\therefore$ 直线 CE 的解析式为 $y = -2x + 3$,

当 $y = 0$ 时, $0 = -2x + 3$,

$$\therefore x = \frac{3}{2},$$

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$;

②当 E 在 D 右侧时, 设 CE 与 AD 相交于点 F , 设 $E(n, 0)$,



$$\because \angle ADC = \angle ECD,$$

$$\therefore CF = DF,$$

设直线 CE 的解析式为: $y = cx + d$, 代入 C 、 E 坐标得: $\begin{cases} d = 3 \\ nc + d = 0 \end{cases}$,

$$\text{解得} \begin{cases} c = -\frac{3}{n}, \\ d = 3 \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 CE 的解析式为: $y = -\frac{3}{n}x + 3$.

$\because$ 点 F 同时在直线 AD 、 CE 上,

$$\therefore \begin{cases} y = -2x + 6 \\ y = -\frac{3}{n}x + 3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = \frac{3n}{2n-3} \\ y = \frac{6n-18}{2n-3} \end{cases},$$

$\therefore F$ 的坐标为: $\left(\frac{3n}{2n-3}, \frac{6n-18}{2n-3}\right)$,

$$\therefore CF^2 = \left(\frac{3n}{2n-3}\right)^2 + \left(\frac{6n-18}{2n-3} - 3\right)^2 = DF^2 = \left(\frac{3n}{2n-3} - 3\right)^2 + \left(\frac{6n-18}{2n-3}\right)^2,$$

$$\therefore 9n^2 + 81 = (9-3n)^2 + (6n-18)^2,$$

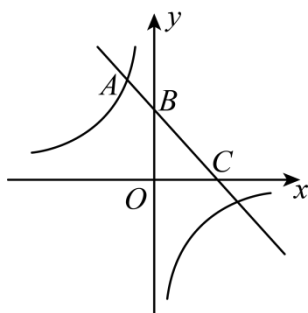
解得: $n = 6$ 或 $n = \frac{3}{2}$ (舍去).

点 E 的坐标为 $(6, 0)$.

综上所述, 点 E 的坐标为: $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ 或 $(6, 0)$.

【点睛】 本题是一次函数综合题, 考查了待定系数法求一次函数解析式, 两直线相交或平行问题, 勾股定理, 平行线的判定等, 解题的关键是熟练掌握相关知识及分类讨论思想在解题过程中的运用.

26. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = -x + b$ 的图象与反比例函数 $y = -\frac{12}{x}$ 的图象交于点 $A(-2, 6)$, 与 y 轴交于点 B , 与 x 轴交于点 C .



(1) 求 b 的值和点 B 的坐标;

(2)如果点 P 是该反比例函数图象上一点, 且点 P 的横坐标小于 -2 , 连接 BP 、 PC , 当 $\triangle PBC$ 的面积等于 10 时, 求点 P 的坐标;

(3)如果点 D 在该反比例函数的图象上, 点 Q 在 x 轴上, 当以 A 、 B 、 D 、 Q 为顶点的四边形为平行四边形时, 直接写出点 Q 的坐标.

【答案】(1) $b=4$, $(0,4)$;

(2) $(-4,3)$

(3) $\left(-\frac{4}{5}, 0\right)$ 或 $(-4, 0)$

【分析】(1) 利用待定系数法解答, 即可;

(2) 过点 P 作 $PE \perp x$ 轴于点 E , 设点 P 的坐标为 $\left(m, -\frac{12}{m}\right)$, 则 $PE = -\frac{12}{m}$, $OE = -m$, 根据

$S_{\triangle PBC} + S_{\triangle PEC} = S_{\text{四边形}OBPE} + S_{\triangle OBC}$, 得到关于 m 的方程, 即可;

(3) 设点 D 的坐标为 $\left(s, -\frac{12}{s}\right)$, 点 Q 的坐标为 $(t, 0)$, 分三种情况: 若以 AD, BQ 为对角线时, 若以 AB, DQ 为对角线时, 若以 AQ, DB 为对角线时, 即可求解.

【详解】(1) 解: 把 $A(-2, 6)$ 代入 $y = -x + b$, 得:

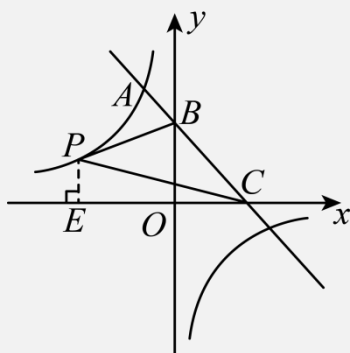
$6 = -(-2) + b$, 解得: $b = 4$,

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y = -x + 4$,

当 $x = 0$ 时, $y = 4$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(0, 4)$;

(2) 解: 如图, 过点 P 作 $PE \perp x$ 轴于点 E ,



设点 P 的坐标为 $\left(m, -\frac{12}{m}\right)$, 则 $PE = -\frac{12}{m}$, $OE = -m$,

对于 $y = -x + 4$,

当 $y = 0$ 时, $x = 4$,

∴ 点 C 的坐标为 $(4,0)$,

∴ $OC = 4$,

∴ 点 B 的坐标为 $(0,4)$,

∴ $OB = 4$,

∵ $S_{\triangle PBC} + S_{\triangle PEC} = S_{\text{四边形}OBPE} + S_{\triangle OBC}$, $\triangle PBC$ 的面积等于 10,

$$\therefore 10 + \frac{1}{2} \times \left(-\frac{12}{m}\right) \times (4-m) = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{12}{m} + 4\right) \times (-m) + \frac{1}{2} \times 4 \times 4,$$

解得: $m_1 = -4, m_2 = 3$ (舍去),

∴ 点 P 的坐标为 $(-4,3)$;

(3) 解: 设点 D 的坐标为 $\left(s, -\frac{12}{s}\right)$, 点 Q 的坐标为 $(t,0)$,

若以 AD, BQ 为对角线时,

$$\begin{cases} \frac{-2+s}{2} = \frac{t+0}{2} \\ \frac{6-\frac{12}{s}}{2} = \frac{4+0}{2} \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} s=6 \\ t=4 \end{cases},$$

∴ 点 Q 的坐标为 $(4,0)$; 此时, A, B, D, Q 共线, 经检验不符合题意;

若以 AB, DQ 为对角线时,

$$\begin{cases} \frac{-2+0}{2} = \frac{t+s}{2} \\ \frac{6+4}{2} = \frac{-\frac{12}{s}+0}{2} \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} s=-\frac{6}{5} \\ t=-\frac{4}{5} \end{cases}, \text{经检验符合题意;}$$

∴ 点 Q 的坐标为 $\left(-\frac{4}{5}, 0\right)$;

若以 AQ, DB 为对角线时,

$$\begin{cases} \frac{-2+t}{2} = \frac{0+s}{2} \\ \frac{6+0}{2} = \frac{-\frac{12}{s}+4}{2} \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} s=-6 \\ t=-4 \end{cases}, \text{经检验符合题意;}$$

∴ 点 Q 的坐标为 $(-4,0)$;

综上所述, 点 Q 的坐标为 $\left(-\frac{4}{5}, 0\right)$ 或 $(-4,0)$.

【点睛】 本题主要考查了一次函数与反比例函数的综合应用, 平行四边形的性质, 一元二次方程的解法,

中点坐标公式的应用，清晰的分类讨论是解本题的关键.