

课后作业押题重难点检测卷（提高卷）

（满分 100 分，考试时间 120 分钟，共 25 题）

注意事项：

1. 本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上；
2. 回答第 I 卷时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。写在本试卷上无效；
3. 回答第 II 卷时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效；
4. 测试范围：一次函数+代数方程全部内容；
5. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷（选择题）

一、选择题（6 小题，每小题 2 分，共 12 分）

1. (24-25 八年级下·上海宝山·课后作业) 若关于 x 的分式方程 $\frac{m}{x-2} = \frac{x+1}{x-2} - 3$ 有增根，则 m 的值是 ()
- A. 3 B. 1 C. -3 D. -1

【答案】A

【分析】本题考查了解分式方程。首先解分式方程求出方程的根为 $x = \frac{7-m}{2}$ ，因为分式方程有增根，所以方程的根为 $x = \frac{7-m}{2} = 2$ ，解关于 m 的一元一次方程求出 m 的值即可。

【详解】解： $\frac{m}{x-2} = \frac{x+1}{x-2} - 3$ ，

去分母得： $m = x+1-3(x-2)$ ，

去括号得： $m = x+1-3x+6$ ，

移项得： $3x-x=1+6-m$ ，

合并同类项得： $2x=7-m$ ，

系数化为 1 得： $x = \frac{7-m}{2}$ ，

∵ 关于 x 的分式方程 $\frac{m}{x-2} = \frac{x+1}{x-2} - 3$ 有增根，

∴ $x = \frac{7-m}{2} = 2$ ，

解得： $m = 3$ 。

故选：A .

2. (24-25 八年级下·上海嘉定·课后作业) 小明准备完成题目：解方程 $\frac{2}{*} + \frac{1}{x+2} = 0$. 发现分母的位置“*”处印刷不清，查阅答案后得知这个方程的解是 $x = -1$ ，请你帮助小明推断印刷不清的位置可能是 ()

A. $x-1$

B. $-x-1$

C. $x+1$

D. x^2-1

【答案】A

【分析】此题考查了解分式方程，设印刷不清的位置的式子为 a ，把 $x = -1$ 代入分式方程计算确定出 a 即可.

【详解】解：设印刷不清的位置的式子为 a ，即 $\frac{2}{a} + \frac{1}{x+2} = 0$ ，

把 $x = -1$ 代入得： $\frac{2}{a} + \frac{1}{-1+2} = 0$ ，

解得： $a = -2$ ，

检验：把 $a = -2$ 代入得： $a \neq 0$ ，

$\therefore$ 分式方程的解为 $a = -2$ ，

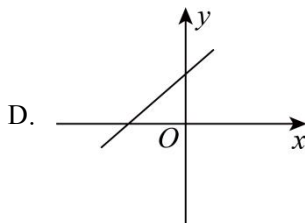
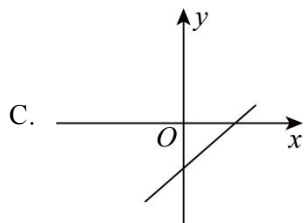
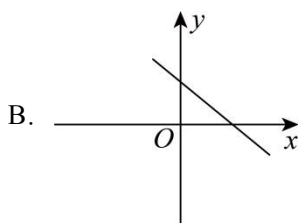
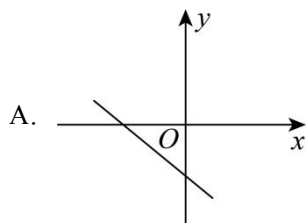
$\because x = -1$ ，

$\therefore x-1 = -1-1 = -2 = a$ ， $-x-1 = 0 \neq a$ ， $x+1 = 0 \neq a$ ， $x^2-1 = 0 \neq a$ ，

$\therefore$ 推断印刷不清的位置可能是 $x-1$.

故选：A.

3. (23-24 八年级下·上海虹口·期末) 已知 $k > 0$ ，则一次函数 $y = -kx + k$ 的图象大致是 ()



【答案】B

【分析】本题考查一次函数的图象与性质，本题的关键是熟练掌握一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 中 k 决定函数的增减性， b 决定与 y 轴交点的纵坐标. 由 $k > 0$ ， $-k < 0$ ，则可得一次函数 $y = -kx + k$ 的 y 值随 x 值的增大而减小，且与 y 轴交于正半轴，即可判断.

【详解】解：∵ $k > 0$ ，

∴ $-k < 0$ ，

∴ 一次函数 $y = -kx + k$ 的 y 值随 x 值的增大而减小，且与 y 轴交于正半轴，

只有选项 B 符合题意，

故选：B.

4. (24-25 八年级下·上海长宁·课后作业) 全程平均速度均为 v 千米/小时的成都东到西安北的某趟动车经停绵阳站，具体信息如表，现已知绵阳到西安北的时间 t_2 比成都东到绵阳的时间 t_1 多 3.2 小时，则根据该关系可列出关于 v 的方程是 ()

区间段	区间近似里程 (千米)	区间平均速度 (v 千米/小时)	相应时间 (小时)
成都东 - 绵阳	110	v	t_1
绵阳 - 西安北	540	v	t_2

A. $\frac{110}{v} + 3.2 = \frac{540}{v}$

B. $\frac{110}{v} - 3.2 = \frac{540}{v}$

C. $\frac{v}{110} - \frac{v}{540} = 3.2$

D. $\frac{110}{v} + \frac{540}{v} = 3.2$

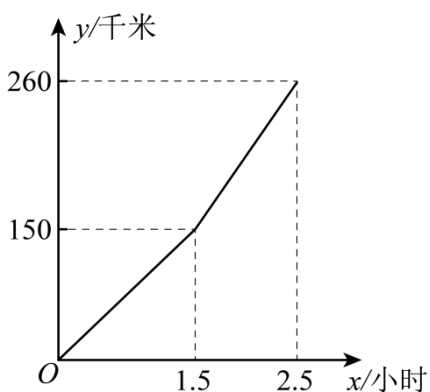
【答案】A

【分析】本题考查了分式方程，根据绵阳到西安北的时间 t_2 比成都东到绵阳的时间 t_1 多 3.2 小时，列方程即可得到结论，正确地理解题意是解题的关键.

【详解】解：根据题意得， $\frac{110}{v} + 3.2 = \frac{540}{v}$ ，

故选：A.

5. (23-24 八年级下·上海普陀·期末) “十一”黄金周期间，乐乐一家自驾游去了离家 260km 的某地，下面是他们离家的距离 y (km) 与汽车行驶时间 x (h) 之间的函数图象，乐乐一家出发 2.3h 时，离目的地还有 ()



A. 22km

B. 32km

C. 238km

D. 228km

【答案】A

【分析】 本题考查一次函数的应用，用待定系数法求出函数的关系式是解决问题的关键，同时要充分了解分段函数的意义.

用待定系数法可求出 $1.5 < x \leq 2.5$ 所对应的函数关系式，再把 $x=2.3$ 代入 AB 所对应的关系式，可求出 y 的值，再从总路程 260 千米减去 y 的值即可.

【详解】 解：设 $1.5 < x \leq 2.5$ 所对应的 y 与 x 的关系式为： $y = kx + b$ ，把 $(1.5, 150)$ ， $(2.5, 260)$ 代入得，

$$\begin{cases} 1.5k + b = 150 \\ 2.5k + b = 260 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} k = 110 \\ b = -15 \end{cases},$

$\therefore$ 线段 AB 所对应的 y 与 x 的关系式为： $y = 110x - 15 (1.5 < x \leq 2.5)$ ，，

$x=2.3$ 时，代入 $y = 110x - 15$ 得， $y = 238$ ，

$260 - 238 = 22$ (千米)，

即他们出发 2.3 小时，离目的地还有 22 千米.

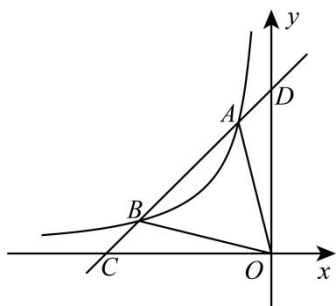
故选：A.

6. (23-24 八年级下·上海崇明·期末) 已知一次函数 $y = ax + b$ 与反比例函数 $y = \frac{m}{x} (x < 0)$ 的图象交于 $A(-2, 4)$ ，

$B(-4, 2)$ 两点且与 x 轴和 y 轴分别交于点 C ， D . 有① $m = 8$ ；② $a = 1$ ， $b = 6$ ；③ $\frac{m}{x} > ax + b$ 时， x 的取值

范围是 $-4 < x < -2$ ；④当点 P 在 x 轴上，且 $\triangle AOP$ 的面积等于 $\triangle AOB$ 的面积的一半时，点 P 的坐标为 $(-1.5, 0)$

或 $(1.5, 0)$ ；则正确的选项是 ()



A. ①③

B. ②③

C. ②④

D. ③④

【答案】C

【分析】本题考查一次函数与反比例函数图象的交点问题，反比例函数与几何的综合应用，正确的求出函数解析式，利用数形结合的思想进行求解是解题的关键：

由待定系数法求出函数解析式可判断①②；根据图象可判断③；先求出 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} - S_{\triangle BOC} = 6$ ，根据

$S_{\triangle AOP} = \frac{1}{2}OP \cdot |y_A| = \frac{1}{2}S_{\triangle AOB}$ 求出 $OP = 1.5$ ，可求出点 P 的坐标可判断④

【详解】解：①把 $A(-2, 4)$ 代入 $y = \frac{m}{x}$ ，得： $m = -2 \times 4 = -8$ ，故①错误；

②把 $A(-2, 4), B(-4, 2)$ 两点代入 $y = ax + b$ ，

$$\begin{cases} -2a + b = 4 \\ -4a + b = 2 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} a = 1 \\ b = 6 \end{cases}, \text{故②正确;}$$

③由图象可知， $\frac{m}{x} > ax + b$ 的解集为： $x < -4$ 或 $-2 < x < 0$ ，故③错误；

④由②可知 $y = x + 6$ ，

$\therefore$ 当 $y = 0$ 时， $x = -6$ ，

$\therefore C(-6, 0)$ ，

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} - S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times 6 \times (4 - 2) = 6,$$

$\therefore$ 点 P 在 x 轴上，

$$\therefore S_{\triangle AOP} = \frac{1}{2}OP \cdot |y_A| = \frac{1}{2}S_{\triangle AOB}, \text{ 即: } 4OP = 6,$$

$\therefore OP = 1.5$ ，

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-1.5, 0)$ 或 $(1.5, 0)$ ，故④正确.

故选 C.

第 II 卷 (非选择题)

二、填空题 (12 小题，每小题 2 分，共 24 分)

7. (2024·上海青浦·模拟预测) 方程 $\frac{x}{x-1} = 2$ 的解是_____.

【答案】 $x = 2$

【分析】本题考查了解分式方程，先化为整式方程，再解一元一次方程，然后对所求的方程的解进行检验即可得.

【详解】解： $\frac{x}{x-1} = 2$

去分母得, $x = 2x - 2$

解得 $x = 2$

检验: 将 $x = 2$ 代入 $x - 1 = 1 \neq 0$

$\therefore$ 原方程的解为 $x = 2$.

8. (24-25 八年级下·上海青浦·阶段练习) 已知关于 x 的方程 $2x^2 + mx + 3 = 8$ 是二项方程, 那么 $m =$ _____.

【答案】 0

【分析】 本题考查高次方程, 利用方程的项数得出方程不含一次项是解题的关键.

根据二项方程可得 不含 mx 这一项 解题即可.

【详解】 解: $\because$ 方程 $2x^2 + mx + 3 = 8$ 是二项方程,

$\therefore mx = 0$, 即 $m = 0$,

故答案为: 0.

9. (23-24 八年级下·上海宝山·期末) 写出一个图象过点 $(2, 6)$ 且 y 随 x 的增大而增大的一次函数解析式_____.

【答案】 $y = 2x + 2$ (答案不唯一)

【分析】 根据一次函数图象上点的坐标特征解答即可.

本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 一次函数性质, 熟练掌握以上知识点是关键.

【详解】 解: 根据一次函数 y 随 x 的增大而增大, 可设解析式为 $y = 2x + b$,

$\because$ 一次函数图象过点 $(2, 6)$,

$\therefore 6 = 4 + b$, 解得 $b = 2$,

$\therefore$ 一次函数解析式为: $y = 2x + 2$ (答案不唯一).

故答案为: $y = 2x + 2$ (答案不唯一).

10. (23-24 八年级下·上海奉贤·期末) 已知关于 x 的分式方程 $\frac{1-m}{x-1} - 2 = \frac{2}{1-x}$ 的解是非负数, 则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m \leq 5$ 且 $m \neq 3$ / $m \neq 3$ 且 $m \leq 5$

【分析】 本题考查分式方程的解、解一元一次不等式, 首先对原分式方程变形, 其次解出分式方程的解. 再根据分式方程解是非负数, 最简公分母不为 0, 列不等式, 求出公共的解集即可.

【详解】 解: 原分式方程可化为: $\frac{1-m}{x-1} - 2 = \frac{-2}{x-1}$

去分母得: $1 - m - 2(x - 1) = -2$

解得 $x = \frac{5-m}{2}$

又∵分式方程的解是非负数

∴ $\frac{5-m}{2} \geq 0$ 且 $\frac{5-m}{2} \neq 1$

∴ m 的取值范围是: $m \leq 5$ 且 $m \neq 3$

11. (23-24 八年级下·上海静安·期末) 已知一次函数 $y = 2x - 3$ 与 $y = ax + b$ (a, b 为常数, $a \neq 0$) 的图象相交于点 $P(m, 1)$, 则方程组 $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ ax + b - y = 0 \end{cases}$ 的解为_____.

【答案】 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

【分析】 本题考查了二元一次方程组与一次函数的关系, 正确理解题意、求出点 P 的坐标是解题的关键. 先求出点 P 的坐标, 再根据一次函数的交点坐标即为两个函数联立组成的方程组的解, 即可求解.

【详解】 解: 对于一次函数 $y = 2x - 3$, 当 $y = 1$ 时, $x = 2$,

∴ 点 P 的坐标为 $(2, 1)$,

∴ 则方程组 $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ ax + b - y = 0 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$.

故答案为: $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$.

12. (23-24 八年级下·上海闵行·期末) 已知 y 是 x 的一次函数, 下表是其中部分对应数据: 则表中 a 的值为_____.

x	...	-1	0	1	2	...
y	...	-2	1	4	a	...

【答案】 7

【分析】 本题考查一次函数, 熟练掌握求一次函数的方法是解题的关键; 根据题意, 先求解该一次函数, 再将 $x = 2$ 代入一次函数, 即可求解;

【详解】 解: 已知 y 是 x 的一次函数,
则 $y = kx + b$,

当 $x = -1$ 时, $y = -2$,

则 $-k + b = -2$,

当 $x = 0$ 时, $y = 1$,

则 $y = b = 1$;

则 $k = 3$,

该一次函数解析式为 $y = 3x + 1$;

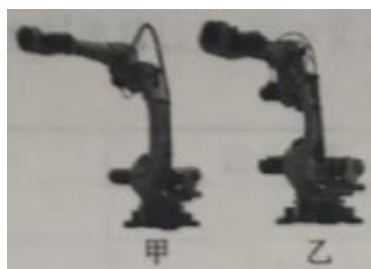
当 $x = 2$ 时,

$y = 2 \times 3 + 1 = 7$,

$\therefore a = 7$;

故答案为: 7

13. (23-24 八年级下·上海崇明·课后作业) 如图, 某公司有两种型号的机械手臂, 甲型号机械手臂比乙型号机械手臂每小时多生产 200 个产品, 甲型号机械手臂生产 2400 个产品所用的时间与乙型号机械手臂生产 1600 个产品所用的时间相同, 则甲型号机械手臂每小时生产____个产品.



【答案】 600

【分析】 本题考查了分式方程的应用. 设甲型号机械手臂每小时生产 x 个产品, 则乙型号机械手臂每小时生产 $(x - 200)$ 个产品, 根据 $\text{工作时间} = \text{工作总量} \div \text{工作效率}$, 结合“甲型号机械手臂生产 2400 个产品所用的时间与乙型号机械手臂生产 1600 个产品所用的时间相同”列出分式方程, 解之即可求解.

【详解】 解: 设甲型号机械手臂每小时生产 x 个产品, 则乙型号机械手臂每小时生产 $(x - 200)$ 个产品,

依题意得 $\frac{2400}{x} = \frac{1600}{x - 200}$,

解得 $x = 600$,

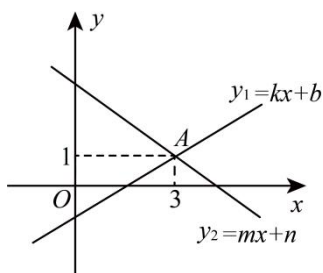
经检验, $x = 600$ 是原方程的解, 且符合题意,

则甲型号机械手臂每小时生产 600 个产品.

故答案为: 600.

14. (23-24 八年级下·上海静安·课后作业) 如图, 直线 $y_1 = kx + b$ ($k > 0$) 与直线 $y_2 = mx + n$ ($m < 0$) 交于点 A ,

当 $y_1 < y_2$ 时, x 的取值范围是_____.



【答案】 $x < 3$

【分析】 本题主要考查了一次函数与一元一次不等式, 观察图象可知交点为 $(3, 1)$, 从交点向左函数 y_1 的图象在 y_2 的图象下方, 进而得出取值范围.

【详解】 解: 观察图象可知,

当 $x < 3$ 时, $y_1 < y_2$.

故答案为: $x < 3$.

15. (24-25 八年级下·上海长宁·阶段练习) 若关于 y 的不等式组 $\begin{cases} \frac{1}{2}(y+4) - \frac{2y-1}{3} > \frac{1}{2} \\ \frac{1-y}{2} \leq 3-a \end{cases}$ 至少有 2 个奇数解,

且关于 x 的分式方程 $\frac{16}{x(x-4)} + \frac{2}{x} = \frac{a}{x-4}$ 有正整数解, 那么符合条件的所有整数 a 的和为_____.

【答案】 9

【分析】 此题考查了分式方程的解, 以及一元一次不等式组的整数解, 熟练掌握运算法则是解本题的关键. 表示出不等式组的解集, 由不等式组有且只有 2 个奇数解, 确定出 a 的范围, 分式方程去分母转化为整式方程, 表示出 x , 由 x 为正整数确定出 a 的值即可.

【详解】 解: 不等式组 $\begin{cases} \frac{1}{2}(y+4) - \frac{2y-1}{3} > \frac{1}{2} \\ \frac{1-y}{2} \leq 3-a \end{cases}$

解得: $\begin{cases} y < 11 \\ y \geq 2a-5 \end{cases}$; 即 $2a-5 \leq y < 11$,

由不等式组至少有 2 个奇数解, 即至少 9, 7 两个奇数是不等式组的解, 故 $2a-5 \leq 7$,

解得: $a \leq 6$,

$$\frac{16}{x(x-4)} + \frac{2}{x} = \frac{a}{x-4}$$

分式方程去分母得: $16 + 2(x-4) = ax$, 即 $(2-a)x = -8$,

由分式方程有正整数解, 得到 $2-a \neq 2$,

由 x 为正整数, 且 $x = \frac{8}{a-2}$, ,

解得: $a = 3$ 或 4 或 $6, 10$,

$\because a = 4$, 分式方程: $x = 4$ 是增根, $a \leq 6$,

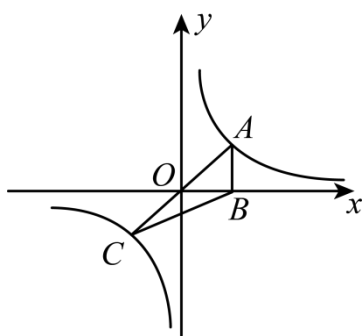
综上所述: $a = 3$ 或 6 ,

$\therefore 3 + 6 = 9$,

则符合条件的所有整数 a 的和为 9 ,

故答案为: 9 .

16. (23-24 八年级下·上海杨浦·课后作业) 如图, 正比例函数 $y = kx (k > 0)$ 与反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象相交于 A 、 C 两点, 过点 A 作 x 轴的垂线交 x 轴于点 B , 连接 BC , 则 $\triangle ABC$ 的面积等于_____.



【答案】4

【分析】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 反比例函数的几何意义, 熟练掌握过反比例函数上任意一点向坐标轴作垂线, 与原点所连的线段所围成的直角三角形的面积为 $\frac{1}{2}|k|$ 是解题的关键. 由正比例函数 $y = kx (k > 0)$ 与反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象相交于 A 、 C 两点可得 $|y_A| = |y_C|$, 从而得到 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle COB}$, 由反比例函数的几何意义可得 $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times 4 = 2$, 由此即可得到答案.

【详解】 解: $\because$ 正比例函数 $y = kx (k > 0)$ 与反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象相交于 A 、 C 两点,

$\therefore$ 点 A 、 C 关于原点对称,

$\therefore |y_A| = |y_C|$,

$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OB \times |y_A|$, $S_{\triangle COB} = \frac{1}{2} OB \times |y_C|$,

$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle COB}$,

$\therefore$ 过点 A 作 x 轴的垂线交 x 轴于点 B ,

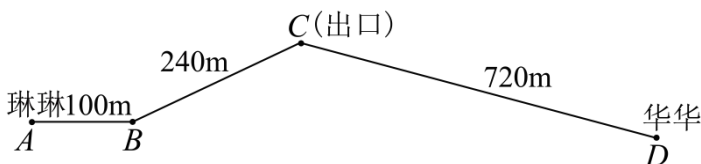
$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times 4 = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle COB} = S_{\triangle AOB} = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle COB} + S_{\triangle AOB} = 4,$$

故答案为：4.

17. (23-24 八年级下·上海虹口·阶段练习) 如图, 琳琳和 HH 相约周末到家乡美食小镇游玩, 两人同时分别到达小吃摊位 A 和 D, 并约在出口 C 会合, 琳琳从 A 经过 B 摊位, 最后到达出口 C, HH 从 D 摊位直接前往出口 C, 速度与琳琳从 B 到 C 的速度相同, 两人在每两个地点间均匀速前进, 各点间距如图所示. 若琳琳从 A 到 B 的速度比从 B 到 C 的速度慢 10m/min, 且从 A 到 B 的时间为从 B 到 C 时间的一半, 则_____ (填“琳琳”或“HH”) 先到达出口 C.



【答案】琳琳

【分析】本题主要考查分式方程的应用, 正确找到等量关系列出方程是解答本题的关键.

设琳琳从 A 到 B 的速度为 x m/min, 则从 B 到 C 的速度为 $(x+10)$ m/min, 根据从 A 到 B 的时间为从 B 到 C 时间的一半可列分式方程, 求出 x 的值, 再分别计算出琳琳和 HH 到达出口 C 的时间进行比较即可得出答案.

【详解】解: 设琳琳从 A 到 B 的速度为 x m/min, 根据题意得:

$$\frac{100}{x} = \frac{240}{x+10} \times \frac{1}{2},$$

解得: $x = 50$,

经检验, $x = 50$ 是原方程的解,

$$\therefore x+10 = 50+10 = 60,$$

$$\text{琳琳所用的时间为: } \frac{100}{50} + \frac{240}{60} = 2 + 4 = 6 (\text{min}),$$

$$\text{HH 所用的时间为: } \frac{720}{60} = 12 (\text{min}),$$

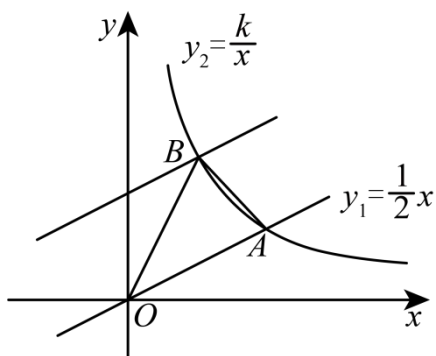
$$\therefore 6 \text{ min} < 12 \text{ min},$$

$\therefore$ 琳琳先到达出口 C,

故答案为: 琳琳.

18. (23-24 八年级下·上海松江·阶段练习) 如图, 正比例函数 $y = \frac{1}{2}x$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象交于

点 $A(m, 2)$ ，若把直线 $y = \frac{1}{2}x$ 向上平移 3 个单位长度与 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 交于点 B ，连接 AB 、 OB ，则 $\triangle AOB$ 的面积为_____.



【答案】 6

【分析】 本题考查一次函数图象的平移，一次函数与反比例函数的交点问题，把 $A(m, 2)$ 代入 $y = \frac{1}{2}x$ ，求出 A 点坐标，进而求出反比例函数的解析式，求出平移后的直线的解析式，进而求出点 B 的坐标，作 $AC \perp x$ 轴， $BD \perp x$ 轴，推出 $\triangle AOB$ 的面积等于梯形 $BDCA$ 的面积，进行求解即可.

【详解】 解：把 $A(m, 2)$ 代入 $y = \frac{1}{2}x$ ，得： $m = 4$ ，

$$\therefore A(4, 2),$$

$$\therefore k = 2 \times 4 = 8,$$

$$\therefore y = \frac{8}{x},$$

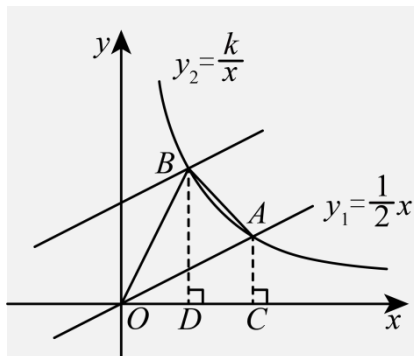
$\because$ 把直线 $y = \frac{1}{2}x$ 向上平移 3 个单位长度，得到 $y = \frac{1}{2}x + 3$ ，

$$\therefore \text{联立} \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 3 \\ y = \frac{8}{x} \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -8 \\ y = -1 \end{cases},$$

$$\therefore B(2, 4),$$

作 $AC \perp x$ 轴， $BD \perp x$ 轴，则： $S_{\triangle BOD} = S_{\triangle AOC} = \frac{k}{2} = 4$ ，

则： $AC = 2, BD = 4, CD = 4 - 2 = 2$ ，



$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle BOD} + S_{\text{四边形}BDCA} - S_{\triangle AOC}$$

$$= S_{\text{四边形}BDCA} = \frac{1}{2} \times (2+4) \times 2 = 6 ;$$

故答案为：6.

三、解答题 (7 小题，共 64 分)

19. (23-24 八年级下·上海宝山·期末) 分解因式或解分式方程：

(1) $a^2x^2 - ax$

(2) $x^2 + 12x + 36$

(3) $\frac{5}{2x+1} = \frac{2}{x}$

(4) $\frac{3}{x+3} - \frac{1}{3-x} = \frac{6}{x^2-9}$

【答案】(1) $ax(ax-1)$

(2) $(x+6)^2$

(3) $x=2$

(4) 无解

【分析】 本题考查了因式分解和解分式方程．熟练掌握解分式方程的步骤是解题的关键．注意验根．

(1) 直接提公因式 ax 即可分解因式；

(2) 利用完全平方公式分解因式即可．

(3) 通过去分母，去括号，移项，合并同类项，系数化 1 和检验解分式方程即可；

(4) 通过去分母，去括号，移项，合并同类项，系数化 1 和检验解分式方程即可．

【详解】 (1) 解： $a^2x^2 - ax = ax(ax-1)$

(2) $x^2 + 12x + 36 = (x+6)^2$

(3) 解: $\frac{5}{2x+1} = \frac{2}{x}$,

方程两边同时乘以 $x(2x+1)$, 得: $5x = 2(2x+1)$,

解得: $x = 2$,

检验: 当 $x = 2$ 时, $x(2x+1) \neq 0$,

所以原分式方程的解为 $x = 2$;

(4) 解: $\frac{3}{x+3} - \frac{1}{3-x} = \frac{6}{x^2-9}$

去分母, 得: $3(x-3) + x + 3 = 6$

去括号, 得: $3x - 9 + x + 3 = 6$

移项, 合并同类项, 得: $4x = 12$

系数化 1, 得: $x = 3$

检验: 当 $x = 3$ 时, $(x+3)(x-3) = 0$,

所以分式方程无解

20. (23-24 八年级下·上海闵行·阶段练习) 观察下面习题的解答过程.

题目: 先化简, 再求值: $\frac{x^2}{x-1} - x + 1$, 其中 $x =$  解:

$$\text{原式} = \frac{x^2}{x-1} - \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} \dots\dots \textcircled{1},$$

$$= \frac{x^2}{x-1} - \frac{x^2-1}{x-1} \dots\dots \textcircled{2},$$

$$= \frac{1}{x-1} \dots\dots \textcircled{3}.$$

(1) 解答过程中开始出现错误的步骤是 _____ (填序号), 请写出正确的化简过程;

(2) 若代入求值后的计算结果为 3, 求题目中被墨水遮住的 x 的值.

【答案】 (1) ①, 见解析;

(2) 2.

【分析】 题考查了异分母分式的加减运算, 解分式方程, 解题的关键是掌握以上运算法则.

(1) 根据异分母分式的加减运算法则可判断出步骤 ① 错了, 根据异分母分式的加减运算法则求解即可;

(2) 令 $\frac{2x-1}{x-1} = 3$, 然后解分式方程即可求解.

【详解】 (1) 解: ①,

正确的化简过程如下:

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= \frac{x^2}{x-1} - \frac{x(x-1)}{x-1} + \frac{x-1}{x-1}, \\
 &= \frac{x^2 - x(x-1) + x - 1}{x-1}, \\
 &= \frac{x^2 - x^2 + x + x - 1}{x-1}, \\
 &= \frac{2x-1}{x-1};
 \end{aligned}$$

(2) 解：∵ 原式的计算结果为 3，

$$\frac{2x-1}{x-1} = 3,$$

解得 $x = 2$ ，

经检验， $x = 2$ 是分式方程的解，

∴ 题目中被墨水遮住的 x 的值为 2.

21. (2024·上海长宁·二模) 北京冬季奥运会和冬残奥会的吉祥物“冰墩墩”和“雪容融”深受全世界人民的喜爱，某生产厂家经授权每天生产两种吉祥物挂件共 600 件，且当天全部售出，原料成本、销售单价及工人生产提成如表所示：设该厂每天制作“冰墩墩”挂件 x 件，每天获得的利润为 y 元.

	原料成本 (元/件)	生产提成 (元/件)	销售单价 (元/件)
“冰墩墩”	32	5	45
“雪容融”	28	6	40

(1) 求出 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 若该厂每天生产“雪容融”200 件，该厂一天所获得的总利润是多少？

【答案】 (1) $y = 2x + 3600$

(2) 4400

【分析】 (1) 根据总利润等于销售两种吉祥物挂件的利润之和，列出式子即可解决问题；

(2) 根据题意得求出 x ，结合 (1) 的结论即可解答.

【详解】 (1) 解：由题意得： $y = (45 - 32 - 5)x + (40 - 28 - 6)(600 - x) = 2x + 3600$ ，

即 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = 2x + 3600$ ；

(2) 解：由题意得： $x = 600 - 200 = 400$

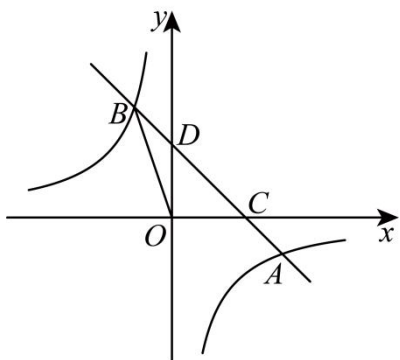
$$y = 2x + 3600 = 2 \times 400 + 3600 = 4400$$

答：该厂一天所获得的总利润是 4400 元.

【点睛】 本题考查了一次函数的应用，难度一般，解答本题的关键是读懂题意列出函数关系式并熟练掌握

及一次函数求函数值的方法.

22. (24-25 八年级下·上海闵行·阶段练习) 如图, 一次函数 $y_1 = mx + n$ ($m \neq 0$) 的图像与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图像交于 $A(a, -1)$, $B(-1, 3)$ 两点, 且一次函数的图像交 x 轴于点 C , 交 y 轴于点 D .



(1) 求一次函数和反比例函数的解析式.

(2) 对于反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), 当 $y \leq 3$ 时, 直接写出 x 的取值范围.

【答案】 (1) $y = -\frac{3}{x}$; $y_1 = -x + 2$

(2) $x \leq -1$ 或 $x > 0$

【分析】 本题主要考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 熟知反比例函数及一次函数的图像与性质是解题的关键.

(1) 将点 B 坐标代入反比例函数解析式, 求出 k , 再将点 A 坐标代入反比例函数解析式, 求出点 A 坐标, 最后将 A , B 两点坐标代入一次函数解析式即可解决问题;

(2) 结合函数图像, 即可获得答案.

【详解】 (1) 解: 将点 $B(-1, 3)$ 代入 $y_2 = \frac{k}{x}$,

可得, $k = -3$,

所以反比例函数的解析式为 $y_2 = \frac{-3}{x}$,

将点 $A(a, -1)$ 代入 $y_2 = \frac{-3}{x}$,

可得 $-1 = \frac{-3}{a}$, 解得 $a = 3$,

所以点 A 的坐标为 $(3, -1)$,

将点 A 和点 B 的坐标代入 $y_1 = mx + n$ 得,

$$\begin{cases} 3m+n=-1 \\ -m+n=3 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} m=-1 \\ n=2 \end{cases},$$

所以一次函数的解析式为 $y_1 = -x + 2$;

(2) $\because B(-1,3),$

$\therefore$ 当 $y \leq 3$ 时, $x \leq -1$ 或 $x > 0$,

$\therefore x$ 的取值范围为 $x \leq -1$ 或 $x > 0$.

23. (2024·上海静安·一模) 下面是小琼学习了分式方程后所做的课堂笔记, 请认真阅读并完成相应的任务.

题目: 某中学组织学生们到离学校 3000m 的郊区进行社会调查. 一部分学生步行前往, 另一部分学生在步行的学生出发 25min 后, 骑自行车沿相同路线行进, 步行的学生与骑自行车的学生同时到达目的地, 已知骑自行车的速度是步行速度的 3 倍, 分别求步行和骑自行车的速度.

方法	分析问题	列出方程
解法一	设... 等量关系: 步行的时间 - 骑自行车时间 = 25min	$\frac{3000}{x} - \frac{3000}{3x} = 25$
解法二	设... 等量关系: $3 \times$ 步行的速度 = 骑自行车的速度	$3 \times \frac{3000}{x} = \frac{3000}{x - 25}$

任务:

(1)解法一所列的方程中的 x 表示_____, 解法二所列的方程中的 x 表示_____;

- A. 步行的速度为 $x\text{m/min}$
- B. 骑自行车的速度为 $x\text{m/min}$
- C. 步行的时间为 $x\text{min}$

(2)任选一种方法, 分别求出步行和骑自行车的速度.

【答案】(1)A, C

(2)步行的速度为 80m/min, 骑自行车的速度为 240m/min

【分析】 本题考查分式方程的应用, 关键是根据等量关系列出方程.

- (1) 根据列表中给出的等量关系得出结论;
- (2) 根据分式方程的解法解方程即可.

【详解】 (1) 解: 根据题意知, 解法一所列的方程中的 x 表示步行的速度为 $x\text{m/min}$;
解法二所列的方程中的 x 表示步行的时间为 $x\text{min}$.

故答案为：A，C；

(2) 解法一：设步行的速度为 $x\text{m/min}$ ，则骑自行车的速度为 $3x\text{m/min}$ ，

根据题意得： $\frac{3000}{x} - \frac{3000}{3x} = 25$ ，

解得 $x = 80$ ，

经检验， $x = 80$ 是原方程的解，

此时 $3x = 240(\text{m/min})$ ，

答：步行的速度为 80m/min ，骑自行车的速度为 240m/min ；

解法二：设步行的时间为 $x\text{min}$ ，则骑自行车的时间为 $(x-25)\text{min}$ ，

根据题意得： $3 \times \frac{3000}{x} = \frac{3000}{x-25}$ ，

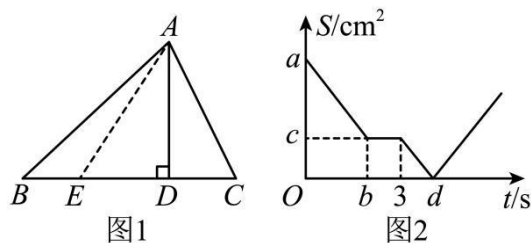
解得： $x = \frac{75}{2}$ ，

经检验， $x = \frac{75}{2}$ 是原方程的解，

此时 $\frac{3000}{\frac{75}{2}} = 80(\text{m/min})$ ， $\frac{3000}{x-25} = 240(\text{m/min})$ ，

答：步行的速度为 80m/min ，骑自行车的速度为 240m/min 。

24. (23-24 八年级下·上海嘉定·阶段练习) 如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， $AD \perp BC$ 于点 D ， $AD = 4\text{cm}$ ， $BC = 6\text{cm}$ ，动点 E 从点 B 出发，沿射线 BC 以 2cm/s 的速度匀速运动，到达点 D 时停留 1s 后以原速度继续运动。如图 2 为 $\triangle ACE$ 的面积 $S(\text{cm}^2)$ 随时间 $t(\text{s})$ 的变化图像。



(1) 填写图 2 中数据： $a = \underline{\quad}$ ， $b = \underline{\quad}$ ， $c = \underline{\quad}$ ， $d = \underline{\quad}$ ；

(2) 当 $t = \underline{\quad}\text{s}$ 时， $S_{\triangle ACE} = 2S_{\triangle ACD}$ ；

(3) 求整个运动过程中 S 与 t 的函数关系式。

(4) 当动点 E 从点 B 出发时，动点 F 同时从点 C 沿 CB 边以 0.5cm/s 的速度向终点 B 运动，当点 F 到达终点 B 后，点 E 也随之停止运动。直接写出 t 取何值时， $S_{\triangle AEF} = \frac{16}{3}\text{cm}^2$ 。

【答案】(1) 12， 2， 4， 4；

(2) 1 或 6

$$(3) S = \begin{cases} 12 - 4t & (0 \leq t \leq 2) \\ 8 & (2 < t \leq 3) \\ 16 - 4t & (3 < t \leq 4) \\ 4t - 16 & (t > 4) \end{cases}$$

$$(4) \text{ 当 } t = \frac{4}{3} \text{ 或 } t = \frac{64}{15} \text{ 时, } S_{\triangle AEF} = \frac{16}{3} \text{ cm}^2$$

【分析】此题考查从函数图象获取信息、求函数解析式、一元一次方程的应用等知识分类讨论是解题的关键.

(1) 由三角形的面积公式可求出 a , 由图 2 可求出 b , 由三角形的面积公式可求出 c , 由 BC 的长度与点 E 运动的速度以及到达 D 时停留 1s 以原速度继续运动即可求出 d ;

(2) 由面积关系先求出 CE , 得出 BE , 再由点 E 的速度即可得出结果;

(3) 根据时间分情况讨论即可求出函数解析式;

(4) 由三角形的面积公式可求出 EF , 分别当 E 在 F 的左侧时, 以及 E 在 F 右侧时, 求出 t 的值.

【详解】(1) 解: 由题意得:

$$a = \frac{1}{2} BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12 \text{ (cm}^2\text{)},$$

$$b = 3 - 1 = 2,$$

$$c = \frac{1}{2} \times (6 - 2 \times 2) \times 4 = 4 \text{ (cm}^2\text{)},$$

$$d = 6 \div 2 + 1 = 4,$$

故答案为: 12, 2, 4, 4;

(2) 解: 由 (1) 得: $BD = 2 \times 2 = 4$, $CD = 6 - 4 = 2$,

$$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} CD \cdot AD = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4,$$

$$S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} CE \cdot AD = \frac{1}{2} CE \times 4 = 2CE, \quad S_{\triangle ACE} = 2S_{\triangle ACD},$$

$$\therefore 2CE = 2 \times 4,$$

$$\therefore CE = 4 \text{ (cm)},$$

当 E 在 BC 上时,

$$BE = BC - CE = 6 - 4 = 2 \text{ (cm)}$$

$$\therefore t = \frac{2}{2} = 1 \text{ (s)}$$

当 E 在 BC 延长线时,

$$BE = BC + CE = 6 + 4 = 10 \text{ (cm)}$$

$\therefore E$ 是到达点 D 时停留 1s 后以原速度继续运动,

$$\therefore t = \frac{10}{2} + 1 = 6 \text{ (s)}$$

综上所述, 当 $t = 1\text{s}$ 或 $t = 6\text{s}$ 时,

$$S_{\triangle ACE} = 2S_{\triangle ACD},$$

故答案为: 1 或 6;

(3) 由题意可知, $b = 2$,

$$\therefore BD = 2 \times 2 = 4 \text{ (cm)},$$

$$\text{当 } 0 \leq t \leq 2 \text{ 时, } S = \frac{1}{2} \times 4 \times (6 - 2t) = 12 - 4t$$

$$\text{当 } 2 < t \leq 3 \text{ 时, } S = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8,$$

$$\text{当 } 3 < t \leq 4 \text{ 时, } S = \frac{1}{2} \times 4 \times [2 - 2(t - 3)] = 16 - 4t,$$

$$\text{当 } t > 4 \text{ 时, } S = \frac{1}{2} \times 4 \times 2(t - 4) = 4t - 16,$$

$$\therefore S = \begin{cases} 12 - 4t & (0 \leq t \leq 2) \\ 8 & (2 < t \leq 3) \\ 16 - 4t & (3 < t \leq 4) \\ 4t - 16 & (t > 4) \end{cases}$$

$$(4) \text{ 解: } \because S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} EF \cdot AD = \frac{1}{2} EF \times 4 = 2EF,$$

$$\therefore S_{\triangle AEF} = \frac{16}{3} \text{ cm}^2 \text{ 时, } 2EF = \frac{16}{3},$$

$$\therefore EF = \frac{8}{3} \text{ (cm)},$$

$$\text{当 } E \text{ 在 } F \text{ 的左侧时, } 2t + 0.5t = 6 - \frac{8}{3},$$

$$\therefore t = \frac{6 - \frac{8}{3}}{2 + 0.5} = \frac{4}{3} \text{ (s)},$$

$$\text{当 } E \text{ 在 } F \text{ 的右侧时, } 2(t - 1) - (6 - 0.5t) = \frac{8}{3},$$

$$\therefore t = \frac{8 + \frac{8}{3}}{2 + 0.5} = \frac{64}{15} \text{ (s)},$$

综上所述, 当 $t = \frac{4}{3}$ 或 $t = \frac{64}{15}$ 时, $S_{\triangle AEF} = \frac{16}{3} \text{cm}^2$

25. (23-24 八年级下·上海松江·期末) 问题: 点 P 的坐标为 $(a+1, -a+2)$ (a 为实数), 当 a 变化时, 点 P 的横纵坐标均会变化, 点 P 的位置也随之改变. 那么点 P 的位置有何变化规律呢?

【方法探究】

(1) 小明同学看到这个问题后, 想到可否先取一些特殊值, 看看能不能发现什么规律? 请你帮忙将表格补充完整, 并在图 1 坐标系中描出点 P_4, P_5 .

a	-2	-1	0	1	2
P 点坐标	$P_1(-1, 4)$	$P_2(0, 3)$	$P_3(1, 2)$	$P_4(2, \underline{\quad})$	$P_5(3, \underline{\quad})$

猜想: 通过列表和描点, 你认为点 P 的位置有何变化规律?

答: _____.

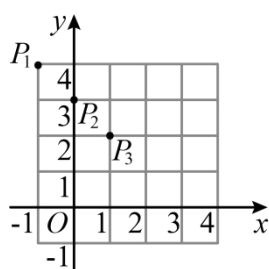


图1

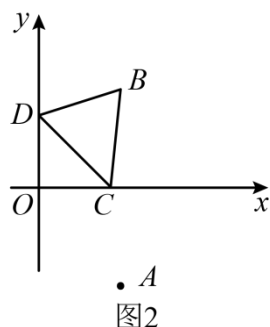


图2

【问题解决】

(2) 小明同学认为通过观察, 实验, 归纳得到的结论不一定正确, 还需要证明. 要解决上面的问题, 以下是他的简单思路: 要想看出 P 点运动的规律, 设点 P 的坐标为 (x, y) , 令 $x = a+1$, $y = -a+2$, 消掉字母 a , 就可以找出 y 与 x 的关系式. 请你按照小明的思路, 证明 (1) 中你的猜想.

【拓展应用】

(3) 如图 2, A 点坐标为 $(3-m, -m-2)$, B 点与 A 点关于 x 轴对称. C, D 为 x 轴, y 轴正半轴上一点, $OC = OD = 2$, 求 $\triangle BDC$ 周长的最小值, 及此时 B 点的坐标.

【答案】(1) 1, 0, 描点见解析, 猜想: P 点在一条直线上运动; (2) 证明见解析; (3) $\triangle BCD$ 的周长最小值为 $2\sqrt{2} + \sqrt{26}$, 此时点 B 的坐标为 $(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$

【分析】(1) 把 $a=1, 2$ 代入 $-a+2$ 可求出点 P_4, P_5 纵坐标, 再把各点描出来, 可得点 P 的位置变化规律;

(2) 由 $x+y$ 即可求证;

(3) 由轴对称可得 $B(3-m, m+2)$, 令 $3-m=x$, $m+2=y$, 则点 B 的坐标为 (x, y) , 可得 $y=-x+5$, 即得点 B 在直线 $y=-x+5$ 上运动, 设直线 $y=-x+5$ 与 x 轴相交于点 E , 与 y 轴相交于点 F , 可得 $E(5, 0)$, $F(0, 5)$, 得 $\angle OFE = 45^\circ$, 由勾股定理得 $CD = 2\sqrt{2}$, 过点 F 作 $FD' \perp y$ 轴, 且 $FD' = FD$, 可得 $\angle DFB = \angle D'FB = 45^\circ$, 即得点 D 与点 D' 关于直线 $y=-x+5$ 对称, 得到 $DB = D'B$, 即得 $D'(3, 5)$, 进而得直线 CD' 的表达式为 $y=5x-10$, 由 $C_{\triangle BCD} = CD + DB + BC = 2\sqrt{2} + DB + BC = 2\sqrt{2} + D'B + BC$ 可知当 D' 、 B 、 C 三点共线时, $(D'B + BC)$ 取到最小值, 即为线段 CD' 的长度, 利用勾股定理求出 CD' 的长即得 $\triangle BDC$ 周长的最小值, 最后联立直线 EF 、 CD' 表达式可求出点 B 的坐标.

【详解】(1) 解: 当 $a=1$ 时, $-a+2=-1+2=1$,

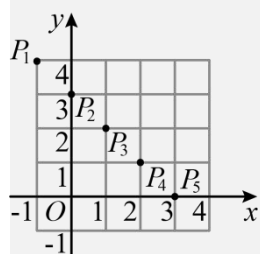
$$\therefore P_4(2, 1),$$

当 $a=2$ 时, $-a+2=-2+2=0$,

$$\therefore P_5(3, 0),$$

故答案为: 1, 0;

描点如下:



猜想: P 点在一条直线上运动,

故答案为: P 点在一条直线上运动;

$$(2) \text{ 证明: } \begin{cases} x=a+1 \text{ ①} \\ y=-a+2 \text{ ②} \end{cases},$$

①+②得 $x+y=3$, 即 $y=-x+3$.

$\therefore P$ 在直线 $y=-x+3$ 上;

(3) $\because$ 点 B , 点 A 关于 x 轴对称, 点 A 的坐标为 $(3-m, -m-2)$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(3-m, m+2)$,

令 $3-m=x$, $m+2=y$, 则点 B 的坐标为 (x,y) ,

$$\therefore x+y=5,$$

即 $y=-x+5$,

$\therefore$ 点 B 在直线 $y=-x+5$ 上运动,

设直线 $y=-x+5$ 与 x 轴相交于点 E , 与 y 轴相交于点 F ,

当 $x=0$ 时, $y=5$; 当 $y=0$ 时, $x=5$,

$$\therefore E(5,0), F(0,5),$$

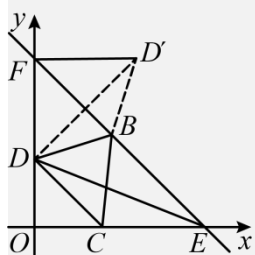
$$\therefore OE=OF=5,$$

$$\therefore \angle OFE=45^\circ,$$

$$\therefore OD=OC=2,$$

$$\therefore CD=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}, C(2,0),$$

过点 F 作 $FD' \perp y$ 轴, 且 $FD'=FD$, 则 $\angle DFD'=90^\circ$,



$$\therefore \angle DFB=\angle D'FB=45^\circ,$$

$\therefore$ 点 D 与点 D' 关于直线 $y=-x+5$ 对称,

$$\therefore DB=D'B,$$

$$\therefore OF=5, OD=2,$$

$$\therefore DF=OF-OD=5-2=3,$$

$$\therefore FD'=3,$$

$$\therefore D'(3,5),$$

设直线 CD' 的表达式为 $y=kx+b$,

将 $D'(3,5)$, $C(2,0)$ 代入得, $y=kx+b$,

$$\begin{cases} 5=3k+b \\ 0=2k+b \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} k=5 \\ b=-10 \end{cases}$,

$\therefore$ 直线 CD' 的表达式为 $y=5x-10$,

$$\therefore C_{\triangle BCD} = CD + DB + BC = 2\sqrt{2} + DB + BC = 2\sqrt{2} + D'B + BC,$$

当 D' 、 B 、 C 三点共线时, $(D'B + BC)$ 取到最小值, 即为线段 CD' 的长度,

$$\therefore CD' = \sqrt{(3-2)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{26},$$

$$\therefore C_{\triangle BCD \text{最小值}} = 2\sqrt{2} + \sqrt{26},$$

联立直线 EF 、 CD' 表达式得,

$$\begin{cases} y = -x + 5 \\ y = 5x - 10 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}$,

$$\therefore B\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right),$$

$$\therefore \triangle BCD \text{ 的周长最小值为 } 2\sqrt{2} + \sqrt{26}, \text{ 此时点 } B \text{ 的坐标为 } \left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right).$$

【点睛】 本题考查了一次函数的几何应用, 求一次函数的解析式, 勾股定理, 等腰三角形的性质, 一次函数的交点问题, 轴对称的性质, 理解题意是解题的关键.