

2024-2025 学年八年级数学下学期期中模拟卷 01

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版八年级数学下册第 20~22.1 章 (一次函数、代数方程、多边形)。
5. 难度系数: 0.63。

第一部分 (选择题 共 18 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. 下列各点在直线 $y = -2x + 1$ 上的是 ()

- A. (1,0) B. (2,0) C. (0,1) D. $(0, \frac{1}{2})$

【答案】C

【分析】将各点的坐标代入一次函数中, 若左右两边相等即该点在图象上.

【详解】解: A. 将 (1,0) 代入 $y = -2x + 1$,

$\therefore 0 \neq -2 + 1$, 故 (1,0) 不在图象上;

B. 将 (2,0) 代入 $y = -2x + 1$,

$\therefore 0 \neq -4 + 1$, 故 (2,0) 不在图象上;

C. 将 (0,1) 代入 $y = -2x + 1$,

$\therefore 1 = 0 + 1$, 故 (0,1) 在图象上;

D. 将 $(0, \frac{1}{2})$ 代入 $y = -2x + 1$,

$\therefore \frac{1}{2} \neq 0 + 1$, 故 $(0, \frac{1}{2})$ 不在图象上;

故选: C.

【点睛】本题考查一次函数图象上的点的坐标特征, 解题的关键是将点的坐标代入一次函数解析式中, 本

题属于基础题型.

2. 下列说法正确的是 ()

A. $\sqrt{3}x^2 - 2x = \sqrt{5}$ 是无理方程

B. $x^2 + x = 0$ 是二次方程

C. $x^2 - 2y = 8$ 是二元二次方程

D. $\frac{1}{x} - \sqrt{x} = 0$ 是分式方程

【答案】C

【分析】本题考查无理方程，二元二次方程，一元二次方程等知识，解题的关键是掌握无理方程，二元二次方程，一元二次方程的定义.

根据二元二次方程，无理方程，分式方程的定义一一判断即可.

【详解】解：A、 $\sqrt{3}x^2 - 2x = \sqrt{5}$ ，是一元二次方程，本选项不符合题意；

B、 $x^2 + x = 0$ 是一元二次方程，本选项不符合题意；

C、 $x^2 - 2y = 8$ 是二元二次方程，本选项正确，符合题意；

D、 $\frac{1}{x} - \sqrt{x} = 0$ ，是无理方程，本选项不符合题意.

故选：C.

3. 如果一个多边形的边数由 4 增加到 n (n 为整数，且 $n > 4$)，那么它的外角和的度数 ()

A. 不变

B. 增加

C. 减少

D. 不能确定

【答案】A

【分析】此题考查多边形内角和与外角和，注意多边形外角和等于 360° . 利用多边形的外角和特征即可解决问题.

【详解】解：因为多边形外角和为 360° ，所以外角和的度数是不变的.

故选：A.

4. 下列方程中，有实数根的方程是 ()

A. $x^3 + 2 = 0$

B. $\sqrt{x-2} + 1 = 0$

C. $\frac{x}{x^2-1} = \frac{1}{x^2-1}$

D. $x^2 - 2x + 3 = 0$

【答案】A

【分析】本题主要考查了解无理方程，解分式方程，解一元二次方程，解方程即可判断 A；根据 $\sqrt{x-2} \geq 0$ 即可判断 B；解分式方程然后检验即可判断 C；利用判别式即可判断 D.

【详解】解：A、 $\because x^3 + 2 = 0$ ，则 $x^3 = -2$ ，

$\therefore x = \sqrt[3]{-2}$ ，原方程有实数根，符合题意；

B、 $\because \sqrt{x-2} + 1 = 0$ ，

$\therefore \sqrt{x-2} = -1$, 这与 $\sqrt{x-2} \geq 0$ 矛盾,

$\therefore$ 原方程无实数根, 不符合题意;

C、 $\because \frac{x}{x^2-1} = \frac{1}{x^2-1}$,

$\therefore x=1$,

检验, 当 $x=1$ 时, $x^2-1=0$,

$\therefore x=1$ 是原方程的增根, 即原方程无实数根, 不符合题意;

D、 $\Delta = (-2)^2 - 4 \times 3 \times 1 = -8 < 0$, 则原方程无实数根, 不符合题意;

故选: A.

5. 一项工程, 甲、乙合作 6 天可完成, 若独做, 甲可比乙少 5 天, 设甲, 乙独做分别需 x 天, y 天, 以下所列的方程组正确的是 ()

A. $\begin{cases} x+y=6 \\ x-y=5 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=6 \\ y-x=5 \end{cases}$ C. $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ x-y=5 \end{cases}$ D. $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ x-y=-5 \end{cases}$

【答案】D

【分析】设甲、乙两队单独修路所需天数分别为 x 和 y , 根据两队合修需要 6 天完成可得方程 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$, 根据各队单独修路, 则甲队比乙队少用 5 天可得方程 $x = y - 5$, 由此即可得到答案.

【详解】解: 设甲、乙两队单独修路所需天数分别为 x 和 y ,

由题意得 $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ x = y - 5 \end{cases}$, 即 $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \\ x - y = -5 \end{cases}$

故选 D.

【点睛】本题主要考查了从实际问题中抽象出分式方程组, 正确理解题意找到等量关系是解题的关键.

6. 已知 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 和 $C(x_3, y_3)$ 在直线 $y = -\frac{1}{2}x + \sqrt{3}$ 上. 若 $x_1 < x_2 < x_3$, 下列判断正确的是 ().

A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_1 < y_3 < y_2$ C. $y_3 < y_1 < y_2$ D. $y_3 < y_2 < y_1$

【答案】D

【分析】利用一次函数的增减性判断即可.

【详解】解: 对于直线 $y = -\frac{1}{2}x + \sqrt{3}$,

$\therefore k = -\frac{1}{2} < 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

又 $x_1 < x_2 < x_3$,

$\therefore y_3 < y_2 < y_1$,

故选 D.

【点睛】 本题主要考查一次函数的增减性, 掌握一次函数的增减性是解题的关键, 即在 $y=kx+b$ 中, 当 $k>0$ 时 y 随 x 的而增大, 当 $k<0$ 时, y 随 x 的增大而减小.

第二部分 (非选择题 共 82 分)

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

7. 如果方程 $\sqrt{x}-k=2$ 无实数解, 那么 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k < -2$

【分析】 本题考查了解无理方程和解一元一次不等式, 能根据算术平方根的非负性得出 $1+k < 0$ 是解此题的关键. 移项后得出 $\sqrt{x}=2+k$, 根据算术平方根的非负性得出 $\sqrt{x} \geq 0$, 求出此时 $2+k < 0$, 再求出 k 的取值范围即可.

【详解】 解: $\sqrt{x}-k=2$,

$\sqrt{x}=2+k$,

$\therefore \sqrt{x} \geq 0$,

$\therefore$ 若方程 $\sqrt{x}-k=2$ 无实数解, 必须 $2+k < 0$,

$\therefore k < -2$,

故答案为: $k < -2$.

8. 已知直线 $y=mx-1$ 经过点 $(1, -3)$, 那么该直线与两坐标轴围成的三角形面积为_____.

【答案】 $\frac{1}{4}$

【分析】

本题考查一次函数的解析式, 与坐标轴的交点坐标, 把 $(1, -3)$ 代入 $y=mx-1$ 得求出 m , 得出直线的解析式 $y=-2x-1$, 然后求出与 x 轴和 y 轴的交点坐标, 即可求出三角形的面积.

【详解】 解: 把 $(1, -3)$ 代入 $y=mx-1$ 得: $m-1=-3$,

解得: $m=-2$,

$$\therefore y = -2x - 1,$$

当 $x = 0$ 时, $y = -1$,

$\therefore$ 与 y 轴交于点 $(0, -1)$,

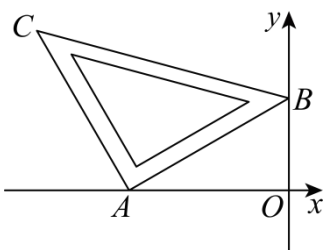
令 $y = 0$, 则 $-2x - 1 = 0$, 解得 $x = -\frac{1}{2}$,

$\therefore$ 与 x 轴交于点 $(-\frac{1}{2}, 0)$,

$\therefore$ 该直线与两坐标轴围成的三角形面积为 $\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$,

故答案为: $\frac{1}{4}$

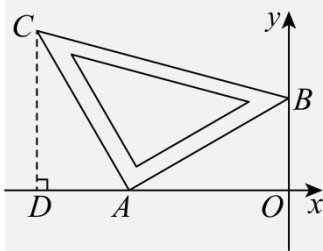
9. 含 45° 角的直三角板如图放置在平面直角坐标系中, 其中 $A(-2, 0)$ 、 $B(0, 1)$, 则直线 BC 的表达式为_____.



【答案】 $y = -\frac{1}{3}x + 1$

【分析】 本题考查了坐标与图形的性质, 全等三角形的判定和性质, 求一次函数的解析式. 先求得 $OA = 2$, $OB = 1$, 证明 $\triangle DCA \cong \triangle OAB$ (AAS), 推出 $CD = OA = 2$, $AD = OB = 1$, 求得 $C(-3, 2)$, 再利用待定系数法求解即可.

【详解】 解: 作 $CD \perp x$ 轴于点 D , 如图,



$\therefore A(-2, 0)$ 、 $B(0, 1)$,

$\therefore OA = 2$, $OB = 1$,

由题意得 $\angle CDA = \angle CAB = \angle AOB = 90^\circ$,

$\therefore \angle DCA = 90^\circ - \angle CAD = \angle OAB$,

$\therefore AC = AB$,

$$\therefore \triangle DCA \cong \triangle OAB (\text{AAS}),$$

$$\therefore CD = OA = 2, \quad AD = OB = 1,$$

$$\therefore OD = 1 + 2 = 3,$$

$$\therefore C(-3, 2),$$

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + 1$,

把 $C(-3, 2)$ 代入得 $2 = -3k + 1$,

$$\text{解得 } k = -\frac{1}{3},$$

$$\therefore \text{直线 } BC \text{ 的解析式为 } y = -\frac{1}{3}x + 1,$$

$$\text{故答案为: } y = -\frac{1}{3}x + 1.$$

10. 如果点 $A(-2, a)$, $B(3, b)$ 都在直线 $y = -3x + 3$ 上, 那么 a _____ b (填“>”“<”或“=”).

【答案】 >

【分析】 本题考查一次函数图象上的点的坐标特征, 掌握函数图象上的点的坐标满足其解析式是解题关键. 分别将点 $A(-2, a)$, $B(3, b)$ 代入 $y = -3x + 3$, 即可求出 a 和 b 的值, 再比较即可.

【详解】 解: $\because$ 点 $A(-2, a)$, $B(3, b)$ 都在直线 $y = -3x + 3$ 上,

$$\therefore a = -3 \times (-2) + 3 = 9, \quad b = -3 \times 3 + 3 = -6,$$

$$\therefore a > b.$$

故答案为: >.

11. 已知一次函数 $y = x - 1$ 的图象上有点 $A(2, a)$ 和点 P , 且 $PO = PA$, 则点 P 的坐标为_____.

【答案】 $\left(\frac{7}{6}, \frac{1}{6}\right)$

【分析】 由一次函数的解析式求得 A 的坐标, 然后根据题意设 $P(x, x - 1)$, 利用勾股定理得到 $x^2 + (x - 1)^2 = (x - 2)^2 + (x - 1 - 1)^2$ 然后解方程求出 x 即可得到 P 点坐标.

【详解】 解: $\because$ 一次函数 $y = x - 1$ 的图象上有点 $A(2, a)$ 和点 P ,

$$\therefore a = 2 - 1 = 1,$$

$$\therefore A(2, 1),$$

设 $P(x, x - 1)$,

$$\because PO = PA,$$

$$\therefore x^2 + (x-1)^2 = (x-2)^2 + (x-1-1)^2,$$

$$\text{解得 } x = \frac{7}{6},$$

$$\therefore P \text{ 点坐标为 } \left(\frac{7}{6}, \frac{1}{6}\right).$$

$$\text{故答案为: } \left(\frac{7}{6}, \frac{1}{6}\right).$$

【点睛】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，勾股定理的应用，求得 A 的坐标是本题的关键.

$$12. \text{ 已知函数 } f(x) = 2x + 1, \text{ 则 } f(0) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 1

【分析】 将 $x = 0$ 代入求解即可.

$$\text{【详解】 } \because f(x) = 2x + 1$$

$$\therefore f(0) = 2 \times 0 + 1 = 1.$$

故答案为: 1.

【点睛】 本题侧重考查知函数值，掌握函数值的计算是解题的关键.

$$13. \text{ 若关于 } x \text{ 的分式方程 } \frac{x}{x-3} = 2 - \frac{m}{3-x} \text{ 有增根, 则 } m \text{ 的值为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 3

【分析】 本题主要考查分式方程，根据解分式方程的方法去分母，把分式方程化为整式方程；接下来把增根的值代入到整式方程中，就可以求出 m 的值了.

$$\text{【详解】 解: } \frac{x}{x-3} = 2 - \frac{m}{3-x}$$

$$\text{方程两边都乘以 } x-3, \text{ 得: } x = 2(x-3) + m$$

$\because$ 方程有增根,

$$\therefore \text{最简公分母 } x-3=0, \text{ 即增根是 } x=3.$$

$$\text{把 } x=3 \text{ 代入整式方程, 得: } 3 = 2(3-3) + m$$

$$\text{解得, } m=3.$$

故答案为: 3.

$$14. \text{ 用换元法解方程 } \frac{y}{y^2-3} + \frac{y^2-3}{y} = 3 \text{ 时, 如果设 } x = \frac{y}{y^2-3}, \text{ 那么原方程可化为关于 } x \text{ 的整式方程为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\text{【答案】 } x^2 - 3x + 1 = 0$$

【分析】本题考查了换元法解分式方程，正确的方程变形是解题的关键.

设 $x = \frac{y}{y^2-3}$ ，则 $\frac{y^2-3}{y} = \frac{1}{x}$ ，根据换元法整理成整式方程即可.

【详解】解：设 $x = \frac{y}{y^2-3}$ ，则 $\frac{y^2-3}{y} = \frac{1}{x}$ ，则原方程可变形为： $x + \frac{1}{x} = 3$ ，即为 $x^2 - 3x + 1 = 0$.

故答案为： $x^2 - 3x + 1 = 0$.

15. 一个多边形从一个顶点出发有七条对角线，那么这个多边形的内角和是_____度.

【答案】1440

【分析】本题考查了多边形的内角和定理，多边形对角线有7条，据此求出多边形的边数，再根据多边形的内角和定理即可求解，掌握多边形的内角和定理是解题的关键.

【详解】解：设这个多边形是 n 边形，由题意得：

$$n-3=7,$$

$$\therefore n=10,$$

$$\therefore \text{这个多边形的内角和} = (10-2) \times 180^\circ = 1440^\circ,$$

故答案为：1440.

16. 已知一次函数 $y = (2k-1)x + k$ 的函数值 y 随 x 的值增大而增大，那么 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k > \frac{1}{2}$

【分析】本题考查了一次函数的性质，熟练掌握其性质是解题的关键. 对于一次函数 $y = kx + b$ ，当 $k > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大，解不等式即可.

【详解】 $\because y = (2k-1)x + k$ 的函数值 y 随 x 的值增大而增大，

$$\therefore 2k-1 > 0$$

$$\text{解得 } k > \frac{1}{2}.$$

故答案为： $k > \frac{1}{2}$.

17. 一次函数 $y = kx + b$ ($k < 0$) 的图象经过点 $(2, 0)$ ，则关于 x 的不等式 $kx + b > 0$ 的解集是_____.

【答案】 $x < 2$

【分析】本题主要考查了利用一次函数的性质求不等式的解集，熟练掌握一次函数的图象与性质是解题关键.

根据 $k < 0$ 得到 y 随着 x 的增大而减小，再由图象经过点 $(2, 0)$ 即可求出答案.

【详解】解： $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ ($k < 0$)，

$\therefore y$ 随着 x 的增大而减小，

$\therefore$ 一次函数 $y = kx + b$ ($k < 0$) 的图象经过点 $(2, 0)$,

$\therefore$ 当 $x < 2$ 时, $kx + b > 0$,

故答案为: $x < 2$.

18. 在平面直角坐标系 xOy 中, 给出以下定义: 对于 x 轴正半轴上的点 $M(a, 0)$ 与 y 轴正半轴上的点 $P(0, b)$, 如果坐标平面内存在一点 N , 使得 $\angle MPN = 90^\circ$, 且 $MP = NP$, 那么称点 N 为 M 关于 P 的“垂转点”. 例如 图 1, 已知点 $M(1, 0)$ 和点 $P(0, 1)$, 以 MP 为腰作等腰直角三角形 MPN , 可以得到 M 关于 P 的其中一个垂转点 $N(-1, 0)$. 如图 2, 如果 $M(2, 0)$ 关于 y 轴上一点 P 的垂转点 N 在一次函数 $y = 2x - 1$ 的图象上, 那么垂转点 N 的坐标为_____.

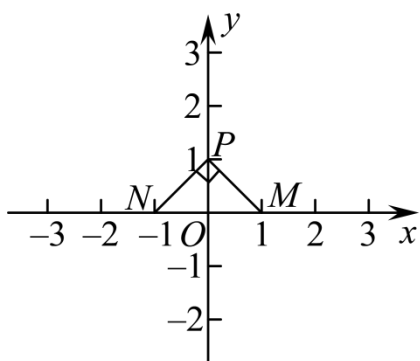


图1

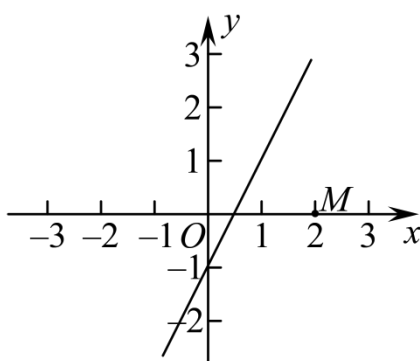
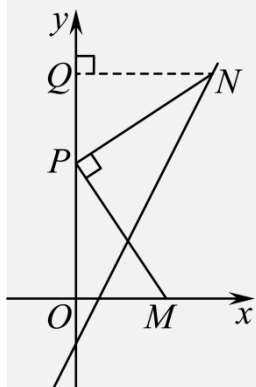


图2

【答案】 $N(3, 5)$ 或 $N(-\frac{1}{3}, -\frac{5}{3})$

【分析】 本题考查了全等三角形的性质与判定, 旋转的性质, 坐标与图形, 一次函数的性质; 分两种情况讨论, 将 PM , 分别绕点 P 顺时针和逆时针旋转 90° , 点 N 在 $y = 2x - 1$ 上, 进而根据全等三角形的性质求得点 N 的坐标, 即可求解.

【详解】 解: 如图所示, 将 PM 绕点 P 逆时针旋转 90° , N 点在 $y = 2x - 1$ 上时, 过点 N 作 $NQ \perp y$ 轴于点 Q ,



依题意, $PM = PN$, $\angle MPN = 90^\circ$

又 $\angle POM = \angle NQP = 90^\circ$

$$\therefore \angle QPN = 90^\circ - \angle OPM = \angle OMP$$

$$\therefore \triangle QPN \cong \triangle OMP$$

$$\therefore OM = QP, QN = OP$$

$$\because M(2,0), \text{ 则 } OP = OM = 2$$

$$\text{设 } P(0, p), \text{ 则 } Q(0, p+2),$$

$$\therefore N(p, p+2)$$

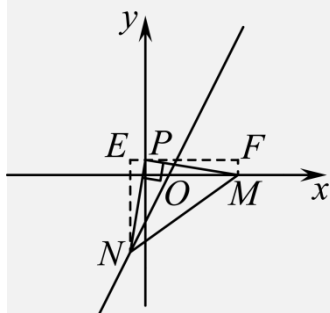
$$\text{又} \because N \text{ 在 } y = 2x - 1 \text{ 上},$$

$$\therefore p + 2 = 2p - 1$$

$$\text{解得: } p = 3$$

$$\therefore N(3, 5);$$

如图所示, 将 PM 绕点 P 顺时针旋转 90° , N 点在 $y = 2x - 1$ 上时,



同理可得 $EN = PF = OM = 2$, $FM = OP = p$

$$\therefore N(-p, p-2)$$

$$\text{又} \because N \text{ 在 } y = 2x - 1 \text{ 上},$$

$$\therefore p - 2 = -2p - 1$$

$$\text{解得: } p = \frac{1}{3}$$

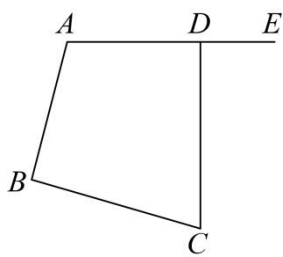
$$\therefore N\left(-\frac{1}{3}, -\frac{5}{3}\right)$$

综上所述, $N(3, 5)$ 或 $N\left(-\frac{1}{3}, -\frac{5}{3}\right)$

故答案为: $N(3, 5)$ 或 $N\left(-\frac{1}{3}, -\frac{5}{3}\right)$.

三.解答题 (本大题共 8 小题, 58 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. 如图: 已知 $\angle A = 105^\circ$, $\angle C = 75^\circ$. 求证: $\angle B = \angle CDE$



【答案】证明见解析

【分析】根据四边形的内角和定理及同角的补角相等即可证明.

【详解】证明: $\because \angle A = 105^\circ, \angle C = 75^\circ,$

$$\therefore \angle A + \angle C = 180^\circ,$$

$$\because \angle A + \angle B + \angle C + \angle ADC = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle B + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\because \angle CDE + \angle ADC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle CDE.$$

【点睛】本题主要考查了四边形的内角和定理及同角的补角相等, 熟练掌握同角的补角相等是解题的关键.

20. 解方程: $\sqrt{x+3} = 3\sqrt{x} - 1.$

【答案】 $x = 1$

【分析】本题考查无理方程的解法, 两边同时平方, 移项将带根号的式子与整式分在等号两边, 两边再次平方, 化简可得一个一元二次方程, 解方程即可求解.

【详解】 $\sqrt{x+3} = 3\sqrt{x} - 1$

$$x + 3 = 9x - 6\sqrt{x} + 1$$

$$6\sqrt{x} = 8x - 2$$

$$36x = 64x^2 - 32x + 4$$

$$64x^2 - 68x + 4 = 0$$

$$16x^2 - 17x + 1 = 0$$

$$(16x - 1)(x - 1) = 0,$$

解得: $x_1 = \frac{1}{16}, x_2 = 1,$

经检验 $x_1 = \frac{1}{16}$ 是增根, 舍去,

$\therefore$ 原方程的根为 $x = 1.$

21. 解方程组 $\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + 6xy + 9y^2 = 4 \end{cases}$.

【答案】 $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$

【分析】可得 $x - y = 0$ 或 $x + 2y = 0$, $x + 3y = 2$ 或 $x + 3y = -2$, 从而可得 $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + 3y = 2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + 3y = -2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ x + 3y = 2 \end{cases}$

或 $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ x + 3y = -2 \end{cases}$, 即可求解.

【详解】 $\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \textcircled{1} \\ x^2 + 6xy + 9y^2 = 4 \textcircled{2} \end{cases}$

解: 由①得

$$(x - y)(x + 2y) = 0,$$

$$\therefore x - y = 0 \text{ 或 } x + 2y = 0,$$

由②得

$$(x + 3y)^2 = 4$$

$$\therefore x + 3y = 2 \text{ 或 } x + 3y = -2,$$

$$\therefore \begin{cases} x - y = 0 \\ x + 3y = 2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x - y = 0 \\ x + 3y = -2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x + 2y = 0 \\ x + 3y = 2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x + 2y = 0 \\ x + 3y = -2 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$,

$$\therefore \text{原方程组的解为 } \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}.$$

【点睛】 本题考查了解特殊方程组, 将二元二次方程组化为二元一次方程进行求解, 掌握解法是解题的关键.

22. 解方程: $\frac{x+2}{x-2} + \frac{x^2-8}{x^2-3x+2} = 1$.

【答案】 $x = -6$

【分析】 本题考查方式方程的解法. 去分母, 把分式方程化为整式方程, 解得 x 的值, 最后检验.

【详解】解：整理得 $\frac{x+2}{x-2} + \frac{x^2-8}{(x-1)(x-2)} = 1$,

去分母得 $(x+2)(x-1) + x^2 - 8 = x^2 - 3x + 2$,

整理得 $x^2 + 4x - 12 = 0$, 即 $(x+6)(x-2) = 0$,

解得 $x = -6$ 或 $x = 2$,

经检验 $x = 2$ 是增根, $x = -6$ 是方程的解,

故方程的解为 $x = -6$.

23. 已知一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过点 $A(1, 3)$ 且平行于直线 $y = -3x + 2$.

(1) 求这个一次函数的解析式;

(2) 画出这个一次函数的图象.

【答案】(1) $y = -3x + 6$

(2) 见解析

【分析】本题主要考查了求一次函数的关系式, 画一次函数的图象, 对于 (1), 先求出 k , 再将点 $A(1, 3)$ 代入, 即可求出答案;

对于 (2), 先求出另一个点, 再过两个点画直线即可.

【详解】(1) $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 平行于直线 $y = -3x + 2$,

$\therefore k = -3$.

又 $\because$ 一次函数 $y = -3x + b$ 经过点 $A(1, 3)$,

$\therefore 3 = -3 \times 1 + b$,

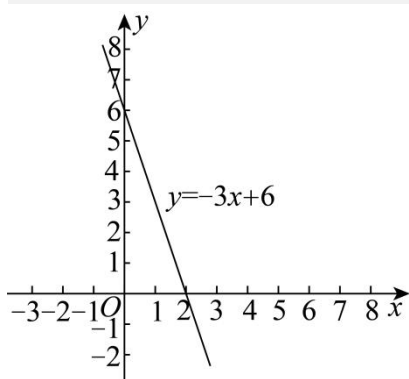
解得 $b = 6$,

$\therefore$ 一次函数的关系式为 $y = -3x + 6$;

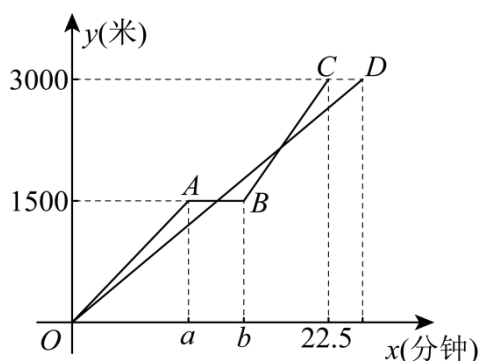
(2) 当 $x = 0$ 时, $y = 6$,

$\therefore$ 这个一次函数的图象经过点 $(1, 3)$, $(0, 6)$,

经过两点作直线, 图象如图所示.



24. 小明和爸爸同时从家骑自行车去图书馆，爸爸先以 150 米/分的速度骑行一段时间，休息了 5 分钟，再以 m 米/分的速度到达图书馆，小明始终以同一速度骑行，两人行驶的路程 y （米）与时间 x （分）的关系如图所示，请结合图象，解答下列问题：



- (1) $a =$ _____ 分， $b =$ _____ 分， $m =$ _____ 米/分；
- (2) 若小明的速度是 120 米/分，小明在途中与爸爸第二次相遇的时间是 _____ 分，此时距图书馆的距离是 _____ 米；
- (3) 在 (2) 的条件下，爸爸自第二次出发至到达图书馆前，与小明相距 100 米的时间是 _____ 分。

【答案】 (1) 10, 15, 200；

(2) 18.75, 750；

(3) 17.5 或 20

【分析】 本题考查了一次函数的应用，函数图象获取信息，一元一次方程的应用，利用分类讨论和数形结合的思想解决问题是关键。

- (1) 根据速度 = 路程 ÷ 时间，求出 a 的值，进而求出 b 的值，再根据速度 = 路程 ÷ 时间，求出 m 的值即可；
- (2) 由图象可知，小明在途中与爸爸第二次相遇在 BC 段，分别求出 BC 段和 OD 段的关系时，求出路程相等时 x 的值，进而求出行驶的路程，即可求解；
- (3) 分两种情况讨论：①当爸爸和小明第二次相遇前相距 100 米；②当爸爸和小明第二次相遇后相距 100 米，分别列方程求解即可。

【详解】 (1) 解：由题意可知，折线 $OABC$ 为爸爸行驶的路程与时间的关系图，线段 OD 为小明行驶的路程

与时间的关系图,

$$\therefore a = 1500 \div 50 = 10 \text{ 分钟},$$

$$b = a + 5 = 15 \text{ 分钟},$$

$$(3000 - 1500) \div (22.5 - 15) = 200 \text{ 米/分},$$

故答案为: 10, 15, 200;

(2) 解: 由图象可知, 小明在途中与爸爸第二次相遇在 BC 段,

设 BC 段的关系式为 $y_1 = kx + b$,

将点 $(15, 1500)$ 和 $(22.5, 3000)$ 代入, 得:

$$\begin{cases} 15k + b = 1500 \\ 22.5k + b = 3000 \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} k = 200 \\ b = -1500 \end{cases},$$

$\therefore BC$ 段的解析式为 $y = 200x - 1500$,

$\therefore$ 小明的速度是 120 米/分,

$\therefore OD$ 段的关系式为 $y_2 = 120x$,

$\therefore y_1 = y_2$, 即 $200x - 1500 = 120x$,

解得: $x = 18.75$, 即小明在途中与爸爸第二次相遇的时间是 18.75 分,

此时行驶的路程 $y_1 = y_2 = 2250$,

距图书馆的距离是 $3000 - 2250 = 750$ 米,

故答案为: 18.75, 750;

(3) 解: ①当爸爸和小明第二次相遇前相距 100 米,

$$\text{则 } y_2 - y_1 = 120x - (200x - 1500) = 100,$$

解得: $x = 17.5$;

②当爸爸和小明第二次相遇后相距 100 米,

$$\text{则 } y_1 - y_2 = 200x - 1500 - 120x = 100,$$

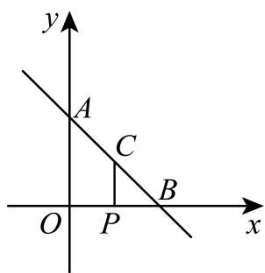
解得: $x = 20$,

即爸爸自第二次出发至到达图书馆前, 与小明相距 100 米的时间是 17.5 或 20 分,

故答案为: 17.5 或 20

25. 已知一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图像经过 $A(0, 2)$ 、 $B(2, 0)$, 点 C 是线段 AB 的中点, $CP \parallel OA$ 交 x 轴于点 P , 点 C 关于 x 轴的对称点为 C' , 把线段 CC' 以点 C 为旋转中心, 顺时针旋转 45° , 点 C' 的对应点为

点 D .



(1) 求一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的解析式.

(2) 求点 D 的坐标.

(3) 若点 C 、 C' 、 D 、 M 为顶点的四边形是平行四边形, 且 CC' 是平行四边形的一条边, 直接写出点 M 的坐标.

【答案】 (1) $y = -x + 2$

(2) $(1 - \sqrt{2}, 1 - \sqrt{2})$

(3) $(1 - \sqrt{2}, 3 - \sqrt{2})$ 或 $(1 - \sqrt{2}, -1 - \sqrt{2})$

【分析】 本题考查一次函数与图形结合的综合问题, 解题的关键是通过题干作出所对应图形求解.

(1) 待定系数法求解.

(2) 作出旋转后的图象, 通过勾股定理求解.

(3) 讨论 D 所在位置分别求解.

【详解】 (1) 由一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象经过 $A(0, 2)$ 、 $B(2, 0)$,

$$\begin{cases} b = 2 \\ 2k + b = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -1 \\ b = 2 \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数的解析式为: $y = -x + 2$.

(2) $\because$ 点 C 是线段 AB 的中点,

$\therefore CP \parallel y$ 轴, $CP \perp x$ 轴,

$\therefore$ 点 P 坐标为 $(1, 0)$, 点 C 横坐标为 1, 把 $x = 1$ 代入 $y = -x + 2$ 得 $y = 1$,

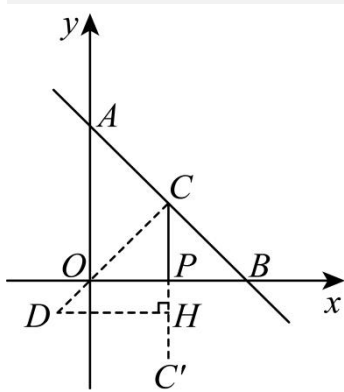
$\therefore$ 点 C 坐标为 $(1, 1)$,

$\therefore$ 点 C 关于 x 轴的对称点为 C' ,

$\therefore C'$ 坐标为 $(1, -1)$, $CC' = 2$,

CC' 以点 C 为旋转中心, 顺时针旋转 45° , 得 $\angle DCC' = 45^\circ$, $CD = CC' = 2$,

作 $DH \perp CC'$ 于点 H , $DH = CH$,



$$\because DH^2 + CH^2 = CD^2,$$

$$\therefore DH = CH = \sqrt{2},$$

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(1-\sqrt{2}, 1-\sqrt{2})$.

(3) $\because CC'$ 是平行四边形的一条边,

$\therefore CC' \parallel DM$ 且 $CC' = DM = 2$,

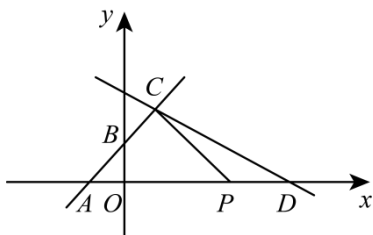
$\because CC' \parallel y$ 轴,

$\therefore DM \parallel y$ 轴,

$\therefore M$ 点的坐标为 $(1-\sqrt{2}, 3-\sqrt{2})$ 或 $(1-\sqrt{2}, -1-\sqrt{2})$.

26. 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = x + 2$ 与 x 轴, y 轴分别交于 A, B 两点, 点 $C(2, m)$ 为直线 $y = x + 2$

上一点, 直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 过点 C .



(1) 求 m 和 b 的值;

(2) 直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 与 x 轴交于点 D , 动点 P 从点 D 开始以每秒 1 个单位的速度向 x 轴负方向运动, 设点 P 的运动时间为 t 秒.

① 若点 P 在线段 DA 上, 设 $\triangle ACP$ 的面积为 S , 请求出 S 与 t 之间的函数关系式, 并写出自变量 t 的取值范围;

② 是否存在 t 的值, 使 $\triangle ACP$ 为等腰三角形? 若存在, 直接写出 t 的值; 若不存在, 请说明理由.

【答案】 (1) $m = 4$, $b = 5$

(2)① $S = 24 - 2t (0 \leq t < 12)$; ② 存在, 4 或 $12 - 4\sqrt{2}$ 或 $12 + 4\sqrt{2}$ 或 8

【分析】(1) 在 $y = x + 2$ 中, 当 $x = 0$ 时, $y = 2$; 当 $y = 0$ 时, $x = -2$; 即可得出答案; 求出点 $C(2, 4)$, 代入直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 即可得出答案;

(2) 求出 $D(10, 0)$, 则 $OD = 10$, $AD = OA + OD = 12$; ① 设 $PD = t$, 则 $AP = 12 - t$, 过 C 作 $CE \perp AP$ 于 E , 由三角形面积 S 与 t 之间的函数关系式;

② 过 C 作 $CE \perp AP$ 于 E , 则 $CE = 4$, $AE = 4$, 由勾股定理求出 $AC = 4\sqrt{2}$; 分三种情况: 当 $AC = PC$ 时; 当 $AP = AC$ 时; 当 $PC = PA$ 时; 分别求出 t 的值即可.

【详解】(1) 解在 $y = x + 2$ 中, 当 $x = 0$ 时, $y = 2$;

当 $y = 0$ 时, $x = -2$;

$\therefore A(-2, 0)$, $B(0, 2)$;

$\because$ 点 C 在直线 $y = x + 2$ 上,

$\therefore m = 2 + 2 = 4$,

又 $\because$ 点 $C(2, 4)$ 也在直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 上,

$\therefore -\frac{1}{2} \times 2 + b = 4$,

解得: $b = 5$;

(2) 解: 在 $y = -\frac{1}{2}x + 5$ 中, 当 $y = 0$ 时, $x = 10$,

$\therefore D(10, 0)$,

$\therefore OD = 10$,

$\because A(-2, 0)$,

$\therefore OA = 2$,

$\therefore AD = OA + OD = 12$;

① 设 $PD = t$, 则 $AP = 12 - t$, 过 C 作 $CE \perp AP$ 于 E , 如图 1 所示:

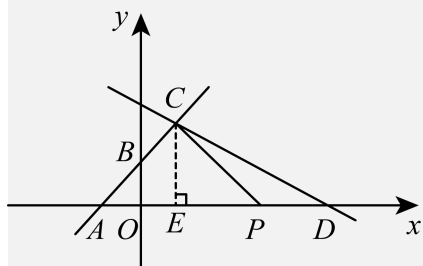


图1

则 $CE = 4$,

$$\therefore S = \frac{1}{2}(12-t) \times 4 = 24 - 2t \quad (0 \leq t < 12),$$

②存在，理由如下：

过 C 作 $CE \perp AP$ 于 E ，如图 1 所示：

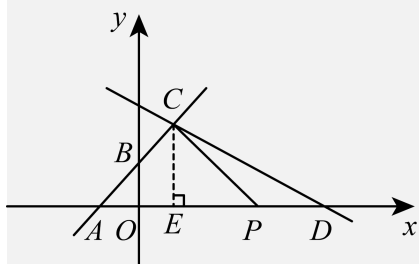


图1

则 $CE = 4$ ， $OE = 2$ ，

$$\therefore AE = OA + OE = 4,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AE^2 + CE^2} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2};$$

a 、当 $AC = PC$ 时， $AP = 2AE = 8$ ，

$$\therefore PD = AD - AP = 4,$$

$$\therefore t = 4;$$

b 、当 $AP = AC$ 时，如图 2 所示：

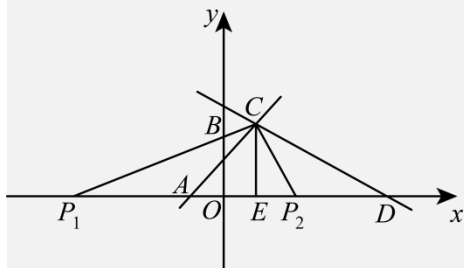


图2

则 $AP_1 = AP_2 = AC = 4\sqrt{2}$ ，

$$\therefore DP_1 = 12 - 4\sqrt{2}, \quad DP_2 = 12 + 4\sqrt{2},$$

$$\therefore t = 12 - 4\sqrt{2}, \quad \text{或} \quad t = 12 + 4\sqrt{2};$$

c 、当 $PC = PA$ 时，如图 3 所示：

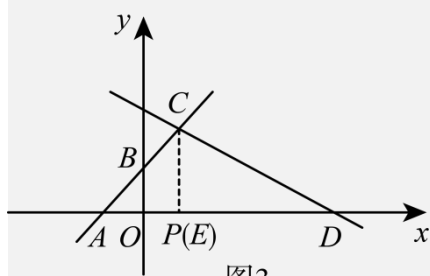


图3

设 $EP = m$ ，则 $CP = \sqrt{m^2 + 4^2}$ ， $AP = m + 4$ ，

$$\therefore \sqrt{m^2 + 4^2} = m + 4,$$

解得： $m = 0$ ，

$\therefore P$ 与 E 重合， $AP = 4$ ，

$$\backslash PD = 8,$$

$$\therefore t = 8;$$

综上所述，存在 t 的值，使 $\triangle ACP$ 为等腰三角形， t 的值为 4 或 $12 - 4\sqrt{2}$ 或 $12 + 4\sqrt{2}$ 或 8.

【点睛】 本题是一次函数综合题目，考查了一次函数的应用、坐标与图形性质、三角形面积、等腰三角形的性质、勾股定理以及分类讨论等知识；本题综合性强，熟练掌握一次函数的应用和等腰三角形的性质是解题的关键.