

# 2024-2025 学年八年级数学下册期中模拟测试卷 02

测试范围：20.1-22.3

## 一、单选题

1. 十二边形的外角和是 ( )

- A.  $1080^\circ$       B.  $1800^\circ$       C.  $720^\circ$       D.  $360^\circ$

【答案】D

【分析】本题主要考查了多边形的外角和，掌握多边形的外角和为  $360^\circ$  是解题关键.

根据多边形的外角和为  $360^\circ$  进行求解即可.

【解析】解：∵ 多边形的外角和为  $360^\circ$ ,

∴ 十二边形的外角和是  $360^\circ$ .

故选：D.

2. 一次函数  $y = 3x + 6$  的图象不经过 ( )

- A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限

【答案】D

【分析】本题考查一次函数的性质，解答本题的关键是明确题意，利用一次函数的性质解答.

根据一次函数的性质，可以得到一次函数  $y = 3x + 6$  的图象经过哪几个象限.

【解析】解：∵ 一次函数  $y = 3x + 6$ ， $k = 3 > 0$ ， $b = 6 > 0$ ，

∴ 一次函数  $y = 3x + 6$  的图象经过第一、二、三象限，不经过第四象限.

故选 D.

3. 下列关于  $x$  的方程中，其中说法正确的是 ( )

- A. 方程  $x^2 + a^3x - 1 = 0$  是一元三次方程  
B. 方程  $4x^3 + 81 = 0$  是一元三次方程  
C. 方程  $x = a^2 - 2a - 3$  是一元二次方程  
D. 方程  $3a + 2x = 5x - \frac{1}{a}$  是分式方程

【答案】B

【分析】该题主要考查了一元二次方程、分式方程、一元一次方程、一元三次方程的概念，解题的关键是熟悉各个方程的概念.

根据方程的概念对选项一一判断即可.

【解析】A. 方程  $x^2 + a^3x - 1 = 0$  是一元二次方程，原选项错误，该选项不符合题意；

B. 方程  $4x^3 + 81 = 0$  是一元三次方程，原选项正确，该选项符合题意；

C. 方程  $x = a^2 - 2a - 3$  是一元一次方程，原选项错误，该选项不符合题意；

D. 方程  $3a + 2x = 5x - \frac{1}{a}$  是一元一次方程，原选项错误，该选项不符合题意；

故选：B.

4. 用换元法解分式方程  $\frac{x^2-1}{x} + \frac{3x}{x^2-1} = 1$  时，设  $\frac{x^2-1}{x} = y$ ，那么原方程化成整式方程正确的是（ ）

A.  $y + \frac{1}{y} = 1$

B.  $y + \frac{3}{y} = 1$

C.  $y^2 + 3y = 1$

D.  $y^2 - y = -3$

【答案】D

【分析】本题考查了用换元法解分式方程，按照题意要求进行即可.

【解析】解：设  $\frac{x^2-1}{x} = y$ ，则原方程化为： $y + \frac{3}{y} = 1$ ，

方程两边同乘以  $y$  并整理得： $y^2 - y = -3$ ，

故选：D.

5. 在平面直角坐标系中，若将一次函数  $y = 2x - m$  的图象向下平移 4 个单位后，得到一个正比例函数的图象，则  $m$  的值为（ ）

A. -4

B. 4

C. -8

D. -2

【答案】A

【分析】本题考查一次函数图象的平移，根据平移规则，求出新的解析式，根据正比例函数的定义，求出  $m$  的值即可.

【解析】解： $\because$  将一次函数  $y = 2x - m$  的图象向下平移 4 个单位后，得到一个正比例函数的图象，

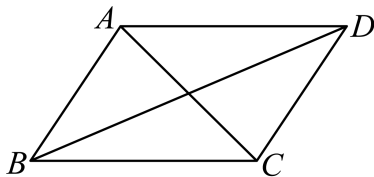
$\therefore y = 2x - m - 4$ ，

则  $-m - 4 = 0$ ，

即  $m = -4$ ，

故选：A.

6. 如图，已知四边形  $ABCD$  是平行四边形，下列结论中不正确的是（ ）



A. 当  $AB = BC$  时，它是菱形

B. 当  $AC \perp BD$  时，它是菱形

C. 当  $\angle ABC = 90^\circ$  时, 它是矩形

D. 当  $AC = BD$  时, 它是正方形

**【答案】** D

**【分析】** 此题主要考查学生对正方形的判定、平行四边形的性质、菱形的判定和矩形的判定的理解和掌握, 此题涉及到的知识点较多, 学生答题时容易出错.

根据邻边相等的平行四边形是菱形; 根据所给条件可以证出邻边相等; 根据有一个角是直角的平行四边形是矩形; 根据对角线相等的平行四边形是矩形.

**【解析】** 解: A、根据邻边相等的平行四边形是菱形可知: 四边形  $ABCD$  是平行四边形, 当  $AB = BC$  时, 它是菱形, 故 A 选项正确, 不符合题意;

B、 $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,  $AC \perp BD$ ,

$\therefore$  四边形  $ABCD$  是菱形, 故 B 选项正确, 不符合题意;

C、有一个角是直角的平行四边形是矩形, 故 C 选项正确, 不符合题意;

D、根据对角线相等的平行四边形是矩形可知当  $AC = BD$  时, 它是矩形, 不是正方形, 故 D 选项错误, 符合题意.

故选: D.

## 二、填空题

7. 直线  $y = -2(x+3)$  的截距是\_\_\_\_\_.

**【答案】** -6

**【分析】** 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 截距的定义, 牢记直线上任意一点的坐标都满足函数关系式  $y = kx + b$  是解题的关键. 代入  $x = 0$  求出  $y$  值, 此题得解.

**【解析】** 解: 当  $x = 0$  时,  $y = -2 \times (0+3) = -6$ ,

$\therefore$  直线  $y = -2(x+3)$  的截距是 -6.

故答案为: -6.

8. 如果一个多边形的每一个内角都是  $140^\circ$ , 那么这个多边形是\_\_\_\_\_边形

**【答案】** 九

**【分析】** 先求出每一个外角的度数, 再用  $360^\circ$  除即可求出边数.

**【解析】** 解:  $\because$  多边形的每一个内角都等于  $140^\circ$ ,

$\therefore$  多边形的每一个外角都等于  $180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ ,

$\therefore$  边数  $n = 360^\circ \div 40^\circ = 9$ .

故答案是：九.

【点睛】 本题主要考查了多边形的内角与外角的关系，求出每一个外角的度数是关键.

9. 方程  $x^4 = 16$  的实数根是\_\_\_\_\_.

【答案】  $x = \pm 2$

【分析】 用直接开平方法求解即可.

【解析】  $\because x^4 = 16$ ,

$\therefore x^2 = 4$ ,  $x^2 = -4$  (舍去),

$\therefore x = \pm 2$ .

故答案为:  $x = \pm 2$ .

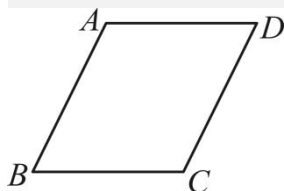
【点睛】 本题考查了直接开平方法解一元二次方程，其解法是先将一元二次方程整理成  $x^2 = c (c \geq 0)$ ，然后两边同时开平方即可.

10. 如果  $\square ABCD$  的周长是 20，边  $AB = 6$ ，则边  $BC$  等于\_\_\_\_\_.

【答案】 4

【分析】 本题考查了平行四边形的性质：（1）边：平行四边形的对边相等；（2）角：平行四边形的对角相等；（3）对角线：平行四边形的对角线互相平分. 根据平行四边形的特点，对应边相等，知道周长和其中一条边的长度可求出另外几条边的长度.

【解析】 解：如图：

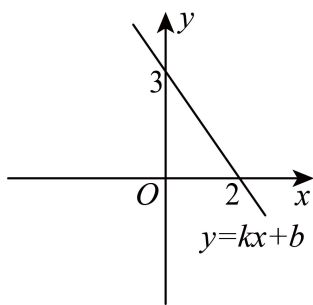


$\because$  平行四边形  $ABCD$  的周长为 20， $AB = 6$ ,

$\therefore$  它的对边  $CD = 6$ ,  $AD = BC = \frac{1}{2}(20 - 2 \times 6) = 4$ ;

故答案为: 4.

11. 如图，直线  $y = kx + b$  过点  $(2, 0)$ 、 $(0, 3)$ ，那么关于  $x$  的不等式  $kx + b \leq 0$  的解集是\_\_\_\_\_.



**【答案】**  $x \geq 2/2 \leq x$

**【分析】** 本题考查了一次函数与一元一次不等式：从函数图象的角度看，就是确定直线  $y = kx + b$  在  $x$  轴上(或下)方部分所有的点的横坐标所构成的集合。

结合函数图象，写出直线在  $x$  轴下方所对应的自变量的范围即可。

**【解析】** 解：根据函数图象可知，

$\therefore$  关于  $x$  的不等式  $kx + b \leq 0$  的解集为  $x \geq 2$ 。

故答案为：  $x \geq 2$ 。

12. 在菱形  $ABCD$  中，对角线  $AC$ 、 $BD$  相交于  $O$ ，若  $AB = 6$ ， $AC = 4$ ，那么  $BD =$ \_\_\_\_\_。

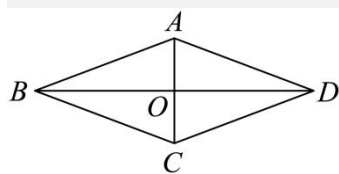
**【答案】**  $8\sqrt{2}$

**【分析】** 本题考查了菱形的性质，勾股定理，其中菱形的性质是关键。根据题意画出图形，由菱形的性质，得  $OA = \frac{1}{2}AC = 2$ ， $BD = 2OB$ ，由勾股定理求得  $OB$  即可。

**【解析】** 解：如图，在菱形  $ABCD$  中， $AC \perp BD$ ， $OA = \frac{1}{2}AC = 2$ ， $BD = 2OB$ ，

由勾股定理得  $OB = \sqrt{AB^2 - OA^2} = \sqrt{36 - 4} = 4\sqrt{2}$ ，

则  $BD = 2OB = 8\sqrt{2}$ ；



故答案为：  $8\sqrt{2}$ 。

13. 已知直线  $y = (-3m + 5)x - 1$  上两点  $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ，当  $x_1 < x_2$  时，有  $y_1 > y_2$ ，那么  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

**【答案】**  $m > \frac{5}{3} / m > 1 \frac{2}{3}$

**【分析】** 本题考查一次函数的图象性质：当  $k > 0$ ， $y$  随  $x$  增大而增大；当  $k < 0$  时， $y$  将随  $x$  的增大而减小。先根据当  $x_1 < x_2$  时，有  $y_1 > y_2$ ，得到  $y$  随  $x$  的增大而减小，所以  $x$  的比例系数小于 0，那么  $-3m + 5 < 0$ ，解不

等式即可求解.

**【解析】**解:  $\because$  当  $x_1 < x_2$  时, 有  $y_1 > y_2$

$\therefore y$  随  $x$  的增大而减小,

$$\therefore -3m + 5 < 0,$$

$$\therefore m > \frac{5}{3}.$$

故答案是:  $m > \frac{5}{3}$ .

14. 某年级计划组织部分同学进行义务植树 200 棵, 由于同学们积极参与, 实际参加植树的同学人数比原计划多了 30 人, 结果每人比原计划少植树 1 棵, 但总共植树比原计划多了 40 棵, 如果假设实际参加植树的同学人数为  $x$  人, 那么可列出方程\_\_\_\_\_.

**【答案】**  $\frac{200+40}{x} + 1 = \frac{200}{x-30}$

**【分析】** 本题考查了分式方程的应用. 设实际参加植树的同学人数为  $x$  人, 则原计划参加植树的同学人数为  $(x-30)$  人, 根据“结果每人比原计划少植树 1 棵”列出分式方程即可.

**【解析】** 解: 假设实际参加植树的同学人数为  $x$  人, 则原计划参加植树的同学人数为  $(x-30)$  人, 依题意得  $\frac{200+40}{x} + 1 = \frac{200}{x-30}$ ,

故答案为:  $\frac{200+40}{x} + 1 = \frac{200}{x-30}$ .

15. 方程组  $\begin{cases} (x+1)(y-4)=0 \\ y=x^2 \end{cases}$  有\_\_\_\_\_组解.

**【答案】** 3

**【分析】** 由  $(x+1)(y-4)=0$  可得  $x=-1$  或  $y=4$ , 再分当  $x=-1$  时和当  $y=4$  时, 分别进行计算即可得到答案.

**【解析】** 解:  $\because (x+1)(y-4)=0$ ,

$$\therefore x+1=0 \text{ 或 } y-4=0,$$

$$\therefore x=-1 \text{ 或 } y=4,$$

$$\text{当 } x=-1 \text{ 时, } y=x^2=(-1)^2=1,$$

$$\therefore \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases},$$

$$\text{当 } y=4 \text{ 时, } x^2=4,$$

解得:  $x = 2$  或  $x = -2$ ,

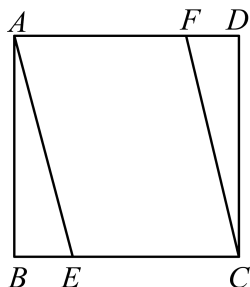
$$\therefore \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -2 \\ y = 4 \end{cases},$$

$\therefore$  方程组  $\begin{cases} (x+1)(y-4)=0 \\ y=x^2 \end{cases}$  的解为:  $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$  或  $\begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases}$ , 共有 3 组解,

故答案为: 3.

【点睛】 本题考查了解二元二次方程组, 由  $(x+1)(y-4)=0$  得出  $x=-1$  或  $y=4$  是解题的关键.

16. 如图, 在正方形  $ABCD$  中, 点  $E, F$  分别在  $BC$  和  $AD$  边上,  $BE=2, AF=6, AE \parallel CF$ , 则  $\triangle ABE$  的面积为\_\_\_\_\_.



【答案】 8

【分析】 本题主要考查了正方形的性质, 平行四边形的性质与判定, 先根据正方形的性质得到  $AD \parallel BC, AB = CE, AB \perp BC$ , 进而证明四边形  $AECF$  是平行四边形, 得到  $AF = CE = 6$ , 则  $AB = BC = BE + CE = 8$ , 最后根据三角形面积计算公式求解即可.

【解析】 解:  $\because$  四边形  $ABCD$  是正方形,

$\therefore AD \parallel BC, AB = CB, AB \perp BC$ ,

$\because AE \parallel CF$ ,

$\therefore$  四边形  $AECF$  是平行四边形,

$\therefore AF = CE = 6$ ,

$\therefore AB = BC = BE + CE = 8$ ,

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} AB \cdot BE = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8,$$

故答案为: 8.

17. 在平面直角坐标系中, 如果两个点的横坐标、纵坐标都是整数, 且这两个点的横坐标与纵坐标的积相等, 我们就称这两个点互为等积点. 如: 点  $P(2,3)$  与点  $Q(3,2)$  互为等积点. 那么以点  $M(-1,3)$  和它的所有

等积点为顶点的凸多边形的面积是\_\_\_\_\_.

**【答案】** 16

**【分析】** 该题是新定义问题，主要考查了坐标与图形，根据题意得出点  $M(-1,3)$  的等积点是解题的关键.

先根据等积点的定义得出点  $M(-1,3)$  的等积点，再画图求解即可

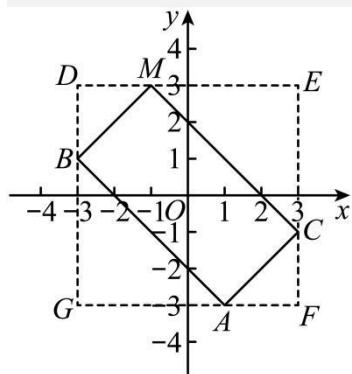
**【解析】** 解：根据互为等积点的定义得出点  $M(-1,3)$  的等积点为  $A(1,-3), B(-3,1), C(3,-1)$ ,

故以  $A, B, C, M$  为顶点的四边形的面积  $S = S_{DEFG} - S_{BDM} - S_{ABG} - S_{ACF} - S_{CEM}$

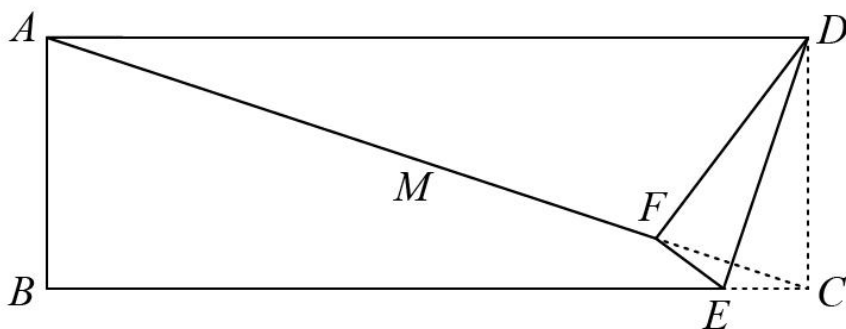
$$= 6 \times 6 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4$$

$$= 16.$$

故答案为：16.



18. 如图是一张矩形纸片  $ABCD$ ，点  $M$  是对角线  $AC$  的中点，点  $E$  在  $BC$  边上，把  $\triangle DCE$  沿直线  $DE$  折叠，使点  $C$  落在对角线  $AC$  上的点  $F$  处，连接  $DF, EF$ 。若  $MF = AB$ ，则  $\angle DAF =$  \_\_\_\_\_度.



**【答案】** 18

**【分析】** 连接  $MD$ ，设  $\angle DAF = x$ ，利用折叠与等腰三角形的性质，用  $x$  的代数式表示出  $\angle ADC = 90^\circ$ ，列出方程解方程即可.

**【解析】** 连接  $MD$ ，设  $\angle DAF = x$

根据矩形的基本性质可知  $AM = MD$ ， $AD \parallel BC$ ， $\angle BCD = \angle ADC = 90^\circ$

$$\therefore \angle MDA = \angle DAF = x, \quad \angle ACB = \angle DAC = x$$

$$\therefore \angle DMF = 2x$$

$\because \triangle DCE$  折叠得到  $\triangle DFE$

$$\therefore DF = CD = AB, \quad DE \perp FC, \quad \angle FDE = \angle CDE$$

$$\text{又 } MF = AB$$

$$\therefore MF = DF$$

$$\therefore \angle MDF = 2x$$

$$\because \angle BCD = \angle ACB + \angle ACD = 90^\circ, \quad \angle EDC + \angle FCD = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CDE = \angle ACD = x$$

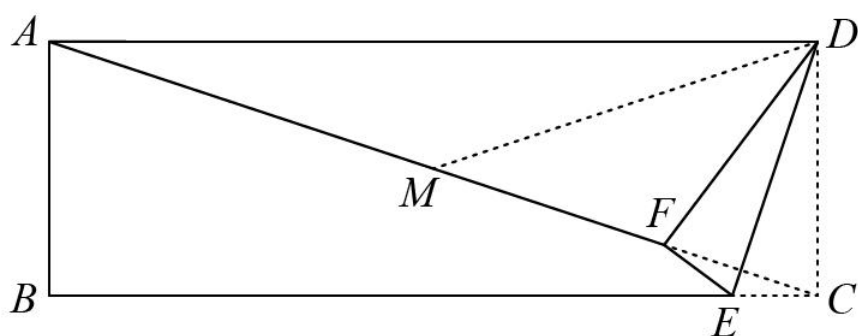
$$\therefore \angle FDE = \angle CDE = x$$

$$\therefore \angle ADC = \angle ADM + \angle MDF + \angle FDE + \angle CDE = x + 2x + x + x = 5x = 90^\circ$$

$$\therefore x = 18^\circ$$

故  $\angle DAF = 18^\circ$

故答案为 18.



【点睛】 本题考查了矩形的折叠问题，能够做出合适的辅助线用  $\angle DAF$  表示出  $\angle ADC$  是解题关键.

### 三、解答题

19. 解方程:  $x - \sqrt{2x - 3} = 3$ .

【答案】  $x = 6$

【分析】 本题主要考查二次根式转化为一元二次方程的解. 根据二次根式的运算方法, 完全平方公式的运用, 因式分解等方法即可求解.

【解析】 解:  $x - \sqrt{2x - 3} = 3$ ,

$$\therefore \sqrt{2x - 3} = x - 3,$$

$$\therefore 2x-3=(x-3)^2,$$

$$\text{即 } x^2-8x+12=0,$$

$$\text{解得: } x_1=2, x_2=6,$$

检验: 当  $x_1=2$  时, 左边  $=2-\sqrt{2\times 2-3}=1\neq$  右边, 舍去;

当  $x_2=6$  时, 左边  $=6-\sqrt{2\times 6-3}=3=\text{右边};$

$\therefore$  原方程的解为  $x=6$ .

$$20. \text{ 解方程组: } \begin{cases} x-y=0 \\ x^2+2y^2-4x-5y+6=0 \end{cases}.$$

**【答案】**  $\begin{cases} x_1=1 \\ y_1=1 \end{cases}, \begin{cases} x_2=2 \\ y_2=2 \end{cases}.$

**【分析】** 由①得  $x=y$ , 代入②求得  $y_1=1$ ,  $y_2=2$ , 据此求解即可.

**【解析】** 解:  $\begin{cases} x-y=0 \text{ ①} \\ x^2+2y^2-4x-5y+6=0 \text{ ②} \end{cases},$

由①得  $x=y$ ,

将  $x=y$  代入②得  $3y^2-9y+6=0$ , 整理得  $y^2-3y+2=0$ ,

解得  $y_1=1$ ,  $y_2=2$ ,

$$\therefore x_1=1, x_2=2,$$

$$\therefore \text{ 方程组的解为 } \begin{cases} x_1=1 \\ y_1=1 \end{cases}, \begin{cases} x_2=2 \\ y_2=2 \end{cases}.$$

**【点睛】** 本题考查了二元二次方程组的解法, 掌握二元二次方程组的解法是解题的关键.

$$21. \text{ 用换元法解方程组: } \begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{3}{y} = -4 \\ \frac{6}{x-2} - \frac{1}{y} = 8 \end{cases}$$

**【答案】**  $\begin{cases} x=3 \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$

**【分析】** 本题考查了换元法解方程组. 设  $\frac{1}{x-2}=u$ ,  $\frac{1}{y}=v$ , 则原方程组可化为  $\begin{cases} 2u+3v=-4 \\ 6u-v=8 \end{cases}$ , 求出  $\begin{cases} u=1 \\ v=-2 \end{cases}$ ,

从而得到  $\begin{cases} \frac{1}{x-2}=1 \\ \frac{1}{y}=-2 \end{cases}$ ，求解即可.

**【解析】**解：设  $\frac{1}{x-2}=u$ ， $\frac{1}{y}=v$ ，则原方程组可化为  $\begin{cases} 2u+3v=-4 \\ 6u-v=8 \end{cases}$ ，

解得  $\begin{cases} u=1 \\ v=-2 \end{cases}$ ，

于是，得  $\begin{cases} \frac{1}{x-2}=1 \\ \frac{1}{y}=-2 \end{cases}$ ，

得  $\begin{cases} x=3 \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$ ，

检验：把  $x=3$ ， $y=-\frac{1}{2}$  代入原方程组中所含各分式的分母，各分母的值不为零，

$\therefore$  原方程组的解是  $\begin{cases} x=3 \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$ .

22. 已知一次函数的图像经过点  $A(-3,2)$ ，且平行于直线  $y=4x+1$ .

(1) 求这个函数解析式；

(2) 求该一次函数的图像与坐标轴围成的图形面积.

**【答案】** (1)  $y=4x+14$ ； (2)  $\frac{49}{2}$

**【分析】** (1) 由两直线平行，可设该函数解析式为  $y=4x+b$ ，然后把点  $A(-3,2)$  的坐标代入，求出  $b$  值，即可得所求函数的解析式；

(2) 分别求出该一次函数与  $x$  轴和  $y$  轴的交点坐标，再利用直角三角形面积公式计算即可.

**【解析】**解： (1)  $\because$  一次函数图像与直线  $y=4x+1$  平行

$\therefore$  设  $y=4x+b$ ，把  $A(-3,2)$  代入得  $-12+b=2$ ， $b=14$

$\therefore$  这个函数解析式为：  $y=4x+14$ ；

(2) 设直线  $y=4x+14$  与  $x$  轴交于  $A$ ，与  $y$  轴交于  $B$

当  $x=0$  时  $y=14$ ， $B(0,14)$

当  $y=0$  时  $x=-\frac{7}{2}$ ， $A(-\frac{7}{2},0)$

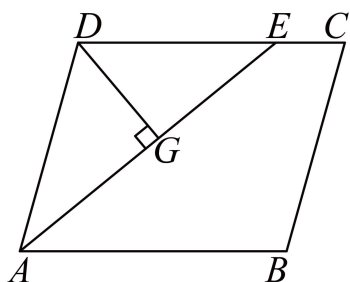
$$\therefore OA = \frac{7}{2}, \quad OB = 14$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times OA \times OB = \frac{1}{2} \times \frac{7}{2} \times 14 = \frac{49}{2}$$

$\therefore$  该一次函数的图象与坐标轴围成的图形面积为:  $\frac{49}{2}$ .

【点睛】 本题考查用待定系数法求一次函数解析式以及一次函数与两坐标轴所围成的面积，根据平行直线解析式的  $k$  值相等求出  $k$  值是解题的关键.

23. 如图，在平行四边形  $ABCD$  中，  $AB = 7$ ，  $\angle BAD$  的平分线交  $DC$  于点  $E$ ，  $EC = 2$ ，  $DG \perp AE$ ，垂足为点  $G$ ，  $DG = 3$ ，求  $AE$  的长.



【答案】  $AE = 8$

【分析】 由平行四边形的性质可得  $DE$  的长，  $\angle DEA = \angle EAB$ ；由角平分线性质得  $AD = DE$ ，利用等腰三角形的性质及勾股定理即可求解.

【解析】 解:  $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形，

$$\therefore DC = AB = 7, \quad AB \parallel DC,$$

$$\therefore DE = DC - CE = 5, \quad \angle DEA = \angle EAB,$$

$$\because AE \text{ 平分 } \angle BAD,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle EAB,$$

$$\therefore \angle DEA = \angle DAE,$$

$$\therefore AD = DE;$$

$$\because DG \perp AE,$$

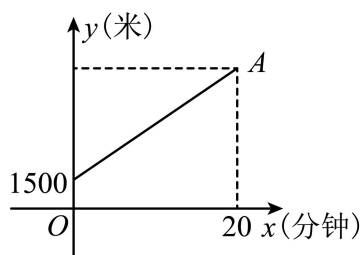
$$\therefore AE = 2GE;$$

在  $\text{Rt}\triangle DGE$  中，由勾股定理得  $GE = \sqrt{DE^2 - DG^2} = 4$ ,

$$\therefore AE = 2GE = 8.$$

【点睛】 本题考查了平行四边形的性质，等腰三角形的判定与性质，角平分线的定义，勾股定理.

24. 在一次越野比赛中，小明和小杰同时出发，小杰比小明早 1 分钟跑到离出发点 1500 米的假山处，已知小杰的平均速度每分钟比小明快 50 米.



(1)到达假山处时，小杰用了多少分钟？

(2)小杰从假山处以原来速度继续前进，设继续前进的时间为  $x$  分钟，离出发点的距离为  $y$  米， $y$  与  $x$  之间的函数关系如图所示，那么点 A 的坐标为\_， $y$  与  $x$  之间的函数解析式为\_（不要求写定义域）.

**【答案】** (1)5 分钟

(2)(20,7500),  $y = 1500 + 300x$

**【分析】** 本题考查了一次函数的应用和分式方程的应用，解可化成一元二次方程的分式方程.

(1) 设小明的速度为  $a$  米/分钟，则小杰的速度为  $(a+50)$  米/分钟，根据小杰比小明早 1 分钟跑到离出发点 1500 米的假山处列出方程，解方程即可；

(2) 根据题意列出  $y$  与  $x$  之间的函数解析式，再把  $x = 20$  代入解析式从而求出点 A 坐标.

**【解析】** (1) 解：设小明的速度为  $a$  米/分钟，则小杰的速度为  $(a+50)$  米/分钟，

$$\text{则 } \frac{1500}{a} - 1 = \frac{1500}{a+50},$$

$$\text{整理得 } a^2 + 50a - 7500 = 0,$$

$$\text{解得 } a_1 = 250, a_2 = -300 \text{ (不合题意, 舍去)},$$

经检验,  $a = 250$  是原方程的根,

$\therefore$  小明的速度为 250 米/分钟，小杰的速度为 300 米/分钟，

$$\therefore \frac{1500}{300} = 5 \text{ (分钟)},$$

$\therefore$  到达假山处时，小杰用了 5 分钟；

(2) 解：设继续前进的时间为  $x$  分钟，离出发点的距离为  $y$  米， $y$  与  $x$  之间的函数关系  $y = 1500 + 300x$ ，

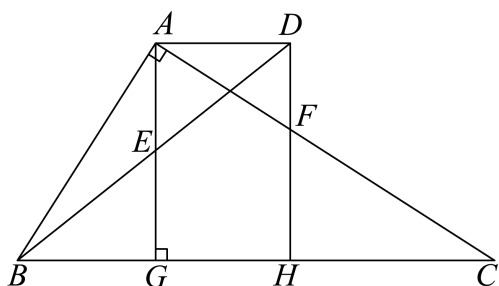
$$\text{当 } x = 20 \text{ 时, } y = 1500 + 300 \times 20 = 7500,$$

$\therefore$  点 A 的坐标为 (20,7500)， $y$  与  $x$  之间的函数解析式为  $y = 1500 + 300x$ ，

故答案为：(20,7500),  $y = 1500 + 300x$ .

25. 已知：如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AG$  是  $BC$  边上的高.  $H$  为线段  $CG$  上的点，以  $AG$ 、 $GH$  为邻

边作矩形  $AGHD$ ，连结  $BD$  交  $AG$  于点  $E$ ，联结  $AC$  交  $DH$  于点  $F$ 。



(1) 如果  $AB = AF$ ，求证：四边形  $AGHD$  为正方形；

(2) 联结  $EF$ ，如果  $\angle DBC = \angle BAG$ ，求证：四边形  $AEFD$  为矩形。

**【答案】** (1) 见详解

(2) 见详解

**【分析】** 本题考查了正方形的判定与性质，矩形的判定与性质，平行四边形的性质，全等三角形的判定与性质，正确掌握相关性质内容是解题的关键。

(1) 通过矩形的性质得出  $\angle ADF = 90^\circ$ ， $\angle GAD = 90^\circ$ ，证明  $\triangle BAG \cong \triangle FAD$ ，得出  $AG = AD$ ，再结合矩形的性质，即可作答。

(2) 经过角的等量代换得出  $\angle DAF = \angle DBC$ ，结合  $AD \parallel GH$ ，得出  $\angle ADE = \angle DAF$ ，证明  $\triangle ADE \cong \triangle DAF$  (ASA)，得出  $AE \parallel DF$ ，得出四边形  $AEFD$  是平行四边形，结合  $\angle ADF = 90^\circ$ ，即可作答。

**【解析】** (1) 解：  $\because$  四边形  $AGHD$  是矩形

$$\therefore \angle ADF = 90^\circ, \angle GAD = 90^\circ,$$

$\because AG$  是  $BC$  边上的高。

$$\therefore \angle AGB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AGB = \angle ADF,$$

$$\text{即 } \angle BAG + \angle GAC = \angle GAC + \angle FAD,$$

$$\therefore \angle BAG = \angle FAD,$$

$$\therefore \angle AGB = \angle ADF, AB = AF,$$

$$\therefore \triangle BAG \cong \triangle FAD,$$

$$\therefore AG = AD,$$

$\because$  四边形  $AGHD$  是矩形

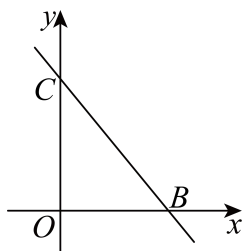
$\therefore$  四边形  $AGHD$  是正方形；

(2) 解：  $\because \angle BAC = \angle DAE = 90^\circ,$

$$\therefore \angle BAG = \angle DAF,$$

$\because \angle BAG = \angle DBC$  ,  
 $\therefore \angle DAF = \angle DBC$  ,  
 $\because AD \parallel GH$  ,  
 $\therefore \angle ADE = \angle DBC$  ,  
 $\therefore \angle ADE = \angle DAF$  ,  
 $\because AD = AD, \angle DAF = \angle ADE$  ,  
 $\therefore \triangle ADF \cong \triangle DAF \text{ (ASA)}$  ,  
 $\therefore AE = DF$  ,  
 $\therefore AE \parallel DF$  ,  
 $\therefore$  四边形  $AEFD$  是平行四边形,  
 $\because \angle ADF = 90^\circ$  ,  
 $\therefore$  四边形  $AEFD$  是矩形;

26. 在平面直角坐标系中, 已知直线  $y = kx - k (k < 0)$  经过定点  $P$ .



(1) 求点  $P$  的坐标;

(2) 一次函数  $y = -\frac{4}{3}x + 4$  的图像分别与  $x$  轴、 $y$  轴交于点  $B$ 、 $C$  (如图), 如果直线  $y = kx - k (k \neq 0)$  将  $\triangle BOC$  的面积平分, 求  $k$  的值;

(3) 在 (2) 的条件下, 将直线  $y = kx - k (k \neq 0)$  向上平移 2 个单位后得到直线  $l$ , 点  $A$  是直线  $l$  上的点, 如果  $AO = AC$ , 求点  $A$  的坐标.

**【答案】** (1)  $(1, 0)$

(2)  $k = -12$

(3)  $(1, 2)$

**【分析】** (1)  $x = 1$  代入  $y = kx - k$ , 求得  $y = 0$ , 即可求解;

(2) 先求出直线  $y = -\frac{4}{3}x + 4$  与坐标轴的交点坐标:  $B(3, 0)$ ,  $C(0, 4)$ , 从而求得  $S_{\triangle BOC} = 6$ ,  $PB = OB - OP = 2$ ,

不规则设直线  $y = kx - k (k < 0)$  与直线  $y = -\frac{4}{3}x + 4$  相交于  $D(x, kx - k)$ ，根据  $S_{\triangle BPD} = \frac{1}{2}S_{\triangle BOC} = 3$ ，则

$$\frac{1}{2} \times 2(kx - k) = 3, \text{ 解得: } x = \frac{k+3}{k},$$

把  $D(x, kx - k)$  代入  $y = -\frac{4}{3}x + 4$ ，得  $-\frac{4}{3}x + 4 = kx - k$ ，则有  $-\frac{4}{3} \times \frac{k+3}{k} + 4 = k \cdot \frac{k+3}{k} - k$ ，解之即可求得  $k$  值.

(3) 先根据平移性质求得直线  $l$  解析式为  $y = -12x + 14$ ，过点  $A$  作  $AE \perp y$  于  $E$ ，根据等腰三角形的性质求得  $OE = \frac{1}{2}OC = 2$ ，则点  $A$  的纵坐标为 2，把  $y = 2$  代入  $y = -12x + 14$ ，得  $2 = -12x + 14$ ，解得：  $x = 1$ ，即可得出点  $A$  坐标.

**【解析】** (1) 解：把  $x = 1$  代入  $y = kx - k$ ，得  $y = k - k = 0$ ，

$\therefore$  直线  $y = kx - k (k < 0)$  经过定点  $P(1, 0)$ .

(2) 解：令  $x = 0$ ，则  $y = 4$ ，

$\therefore C(0, 4)$ ，

$\therefore OC = 4$ ，

令  $y = 0$ ，则  $-\frac{4}{3}x + 4 = 0$ ，解得：  $x = 3$ ，

$\therefore B(3, 0)$ ，

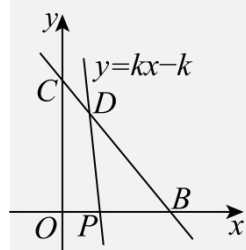
$\therefore OB = 3$ ，

$\therefore S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2}OB \cdot OC = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$ ，

$\therefore P(1, 0)$ ，

$\therefore PB = OB - OP = 2$ ，

设直线  $y = kx - k (k < 0)$  与直线  $y = -\frac{4}{3}x + 4$  相交于  $D(x, kx - k)$ ，如图，



$\therefore$  直线  $y = kx - k (k \neq 0)$  将  $\triangle BOC$  的面积平分，

$\therefore S_{\triangle BPD} = \frac{1}{2}S_{\triangle BOC} = 3$

$\therefore \frac{1}{2} \times 2(kx - k) = 3$ ，

解得:  $x = \frac{k+3}{k}$ ,

把  $D(x, kx-k)$  代入  $y = -\frac{4}{3}x + 4$ , 得  $-\frac{4}{3}x + 4 = kx - k$ ,

$\therefore -\frac{4}{3} \times \frac{k+3}{k} + 4 = k \cdot \frac{k+3}{k} - k$ ,

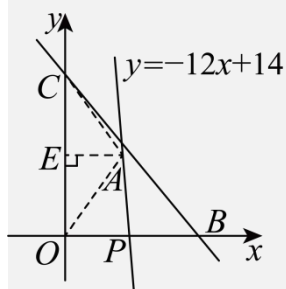
解得:  $k = -12$ .

(3) 解: 由 (2) 知:  $y = -12x + 12$ ,

直线  $y = -12x + 12$  向上平移 2 个单位后得到直线  $l$ ,

则直线  $l$  解析式为  $y = -12x + 14$ ,

如图, 过点  $A$  作  $AE \perp y$  于  $E$ ,



$\therefore OA = AC$ ,  $AE \perp y$ ,

$\therefore OE = \frac{1}{2}OC = 2$

$\therefore$  点  $A$  的纵坐标为 2,

把  $y = 2$  代入  $y = -12x + 14$ , 得  $2 = -12x + 14$ ,

解得:  $x = 1$ ,

$\therefore$  点  $A$  的坐标为  $(1, 2)$ .

**【点睛】** 本题考查待定系数法求一次函数解析式, 两直线交点, 坐标与图形, 直线与坐标围成三角形面积, 一次函数图象平移, 等腰三角形的性质. 熟练掌握一次函数图象性质是解题的关键.

27. 在菱形  $ABCD$  中,  $\angle B = \alpha$  ( $\alpha \geq 90^\circ$ ), 点  $E$  在边  $BC$  上 (不与  $B$ 、 $C$  重合), 将线段  $AE$  绕着点  $E$  顺时针旋转  $\alpha$  后, 点  $A$  落在点  $F$  处, 连接  $AF$ , 交边  $CD$  于点  $P$ .

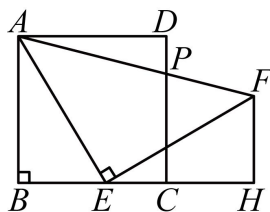


图1

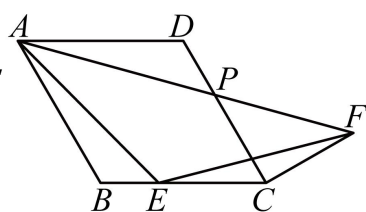


图2

(1)如图 1, 如果  $\alpha = 90^\circ$ , 延长  $EC$  至点  $H$ , 使得  $EH = AB$ , 连接  $FH$ . 求证:  $CH = FH$ ;

(2)连接  $CF$ ,

①如图 2, 设  $\angle DCF = \beta$ , 求  $\beta$  与  $\alpha$  之间的函数关系式: (不写定义域)

②如果  $\alpha = 120^\circ$ ,  $DC = 4PD$ . 求证:  $BE = EC$ .

**【答案】** (1)见解析

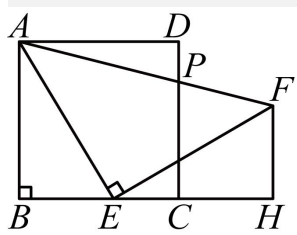
(2)①  $\beta = \frac{3}{2}\alpha - 90^\circ$ ; ②见解析

**【分析】** (1) 先证明  $\triangle ABE \cong \triangle EHF$  (SAS), 得到  $BE = FH$ , 再根据菱形  $ABCD$ , 得到  $AB = BC$ , 又  $EH = AB$ , 即可证得  $CH = BE$ , 从而得出结论;

(2) ①先证明  $\triangle ABE \cong \triangle EHF$  (SAS), 得到  $BE = FH$ ,  $\angle EHF = \angle ABE = \alpha$ , 再根据菱形  $ABCD$ , 得到  $AB = BC$ ,  $AB \parallel CD$ , 从而得  $\angle BCD = 180^\circ - \alpha$ , 然后证明  $CH = FH$ , 得到  $\angle HCF = \angle HFC = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha) = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$ , 从而得到  $180^\circ - \alpha + \beta + 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha = 180^\circ$ , 整理即可得出答案;

②延长  $EC$  至点  $H$ , 使得  $EH = AB$ , 连接  $FH$ . 先由①求得  $\angle DCF = \beta = 90^\circ$ , 过点  $A$  作  $AG \perp CD$  交  $CD$  延长线于  $G$ , 过点  $H$  作  $HQ \perp CF$  于  $Q$ , 设  $AB = BC = CD = AD = 4m$ , 利用菱形的性质, 直角三角形的性质, 勾股定理求得  $GD = 2m$ ,  $AG = 2\sqrt{3}m$ , 根据  $DC = 4PD$ , 求得  $PD = m$ ,  $CP = 3m$ ,  $GP = GD + PD = 3m$ , 从而得到  $GP = CP$ , 再证明  $\triangle APG \cong \triangle FPC$  (ASA), 得到  $CF = AG = 2\sqrt{3}m$ , 然后利用等腰三角形与直角三角形性质, 勾股定理求得  $CQ = \sqrt{3}m$ ,  $CH = 2m$ ,  $CE = 2m$ ,  $BE = 2m$ , 即可得出结论.

**【解析】** (1) 解: 如图,



由题意可得  $\angle B = \angle AEF = \alpha = 90^\circ$ ,

$$\therefore \angle BAE + \angle AEB = \angle CEF + \angle AEB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CEF$$

由旋转可得  $AE = EF$ ,

在  $\triangle ABE$  与  $\triangle EHF$  中,

$$\begin{cases} AE = EF \\ \angle BAE = \angle HEF \\ AB = EH \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle EHF \text{ (SAS)}$$

$$\therefore BE = FH$$

$$\because \text{菱形 } ABCD,$$

$$\therefore AB = BC,$$

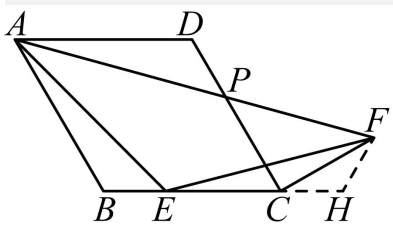
$$\because EH = AB$$

$$\therefore EH = BC, \quad EH - CE = BC - CE,$$

$$\therefore EH - CE = BC - CE, \text{ 即 } CH = BE$$

$$\therefore CH = FH,$$

(2) 解: 如图, 延长  $EC$  至点  $H$ , 使得  $EH = AB$ , 连接  $FH$ .



$$\textcircled{1} \text{ 由题意可得 } \angle B = \angle AEF = \alpha,$$

$$\therefore \angle BAE + \angle AEB = \angle CEF + \angle AEB = 180^\circ - \alpha$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CEF$$

由旋转可得  $AE = EF$ ,

在  $\triangle ABE$  与  $\triangle EHF$  中,

$$\begin{cases} AE = EF \\ \angle BAE = \angle HEF \\ AB = EH \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle EHF \text{ (SAS)}$$

$$\therefore BE = FH, \quad \angle EHF = \angle ABE = \alpha,$$

$$\because \text{菱形 } ABCD,$$

$$\therefore AB = BC, \quad AB \parallel CD$$

$$\therefore \angle BCD = 180^\circ - \alpha,$$

$$\because EH = AB$$

$$\therefore EH = BC, \quad EH - CE = BC - CE,$$

$$\therefore EH - CE = BC - CE, \quad \text{即 } CH = BE$$

$$\therefore CH = FH,$$

$$\therefore \angle HCF = \angle HFC = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha) = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha,$$

$$\because \angle BCD + \angle DCF + \angle HCF = 180^\circ$$

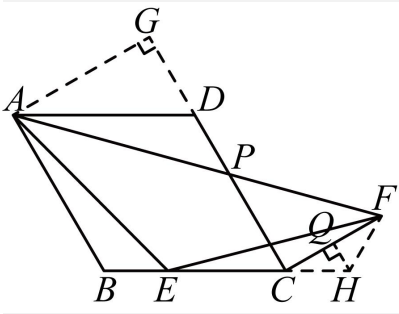
$$\therefore 180^\circ - \alpha + \beta + 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha = 180^\circ,$$

$$\therefore \beta = \frac{3}{2}\alpha - 90^\circ,$$

$$\textcircled{2} \because \beta + 90^\circ = \frac{3}{2}\alpha, \quad \alpha = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle DCF = \beta = 90^\circ$$

过点  $A$  作  $AG \perp CD$  交  $CD$  延长线于  $G$ , 过点  $H$  作  $HQ \perp CF$  于  $Q$ , 如图,



$\because$  菱形  $ABCD$ ,

$$\therefore AB = BC = CD = AD, \quad AB \parallel CD, \quad BC \parallel AD,$$

设  $AB = BC = CD = AD = 4m$ ,

$$\therefore \angle BCD = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADG = \angle BCD = 60^\circ,$$

$$\because AG \perp CD,$$

$$\therefore \angle GAD = 30^\circ,$$

$$\therefore GD = \frac{1}{2}AD = 2m, \quad AG = 2\sqrt{3}m,$$

$$\because DC = 4PD,$$

$$\therefore PD = m, \quad CP = 3m,$$

$$\therefore GP = GD + PD = 3m,$$

$$\therefore GP = CP,$$

$$\because \angle AGP = \angle FCP = 90^\circ,$$

$$\angle APG = \angle CPF,$$

$$\therefore \triangle APG \cong \triangle FPC (\text{ASA}),$$

$$\therefore CF = AG = 2\sqrt{3}m,$$

$$\because CH = FH, \quad HQ \perp CF,$$

$$\therefore CQ = \sqrt{3}m,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle HCD = \angle B = \alpha = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle HCQ = \angle HCD - \angle DCF = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore CH = 2HQ,$$

由勾股定理, 得  $CH^2 = HQ^2 + CQ^2$ ,

$$\therefore CH^2 = \left(\frac{1}{2}CH\right)^2 + (\sqrt{3}m)^2,$$

$$\therefore CH = 2m,$$

$$\therefore EH = AB = 4m,$$

$$\therefore CE = 2m,$$

$$\therefore BC = 4m,$$

$$\therefore BE = 2m,$$

$$\therefore BE = CE.$$

**【点睛】** 本题考查菱形的性质, 全等三角形的判定与性质, 旋转的性质, 直角三角形的性质, 等腰三角形的性质, 勾股定理. 此题属四边形综合题目, 难较大. 熟练掌握相关知识和正确作出辅助线是解题的关键.