

2024-2025 学年八年级数学下册期中模拟测试卷 01

测试范围：20.1-22.2

一、单选题

1. 已知一次函数 $y = x + k + 1$ 的图像经过原点，则 k 的值为 ()

- A. 1 B. -1 C. 0 D. ± 1

【答案】B

【分析】 本题考查的是一次函数图象上点的坐标特点，熟知一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 中，当 $b = 0$ 时函数图象经过原点是解答此题的关键. 先根据一次函数 $y = x + k + 1$ 的图象经过原点得出关于 k 的方程，解方程即可.

【解析】 解： $\because$ 一次函数 $y = x + k + 1$ 的图像经过原点，

$\therefore k + 1 = 0$,

解得： $k = -1$.

故选：B.

2. 下列说法正确的是 ()

- A. $\frac{5x^2 + 4x + 3}{2} = 1$ 是分式方程 B. $\frac{\sqrt{2}}{x} + \sqrt{3} = 2$ 是无理方程
- C. $\begin{cases} x^2 - x = 5 \\ 3y = 12 \end{cases}$ 是二元二次方程组 D. $x^6 + 3x^2 = 0$ 是二项方程

【答案】C

【分析】 本题考查了分式方程、无理方程、二元二次方程组、二项方程的定义，根据相关定义逐项判定即可.

【解析】 解： A 选项： $\frac{5x^2 + 4x + 3}{2} = 1$ 整式方程，不是分式方程，故错误；

B 选项： $\frac{\sqrt{2}}{x} + \sqrt{3} = 2$ 是分式方程，不是无理方程，故错误；

C 选项： $\begin{cases} x^2 - x = 5 \\ 3y = 12 \end{cases}$ 是二元二次方程组，符合题意，故正确；

D 选项： $x^6 + 3x^2 = 0$ 不含有非零的常数项，故不是二项方程，故错误；

故选：C

3. 一个多边形的内角和是它外角和的 2 倍，则这个多边形是 ()

- A. 四边形 B. 五边形 C. 六边形 D. 七边形

【答案】C

【分析】本题主要考查了多边形的内角和与外角和的问题. 设这个多边形的边数是 n , 根据“一个多边形的内角和是它外角和的 2 倍”, 列出方程, 即可求解.

【解析】解: 设这个多边形的边数是 n , 根据题意得:

$$(n-2) \times 180^\circ = 2 \times 360^\circ,$$

解得: $n = 6$,

即这个多边形是六边形.

故选: C

4. 下列方程中, 有实数根的方程是 ()

- A. $\sqrt{x-1} + \sqrt{1-x} = 1$ B. $x^3 + 9 = 0$ C. $\frac{1}{x^2-1} = 0$ D. $\sqrt{x} + 3 = 0$

【答案】B

【分析】A 利用二次根式的性质解题; B 利用立方根的性质解题; C 利用去分母的方法解决问题; D 利用二次根式的性质解决问题.

【解析】解: A 中根据题目条件得 $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases}$, $\therefore x=1$, 此时方程没有实数根;

B 中是三次方程, $\therefore x$ 的取值范围是全体实数, $\therefore$ 此方程有解;

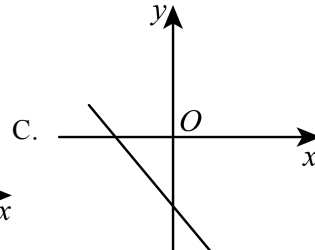
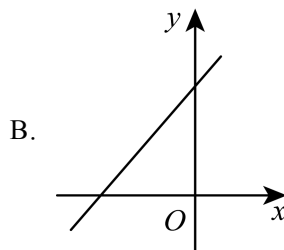
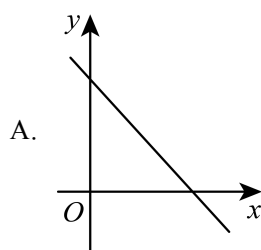
C 中去分母得 $1=0$, $\therefore$ 此方程无解;

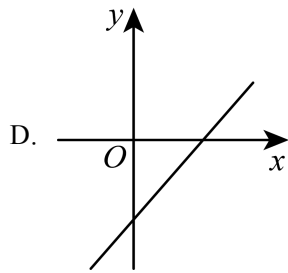
D $\because \sqrt{x} \geq 0$, $\therefore \sqrt{x} + 3 > 0$, $\therefore$ 此方程没有实数根.

故选: B.

【点睛】本题主要考查解无理方程的知识点, 去掉根号把无理式化成有理方程是解题的关键, 注意观察方程的结构特点, 需要同学们仔细掌握.

5. 直线 $y = kx + b$ 经过一、二、四象限, 则直线 $y = bx - k$ 的图象只能是图中的 ()





【答案】B

【分析】本题考查了一次函数图象与系数的关系. 先确定 $k < 0$, $b > 0$, , 进而得到 $-k > 0$, $b > 0$, 即可得到直线 $y = bx - k$ 的图象经过一、二、三象限, 问题得解.

【解析】解: $\because$ 直线 $y = kx + b$ 经过一、二、四象限,

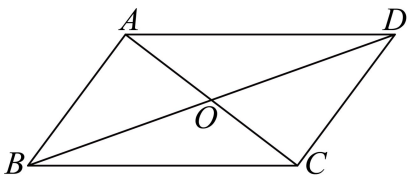
$\therefore k < 0$, $b > 0$,

$\therefore -k > 0$

则直线 $y = bx - k$ 的图象经过第一、二、三象限,

故选: B.

6. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 和 BD 相交于点 O . 下列条件不能判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是 ()



A. $AB = DC, AD = BC$;

B. $AB \parallel DC, AD = BC$;

C. $AB \parallel DC, \angle BAD = \angle BCD$;

D. $OA = OC, OB = OD$;

【答案】B

【分析】本题考查了平行四边形的判定方法, 熟练掌握平行四边形的判定方法是解题的关键. 由平行四边形的判定方法分别对各个选项进行判断即可.

【解析】解: A、 $\because AB = DC, AD = BC$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 故选项 A 不符合题意;

B、 $\because AB \parallel DC, AD = BC$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 不一定是平行四边形, 也可能是等腰梯形, 故选项 B 符合题意,

C、 $\because AB \parallel DC$,

$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$.

$\because \angle BAD = \angle BCD$,

$$\therefore \angle ABC + \angle BAD = 180^\circ,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 故选项 C 不符合题意;

$$D、\because OA = OC, OB = OD,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 故选项 D 不符合题意;

故选: B.

二、填空题

7. 直线 $y = -2x - 6$ 在 y 轴上的截距是_____.

【答案】 -6

【分析】 本题主要考查截距的定义, 熟练掌握知识点是解决本题的关键.

一条直线与 y 轴交点的纵坐标叫做这条直线在 y 轴上的截距, 简称直线的截距, 依据定义即可求解.

【解析】 解: 当 $x = 0$ 时, $y = -6$, $\therefore$ 截距为 -6 ,

故答案为: -6 .

8. 方程 $(x-2)^4 = 16$ 的根是_____.

【答案】 $x_1 = 4, x_2 = 0$

【分析】 本题考查一元二次方程的解, 根据方程特点可以利用直接开平方法求解. 利用直接开平方法可得方程的解.

【解析】 解: $(x-2)^4 = 16$ 原方程两边直接开平方可得:

$$(x-2)^2 = 4,$$

$$(x-2)^2 = 4 \text{ 原方程两边直接开平方可得:}$$

$$x-2 = 2 \text{ 或者 } x-2 = -2,$$

$$\therefore x_1 = 4, x_2 = 0,$$

故答案为: $x_1 = 4, x_2 = 0$.

9. 直线 $y = 3x - 1$ 向_____ (填“上”或“下”) 平移_____个单位得到直线 $y = 3x + 3$.

【答案】 上 4

【分析】 本题考查了一次函数图像的平移, 熟练掌握知识点是解决本题的关键.

根据平移规律“上加下减”，即可求解.

【解析】解：设平移后解析式为 $y = 3x - 1 + b$ ，
则 $-1 + b = 3$ ，解得 $b = 4$ ，因此确定为向上平移 4 个单位，
故答案为：上，4.

10. 如果代数式 $\frac{3}{2x-1}$ 与 $\frac{1}{x}$ 的值相等，那么 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 -1

【分析】 本题考查了解分式方程，熟练掌握分式方程的解法是解题关键. 先建立分式方程 $\frac{3}{2x-1} = \frac{1}{x}$ ，再解方程即可得.

【解析】 解：∵ 代数式 $\frac{3}{2x-1}$ 与 $\frac{1}{x}$ 的值相等，

$$\therefore \frac{3}{2x-1} = \frac{1}{x},$$

方程两边同乘以 $x(2x-1)$ ，得 $3x = 2x - 1$ ，

移项、合并同类项，得 $x = -1$ ，

经检验， $x = -1$ 是原分式方程的解，

故答案为：-1.

11. 在平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle A : \angle B = 1 : 2$ ，则 $\angle C$ 的度数是_____.

【答案】 60° / 60 度

【分析】 根据平行四边形的邻角互补，得到 $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ，再根据 $\angle A : \angle B = 1 : 2$ ，进行列式计算，即可得解. 本题考查平行四边形的性质. 熟练掌握平行四边形的对角相等，邻角互补，是解题的关键.

【解析】 解：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore \angle A = \angle C, \quad \angle A + \angle B = 180^\circ$$

$$\because \angle A : \angle B = 1 : 2,$$

$$\therefore 3\angle A = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle C = \angle A = 60^\circ,$$

故答案为： 60° .

12. 将二元二次方程 $x^2 - 2xy + y^2 = 4$ 化为二个二元一次方程为_____.

【答案】 $x - y = 2$ 和 $x - y = -2$

【分析】 本题考查了解高次方程和完全平方公式. 根据完全平方公式得出 $(x - y)^2 = 4$ ，开方得出 $x - y = \pm 2$ ，

即可得出答案.

【解析】解: $x^2 - 2xy + y^2 = 4$,

$$(x-y)^2 = 4,$$

开方得: $x-y = \pm 2$.

故答案为: $x-y = 2$ 和 $x-y = -2$.

13. 已知方程 $\frac{x^2+1}{2x} - \frac{x}{x^2+1} = 3$, 如果设 $\frac{x}{x^2+1} = y$, 那么原方程可以变形为_____.

【答案】 $\frac{1}{2y} - y = 3$.

【分析】由题意得: 设 $\frac{x}{x^2+1} = y$, 则 $\frac{x^2+1}{2x} = \frac{1}{2y}$, 代入即可解答出.

【解析】解: 根据题意得: 设 $\frac{x}{x^2+1} = y$,

$$\text{则 } \frac{x^2+1}{2x} = \frac{1}{2y},$$

$\therefore$ 原方程可变为 $\frac{1}{2y} - y = 3$;

故答案为 $\frac{1}{2y} - y = 3$.

【点睛】此题主要考查利用整体代入法对方程进行换元, 解题的关键是正确理解整体代入法.

14. 一个多边形的每一个外角都等于 40° , 则这个多边形的内角和为_____°.

【答案】 1260

【分析】本题主要考查了多边形的外角与外角. 首先根据外角和与一个外角的度数可得多边形的边数, 再根据多边形的内角和公式进行计算即可.

【解析】解: $\because$ 一个多边形的每一个外角都等于 40° ,

$\therefore$ 这个多边形的边数为: $360^\circ \div 40^\circ = 9$,

$\therefore$ 这个多边形的内角和为: $180^\circ \times (9-2) = 1260^\circ$,

故答案为: 1260.

15. 如果方程 $\sqrt{x} - k = 2$ 无实数解, 那么 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k < -2$

【分析】本题考查了解无理方程和解一元一次不等式, 能根据算术平方根的非负性得出 $1+k < 0$ 是解此题的关键. 移项后得出 $\sqrt{x} = 2+k$, 根据算术平方根的非负性得出 $\sqrt{x} \geq 0$, 求出此时 $2+k < 0$, 再求出 k 的取值范围即可.

【解析】解： $\sqrt{x} - k = 2$,

$$\sqrt{x} = 2 + k,$$

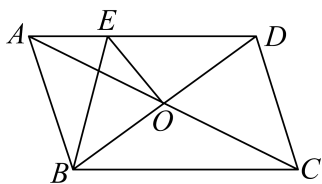
$$\therefore \sqrt{x} \geq 0,$$

$\therefore$ 若方程 $\sqrt{x} - k = 2$ 无实数解，必须 $2 + k < 0$,

$$\therefore k < -2,$$

故答案为： $k < -2$.

16. 如图，平行四边形 $ABCD$ 的周长是 14cm ，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， $OE \perp BD$ 交 AD 于点 E ，则 $\triangle ABE$ 的周长为 _____ cm .



【答案】 7

【分析】此题考查了平行四边形的性质、线段的中垂线的性质以及三角形周长等知识，熟练掌握平行四边形的性质解题的关键.

由四边形 $ABCD$ 是平行四边形，则 $OB = OD$ ， $AB = CD$ ， $AD = BC$ ，故有 $AB + AD = 7\text{cm}$ ，又 $OE \perp BD$ ，则 OE 垂直平分 BD ，所以 $BE = DE$ ，再根据周长公式即可求解.

【解析】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore OB = OD, AB = CD, AD = BC,$$

$\because$ 平行四边形 $ABCD$ 的周长是 14cm ,

$$\therefore AB + AD = 7\text{cm},$$

$$\because OE \perp BD,$$

$$\therefore OE \text{ 垂直平分 } BD,$$

$$\therefore BE = DE,$$

$$\therefore \triangle ABE \text{ 的周长 } AB + AE + BE$$

$$= AB + AE + DE$$

$$= AB + AD$$

$$= 7(\text{cm}),$$

故答案为： 7.

17. 规定: $[k, b]$ 是一次函数 $y=kx+b$ (k, b 为实数, $k \neq 0$) 的“特征数”. 若“特征数”是 $[4, m-5]$ 的一次函数是正比例函数, 则直线 $y=mx+m$ 与 y 轴的交点坐标是_____.

【答案】 $(0, 5)$

【分析】 根据正比例函数的定义求出 m 的值, 然后求出直线 $y=mx+m$ 与 y 轴的交点坐标即可.

【解析】 解: 由题意得:

“特征数”是 $[4, m-5]$ 的一次函数是正比例函数,

$$\therefore m-5=0,$$

$$\therefore m=5,$$

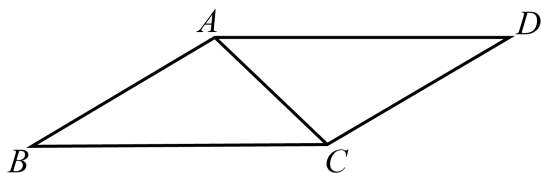
$$\therefore y=mx+m=5x+5,$$

$$\therefore \text{直线 } y=mx+m \text{ 与 } y \text{ 轴的交点坐标是 } (0, 5).$$

故答案为: $(0, 5)$.

【点睛】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 正比例函数的定义, 熟练掌握正比例函数的定义是解题的关键.

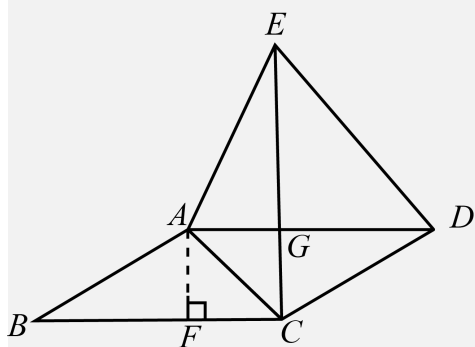
18. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, $BC=4, \angle B=30^\circ, \angle ACB=45^\circ$, 将 ABC 沿着 AC 翻折, 点 B 的对应点为点 E , 连接 DE , 那么线段 $DE=$ _____.



【答案】 $6\sqrt{2}-2\sqrt{6}$

【分析】 根据翻折, 推出 $\angle BCE=90^\circ$, 过点 A 作 $AF \perp BC$, 则四边形 $AFCG$ 为矩形, 利用含 30° 的直角三角形的性质, 等腰直角三角形的性质, 得到 $BF=\sqrt{AB^2-AF^2}=\sqrt{3}x$, $CF=AF=x$, 利用 $BC=AF+BF=x+\sqrt{3}x=4$, 求出 CF 的长, 进而求出 DG, EG 的长, 利用勾股定理进行求解即可.

【解析】 解: 如图,



∵ 翻折,

$$\therefore \angle ACB = \angle ACE = 45^\circ, \angle AEC = \angle ABC = 30^\circ, BC = CE,$$

$$\therefore \angle BCE = 90^\circ,$$

∵ 平行四边形 $ABCD$,

$$\therefore AD \parallel BC, AD = BC = 4,$$

$$\therefore \angle AGC = \angle AGE = \angle EGD = 90^\circ,$$

过点 A 作 $AF \perp BC$, 则四边形 $AFCG$ 为矩形,

$$\therefore AG = CF, CG = AF,$$

设 $AF = x$,

在 $\text{Rt}\triangle AFB$ 中, $\angle B = 30^\circ$,

$$\therefore AB = 2AF = 2x, BF = \sqrt{AB^2 - AF^2} = \sqrt{3}x,$$

在在 $\text{Rt}\triangle AFC$ 中, $\angle ACF = 45^\circ$,

$$\therefore CF = AF = x,$$

$$\therefore BC = AF + BF = x + \sqrt{3}x = 4,$$

$$\therefore x = 2\sqrt{3} - 2,$$

$$\therefore AF = CF = 2\sqrt{3} - 2,$$

$$\therefore CG = 2\sqrt{3} - 2, AG = 2\sqrt{3} - 2,$$

$$\therefore DG = EG = 4 - (2\sqrt{3} - 2) = 6 - 2\sqrt{3},$$

$$\therefore DE = \sqrt{DG^2 + EG^2} = \sqrt{2}DG = 6\sqrt{2} - 2\sqrt{6};$$

故答案为: $6\sqrt{2} - 2\sqrt{6}$.

【点睛】 本题考查平行四边形的性质, 折叠的性质, 矩形的判定和性质, 含 30° 度角的直角三角形, 等腰直

角三角形的性质，根据题意，正确的作图，得到特殊三角形，是解题的关键.

三、解答题

19. 解关于 x 的方程: $a^2x^2 = 2 - x^2$.

【答案】 $x = \pm \frac{\sqrt{2a^2+2}}{a^2+1}$

【分析】 此题考查解一元二次方程，先将方程化为一般形式，再利用直接开平方法求出方程的根.

【解析】 解: 移项整理得: $(a^2+1)x^2 = 2$,

$$\because (a^2+1) \neq 0,$$

$$\therefore x^2 = \frac{2}{a^2+1},$$

$$\therefore x = \pm \frac{\sqrt{2a^2+2}}{a^2+1},$$

$$\therefore \text{原方程的解是: } x = \pm \frac{\sqrt{2a^2+2}}{a^2+1}.$$

20. 解方程 $\sqrt{2y-4} - \sqrt{y+5} = 1$

【答案】 $y = 20$

【分析】 本题考查了无理方程，理解转换思想是解题的关键. 先通过两边平方把方程转化为有理方程，再求解.

【解析】 解: $\sqrt{2y-4} - \sqrt{y+5} = 1$,

移项得: $\sqrt{2y-4} = \sqrt{y+5} + 1$,

两边分别平方得: $2y-4 = y+6+2\sqrt{y+5}$,

移项、合并同类项得: $y-10 = 2\sqrt{y+5}$,

两边再平方得: $y^2 - 20y + 100 = 4y + 20$,

解这个整式方程得: $y = 4$ 或 $y = 20$,

当 $y = 4$ 时, 左边 $= 2 - 3 = -1 \neq$ 右边,

$\therefore y = 4$ 不是原方程的解,

当 $y = 20$ 时, 左边 $= 6 - 5 = 1 =$ 右边,

$\therefore y = 20$ 是原方程的解,

$\therefore$ 原方程解为 $y = 20$.

21. 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 + xy = 0 \\ x^2 + 4xy + 4y^2 = 9 \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = -\frac{3}{2} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 0 \\ y_2 = \frac{3}{2} \end{cases}, \begin{cases} x_3 = -3 \\ y_3 = 3 \end{cases}, \begin{cases} x_4 = 3 \\ y_4 = -3 \end{cases}$$

【分析】 由第一个等式可得 $x(x+y)=0$, 从而讨论可① $x=0$, ② $x \neq 0$, $(x+y)=0$, 这两种情况下结合第二个等式 $(x+2y)^2=9$ 可得出 x 和 y 的值.

【解析】 $\because x(x+y)=0$,

①当 $x=0$ 时, $(x+2y)^2=9$,

解得: $y_1 = \frac{3}{2}, y_2 = -\frac{3}{2}$;

②当 $x \neq 0$, $x+y=0$ 时,

$\therefore x+2y=\pm 3$,

解得: $\begin{cases} x = -3 \\ y = 3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -3 \end{cases}$.

综上所述,原方程组的解是
$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = -\frac{3}{2} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 0 \\ y_2 = \frac{3}{2} \end{cases}, \begin{cases} x_3 = -3 \\ y_3 = 3 \end{cases}, \begin{cases} x_4 = 3 \\ y_4 = -3 \end{cases}$$
.

【点睛】 此题考查二元二次方程组, 解题关键在于掌握运算法则.

22. 解方程组:
$$\begin{cases} \frac{5}{x+y} + \frac{1}{y-x} = 2 \\ \frac{3}{x+y} - \frac{1}{y-x} = 2 \end{cases}$$
.

【答案】
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

【分析】 本题考查了解二元一次方程组, 分式方程, 解题关键是利用换元法将分式方程转化为整式方程. 设

$\frac{1}{x+y} = a, \frac{1}{y-x} = b$, 利用换元法将原方程化为整式方程, 解得
$$\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}$$
, 即可得到关于 x, y 的二元一次

方程组
$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{y-x} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$
, 求解后, 检验分式方程的根, 即可得方程组的解.

【解析】 解: 设 $\frac{1}{x+y} = a, \frac{1}{y-x} = b$,

$\therefore$ 原方程组化为
$$\begin{cases} 5a + b = 2 \\ 3a - b = 2 \end{cases}$$
,

$$\text{解得} \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{y-x} = -\frac{1}{2} \end{cases},$$

$$\text{去分母, 得} \begin{cases} x+y=2 \\ x-y=2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases},$$

$$\text{检验: 当} \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases} \text{时, } x+y=2 \neq 0, \quad y-x=-2 \neq 0,$$

$$\therefore \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases} \text{是原方程组的解.}$$

23. 已知直线 $l_1: y = kx + b$ 经过点 $A(0, -2)$ 、 $B(2, m)$, 且平行于直线 $l: y = 2x$. 求:

(1) 直线 l_1 的解析式及 B 点的坐标.

(2) 如果直线 l_2 经过点 B , 且与 y 轴的正半轴交于点 C , 使得 $\triangle ABC$ 的面积为 8, 求直线 l_2 的解析式.

【答案】 (1) 直线 l_1 的解析式为 $y = 2x - 2$, 点 B 的坐标为 $(2, 2)$

(2) 直线 l_2 的解析式为 $y = -2x + 6$

【分析】 本题考查了两直线相交或平行问题: 两条直线的交点坐标, 就是由这两条直线相对应的一次函数表达式所组成的二元一次方程组的解; 若两条直线是平行的关系, 那么他们的自变量系数相同, 即 k 值相同. 也考查了待定系数法求一次函数解析式.

(1) 根据一次函数图象上点的坐标特征易得 $b = -2$, 根据两直线平行的问题易得 $k = 2$, 从而可确定直线 l_1 的解析式, 进而可得点 B 的坐标;

(2) 设 C 点坐标为 $(0, t)$, 然后根据三角形面积公式得到 $\frac{1}{2} \times 2 \times |t + 2| = 8$, 求出 t 的值可得到 C 点坐标, 由 B 、 C 的坐标, 利用待定系数法即可求解.

【解析】 (1) 解: $\because l_1: y = kx + b$ 经过点 $A(0, -2)$,
 $\therefore b = -2$,

$\therefore$ 直线 $l_1: y = kx + b$ 平行于直线 $l: y = 2x$,

$$\therefore k = 2,$$

$\therefore$ 直线 l_1 的解析式为 $y = 2x - 2$,

$\therefore y = 2x - 2$ 经过点 $B(2, m)$,

$$\therefore m = 2 \times 2 - 2 = 2,$$

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(2, 2)$;

(2) 如图, 设 C 点坐标为 $(0, t)$,

$\therefore \triangle ABC$ 的面积为 8,

$$\therefore \frac{1}{2} \times 2 \cdot |t + 2| = 8,$$

解得: $t = 6$ 或 $t = -10$ (舍去),

$$\therefore C(0, 6),$$

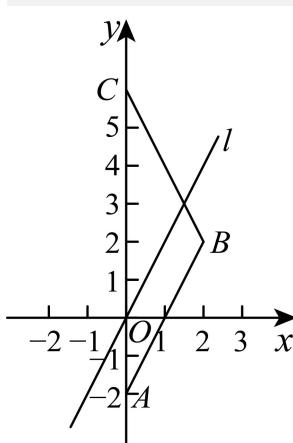
设直线 l_2 的解析式为 $y = px + q$,

$\therefore$ 直线 l_2 经过点 $B(2, 2)$, 与 y 轴的正半轴相交于点 $C(0, 6)$,

$$\therefore \begin{cases} 2p + q = 2 \\ 0 + q = 6 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} p = -2 \\ q = 6 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 l_2 的解析式为 $y = -2x + 6$.



24. 为了响应市政府节能减排的号召, 某厂制作甲、乙两种环保袋. 已知制成一个甲环保袋比制成一个乙

环保袋需要多用0.1米的材料，且同样用6米材料制成甲环保袋的个数比制成乙环保袋的个数少2个。求制作每个甲环保袋用多少米材料？

【答案】 制作每个甲环保袋用 0.6 米材料

【分析】 设制作每个甲环保袋用 x 米材料，则制作每个乙环保袋需用 $(x-0.1)$ 米材料，根据生产数量=材料总量÷制作每个所用材料结合同样用 6 米的材料制成甲环保袋的个数比制成乙环保袋的个数少 2 个，即可得出关于 x 的分式方程，解分式方程，经检验后即可得出结论。

【解析】 解：设制作每个甲环保袋用 x 米材料，则制作每个乙环保袋用 $(x-0.1)$ 米材料，由题意得：

$$\frac{6}{x-0.1} - 2 = \frac{6}{x},$$

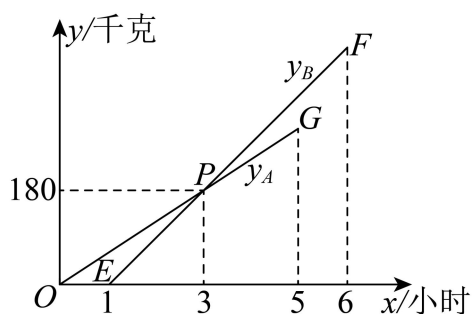
解得： $x_1 = -0.5$ ， $x_2 = 0.6$ ，

经检验： $x_1 = -0.5$ ， $x_2 = 0.6$ 都是原方程的根，但 $x_1 = -0.5$ 不合题意，舍去。

答：制作每个甲环保袋用 0.6 米材料。

【点睛】 本题考查了分式方程的应用，找准等量关系，正确列出分式方程是解题的关键。

25. 某物流公司引进 A，B 两种机器人用来搬运某种货物，这两种机器人充满电后可以连续搬运 5 小时，A 种机器人于某日 0 时开始搬运，过了 1 小时，B 种机器人也开始搬运，如图，线段 OG 表示 A 种机器人的搬运量 y_A （千克）与时间 x （时）的函数图象，线段 EF 表示 B 种机器人的搬运量 y_B （千克）与时间 x （时）的函数图象，根据图象提供的信息，解答下列问题：



(1) 求 y_B 关于 x 的函数解析式；

(2) 如果 A、B 两种机器人连续搬运 5 个小时，那么 B 种机器人比 A 种机器人多搬运了多少千克？

【答案】 (1) $y_B = 90x - 90$ ($1 \leq x \leq 6$)； (2) B 种机器人比 A 种机器人多搬运了 150 千克。

【分析】 (1) 设 y_B 关于 x 的函数解析式为 $y_B = k_1x + b$ ，把 E、P 的坐标代入即可得到结论；

(2) 设 y_A 关于 x 的函数解析式为 $y_A = k_2x$ ，把 P 的坐标代入即可得到 y_A 的表达式，令 $x=6$ ，代入 y_B ，令 $x=5$ ，

代入 y_A ，两者相减即可得到结论.

【解析】 (1) 设 y_B 关于 x 的函数解析式为 $y_B = k_1x + b$ ($k_1 \neq 0$) ,

由线段 EF 过点 $E(1,0)$ 和点 $P(3,180)$,

$$\text{得} \begin{cases} k_1 + b = 0 \\ 3k_1 + b = 180 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k_1 = 90 \\ b = -90 \end{cases},$$

所以 y_B 关于 x 的函数解析式为 $y_B = 90x - 90$ ($1 \leq x \leq 6$) ;

(2) 设 y_A 关于 x 的函数解析式为 $y_A = k_2x$ ($k_2 \neq 0$) , 由题意, 得 $180 = 3k_2$, 即 $k_2 = 60$,

$$\therefore y_A = 60x;$$

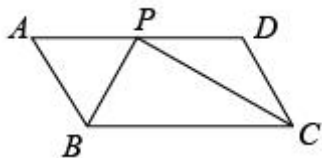
当 $x = 5$ 时, $y_A = 5 \times 60 = 300$ (千克) ,

当 $x = 6$ 时, $y_B = 90 \times 6 - 90 = 450$ (千克) ,

$$450 - 300 = 150 \text{ (千克)} .$$

答: 如果 A、B 两种机器人各连续搬运 5 小时, 那么 B 种机器人比 A 种机器人多搬运了 150 千克.

26. 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, P 是 AD 上一点, 且 BP 和 CP 分别平分 $\angle ABC$ 和 $\angle BCD$, $AB = 5 \text{ cm}$.



(1) 求平行四边形 $ABCD$ 的周长.

(2) 如果 $BP = 6 \text{ cm}$, 求 PC 的长.

【答案】 (1) 30cm

(2) 8cm

【分析】 (1) 根据角平分线可得 $\angle ABP = \angle CBP$, $\angle BCP = \angle DCP$, 由平行线的性质及等量代换得出 $\angle ABP = \angle APB$, $\angle DCP = \angle CPD$, 依据等角对等边可得 $AB = AP = 5 \text{ cm}$, $DP = CD = 5 \text{ cm}$, 即可求出平行四边形的周长;

(2) 由 (1) 可得 $\angle ABP = \angle CBP$, $\angle BCP = \angle DCP$, 利用平行线的性质得出 $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$, 结合各角之间的数量关系可得 $\angle BPC = 90^\circ$, 在直角三角形中利用勾股定理即可得出结果.

【解析】 (1) 解: $\because BP$ 、 CP 平分 $\angle ABC$, $\angle BCD$,

$$\therefore \angle ABP = \angle CBP, \quad \angle BCP = \angle DCP,$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle APB = \angle CBP, \quad \angle BCP = \angle CPD,$$

$$\therefore \angle ABP = \angle APB, \quad \angle DCP = \angle CPD,$$

$$\therefore AB = AP = 5 \text{ cm}, \quad DP = CD = 5 \text{ (cm)},$$

$$\therefore BC = AD = AP + DP = 10 \text{ (cm)},$$

$$\therefore \text{平行四边形的周长为: } 2(AB + AD) = 2 \times 15 = 30 \text{ (cm)};$$

(2) 解: 由 (1) 可得 $\angle ABP = \angle CBP$, $\angle BCP = \angle DCP$,

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle CBP + \angle BCP = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle BCD) = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BPC = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{在 } Rt\triangle BPC \text{ 中, } BP = 6 \text{ cm},$$

$$\therefore PC = \sqrt{BC^2 + BP^2} = \sqrt{10^2 + 6^2} = 8 \text{ (cm)}.$$

【点睛】题目主要考查平行四边形的性质，等角对等边及勾股定理解三角形，三角形内角和定理，理解题意，综合运用这些知识点是解题关键.

27. 回读材料并解决问题:

小潘在解方程 $\sqrt{24-x} - \sqrt{8-x} = 2$ 时采用了下面的方法: 由

$$(\sqrt{24-x} - \sqrt{8-x})(\sqrt{24-x} + \sqrt{8-x}) = (\sqrt{24-x})^2 - (\sqrt{8-x})^2 = 24-x - 8-x = 16, \text{ 又有 } \sqrt{24-x} - \sqrt{8-x} = 2,$$

可得 $\sqrt{24-x} + \sqrt{8-x} = 8$, 将两式相加可得 $\sqrt{24-x} = 5$, 两边平方可得 $x = -1$, 经检验 $x = -1$ 是原方程的解.

请你学习小明的方法, 解决下列问题:

(1) 已知 $\sqrt{22-x^2} - \sqrt{10-x^2} = 3\sqrt{2}$, 则 $\sqrt{22-x^2} + \sqrt{10-x^2}$ 的值为_____;

(2) 解方程 $\sqrt{4x^2 + 6x - 5} + \sqrt{4x^2 - 2x - 5} = 4x$.

【答案】(1) $2\sqrt{2}$

(2) $x = 3$

【分析】本题考查了解无理方程，二次根式的混合运算，熟练掌握无理方程的解法，准确计算是解题的关键.

(1) 根据题目所给方法, 可求 $\left(\sqrt{22-x^2}-\sqrt{10-x^2}\right)\left(\sqrt{22-x^2}+\sqrt{10-x^2}\right)$ 的值, 然后结合

$\sqrt{22-x^2}-\sqrt{10-x^2}=3\sqrt{2}$, 即可求出 $\sqrt{22-x^2}+\sqrt{10-x^2}$ 的值;

(2) 根据题目所给方法, 可求 $\sqrt{4x^2+6x-5}=2x+1$, 再解方程即可.

【解析】 (1) 解: $\because \left(\sqrt{22-x^2}-\sqrt{10-x^2}\right)\left(\sqrt{22-x^2}+\sqrt{10-x^2}\right)$

$$= \left(\sqrt{22-x^2}\right)^2 - \left(\sqrt{10-x^2}\right)^2$$
$$= (22-x^2) - (10-x^2)$$
$$= 22-x^2-10+x^2$$
$$= 12,$$

$$\text{又 } \sqrt{22-x^2}-\sqrt{10-x^2}=3\sqrt{2},$$

$$\therefore 3\sqrt{2}\left(\sqrt{22-x^2}+\sqrt{10-x^2}\right)=12$$

$$\therefore \sqrt{22-x^2}+\sqrt{10-x^2}=2\sqrt{2};$$

故答案为: $2\sqrt{2}$

(2) 解: $\left(\sqrt{4x^2+6x-5}+\sqrt{4x^2-2x-5}\right)\left(\sqrt{4x^2+6x-5}-\sqrt{4x^2-2x-5}\right)$

$$= \left(\sqrt{4x^2+6x-5}\right)^2 - \left(\sqrt{4x^2-2x-5}\right)^2$$
$$= (4x^2+6x-5) - (4x^2-2x-5)$$
$$= 8x,$$

$$\text{又 } \sqrt{4x^2+6x-5}+\sqrt{4x^2-2x-5}=4x,$$

$$\therefore \sqrt{4x^2+6x-5}-\sqrt{4x^2-2x-5}=2,$$

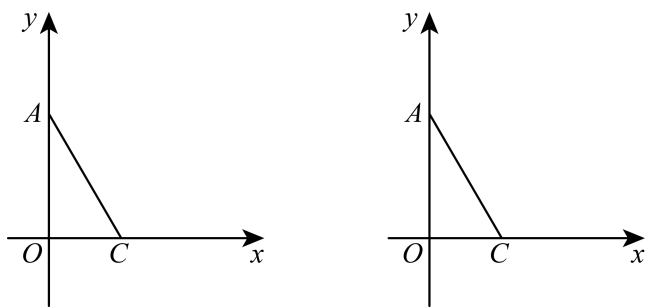
$$\text{两式相加, 得 } \sqrt{4x^2+6x-5}=2x+1,$$

$$\text{两边同时平方, 得 } 4x^2+6x-5=(2x+1)^2,$$

$$\text{解得 } x=3,$$

经检验, $x=3$ 是原方程的解.

28. 如图, 已知点 $A(0,6)$, 点 $C(3,0)$, 将线段 AC 绕点 C 顺时针旋转 90° , 点 A 落在点 B 处, 点 D 是 x 轴上一动点.



- (1)求直线 BC 的解析式;
- (2)连结 B 、 D . 若 $BD \parallel AC$, 求点 D 的坐标;
- (3)连结 A 、 D 交线段 BC 于点 Q , 且 $\angle OAC = \angle CAQ$. 求 $\triangle BCD$ 的面积.

【答案】 (1) $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$

(2) $(\frac{21}{2}, 0)$

(3) $\frac{15}{2}$

【分析】 本题考查一次函数的图象及性质, 熟练掌握一次函数的图象及性质, 三角形全等的判定及性质, 角平分线的性质, 勾股定理是解题的关键.

(1) 过 B 点作 $BM \perp x$ 轴交于 M , 证明 $\triangle ACO \cong \triangle CBM$ (AAS), 求出 $B(9, 3)$, 再由待定系数法求函数的解析式即可;

(2) 求出直线 AC 的解析式, 由 $BD \parallel AC$, 可设直线 BD 的解析式为 $y = -x + m$, 将点 $B(9, 3)$ 代入求解即可;

(3) 作 O 点关于直线 AC 的对称点 E , 连接 AE 与 x 轴交于 D , 与线段 BC 交于 Q , 设 $CD = y$, $ED = x$, 由勾股定理得, $36 + (3 + y)^2 = (6 + x)^2$ ①, $y^2 = 9 + x^2$ ②, 联立①②可得 $x = 4$, $y = 5$, 即可求 $D(8, 0)$, 再求三角形的面积即可.

【解析】 (1) 如图 1, 过 B 点作 $BM \perp x$ 轴交于 M ,

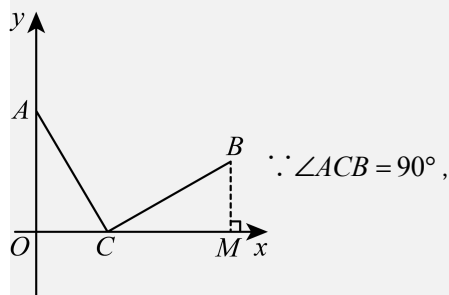


图1

$\therefore \angle ACO + \angle BCM = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACO + \angle OAC = 90^\circ$,

$\therefore \angle BCM = \angle OAC$,

$$\because AC = BC, \quad \angle AOC = \angle CMB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ACO \cong \triangle CBM \text{ (AAS)},$$

$$\therefore BM = OC, \quad CM = AO,$$

$$\because A(0,6), \quad C(3,0),$$

$$\therefore BM = 3, \quad CM = 6,$$

$$\therefore B(9,3),$$

设直线 CB 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\therefore \begin{cases} 9k + b = 3 \\ 3k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases},$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2};$$

(2) 设直线 AC 的解析式为 $y = k'x + b'$,

$$\therefore \begin{cases} b' = 6 \\ 3k' + b' = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k' = -2 \\ b' = 6 \end{cases},$$

$$\therefore y = -2x + 6,$$

$$\because BD \parallel AC,$$

设直线 BD 的解析式为 $y = -2x + m$,

$$\because B(9,3),$$

$$\therefore -18 + m = 3,$$

$$\text{解得 } m = 21,$$

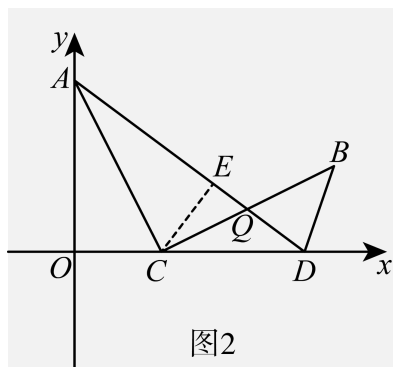
$$\therefore y = -2x + 21,$$

当 $y = 0$ 时, 则有 $-2x + 21 = 0$,

$$\text{解得: } x = \frac{21}{2},$$

$$\therefore D\left(\frac{21}{2}, 0\right);$$

(3) 如图 2, 作 O 点关于直线 AC 的对称点 E , 连接 AE 与 x 轴交于 D , 与线段 BC 交于 Q ,



由对称性可知, $\angle OAC = \angle CAE$,

$\therefore A(0, 6), C(3, 0)$,

$\therefore OA = AE = 6, OC = CE = 3$,

设 $CD = y, ED = x$,

$\therefore 36 + (3 + y)^2 = (6 + x)^2$ ①, $y^2 = 9 + x^2$ ②,

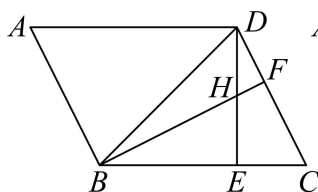
联立①②可得 $x = 4, y = 5$ (不合题意的值已舍去),

$\therefore CD = 5$,

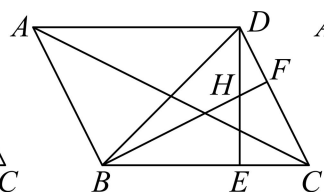
$\therefore D(8, 0)$,

$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times 5 \times 3 = \frac{15}{2}$.

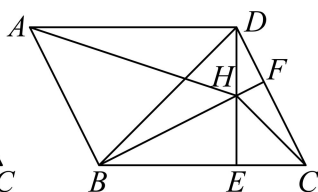
29. 如图 1, 已知平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle DBC = 45^\circ, DE \perp BC$ 于 $E, BF \perp CD$ 于 F, BF, DE 相交于点 H .



(图1)



(图2)



(图3)

(1) 求证: $AB = BH$;

(2) 如图 2, 连接 AC , 求证: $AC^2 + BD^2 = 2(BC^2 + DC^2)$;

(3) 如图 3, 若 $BE = 5$, 且以 AH, BD, CH 为边构成的三角形的面积为 10, 此时平行四边形 $ABCD$ 的面积为_.

【答案】 (1) 见解析

(2) 见解析

(3) 35

【分析】 (1) 根据题意可知 BDE 是等腰直角三角形, 得 $BE = DE$, 再利用直角三角形两锐角互余可证

$\angle HBE = \angle CDE$ ，进而可证 $\triangle BEH \cong \triangle DEC$ (ASA)，得 $BH = DC$ ，结合平行四边形的性质即可证得结论；

(2) 过点 A 作 $AG \perp BC$ ，交 BC 于 G ，可知 $AB \parallel DC$ ， $AB = DC$ ， $AD = BC$ ，得 $AG = DE$ ，可证 $\text{Rt}\triangle ABG \cong \text{Rt}\triangle DCE$ ，得 $BG = CE$ ，在 $\text{Rt}\triangle ACG$ 中， $AC^2 = AG^2 + GC^2 = (BG + BC)^2 + DE^2$ ，在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中， $BD^2 = BE^2 + DE^2 = (BC - CE)^2 + DE^2$ ，求得得 $AC^2 + BD^2 = 2BC^2 + 2DE^2 + 2CE^2$ ，结合在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中， $DE^2 + CE^2 = DC^2$ ，即可证明结论；

(3) 结合平行四边形的性质，由 (1) 可知， $BE = DE = 5$ ， $\triangle BEH \cong \triangle DEC$ ， $\angle BED = 90^\circ$ 得 $HE = CE$ ， $\angle ADH = 90^\circ$ ，设 $DH = x$ ，则 $HE = 5 - x$ ， $BC = AD = 10 - x$ ，根据勾股定理得 BD^2 ， CH^2 ， AH^2 ，可知以 AH 、 BD 、 CH 为边构成的三角形为直角三角形，且 AH 为斜边，结合其面积得 $x = 3$ ，即 $BC = 7$ ，进而可得平行四边形的面积。

【解析】 (1) 证明： $\because \angle DBC = 45^\circ$ ， $DE \perp BC$ ，

$\therefore \angle BED = \angle CED = 90^\circ$ ， $\angle BDE = 45^\circ$ ，

$\therefore \triangle BDE$ 是等腰直角三角形， $\angle C + \angle CDE = 90^\circ$ ，

$\therefore BE = DE$ ，

又 $\because BF \perp CD$ ，

$\therefore \angle BFC = 90^\circ$ ，则 $\angle C + \angle HBE = 90^\circ$

$\therefore \angle HBE = \angle CDE$ ，

$\therefore \triangle BEH \cong \triangle DEC$ (ASA)，

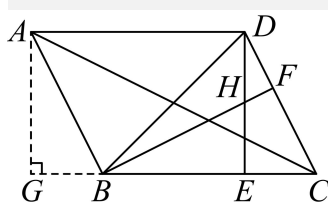
$\therefore BH = DC$ ，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB = DC$ ，

$\therefore AB = BH$ ；

(2) 证明：过点 A 作 $AG \perp BC$ ，交 BC 于 G ，



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$ ， $AB = DC$ ， $AD = BC$ ，

$\therefore AG \perp BC$ ， $DE \perp BC$ ，

$$\therefore AG = DE,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABG \cong \text{Rt}\triangle DCE,$$

$$\therefore BG = CE,$$

$$\text{在 Rt}\triangle CDE \text{ 中, } DE^2 + CE^2 = DC^2,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ACG \text{ 中, } AC^2 = AG^2 + GC^2 = (BG + BC)^2 + DE^2,$$

$$\text{在 Rt}\triangle BDE \text{ 中, } BD^2 = BE^2 + DE^2 = (BC - CE)^2 + DE^2,$$

$$\begin{aligned} \therefore AC^2 + BD^2 &= (BG + BC)^2 + DE^2 + (BC - CE)^2 + DE^2 \\ &= (BG^2 + 2BG \cdot BC + BC^2) + (BC^2 - 2BC \cdot CE + CE^2) + 2DE^2 \\ &= 2BC^2 + 2DE^2 + 2CE^2 \\ &= 2BC^2 + 2DC^2 \\ &= 2(BC^2 + DC^2), \end{aligned}$$

$$\text{即: } AC^2 + BD^2 = 2(BC^2 + DC^2);$$

(3) 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, \quad AD = BC,$$

由 (1) 可知, $BE = DE = 5$, $\triangle BEH \cong \triangle DEC$, $\angle BED = 90^\circ$

$$\therefore HE = CE, \quad \angle ADH = 90^\circ,$$

设 $DH = x$, 则 $HE = 5 - x$, $BC = AD = 10 - x$,

$$\text{在 Rt}\triangle BDE \text{ 中, } BD^2 = 5^2 + 5^2 = 50, \text{ 即 } BD = 5\sqrt{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle CEH \text{ 中, } CH^2 = (5 - x)^2 + (5 - x)^2 = 50 - 20x + 2x^2, \text{ 即 } CH = (5 - x)\sqrt{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADH \text{ 中, } AH^2 = x^2 + (10 - x)^2 = 2x^2 - 20x + 100,$$

$\therefore AH^2 = BD^2 + CH^2$, 则以 AH 、 BD 、 CH 为边构成的三角形为直角三角形, 且 AH 为斜边,

$$\therefore \frac{1}{2}BD \cdot CH = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} \times (5 - x)\sqrt{2} = 10,$$

$$\therefore x = 3, \text{ 即: } BC = 7,$$

$$\therefore \text{平行四边形 } ABCD \text{ 的面积为 } BC \cdot DE = 7 \times 5 = 35,$$

故答案为: 35.

【点睛】 本题考查平行四边形的性质, 全等三角形的判定及性质, 勾股定理及其逆定理, 等腰直角三角形的判定及性质, 构造直角三角形, 利用勾股定理进行求解是解决问题的关键.

