

2024 学年第二学期八年级数学学科期中自适应练习

(时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 下列函数是一次函数的是 ()

A. $y = c$ (c 为常数)

B. $y = kx + b$ (k, b 为常数)

C. $y = \frac{k}{x}$

D. $y = kx (k \neq 0)$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查一次函数的定义, 根据形如 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的函数是一次函数解答即可.

【详解】解: A、 $y = c$ (c 为常数) 是常数函数, 不是一次函数;

B、 $y = kx + b$ (k, b 为常数), 当 $k = 0$ 时, 是常数函数, 不是一次函数;

C、 $y = \frac{k}{x}$ 当 $k \neq 0$ 时, 是反比例函数, 不是一次函数;

D、 $y = kx (k \neq 0)$, 是一次函数;

故选: D.

2. 下列函数中, 对于任意实数 x_1, x_2 , 当 $x_1 > x_2$ 时, 满足 $y_1 < y_2$ 的是 ()

A. $y = -3x + 2$

B. $y = 2x + 1$

C. $y = 5x$

D. $y = -\frac{1}{x}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据一次函数和反比例函数的增减性, 即可判断.

【详解】在 $y = -3x + 2$ 中, y 随 x 的增大而减小, $\therefore$ 对于任意实数 x_1, x_2 , 当 $x_1 > x_2$ 时, 满足 $y_1 < y_2$, 故选项 A 正确,

在 $y = 2x + 1$ 中, y 随 x 的增大而增大, $\therefore$ 对于任意实数 x_1, x_2 , 当 $x_1 > x_2$ 时, 满足 $y_1 > y_2$, 故选项 B 错误,

在 $y = 5x$ 中, y 随 x 的增大而增大, $\therefore$ 对于任意实数 x_1, x_2 , 当 $x_1 > x_2$ 时, 满足 $y_1 > y_2$, 故选项 C 错误,

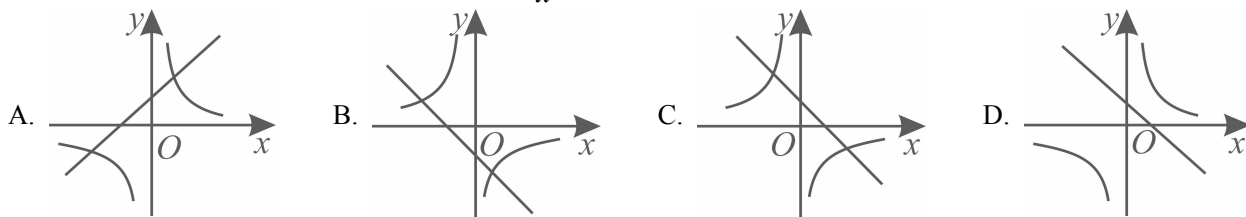
在 $y = -\frac{1}{x}$ 中, 在每个象限内, y 随 x 的增大而增大, 当 $x_1 > x_2 > 0$ 时, 满足 $y_1 > y_2$, 故选项 D 错误,

故选 A.

【点睛】本题重点考查了函数的增减性, 一次函数的增减性由 k 来决定, $k > 0$, y 随 x 增大而增大, 反之增大而减小, 反比例函数的增减性也是由 k 来决定, 在每一个象限内, 当 $k > 0$ 时, y 随 x 增大而减小, 反之, 则增

大而增大，因此熟练掌握相关的知识点是解题的关键.

3. 一次函数 $y = k(x-1)$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 在同一直角坐标系中的大致图像是 ()



【答案】C

【解析】

【分析】本题考查一次函数与反比例函数的图像，根据一次函数与反比例函数的图像特点进行判断即可.

【详解】解：当 $k > 0$ 时，一次函数 $y = k(x-1)$ 的图像经过第一、三、四象限，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 经过第一、三象限. 故各选项的图像均不符合；

当 $k < 0$ 时，一次函数 $y = k(x-1)$ 的图像经过第一、二、四象限，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 经过第二、四象限. 故选项 C 的图像符合.

故选：C

4. 顺次连接菱形各边中点所得的四边形一定是 ()

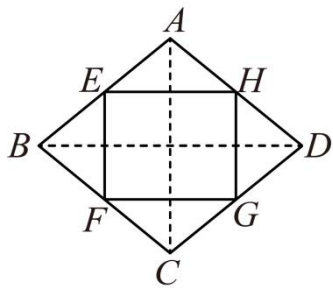
- A. 平行四边形 B. 菱形 C. 矩形 D. 正方形

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了菱形的性质和矩形的判定定理，正确理解菱形的性质以及三角形的中位线定理是解题的关键. 先证明四边形 $EFGH$ 是平行四边形，再根据有一个角是直角的平行四边形是矩形判断.

【详解】如图：菱形 $ABCD$ 中， E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 BC 、 CD 、 AD 的中点，



$$\therefore EH \parallel FG \parallel BD, EH = FG = \frac{1}{2}BD;$$

$$EF \parallel HG \parallel AC, EF = HG = \frac{1}{2}AC,$$

故四边形 $EFGH$ 是平行四边形，

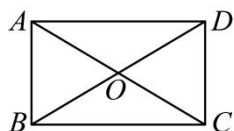
又 $\because AC \perp BD$,

$\therefore EH \perp EF, \angle HEF = 90^\circ$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是矩形.

故选: C.

5. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, AC 与 BD 相交于点 O , $\angle BAD = 90^\circ$, $BO = DO$, 那么下列条件中不能判定四边形 $ABCD$ 是矩形的是 ()



A. $\angle ABC = 90^\circ$

B. $\angle BCD = 90^\circ$

C. $AB = CD$

D. $AB \parallel CD$

【答案】C

【解析】

【分析】根据矩形的判定定理: 有一个角是直角的平行四边形是矩形, 对角线相等的平行四边形是矩形分别进行分析即可.

【详解】解: A、 $\because \angle BAD = 90^\circ$, $BO = DO$,

$\therefore OA = OB = OD$,

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore OA = OB = OD = OC$,

即对角线平分且相等,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为矩形, 正确, 不符合题意;

B、 $\because \angle BAD = 90^\circ$, $BO = DO$,

$\therefore OA = OB = OD$,

$\therefore \angle BCD = 90^\circ$,

$\therefore OA = OB = OD = OC$,

即对角线平分且相等,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为矩形, 正确, 不符合题意;

C、 $\because \angle BAD = 90^\circ$, $BO = DO$, $AB = CD$,

无法得出 $\triangle ABO \cong \triangle DCO$,

故无法得出四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

进而无法得出四边形 $ABCD$ 是矩形, 错误, 符合题意;

D、 $\because AB \parallel CD$, $\angle BAD=90^\circ$,
 $\therefore \angle ADC=90^\circ$,
 $\therefore BO=DO$,
 $\therefore OA=OB=OD$,
 $\therefore \angle DAO=\angle ADO$,
 $\therefore \angle BAO=\angle ODC$,
 $\therefore \angle AOB=\angle DOC$,
 $\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC$,
 $\therefore AB=CD$,
 $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
 $\therefore \angle BAD=90^\circ$,
 $\therefore \square ABCD$ 是矩形, 正确, 不符合题意;
 故选: C.

【点睛】此题主要考查了矩形的判定, 关键是熟练掌握矩形的判定定理.

6. 已知长度分别为 2、3、5、7 的四条线段, 小普想将这四条线段首尾顺次联结组成一个梯形, 则梯形的所有可能的上底、下底的长分别为: ①2 和 3; ②2 和 5; ③2 和 7; ④3 和 5; ⑤3 和 7; ⑥5 和 7. 其中可以组成梯形的序号是 ()

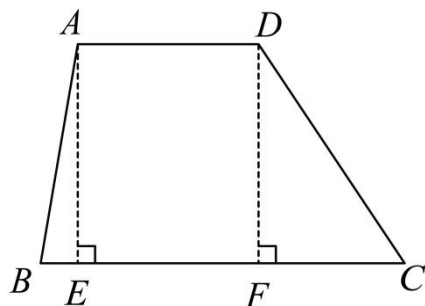
- A. ①③⑤ B. ②④⑥ C. ③④⑤ D. ③⑤⑥

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了勾股定理的应用, 解题关键是作出梯形的高, 利用勾股定理列出方程求解即可.

【详解】解: 如图, 作出梯形的两个高,



当上底、下底的长分别为 2 和 3 时, 即 $AD=EF=2$, $BC=3$, 设 $AB=5$, $DC=7$, $BE=x$

则 $5^2 - x^2 = 7^2 - (1-x)^2$, 解得 $x = -\frac{23}{2}$ (舍去);

当上底、下底的长分别为 2 和 5 时, 即 $AD = EF = 2, BC = 5$, 设 $AB = 3, DC = 7, BE = x$

则 $3^2 - x^2 = 7^2 - (3 - x)^2$, 解得 $x = -\frac{31}{6}$ (舍去);

当上底、下底的长分别为 2 和 7 时, 即 $AD = EF = 2, BC = 7$, 设 $AB = 3, DC = 5, BE = x$

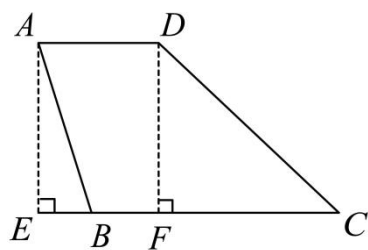
则 $3^2 - x^2 = 5^2 - (5 - x)^2$, 解得 $x = \frac{9}{10}$;

当上底、下底的长分别为 3 和 5 时, 即 $AD = EF = 3, BC = 5$, 设 $AB = 2, DC = 7, BE = x$

则 $2^2 - x^2 = 7^2 - (2 - x)^2$, 解得 $x = -\frac{41}{4}$ (舍去);

当上底、下底的长分别为 3 和 7 时, 即 $AD = EF = 3, BC = 7$, 设 $AB = 2, DC = 5, BE = x$

则 $2^2 - x^2 = 5^2 - (4 - x)^2$, 解得 $x = -\frac{5}{8}$, 此时, 如图所示垂足在下底的延长线上;



当上底、下底的长分别为 5 和 7 时, 即 $AD = EF = 5, BC = 7$, 设 $AB = 2, DC = 3, BE = x$

则 $2^2 - x^2 = 3^2 - (2 - x)^2$, 解得 $x = -\frac{1}{4}$, 此时, 垂足在下底的延长线上;

故选: D.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每空 3 分, 满分 36 分)

7. 直线 $y = 2x + 3$ 的截距是_____.

【答案】 3 或 $-\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】 根据一次函数 $y = kx + b$ 的图象, 与 x 轴的交点的横坐标叫做横截距, 与 y 轴的交点的纵坐标叫做纵截距, 进行解题即可.

【详解】 解: 当 $x = 0$ 时: $y = 3$; 当 $y = 0$ 时, $0 = 2x + 3$, 解得: $x = -\frac{3}{2}$;

$\therefore$ 直线 $y = 2x + 3$ 的截距是: 3 或 $-\frac{3}{2}$;

故答案为: 3 或 $-\frac{3}{2}$.

【点睛】 本题考查直线的截距. 熟练掌握一次函数 $y = kx + b$ 的图象, 与 x 轴的交点的横坐标叫做横截距, 与 y 轴的交点的纵坐标叫做纵截距, 是解题的关键.

8. 将直线 $y = 3x + 1$ 向上平移 2 个长度单位后, 得到直线的表达式为_____.

【答案】 $y = 3x + 3$.

【解析】

【分析】 由一次函数的图像平移规律: 上加下减, 左加右减, 从而可得答案.

【详解】 解: 将直线 $y = 3x + 1$ 向上平移 2 个长度单位后得到:

函数 $y = 3x + 1 + 2$, 即函数 $y = 3x + 3$.

故答案为: $y = 3x + 3$.

【点睛】 本题考查的是一次函数的平移, 掌握一次函数的平移规律: 上加下减, 左加右减, 是解题的关键.

9. 已知 $f(x) = \sqrt{2}$, 那么 $f(-1) =$ _____.

【答案】 $\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题考查求函数值, 把自变量的值代入函数解析式进行计算即可, 正确掌握函数值的求法是解题的关键.

【详解】 解: $f(-1) = \sqrt{2}$,

故答案为: $\sqrt{2}$.

10. 一次函数 $y = kx + k - 1$ 的图象经过第一、三、四象限, 则 k 的取值范围是_____.

【答案】 $0 < k < 1$

【解析】

【分析】 根据一次函数的图象与性质可得 $\begin{cases} k > 0 \\ k - 1 < 0 \end{cases}$, 解不等式组即可得.

【详解】 解: $\because$ 一次函数 $y = kx + k - 1$ 的图象经过第一、三、四象限,

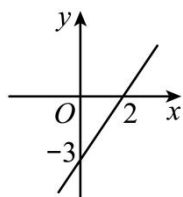
$$\therefore \begin{cases} k > 0 \\ k - 1 < 0 \end{cases},$$

解得 $0 < k < 1$,

故答案为: $0 < k < 1$.

【点睛】 本题考查了一次函数的图象与性质、一元一次不等式组的应用，熟练掌握一次函数的图象与性质是解题关键.

11. 一次函数 $y = kx + b$ 的图象如图所示，那么不等式 $kx + b \geq 0$ 的解集是_____.



【答案】 $x \geq 2$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数与一元一次不等式：从函数的角度看，就是寻求使一次函数 $y = kx + b$ 的值大于（或小于）0 的自变量 x 的取值范围；从函数图象的角度看，就是确定直线 $y = kx + b$ 在 x 轴上（或下）方部分所有的点的横坐标所构成的集合．结合函数图象，写出直线在 x 轴上方所对应的自变量的范围即可．

【详解】 解：由图象可知，不等式 $kx + b \geq 0$ 的解集为 $x \geq 2$ ，

故答案为： $x \geq 2$.

12. 如果一个正多边形的每个外角都是 30° ，那么这个多边形的内角和为_____

【答案】 1800° ## 1800 度

【解析】

【分析】 此题考查了正多边形的内角和与外角和，先由每个外角都是 30° ，三角形外角和为 360° 求出正多边形的边上，再用多边形的内角和公式求解即可．

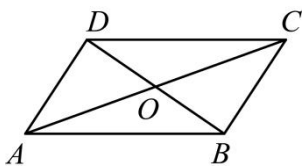
【详解】 解： $\because$ 一个正多边形的每个外角都是 30° ，外角和为 360° ，

$\therefore$ 正多边形的边数为 $360^\circ \div 30^\circ = 12$ ，

$\therefore$ 这个多边形的内角和为 $(12 - 2) \cdot 180^\circ = 1800^\circ$ ，

故答案为： 1800°

13. 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 交于点 O ，如果 $\square ABCD$ 的周长为 32， $\triangle COD$ 的周长比 $\triangle BOC$ 的周长多 4，那么 BC 的长为_____.



【答案】 6

【解析】

【分析】本题考查平行四边形性质、解二元一次方程组，熟练掌握平行四边形性质是解答的关键．先根据平行四边形性质得到 $OD = OB$ ， $CD = AB$ ， $AD = BC$ ，再根据已知得到 $CD + BC = 16$ ①，

$CD - BC = 4$ ②，然后解方程组即可求解．

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴ $OD = OB$ ， $CD = AB$ ， $AD = BC$ ，

∴ $\square ABCD$ 的周长为 32，

∴ $2CD + 2BC = 32$ ，即 $CD + BC = 16$ ①；

∴ $\triangle COD$ 的周长比 $\triangle BOC$ 的周长多 4，

∴ $CD + OC + OD - (OC + OB + BC) = 4$ ，即 $CD - BC = 4$ ②，

由①②联立方程组，解得 $BC = 6$ ，

故答案为：6．

14. 已知某汽车油箱中的剩余油量 y (升)与汽车行驶里程数 x (千米)是一次函数关系．油箱中原有油 100 升，行驶 60 千米后的剩余油量为 70 升，那么行驶 x (千米)后油箱中的剩余油量 $y =$ _____ (升)．

【答案】 $100 - \frac{1}{2}x$

【解析】

【分析】根据汽车油箱原有油、行驶距离及剩余油量，可计算出每千米耗油量，用油箱原有减去行驶 x 千米耗油量，即可得到剩余油量 y ．

【详解】∵ 原有油 100 升，行驶 60 千米后的剩余油量为 70 升

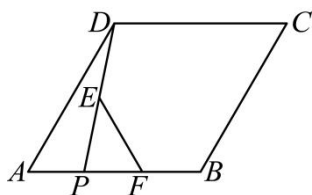
∴ 每千米耗油量： $(100 - 70) \div 60 = \frac{1}{2}$ (升/千米)

∴ 行驶 x (千米)后油箱中的剩余油量为： $y = 100 - \frac{1}{2}x$ (升)

故答案为： $y = 100 - \frac{1}{2}x$ ．

【点睛】本题考查一次函数的知识点，解题的关键是一次函数与实际问题的联系．

15. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $AD = 8$ ， P 是 AB 边上的一点， E 、 F 分别是 DP 、 BP 的中点，那么线段 EF 长为 _____ ．



【答案】4

【解析】

【分析】本题考查菱形的性质, 三角形的中位线定理, 先根据菱形的性质得到 $\triangle ABD$ 是等边三角形, 求出 BD 长, 再根据三角形的中位线定理解答即可.

【详解】解: 连接 BD ,

$\because ABCD$ 是菱形,

$\therefore AD = AB = 8$,

又 $\because \angle A = 60^\circ$,

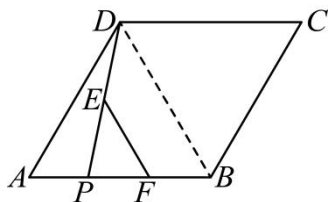
$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形,

$\therefore BD = 8$,

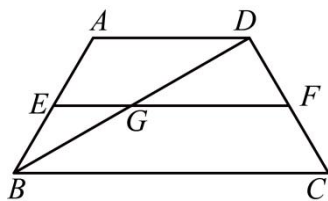
又 $\because E$ 、 F 分别是 DP 、 BP 的中点,

$\therefore EF = \frac{1}{2}BD = 4$,

故答案为: 4.



16. 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, EF 是中位线, 且 $EF = 15\text{cm}$, $\angle ABC = 60^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$, CD 的长为 _____ cm .



【答案】10

【解析】

【分析】本题考查了梯形中位线的性质, 解题关键是明确梯形中位线的性质, 再根据角平分线得出 $AB = AD = CD$, 再根据 30° 度角所对直角边等于斜边一半得出 $BC = 2CD$, 然后利用 $EF = 15\text{cm}$ 即可求解.

【详解】解: 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$,

$\therefore AB = DC$, $\angle ABC = \angle BCD = 60^\circ$,

$\therefore BD$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABD = \angle CBD = 30^\circ,$$

$$\therefore BC = 2CD,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle CBD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle ABD = 30^\circ,$$

$$\therefore AB = AD = CD,$$

$$\therefore EF \text{ 是中位线, 且 } EF = 15\text{cm},$$

$$\therefore BC + AD = 2EF = 30\text{cm},$$

$$\text{即 } 3CD = 30\text{cm},$$

$$CD = 10\text{cm},$$

故答案为: 10.

17. 如果一个四边形的一条对角线把它分成两个等腰三角形, 那么我们就称这条对角线是四边形的“美丽线”. 已知 AC 是四边形 $ABCD$ 的“美丽线”, 如果 $AB = BC = AC$, $\angle BAD = 90^\circ$, 那么 $\angle BCD = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

【答案】135 或 90

【解析】

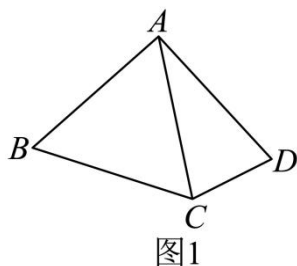
【分析】由 AC 是四边形 $ABCD$ 的美丽线, 可以得出 $\triangle ACD$ 是等腰三角形, 从图1, 图2, 两种情况运用等边三角形的性质和判定, 正方形的性质和判定和 30° 角的直角三角形的性质就可以求出 $\angle BCD$ 的度数.

【详解】解: $\because AC$ 是四边形 $ABCD$ 的美丽线,

$\therefore \triangle ACD$ 是等腰三角形.

$\because AB = AD = BC$,

如图1, 当 $AD = AC$ 时,



$$\therefore AB = AC = BC, \angle ACD = \angle ADC,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是正三角形,

$$\therefore \angle BAC = \angle BCA = 60^\circ.$$

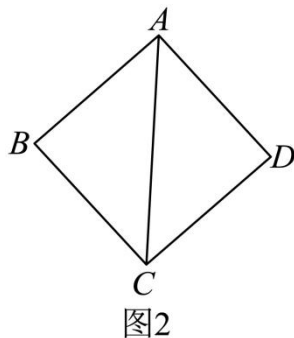
$\because \angle BAD = 90^\circ$,

$$\therefore \angle CAD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle ADC = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = 60^\circ + 75^\circ = 135^\circ.$$

如图2，当 $AD = CD$ 时，



$$\therefore AB = AD = BC = CD.$$

$$\because \angle BAD = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

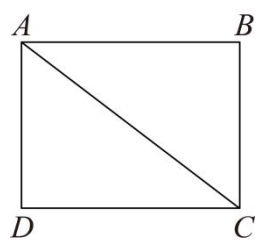
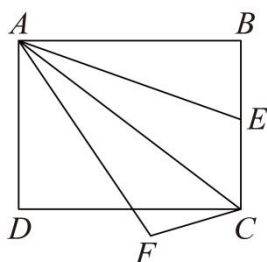
$$\therefore \angle BCD = 90^\circ,$$

综上， $\angle BCD$ 的度数为 135° 或 90° 或 45° 。

故答案为：135 或 90。

【点睛】本题考查了四边形的“美丽线”的定义和性质的运用，“美丽线”的判定，等边三角形的性质和判定的运用，矩形的性质与判定，正方形的性质和判定的运用， 30° 角的直角三角形的性质的运用。解答如图3这种情况容易忽略，解答时合理运用分类讨论思想是关键。

18. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $AD = 3$ ，点 E 在折线 BCD 上运动，将 AE 绕点 A 顺时针旋转得到 AF ，旋转角等于 $\angle BAC$ ，连接 CF 。若 $AE = 3\sqrt{2}$ 时，则 $CF = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



备用图

【答案】 $\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{13}$

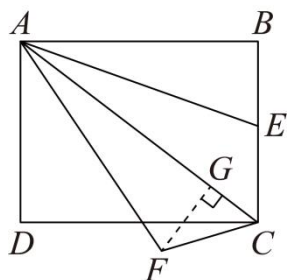
【解析】

【分析】分两种情况：①当 E 点在 BC 上时，过 F 点作 $FG \perp AC$ 于 G 点，由旋转的性质可得 $AF = AE = 3\sqrt{2}$ ， $\angle EAF = \angle BAC$ 先根据 AAS 证明 $\triangle GAF \cong \triangle BAE$ ，则可得 $AG = AB = 4$ ，由勾股定理可求出 FG 、 AC

的长，即可知 GC 的长，再根据勾股定理求出 CF 的长即可．②当 E 点在 CD 上时，由旋转的性质可得

$AF = AE = 3\sqrt{2}$ ， $\angle EAF = \angle BAC$ ，于是可得 $\angle CAF = \angle BAE$ ．在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中，由勾股定理可得 $DE = AD$ ，则 $\angle DAE = \angle AED = 45^\circ$ ，由此得 $\angle BAE = 45^\circ$ ， $\angle CAF = 45^\circ$ ．作 $FG \perp AC$ 于 G 点，由勾股定理可得 AC 、 FG 、 AG 的长，于是可求出 GC 、 CF 的长．

【详解】①如图，当 E 点在 BC 上时，过 F 点作 $FG \perp AC$ 于 G 点，



则 $\angle AGF = 90^\circ$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore \angle B = 90^\circ = \angle AGF$ ， $BC = AD = 3$ ．

根据旋转的性质得 $AF = AE = 3\sqrt{2}$ ， $\angle EAF = \angle BAC$ ，

$\therefore \angle EAF - \angle EAC = \angle BAC - \angle EAC$ ，

即 $\angle CAF = \angle BAE$ ，

$\therefore \triangle GAF \cong \triangle BAE (\text{AAS})$ ，

$\therefore AG = AB = 4$ ，

$\therefore FG = \sqrt{AF^2 - AG^2} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 - 4^2} = \sqrt{2}$ ．

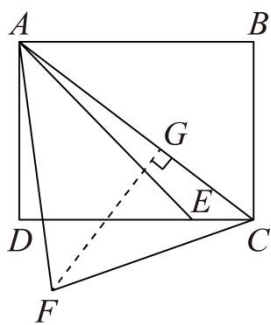
$\because \text{Rt}\triangle ABC$ 中 $AB = 4$ ， $BC = 3$ ，

$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ ，

$\therefore GC = AC - AG = 1$ ，

$\therefore CF = \sqrt{FG^2 + GC^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1^2} = \sqrt{3}$ ．

②如图，当 E 点在 CD 上时，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore BC = AD = 3, \angle BAC = \angle B = \angle D = 90^\circ,$

又 $\because AB = 4,$

$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5.$

根据旋转的性质得 $AF = AE = 3\sqrt{2}, \angle EAF = \angle BAC,$

$\therefore \angle EAF + \angle CAE = \angle BAC + \angle CAE,$

即 $\angle CAF = \angle BAE.$

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $AD = 3, AE = 3\sqrt{2},$

$\therefore DE = \sqrt{AE^2 - AD^2} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 - 3^2} = 3,$

$\therefore \angle DAE = \angle AED = 45^\circ,$

$\therefore \angle BAE = \angle BAD - \angle DAE = 45^\circ,$

$\therefore \angle CAF = 45^\circ.$

作 $FG \perp AC$ 于 G 点,

则 $\angle AGF = 90^\circ, \angle AFG = 45^\circ,$

$\therefore AG = GF.$

$\because AG^2 + GF^2 = AF^2,$

$\therefore 2AG^2 = (3\sqrt{2})^2,$

$\therefore AG = 3,$

$\therefore GF = 3,$

$\therefore GC = AC - AG = 2,$

$\therefore CF = \sqrt{GF^2 + GC^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}.$

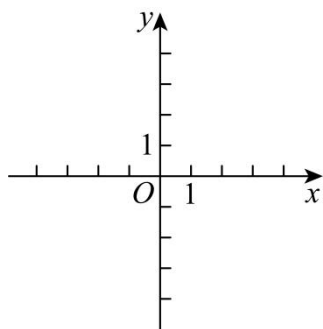
综上, CF 的长为 $\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{13}.$

故答案为: $\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{13}$.

【点睛】 本题主要考查了矩形的性质、旋转的性质、全等三角形的判定和性质及勾股定理. 熟练掌握以上知识, 正确的作出辅助线是解题的关键.

三、简答题 (本大题共 4 题, 每题 6 分, 满分 24 分)

19. 如图, 已知直线 $l_1: y = -2x + m$ 与直线 $l_2: y = x + 1$ 交于 $P(a, 2)$.



(1) 求直线 l_1 的表达式;

(2) 求直线 l_1 与两坐标轴围成的三角形面积.

【答案】 (1) $y = -2x + 4$;

(2) 4.

【解析】

【分析】 本题考查待定系数法求直线的解析式, 点的坐标, 直线的交点坐标以及三角形的面积.

(1) 根据 l_2 的解析式求出 P 点的坐标, 再代入 l_1 的解析式, 利用待定系数法就可以求出 l_1 的解析式.

(2) 当 $y = 0$ 时, 设 l_1 、 l_2 分别交 x 轴于点 B 、 C , 求出 l_1 、 l_2 与 x 轴的交点坐标, 然后根据三角形的面积公式求出 $\triangle OBC$ 的面积.

【小问 1 详解】

解: 把 $P(a, 2)$ 代入 l_2 中, $a + 1 = 2$, 解得: $a = 1$,

$\therefore P(1, 2)$,

把 P 代入 l_1 中, $-2 + m = 2$,

解得: $m = 4$,

$\therefore y = -2x + 4$.

【小问 2 详解】

解：设 l_2 交 x 轴， y 轴分别于点 A ， B ，

令 $x=0$ ，则 $y=4$ ，

$\therefore OB=4$ ，

令 $y=0$ ，则 $-2x+4=0$ ，解得： $x=2$ 。

$\therefore A(2,0)$ ，

$\therefore OA=2$ ，

$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$ 。

20. 如图，已知线段 AC 。

A ————— C

(1) 请用无刻度直尺和圆规作出菱形 $ABCD$ ，使得 $BD=2AC$ (不写作法和结论，保留作图痕迹)；

(2) 在 (1) 的条件下，如果 $AC=2$ ，则菱形 $ABCD$ 的面积为_____，高为_____。

【答案】(1) 见解析 (2) 4; $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

【解析】

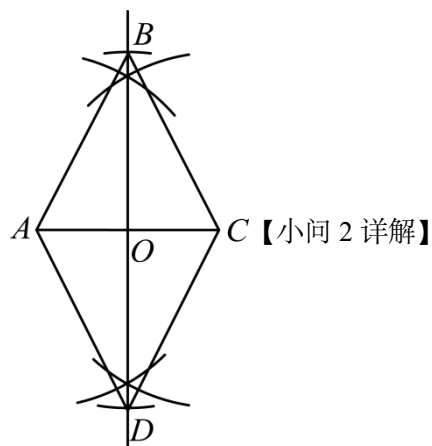
【分析】本题考查作垂直平分线，菱形的性质，掌握菱形的对角线互相垂直平分是解题的关键。

(1) 作线段 AC 的垂直平分线交 AC 于点 O ，然后截取 $OB=OD=AC$ ，得到四边形 $ABCD$ 即可；

(2) 先根据菱形的面积等于对角线乘积的一半求出菱形的面积，然后根据勾股定理求出 AB 长，根据菱形的面积等于底乘高求出高解题即可；

【小问 1 详解】

解：菱形 $ABCD$ 即为所作；



解： $\because BD=2AC=4$ ，

$$\therefore \text{菱形 } ABCD \text{ 的面积为 } \frac{1}{2} AC \times BD = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4,$$

$\therefore ABCD$ 是菱形,

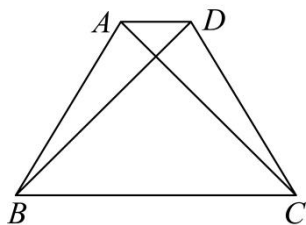
$$\therefore AO = 1, \quad BO = 2,$$

$$\therefore AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5},$$

$$\therefore \text{菱形的高为 } \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4}{5}\sqrt{5},$$

故答案为: $4, \frac{4}{5}\sqrt{5}$.

21. 如图, 已知等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, $AC \perp BD$, $AD = 2$, $BC = 8$, 求梯形 $ABCD$ 的面积.

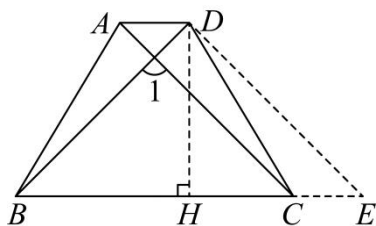


【答案】 梯形 $ABCD$ 的面积是 25.

【解析】

【分析】 本题考查了等腰梯形的性质, 解题关键是根据等腰梯形的性质得出全等, 再求出高即可.

【详解】 解: 过点 D 作 AC 的平行线交 BC 的延长线于点 E , 过点 D 作 $DH \perp BC$ 于 H .



$$\because AD \parallel BC,$$

$$\because AC \parallel DE,$$

$\therefore$ 四边形 $ACED$ 是平行四边形,

$$\therefore AC = DE, \quad AD = CE = 2,$$

$$\because BC = 8,$$

$$\therefore BE = 10.$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形, $AD \parallel BC$,

$$\therefore AC = BD,$$

$$\therefore BD = DE,$$

$$\because AC \perp BD,$$

$$\therefore \angle 1 = 90^\circ,$$

$$\because AC \parallel DE,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle BDE = 90^\circ,$$

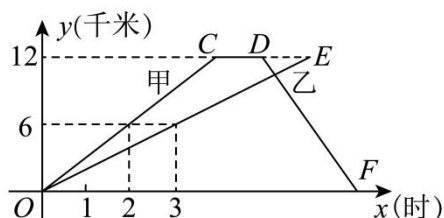
$$\because BD = DE, DH \perp BE,$$

$$\therefore DH = \frac{1}{2}BE = 5.$$

$$\therefore S_{\text{梯形}ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \times DH = \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25.$$

答：梯形 $ABCD$ 的面积是 25.

22. 甲、乙两名同学进行爬山运动，他们沿相同的路线同时从山脚出发前往山顶. 如图，是他们与山脚的距离 y (千米) 与时间 x (小时) 之间的函数图像. 请根据图中信息回答下列问题：



(1) 分别写出甲、乙两同学上山过程中 y (千米) 与 x (小时) 之间的函数解析式 (不要求写 x 的取值范围)：

$$y_{\text{甲}} = \underline{\hspace{2cm}}, \quad y_{\text{乙}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

(2) 甲到达山顶用了____小时，此时，乙还有____千米到达山顶；

(3) 甲同学先到达山顶，休息 1 小时后，沿原路下山，与正在上山的乙同学，在 B 处相遇，此时 B 与山顶距离为 1.5 千米，相遇后甲、乙各自按原来的路线下山和上山，当乙到达山顶时，甲离山脚的距离是____千米.

【答案】 (1) $3x$; $2x$

(2) 4; 4; (3) 6.

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数的实际应用，从函数图中获取相关信息是解题的关键.

(1) 设甲、乙两同学登山过程中，甲、乙离山脚的距离 y (千米) 与 x (小时) 之间的函数解析式分别为 $y_{\text{甲}} = ax$ ， $y_{\text{乙}} = bx$ ，把点 $(2,6)$ 和点 $(3,6)$ 分别代入 $y_{\text{甲}} = ax$ ， $y_{\text{乙}} = bx$ ，即可得出各自的解析式.

(2) 由图可知，甲到达山顶时离山脚的距离为 12 千米，即山脚到山顶的距离为 12 千米，代入 $y_{\text{甲}} = 3x$ 可

求得所花的时间，再把时间代入 $y_Z = 2x$ 即可求得 A 点离山脚的距离，则 A 点与山顶的距离可求。

(3) 由图象知：甲到达山顶并休息 1 小时后点 D 的坐标为 $(5, 12)$ ，点 B 的坐标也可求，则线段 DF 所在直线的一次函数表达式可求，而乙到达山顶的时间可求，则题目可求解。

【小问 1 详解】

解：设甲、乙两同学登山过程中，甲、乙离山脚的距离 y (千米) 与 x (小时) 之间的函数解析式分别为 $y_{\text{甲}} = ax$ ，

$$y_Z = bx,$$

由题意，得 $6 = 2a$ ， $6 = 3b$ ，

解得： $a = 3$ ， $b = 2$

则甲、乙的解析式分别为 $y_{\text{甲}} = 3x$ ， $y_Z = 2x$ 。

故答案为： $3x$ ； $2x$ ；

【小问 2 详解】

解：甲到达山顶时，由图象可知，当 $y_{\text{甲}} = 12$ (千米)，

则 $y_{\text{甲}} = 3x = 12$ ，解得： $x = 4$ ，

把 $x = 4$ 代入 $y_Z = 2x$ 得， $y_Z = 8$ ，

则 $12 - 8 = 4$ (千米)

则甲到达山顶用了 4 小时，此时，乙还有 4 千米到达山顶，

故答案为：4，4。

【小问 3 详解】

解：由图象知：甲到达山顶并休息 1 小时后点 D 的坐标为 $(5, 12)$ ，

代入由题意，得点 B 的纵坐标为 $12 - \frac{3}{2} = \frac{21}{2}$ ，代入 $y_Z = 2x$ ，

解得： $x = \frac{21}{4}$ ，

$\therefore$ 点 $B\left(\frac{21}{4}, \frac{21}{2}\right)$ ，

设过 B 、 D 两点的直线为 $y = kx + c$ ，

$$\text{则} \begin{cases} 5k + c = 12 \\ \frac{21}{4}k + c = \frac{21}{2} \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} k = -6 \\ c = 42 \end{cases}$,

$\therefore$ 直线 BD 的解析式为 $y = -6x + 42$,

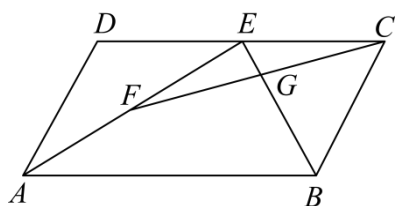
当乙到达山顶时, $y_{\text{乙}} = 12$, 解得 $x = 6$,

把 $x = 6$ 代入 $y = -6 \times 6 + 42 = -36 + 42 = 6$ (千米)

答: 乙到达山顶时, 甲距山脚 6 千米.

四、解答题 (本大题共 3 题, 第 23 题 8 分, 第 24 题 8 分, 第 25 题 12 分, 满分 28 分)

23. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E 为边 CD 上一点, AE 、 BE 分别平分 $\angle DAB$ 、 $\angle ABC$.



(1) 求证: E 为 CD 的中点;

(2) 如果点 F 为 AE 的中点, 联结 CF 交 BE 于点 G . 写出 BG 与 EG 满足的数量关系, 并说明理由.

【答案】(1) 见解析;

(2) $BG = 3EG$, 理由见解析.

【解析】

【分析】本题考查平行四边形的性质, 等腰三角形的判定, 三角形中位线的性质, 全等三角形的判定及性质, 熟练掌握相关知识是解题的关键.

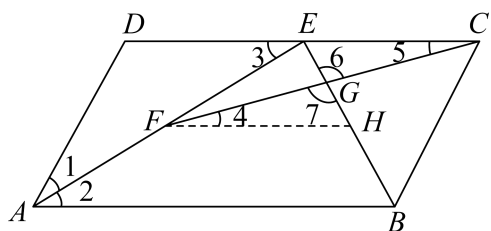
(1) 如图, 由 $\square ABCD$ 得到 $AD = BC$, $AB \parallel CD$, 即 $\angle 2 = \angle 3$, 又由角平分线得到 $\angle 1 = \angle 2$, 从而 $\angle 1 = \angle 3$, 即可得到 $AD = DE$. 同理得 $BC = CE$, 即可得证 $DE = EC$;

(2) 取 BE 的中点 H , 联结 FH . 根据中位线的性质得到 $FH \parallel AB$, $FH = \frac{1}{2}AB$, 从而推出 $FH = CE$,

即可证明 $\triangle EGC \cong \triangle HGF$ (AAS), 得到 $EG = HG$, 进而推出 $BG = BH + HG = 3EG$.

【小问 1 详解】

证明: 如图,



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD = BC, AB \parallel CD,$

$\therefore \angle 2 = \angle 3.$

$\because AE$ 平分 $\angle BAD,$

$\therefore \angle 1 = \angle 2,$

$\therefore \angle 1 = \angle 3,$

$\therefore AD = DE.$

同理得 $BC = CE.$

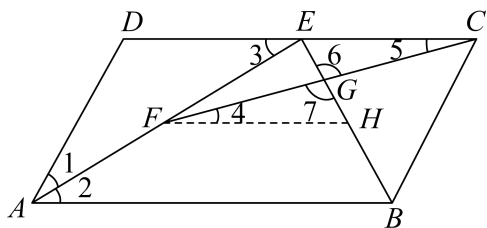
$\because AD = BC,$

$\therefore DE = EC,$ 即 E 为 CD 的中点.

【小问 2 详解】

解: $BG = 3EG.$

取 BE 的中点 H , 联结 $FH.$



$\because F, H$ 分别是 AE, BE 的中点,

$\therefore FH$ 是 $\triangle EAB$ 的中位线,

$\therefore FH \parallel AB, FH = \frac{1}{2} AB.$

$\because E$ 是 CD 中点,

$\therefore CE = \frac{1}{2} CD,$

$\therefore CE = \frac{1}{2} AB,$

$\therefore FH = CE.$

$\because AB \parallel CD, FH \parallel AB,$

$\therefore FH \parallel CE,$

$\therefore \angle 4 = \angle 5.$

在 $\triangle EGC$ 与 $\triangle HGF$ 中,

$$\begin{cases} \angle 4 = \angle 5 \\ \angle 6 = \angle 7, \\ CE = HF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle EGC \cong \triangle HGF (\text{AAS}),$$

$$\therefore EG = HG,$$

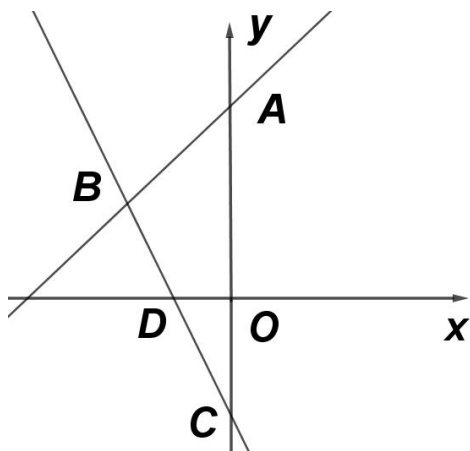
$\therefore$ 点 H 是 BE 的中点,

$$\therefore BH = EH = 2EG,$$

$$\therefore BG = BH + HG = 2EG + EG = 3EG.$$

24. 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 AB 与直线 BC 相交于点 $B(-2, 2)$, 直线 AB 与 y 轴相交于点 $A(0, 4)$, 直线 BC 与 x 轴、 y 轴分别相交于点 $D(-1, 0)$ 、点 C .

- (1) 求直线 AB 的解析式;
- (2) 过点 A 作 BC 的平行线交 x 轴于点 E , 求点 E 的坐标;
- (3) 在 (2) 的条件下, 点 P 是直线 AB 上一动点且在 x 轴的上方, 如果以点 D 、 E 、 P 、 Q 为顶点的平行四边形的面积等于 $\triangle ABC$, 请求出点 P 的坐标, 并直接写出点 Q 的坐标.



【答案】 (1) $y = x + 4$; (2) $E(2, 0)$; (3) $P(-2, 2)$, $Q_1(1, 2)$, $Q_2(-5, 2)$, $Q_3(3, -2)$

【解析】

【分析】 (1) 利用待定系数法直接求函数的解析式, (2) 先求 BC 的解析式, 利用 BC 与过 A 的直线平行与待定系数法求解析式即可, (3) 利用 $\triangle ABC$ 的面积求出点 P 的纵坐标, 再求点 P 的横坐标, 由平行四边形的性质与点的平移得到点 Q 的坐标.

【详解】 解: (1) 设直线 AB 过点 $A(0, 4)$, $B(-2, 2)$, 可设解析式 $y = kx + 4 (k \neq 0)$

$$\text{所以: } \begin{cases} -2k + b = 2 \\ b = 4 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} k=1 \\ b=4 \end{cases}$

所以: 直线 AB 的解析式 $y = x + 4$

(2) 设直线 BC 的解析式为 $y = mx + n (m \neq 0)$

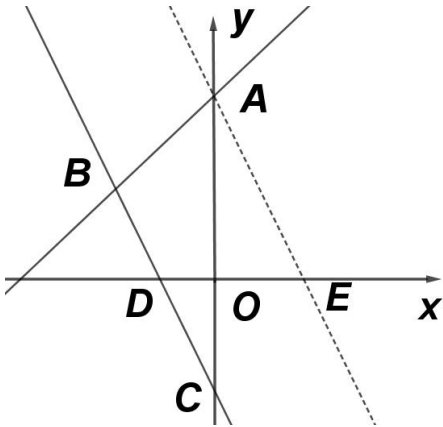
因为 B $(-2, 2)$, D $(-1, 0)$

所以 $\begin{cases} -2m + n = 2 \\ -m + n = 0 \end{cases}$ 可得 $m = -2, n = -2$

直线 BC 的解析式为 $y = -2x - 2$

则过点 A 且平行于直线 BC 的解析式为 $y = -2x + 4$

则 E $(2, 0)$



(3) 因为: 直线 BC 为: $y = -2x - 2$, 所以: $C(0, -2)$,

又因为: $A(0, 4)$, $B(-2, 2)$

所以: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6$, 所以以 D、E、P、Q 为顶点的平行四边形的面积是 6.

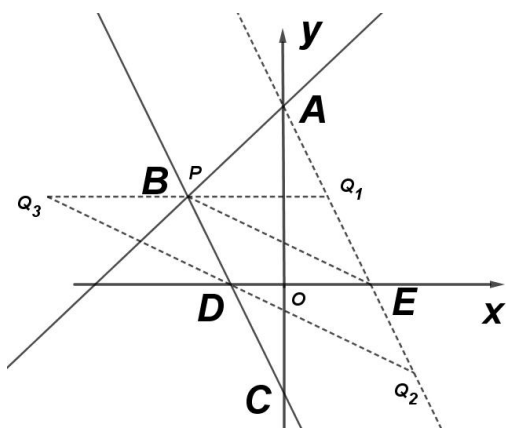
如图, 由 $S_{\square PDEQ_1} = DE \cdot y_P = 6$,

因为: $DE = 3$, $y_P = 2$, 所以: 把 $y_P = 2$ 代入 AB 的解析式: $y = x + 4$,

所以: $x_P = -2$, 所以 $P(-2, 2)$.

因为: $D(-1, 0), E(2, 0), P(-2, 2)$,

所以由平行四边形的性质与点的平移可得: $Q_1(1, 2), Q_2(-5, 2), Q_3(3, -2)$



所以: $P(-2, 2)$, $Q_1(1, 2)$, $Q_2(-5, 2)$, $Q_3(3, -2)$

【点睛】 本题考查的是用待定系数法求一次函数的解析式, 同时考查平行四边形的判定与性质, 点的坐标平移规律, 掌握相关的知识点是解决问题的关键.

25. 如图, 已知在正方形 $ABCD$ 中, $AB=2$, 点 E 为线段 AC 上一点 (点 E 不与 A 、 C 重合), DE , 过点 E 作 $EF \perp DE$. 交射线 BC 于点 F , 以 DE 、 EF 为邻边作矩形 $DEFG$.

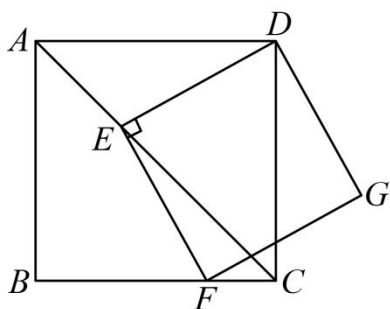


图 1

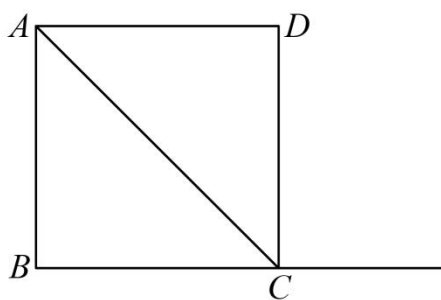


图 2

- (1) 求证: $DE = EF$;
- (2) 连接 CG 、 EG , 设 $AE = x$, $\triangle ECG$ 的面积为 y . 求 y 关于 x 的函数关系式并写出定义域;
- (3) 设 EG 、 CD 相交于点 H 如果 $\triangle EDH$ 是等腰三角形, 求线段 AE 的长.

【答案】 (1) 见解析; (2) $y = -\frac{1}{2}x^2 + \sqrt{2}x$ ($0 < x < 2\sqrt{2}$); (3) $2\sqrt{2} - 2$ 或 $\sqrt{2}$

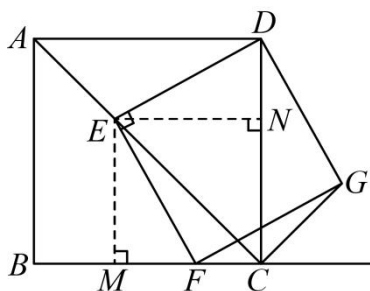
【解析】

【分析】 (1) 过点 E 作 $EM \perp BC$ 于 M , 过点 E 作 $EN \perp CD$ 于 N , 得到 $EN = EM$, 通过证明 $\triangle DEM \cong \triangle FEM$, 即可得到答案;

(2) 通过“SAS”可证 $\triangle ADE \cong \triangle CDG$, 可得 $AE = CG$, 证明 $\angle ACG = 90^\circ$ 即可解决问题.

(3) 分两种情形: 如图 1 中, 当 $ED = EH$ 时, 如图 2 中, 当 $HD = HE$ 时, 分别求解即可.

【详解】 解: (1) 如图, 过点 E 作 $EM \perp BC$ 于 M , 过点 E 作 $EN \perp CD$ 于 N ,



$$\therefore \angle MEN = 90^\circ,$$

$\because$ 点 E 是正方形 $ABCD$ 对角线上的点,

$$\therefore EM = EN,$$

$$\because \angle DEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DEN = \angle MEF,$$

在 $\triangle DEN$ 和 $\triangle FEM$ 中,

$$\begin{cases} \angle DNE = \angle FME \\ EN = EM \\ \angle DEN = \angle FEM \end{cases},$$

$$\therefore \triangle DEN \cong \triangle FEM \quad (ASA),$$

$$\therefore EF = DE.$$

(2) $\because$ 四边形 $DEFG$ 是矩形, $EF = DE$,

$\therefore$ 矩形 $DEFG$ 是正方形;

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore DE = DG, \quad AD = DC,$$

$$\because \angle CDG + \angle CDE = \angle ADE + \angle CDE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CDG = \angle ADE,$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDG \quad (SAS),$$

$$\therefore AE = CG, \quad \angle DAE = \angle DCG = 45^\circ,$$

$$\because \angle ACD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ACG = \angle ACD + \angle DCG = 90^\circ,$$

$$\because AD = DC = 2, \quad \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore AC = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore y = \frac{1}{2} EC \cdot CG = \frac{1}{2} \cdot x \cdot (2\sqrt{2} - x) = -\frac{1}{2}x^2 + \sqrt{2}x \quad (0 < x < 2\sqrt{2});$$

(3) 如图 1 中, 当 $ED = EH$ 时,

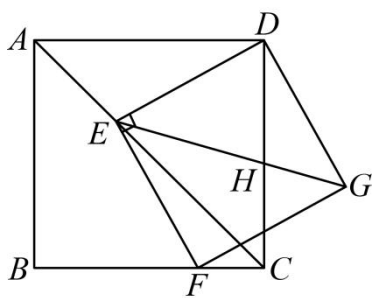


图 1

$$\because ED = EH,$$

$$\therefore \angle EDH = \angle EHD,$$

$$\because \angle EHD = \angle HEC + \angle ECH = 45^\circ + \angle CEH, \quad \angle CED = \angle CEH + \angle DEG = \angle CEH + 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle CEH + 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CDE = \angle CED,$$

$$\therefore CD = CE = 2,$$

$$\therefore AE = AC - EC = 2\sqrt{2} - 2.$$

如图 2 中, 当 $HD = HE$ 时, 点 C 与 F 重合, 此时 $AE = EC = \sqrt{2}$,

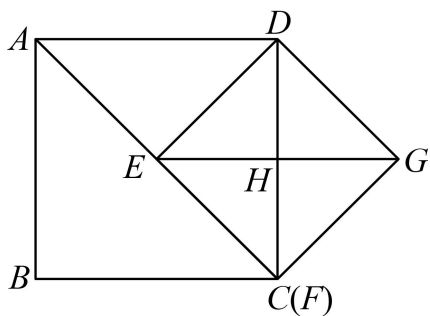


图 2

综上所述, AE 的值为 $2\sqrt{2} - 2$ 或 2 .

【点睛】 本题考查了四边形的综合问题, 主要考查了正方形的性质, 矩形的性质, 矩形的判定, 三角形的全等的性质和判定, 勾股定理, 正确添加辅助线是解题的关键.