

2024 学年第二学期八年级数学学科期中练习卷

(时间 100 分钟, 满分 100 分)

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列函数中是一次函数的是 ()

A. $y = kx + b$ (k, b 是常数)

B. $y = \frac{x}{2}$

C. $y = \frac{1}{x} + 4$

D. $y = 2x^2 - 1$

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了一次函数的定义, 一般地, 形如 $y = kx + b$ (k, b 是常数且 $k \neq 0$) 的函数叫做一次函数, 据此求解即可.

【详解】解: 由一次函数的定义可知, 四个选项中, 只有 B 选项中的函数是一次函数,

A 选项, 当 $k = 0$ 时, 不是一次函数, 不符合题意;

C 选项, 分母中含有自变量, 不是一次函数, 不符合题意;

D 选项, 含有二次项, 不是一次函数, 不符合题意;

故选: B.

2. 下列说法正确的是 ()

A. $x^2 + y = \sqrt{2}$ 是二元二次方程

B. $x^2 - x = 0$ 是二项方程

C. $\frac{x^2 - x}{3} = 2$ 是分式方程

D. $\frac{x^2 - x}{x} = \sqrt{2}$ 是无理方程

【答案】A

【解析】

【分析】利用无理方程、高次方程、分式方程、二项方程的定义分别进行判断即可得到答案.

【详解】解: A、含有两个未知数, 且未知数的最高次数是 2, 故是二元二次方程, 故正确;

B、 $x^2 - x = 0$ 是二次方程, 故错误;

C、分母里不含未知数, 不是分式方程, 故错误;

D、被开方数不含未知数, 不是无理方程, 故错误,

故选: A.

【点睛】本题考查了无理方程、高次方程、分式方程、二项方程的定义, 解题的关键是熟悉这些方程的定义.

3. 下列方程中，有实数根的方程是（ ）

A. $\sqrt{2x-3}+1=0$

B. $\sqrt{1-x}=x-2$

C. $\frac{x}{x-2}=\frac{2}{x-2}$

D. $\frac{x-2}{x}=\frac{x-2}{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了解无理方程，解分式方程，二次根式有意义的条件，根据二次根式的性质可得 $\sqrt{2x-3} \geq 0$ ，据此可判断 A；根据二次根式有意义的条件可得 $x \leq 1$ ，则 $x-2 < 0$ ，据此可判断 B；解分式方程可判断 C、D.

【详解】解：A、 $\because \sqrt{2x-3}+1=0$,

$$\therefore \sqrt{2x-3}=-1,$$

$$\text{又} \because \sqrt{2x-3} \geq 0,$$

$\therefore$ 原方程无实数根，不符合题意；

B、 $\because$ 式子 $\sqrt{1-x}$ 有意义，

$$\therefore 1-x \geq 0,$$

$$\therefore x \leq 1,$$

$$\therefore x-2 < 0,$$

$$\text{又} \because \sqrt{1-x} \geq 0,$$

$\therefore$ 原方程无实数根，不符合题意；

$$\text{C、} \because \frac{x}{x-2}=\frac{2}{x-2},$$

$$\therefore \text{去分母得 } x=2,$$

检验，当 $x=2$ 时， $x-2=0$ ，

$$\therefore x=2 \text{ 是原方程的增根，}$$

$\therefore$ 原方程无实数根，不符合题意；

$$\text{D、} \because \frac{x-2}{x}=\frac{x-2}{2},$$

$$\therefore \text{去分母得：} 2(x-2)=x(x-2),$$

$$\therefore (x-2)^2=0,$$

解得 $x_1 = x_2 = 2$,

经检验, 当 $x = 2$ 是原方程的解,

$\therefore$ 原方程有实数根, 符合题意,

故选: D.

4. 函数 $y = -3x + b$ 的图象不经过第一象限, 则 b 的取值范围是 ()

A. $b > 0$

B. $b \geq 0$

C. $b < 0$

D. $b \leq 0$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了一次函数图象的性质, 解题的关键是熟练掌握一次函数图象的性质, 注意用数形结合的思想解答. 根据一次函数 $y = -3x + b$ 的图象不经过第一象限, 可知 $b \leq 0$, 即可求解.

【详解】 $\because$ 一次函数 $y = -3x + b$ 的图象不经过第一象限,

$\therefore b \leq 0$,

故选: D.

5. 四边形 $ABCD$ 为矩形, 过 A 、 C 作对角线 BD 的垂线, 过 B 、 D 作对角线 AC 的垂线, 如果四个垂线拼成一个四边形, 那么这个四边形为 ()

A. 菱形

B. 矩形

C. 直角梯形

D. 等腰梯形

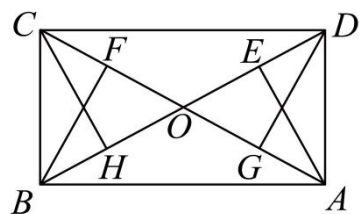
【答案】A

【解析】

【分析】本题考查矩形性质、等面积法、菱形的判定等知识, 熟练掌握矩形性质及菱形的判定是解决问题的关键. 由矩形性质得到 $S_{\triangle OBC} = S_{\triangle OAD}$, $OC = OB = OA = OD$, 进而由等面积法确定

$CH = BF = AE = DG$, 再由菱形的判定即可得到答案.

【详解】解: 如图所示:



$\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$\therefore S_{\triangle OBC} = S_{\triangle OAD}$, $OC = OB = OA = OD$,

∴ 过 A 、 C 作对角线 BD 的垂线，过 B 、 D 作对角线 AC 的垂线，

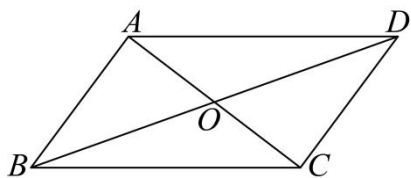
$$\therefore S_{\triangle OBC} = S_{\triangle OAD} = \frac{1}{2} OC \cdot BF = \frac{1}{2} OB \cdot CH = \frac{1}{2} OD \cdot AE = \frac{1}{2} OA \cdot DG$$

$$\therefore CH = BF = AE = DG,$$

如果四个垂线拼成一个四边形，那这个四边形为菱形，

故选：A.

6. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 和 BD 相交于点 O 。下列条件不能判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是（ ）



A. $AB = DC, AD = BC$;

B. $AB \parallel DC, AD = BC$;

C. $AB \parallel DC, \angle BAD = \angle BCD$;

D. $OA = OC, OB = OD$;

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了平行四边形的判定方法，熟练掌握平行四边形的判定方法是解题的关键。由平行四边形的判定方法分别对各个选项进行判断即可。

【详解】解：A、 $\because AB = DC, AD = BC$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，故选项 A 不符合题意；

B、 $\because AB \parallel DC, AD = BC$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 不一定是平行四边形，也可能是等腰梯形，故选项 B 符合题意，

C、 $\because AB \parallel DC$,

$$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180^\circ.$$

$$\because \angle BAD = \angle BCD,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle BAD = 180^\circ,$$

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，故选项 C 不符合题意；

D、 $\because OA = OC, OB = OD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，故选项 D 不符合题意；

故选: B.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 方程 $x^5 + \frac{1}{32} = 0$ 的根是_____.

【答案】 $-\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了高次方程运算, 先把常数项移到方程右边, 再根据 $x^5 = \left(-\frac{1}{2}\right)^5$, 据此可得答案.

【详解】 解: $\because x^5 + \frac{1}{32} = 0$,

$$\therefore x^5 = -\frac{1}{32},$$

$$\therefore x^5 = \left(-\frac{1}{2}\right)^5,$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2},$$

故答案为: $-\frac{1}{2}$.

8. 方程 $(x+2)\sqrt{x-1} = 0$ 的解是_____.

【答案】 $x = 1$

【解析】

【分析】 本题考查了解无理方程, 先求 x 的范围, 再解此方程得 $x+2=0$ 或 $\sqrt{x-1}=0$, 舍去不符合题意的解即可.

【详解】 解: 由题意得 $x-1 \geq 0$,

解得 $x \geq 1$,

原方程可化为: $x+2=0$ 或 $\sqrt{x-1}=0$,

解得 $x=-2$ (不合题意, 舍去) 或 $x=1$,

$\therefore$ 当 $x=1$ 时, 原方程成立.

故方程 $(x+2)\sqrt{x-1} = 0$ 的根是 $x=1$.

故答案为: $x=1$.

9. 如果 $a \neq b$, 那么关于 x 的方程 $(a-b)x = a^2 - b^2$ 的解为 $x =$ _____.

【答案】 $a+b \neq b+a$

【解析】

【分析】 本题主要考查一元一次方程，因式分解；根据已知方程找到参数之间的关系是解决此题的关键。根据题意得出 $(a-b)x = (a+b)(a-b)$ ，又 $a-b \neq 0$ ，即可求解。

【详解】 解： $(a-b)x = a^2 - b^2$

$$\therefore (a-b)x = (a+b)(a-b)$$

$$\because a \neq b$$

$$\therefore a-b \neq 0$$

$$\therefore x = a+b$$

故答案为： $a+b$ 。

10. 已知直线 $y = kx + b$ 平行于直线 $y = 3x - 4$ ，且在 y 轴上的截距为 3，那么这条直线的解析式是

_____。

【答案】 $y = 3x - 3$ 或 $y = 3x + 3$

【解析】

【分析】 根据互相平行的直线的解析式的一次项系数的值相等确定出 k ，根据“在 y 轴上的截距为 3”计算出 b 值，即可得解。

【详解】 $\because$ 直线 $y = kx + b$ 平行于直线 $y = 3x - 4$

$$\therefore k = 3.$$

又 $\because$ 直线 $y = kx + b$ 在 y 轴上的截距为 3

$$\therefore b = \pm 3$$

$$\therefore \text{这条直线的解析式是 } y = 3x - 3 \text{ 或 } y = 3x + 3$$

故答案是： $y = 3x - 3$ 或 $y = 3x + 3$

【点睛】 此题考查两条直线相交或平行问题，解题关键在于确定 k 的值。

11. 七边形的内角和为_____。

【答案】 $900^\circ \neq 900$ 度

【解析】

【分析】 本题考查了多边形内角和，根据多边形的内角和公式即可得出答案。

【详解】 解： $180^\circ \times (7 - 2) = 900^\circ$ 。

故答案为： 900° 。

12. 在方程 $x^2 + \frac{1}{x^2 - 3x} = 3x - 4$ 中, 如果设 $y = x^2 - 3x$, 那么原方程可化为关于 y 的整式方程是_____.

【答案】 $y^2 + 4y + 1 = 0$

【解析】

【分析】 先将原方程中 $3x$ 移项, 化为分式方程, 再变形为整式方程即可.

【详解】 解: $\because x^2 + \frac{1}{x^2 - 3x} = 3x - 4$,

$$\therefore x^2 - 3x + \frac{1}{x^2 - 3x} = -4,$$

设 $y = x^2 - 3x$,

$$\therefore y + \frac{1}{y} = -4$$

$\therefore$ 原方程可化为关于 y 的整式方程是 $y^2 + 4y + 1 = 0$,

故答案为: $y^2 + 4y + 1 = 0$.

【点睛】 此题考查了换元法解分式方程的能力, 用换元法解一些复杂的分式方程是比较简单的一种方法, 根据方程特点设出相应未知数, 再将分式方程化为整式方程.

13. 若 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 是一次函数 $y = 2x - 1$ 的图象上的不同的两点, 如果 $x_1 - x_2 > 0$, 那么

$y_1 - y_2$ _____ 0. (填 “>”, “=”, “<”)

【答案】 >

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征以及一次函数的性质, 牢记 “ $k > 0$, y 随 x 的增大而增大; $k < 0$, y 随 x 的增大而减小” 是解题的关键. 由 $k = 2 > 0$, 利用一次函数的性质, 可得出 y 随 x 的增大而增大, 结合 $x_1 - x_2 > 0$ (即 $x_1 > x_2$), 可得出 $y_1 - y_2 > 0$ (即 $y_1 > y_2$).

【详解】 解: $\because k = 2 > 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大,

又 $\because A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 是一次函数 $y = 2x - 1$ 图象上的不同的两点, $x_1 - x_2 > 0$,

$\therefore x_1 - x_2 > 0$,

$\therefore y_1 > y_2$,

$$\therefore y_1 - y_2 > 0.$$

故答案为：>.

14. 已知平行四边形 $ABCD$ 中，已知 $\angle A : \angle D = 3 : 2$ ，则 $\angle C =$ _____ 度.

【答案】108

【解析】

【分析】根据平行四边形邻角互补的性质可求解.

【详解】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore \angle A + \angle D = 180^\circ.$$

$$\because \angle A : \angle D = 3 : 2,$$

$$\therefore \angle A = \angle C = 180^\circ \times \frac{3}{5} = 108^\circ.$$

故答案为：108.

【点睛】主要考查了平行四边形的基本性质，并利用性质解题. 平行四边形基本性质：①平行四边形两组对边分别平行；②平行四边形的两组对边分别相等；③平行四边形的两组对角分别相等；④平行四边形的对角线互相平分.

15. 在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB = 1$ ， $BC = 3$ ， $\angle ABC$ 与 $\angle BCD$ 的平分线分别交 AD 于 E 、 F ，则 EF 的长为_____.

【答案】1

【解析】

【分析】本题主要考查了平行四边形的性质，等角对等边，角平分线的定义，由平行四边形的性质得到 $AD = BC = 3$ ， $CD = AB = 1$ ， $AD \parallel BC$ ，再由平行线的性质和角平分线的定义推出 $\angle ABE = \angle AEB$ ，得到 $AE = AB = 1$ ，同理可得 $DF = CD = 1$ ，据此可得答案.

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD = BC = 3, CD = AB = 1, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle CBE,$$

$$\because \angle ABC \text{ 与 } \angle BCD \text{ 的平分线分别交 } AD \text{ 于 } E、F,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle CBE,$$

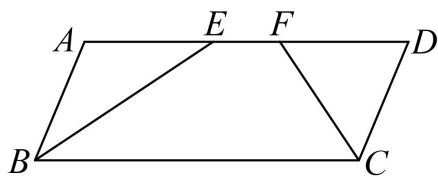
$$\therefore \angle ABE = \angle AEB,$$

$$\therefore AE = AB = 1,$$

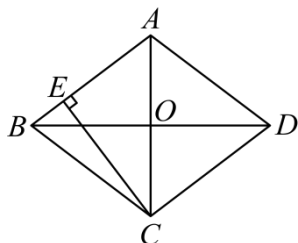
同理可得 $DF = CD = 1$,

$$\therefore EF = AD - AE - DF = 1,$$

故答案为：1.



16. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AC = 12$ ， $BD = 16$ ，则边 AB 上的高 CE 的长是_____.



【答案】 9.6

【解析】

【分析】由对角线 AC ， BD 交于点 O ，则 $\triangle OAB$ 为直角三角形，在 $\text{Rt}\triangle OAB$ 中，已知 AO ， BO ，根据勾股定理即可求得 AB 的长，根据菱形面积不同的计算方法可以求得 CE 的长度，即可解题. 本题考查了菱形面积的计算方法，考查了勾股定理在直角三角形中的运用，本题中根据勾股定理计算 AB 的值是解题的关键.

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，对角线 AC ， BD 交于点 O ，

$\therefore \triangle OAB$ 为直角三角形

$\because AC = 12$ ， $BD = 16$ ，

则 $AO = OC = 6$ ， $BO = DO = 8$ ，

$\therefore AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = 10$ ，

$\therefore$ 菱形的面积根据边长和高可以计算，根据对角线长也可以计算，

即 $S = \frac{1}{2} \times 12 \times 16 = 10 \times CE$ ，

解得： $CE = 9.6$ ，

故答案为： 9.6.

17. 一个一次函数的图像经过点 $(0,2)$ ，且与两坐标轴围成的三角形面积为 4，则一次函数解析式是_____.

【答案】 $y = \pm \frac{1}{2}x + 2$

【解析】

【详解】试题解析：∵一次函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 图象过点 $(0,2)$,

∴ $b=2$,

设一次函数与 x 轴的交点是 $(a,0)$,

$$\text{则 } \frac{1}{2} \times 2 \times |a| = 4,$$

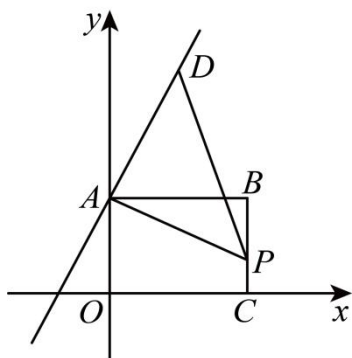
解得: $a=4$ 或 -4 .

把 $(4,0)$ 代入 $y=kx+2$, 解得: $k=-\frac{1}{2}$, 则函数的解析式是 $y=-\frac{1}{2}x+2$;

把 $(-4,0)$ 代入 $y=kx+2$, 得 $k=\frac{1}{2}$, 则函数的解析式是 $y=\frac{1}{2}x+2$.

故答案是: $y=\frac{1}{2}x+2$ 或 $y=-\frac{1}{2}x+2$.

18. 如图, 已知矩形 $ABCO$, O 为坐标原点, B 的坐标为 $(8,6)$, 点 A , C 分别在坐标轴上, P 是线段 BC 上的动点, 已知点 D 在第一象限且是直线 $y=2x+6$ 上的一点, 若 $\triangle APD$ 是等腰直角三角形, 则点 D 的坐标为_____.



【答案】 $(4,14)$

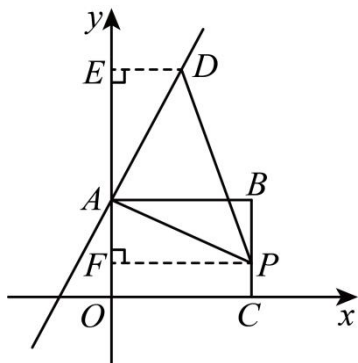
【解析】

【分析】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征、矩形的性质、等腰直角三角形以及全等三角形的判定与性质, 通过构造全等, 求出点 D 的纵坐标 (即 OE 的长) 是解题的关键. 过点 D 作 $DE \perp y$ 轴于点 E , 过点 P 作 $PF \perp y$ 轴于点 F , 则 $\angle DEA = \angle AFP = 90^\circ$, 由 $\triangle DAP$ 为等腰直角三角形, 可得出 $AD = AP$, $\angle DAP = 90^\circ$, 利用等角的余角相等, 可得出 $\angle EAD = \angle BAP$, 由 $AB \parallel PF$, 利用平行线的性质, 可得出 $\angle BAP = \angle FPA$, 即 $\angle EAD = \angle FPA$, 进而可证出 $\triangle ADE \cong \triangle PAF$ (AAS), 利用全等三角形的性质, 可求出 AE 的长, 结合 AO 的长, 可得出 OE 的长, 再利用一次函数图象上点的坐标特征, 即可求出点 D 的坐标.

【详解】 解: 当 $x=0$ 时, $y=2x+6=6$,

$$\therefore A(0,6), OA=6,$$

过点 D 作 $DE \perp y$ 轴于点 E ，过点 P 作 $PF \perp y$ 轴于点 F ，则 $\angle DEA = \angle AFP = 90^\circ$ ，如图所示，



$\because \triangle DAP$ 为等腰直角三角形，

$$\therefore AD = AP, \angle DAP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAD + \angle DAB = 90^\circ, \angle DAB + \angle BAP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAD = \angle BAP,$$

$\because$ 在矩形 $ABCO$ 中， $AB \parallel CO$ ，

$$\therefore \angle BAP = \angle FPA,$$

$$\therefore \angle EAD = \angle FPA,$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle PAF$ 中，

$$\begin{cases} \angle DEA = \angle AFP = 90^\circ \\ \angle EAD = \angle FPA \\ AD = PA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle PAF (\text{AAS}),$$

$$\therefore AE = PF = 8, DE = AF, OE = OA + AE = 14,$$

$$\text{当 } y = 14 \text{ 时, } 2x + 6 = 14,$$

$$\text{解得: } x = 4,$$

$$\therefore \text{点 } D \text{ 的坐标是 } (4,14).$$

故答案为: $(4,14)$.

三、简答题: (本大题共 3 题, 满分 18 分)

19. 解方程: $\frac{2-3x}{x^2-4} - \frac{1}{2-x} = 2.$

【答案】 $x = -3$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解分式方程，先把原方程去分母后化为整式方程，再解方程并检验即可得到答案.

【详解】 解: $\frac{2-3x}{x^2-4} - \frac{1}{2-x} = 2$

去分母得: $2-3x+(x+2)=2(x+2)(x-2)$,

去括号得: $2-3x+x+2=2x^2-8$,

移项, 合并同类项得: $2x^2+2x-12=0$, 即 $x^2+x-6=0$,

解得 $x=2$ 或 $x=-3$,

当 $x=-3$ 时, $(x+2)(x-2) \neq 0$, 则 $x=-3$ 是原方程的解;

当 $x=2$ 时, $(x+2)(x-2)=0$, 则 $x=2$ 不是原方程的解;

$\therefore$ 原方程的解为 $x=-3$.

20. 解方程: $2\sqrt{x+5}+10=x$.

【答案】 $x=20$

【解析】

【分析】 根据二次根式和乘方的性质, 得一元二次方程、一元一次不等式, 通过求解即可得到答案.

【详解】 $\because 2\sqrt{x+5}+10=x$

$\therefore 2\sqrt{x+5}=x-10$

$\therefore 4(x+5)=(x-10)^2$, 且 $x+5 \geq 0$, $x-10 \geq 0$

$\therefore (x-4)(x-20)=0$, $x \geq -5$, $x \geq 10$

$\therefore x_1=4$, $x_2=20$, $x \geq -5$, $x \geq 10$

$\therefore x=20$ 为方程的解.

【点睛】 本题考查了二次根式、乘方、一元二次方程、一元一次不等式的知识; 解题的关键是熟练掌握二次根式、乘方、一元二次方程、一元一次不等式的性质, 从而完成求解.

21. 解方程组:
$$\begin{cases} x+2y=5 \\ x^2-2xy+y^2=1 \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x_1 = \frac{7}{3} \\ y_1 = \frac{4}{3} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 2 \end{cases}$$

【解析】

【分析】根据完全平方公式和平方根的性质，将二元二次方程组变换为二元一次方程组并求解，即可得到答案.

【详解】 $\because \begin{cases} x+2y=5 \\ (x-y)^2=1 \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} x+2y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x+2y=5 \\ x-y=-1 \end{cases}$

$\therefore$ 原方程组的解集为 $\begin{cases} x_1 = \frac{7}{3} \\ y_1 = \frac{4}{3} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 2 \end{cases}$.

【点睛】本题考查了解二元二次方程组，涉及完全平方公式、平方根、二元一次方程组的知识；解题的关键是熟练掌握完全平方公式、二元一次方程组的性质，从而完成求解.

四、解答题：(本大题共 4 题，第 22 题，23 题每题 7 分，第 24，25 每题 8 分，满分 30 分)

22. 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图像经过点 $A(3,0)$ ，且与直线 $y=2x$ 都经过点 $P(m,4)$.

(1) 求这个一次函数的解析式；

(2) 当 $y=kx+b$ 的函数值大于 $y=2x$ 的函数值时，求 x 的取值范围.

【答案】 (1) $y=-4x+12$

(2) $x < 2$

【解析】

【分析】本题考查了待定系数法求解析式，一元一次不等式的应用，熟练掌握待定系数法求一次函数是解题的关键.

(1) 将 $P(m,4)$ 代入 $y=2x$ 得出 $P(2,4)$ ，进而待定系数法求解析式，即可求解.

(2) 依题意， $-4x+12 > 2x$ ，解不等式，即可求解.

【小问 1 详解】

解：将 $P(m,4)$ 代入 $y=2x$ 得 $4=2m$,

解得: $m = 2$,

$$\therefore P(2, 4),$$

将 $A(3, 0)$, $P(2, 4)$ 代入 $y = kx + b$,

$$\text{得} \begin{cases} 3k + b = 0 \\ 2k + b = 4 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -4 \\ b = 12 \end{cases},$$

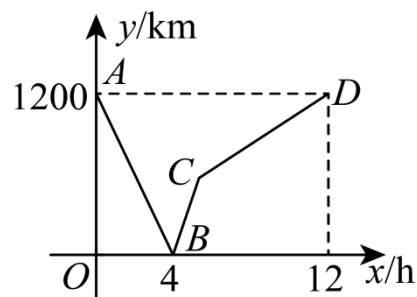
$$\therefore y = -4x + 12;$$

【小问 2 详解】

解: 依题意, $-4x + 12 > 2x$,

解得: $x < 2$.

23. 一列快车从甲地驶往乙地, 一列慢车从乙地驶往甲地, 两车同时出发, 设慢车行驶的时间为 $x(\text{h})$, 两车之间的距离为 $y(\text{km})$, 图中的折线表示 y 与 x 之间的函数关系.



- (1) 甲、乙两地之间的距离为_____ km;
- (2) 请解释图中的点 B 的实际意义;
- (3) 求慢车和快车的速度;
- (4) 求线段 BC 所表示的 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围.

【答案】(1) 1200

(2) 点 B 的实际意义是慢车行驶 4h 时, 慢车和快车相遇

(3) 快车的速度为 200km/h , 慢车的速度为 100km/h

(4) $y = 300x - 1200$, 自变量 x 的取值范围是 $4 \leq x \leq 6$

【解析】

【分析】(1) 由函数图象可以直接求出甲乙两地之间的距离;

(2) 由函数图象的数据就可得出;

(3) 由函数图象的数据, 根据速度 = 路程 ÷ 时间就可以得出慢车的速度, 由相遇问题求出速度和就可以求出快车的速度进而得出结论;

(4) 由快车的速度求出快车走完全程的时间就可以求出点 C 的横坐标, 由两车的距离 = 速度和 × 时间就可以求出 C 点的纵坐标, 由待定系数法就可以求出结论.

【小问 1 详解】

由图象得: 甲、乙两地之间的距为 1200km.

故答案为: 1200;

【小问 2 详解】

根据题意知: 点 B 的实际意义是慢车行驶 $4h$ 时, 慢车和快车相遇;

【小问 3 详解】

由题意得: 快车与慢车的速度和为: $1200 \div 4 = 300$ (km/h),

慢车的速度为: $1200 \div 12 = 100$ (km/h),

快车的速度为: $300 - 100 = 200$ (km/h).

答: 快车的速度为 200km/h, 慢车的速度为 100km/h;

【小问 4 详解】

由题意, 得快车走完全程的时间为: $1200 \div 200 = 6$ (h),

6h 时两车之间的距离为: $300 \times (6 - 4) = 600$ km.

$\therefore C(6, 600)$,

设线段 BC 的解析式为 $y = kx + b$, 由题意得:

$$\begin{cases} 4k + b = 0 \\ 6k + b = 600 \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} k = 300 \\ b = -1200 \end{cases},$$

$\therefore y = 300x - 1200$, 自变量 x 的取值范围是 $4 \leq x \leq 6$.

【点睛】 本题考查了行程问题的数量关系路程 ÷ 时间 = 速度的运用, 待定系数法求一次函数的解析式的运用, 相遇问题的数量关系的运用, 解答时求出一次函数的解析式是关键.

24. 杭州湾跨海大桥, 它是中国第一座真正意义上的跨海大桥, 全长 40 千米, 现计划经过路面改造, 实施提高限速, 提高限速后比提高限速前增加了 20 千米/小时, 汽车最快通过大桥时间可以减少 10 分钟, 大桥在现有条件下安全行驶速度不得超过 100 千米/小时, 请你用学过的知识说明在大桥的现有条件下是否还可

以再提高限速？

【答案】在大桥的现有条件下还可以再提高限速

【解析】

【分析】本题主要考查了分式方程的实际应用，设提速前的限速是 x 千米/小时，则提速后的限速为 $(x+20)$ 千米/小时，根据提速后汽车最快通过大桥时间可以减少 10 分钟建立方程求出提速前的限速即可得到结论.

【详解】解：设提速前的限速是 x 千米/小时，则提速后的限速为 $(x+20)$ 千米/小时，

由题意得，
$$\frac{40}{x} - \frac{40}{x+20} = \frac{10}{60},$$

整理得 $x^2 + 20x - 4800 = 0,$

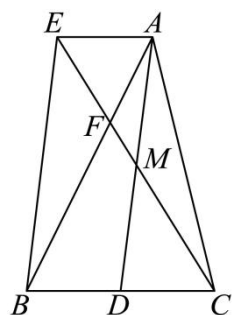
解得 $x = 60$ 或 $x = -80$ (舍去),

经检验， $x = 60$ 是原方程的解，且符合题意，

$\therefore 60 + 20 = 80 < 100,$

$\therefore$ 在大桥的现有条件下还可以再提高限速.

25. 如图，已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线， M 是 AD 的中点，过 A 点作 $AE \parallel BC$ ， CM 的延长线与 AE 相交于点 E ，与 AB 相交于点 F .



(1) 求证：四边形 $AEBD$ 是平行四边形；

(2) 如果 $\angle BAD = \angle CAD$ ，求证：四边形 $AEBD$ 是矩形.

【答案】(1) 证明见解析

(2) 证明见解析

【解析】

【分析】本题主要考查了矩形的判定，平行四边形的性质与判定，全等三角形的性质与判定，熟知平行四边形的性质与判定定理，矩形的判定定理是解题的关键.

(1) 可证明 $\triangle AEM \cong \triangle DCM$ 得到 $AE = CD$ ，再由三角形中线的定义得到 $AE = BD$ ，则可根据对边平行且相等的四边形是平行四边形证明结论；

(2) 连接 DE 交 AB 于 H , 可证明四边形 $ACDE$ 是平行四边形, 得到 $AC \parallel DE$, 则 $\angle ADE = \angle DAC$, 进而证明 $\angle HAD = \angle HDA$, 得到 $AH = DH$, 则可证明 $AB = DE$, 进而可证明四边形 $ADBE$ 是矩形.

【小问 1 详解】

证明: $\because M$ 是 AD 的中点,

$$\therefore AM = DM,$$

$$\because AE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AEM = \angle DCM,$$

$$\text{又} \because \angle AME = \angle DMC,$$

$$\therefore \triangle AEM \cong \triangle DCM (ASA),$$

$$\therefore AE = CD,$$

又 $\because AD$ 是 ABC 的中线,

$$\therefore AE = CD = BD,$$

$$\text{又} \because AE \parallel BD,$$

$\therefore$ 四边形 $AEBD$ 是平行四边形;

【小问 2 详解】

证明: 如图所示, 连接 DE 交 AB 于 H ,

由 (1) 可得 $AE = DC$,

$$\text{又} \because AE \parallel CD,$$

$\therefore$ 四边形 $ACDE$ 是平行四边形,

$$\therefore AC \parallel DE,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle DAC,$$

$$\because \angle BAD = \angle CAD,$$

$$\therefore \angle HAD = \angle HDA,$$

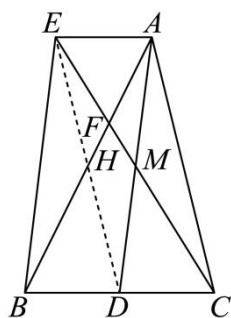
$$\therefore AH = DH,$$

$\therefore$ 四边形 $ADBE$ 是平行四边形,

$$\therefore AB = 2AH, DE = 2DH,$$

$$\therefore AB = DE,$$

$\therefore$ 四边形 $ADBE$ 是矩形.



五、综合题：(本题满分 10 分，第 (1) (3) 小题各 3 分，第 (2) 小题 4 分)

26. 如图，直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 3$ 图象与 y 轴、 x 轴分别交于 A 、 B 两点，点 C 、 D 分别是射线 OA 、射线 BA

上一动点(点 C 与点 A 不重合)，且 $CD = DA$ 。

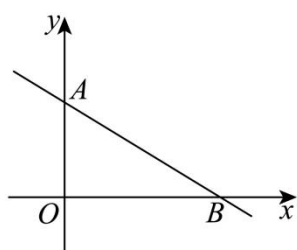


图1

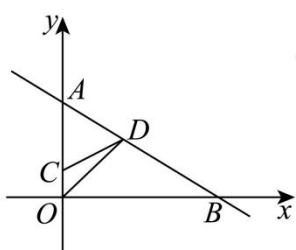


图2

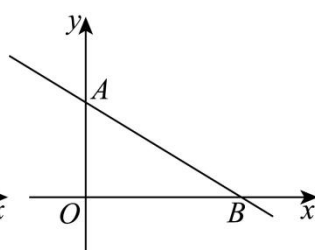


图3

(1) 求点 A 、 B 坐标和 $\angle BAO$ 度数；

(2) 点 C 、 D 在线段 OA 、 AB 上时(不与端点重合)，设 OC 的长度为 m ，用含 m 的代数式表示 $\triangle OCD$ 的面积；

(3) 若 E 为坐标平面内的一点，当以 O 、 B 、 D 、 E 为顶点的四边形为菱形时，直接写出 C 的坐标。

【答案】 (1) 点 A 的坐标为 $(0, 3)$ ；点 B 的坐标为 $(3\sqrt{3}, 0)$ ， $\angle BAO = 60^\circ$

$$(2) y = \frac{-\sqrt{3}x^2 + 3\sqrt{3}x}{4} (0 < x < 3)$$

(3) 当以 O 、 B 、 D 、 E 为顶点的四边形为菱形时，点 C 的坐标为 $(0, 0)$ 或 $(0, 3\sqrt{3} - 3)$ 或 $(0, 6)$

【解析】

【分析】 (1) 利用一次函数图象上点的坐标特征可求出点 A 、 B 的坐标及 OA 、 OB 的长度，在 $Rt\triangle AOB$ 中，利用勾股定理可求出 AB 的长度，由 $AO = \frac{1}{2}AB$ ，取 AB 的中点 K ，连接 KO ，可得 $\triangle AKO$ 是等边三角形，进而求出 $\angle BAO$ 的度数；

(2) 过点 D 作 $DM \perp y$ 轴，垂足为点 M ，由 OA 、 OC 的长度可得出 $AC = 3 - x$ ，由 $AD = CD$ ， $\angle BAO = 60^\circ$ ，可得出 $\triangle ADC$ 为等边三角形，利用等边三角形的性质及勾股定理可得出 DM 的长度，再

利用三角形的面积公式即可得出 y 关于 x 的函数关系式;

(3) 分 $OD = DB$, $BD = BO$ 及 $OB = OD$ 三种情况考虑: ①当 $OD = DB$ 时, 点 C_1 与点 O 重合或点 C_1 与点 A 重合, 进而可得出点 C_1 的坐标; ②当 $BD = BO$ 时, 由 $AD_2 = AB - OB$ 可求出 AD_2 的长度, 结合 $\triangle AC_2D_2$ 是等边三角形可得出 AC_2 的长度, 由 $OC_2 = OA - AC_2$ 可求出 OC_2 的长度, 进而可得出点 C_2 的坐标; ③当 $OB = OD$ 时, 过点 O 作 $ON \perp$ 直线 AB , 垂足为点 N , 通过解直角三角形可求出 BN 的长度, 由等腰三角形的性质及 AB 的长度可求出 AD_3 的长度, 结合 $\triangle AC_3D_3$ 为等边三角形可得出 AC_3 的长度, 由 $OC_3 = OA + AC_3$ 可求出 OC_3 的长度, 进而可得出点 C_3 的坐标. 综上, 此题得解.

【小问 1 详解】

解: 当 $x = 0$ 时, $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 3 = 3$

$\therefore OA = 3$, 点 A 的坐标为 $(0, 3)$;

当 $y = 0$ 时, $-\frac{\sqrt{3}}{3}x + 3 = 0$

解得: $x = 3\sqrt{3}$

$\therefore OB = 3\sqrt{3}$

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(3\sqrt{3}, 0)$,

在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $\angle AOB = 90^\circ$,

$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 6$

$\therefore AO = \frac{1}{2}AB$

如图, 取 AB 的中点 K , 连接 KO ,

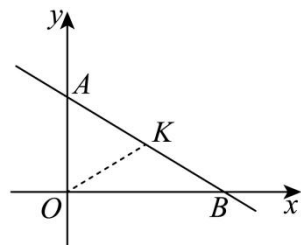


图1

$\therefore AK = AO = KO$

$\therefore \triangle AKO$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle OAB = 60^\circ$$

【小问2详解】

在图2中，过点D作 $DM \perp y$ 轴，垂足为点M。

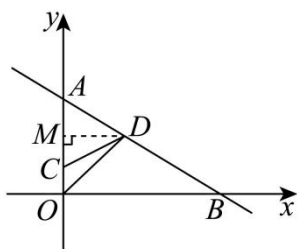


图2

$$\because OA = 3, OC = x,$$

$$\therefore AC = 3 - x,$$

$$\because AD = CD, \angle BAO = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ADC$ 为等边三角形,

$$\therefore AM = \frac{1}{2} AC = \frac{3-x}{2}$$

$$\therefore DM = \sqrt{AD^2 - AM^2} = \frac{\sqrt{3}(3-x)}{2}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2} OC \cdot DM = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{\sqrt{3}(3-x)}{2} = \frac{-\sqrt{3}x^2 + 3\sqrt{3}x}{4} (0 < x < 3)$$

【小问3详解】

$\therefore$ 以 O 、 B 、 D 、 E 为顶点的四边形为菱形,

$\therefore$ 分三种情况考虑, 如图3所示.

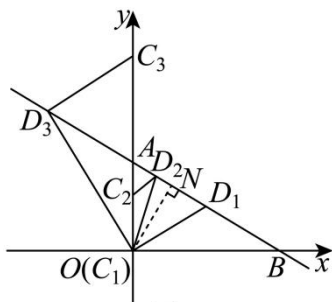


图3

①当 $OD = DB$ 时, 点 C_1 与点 O 重合,

$\therefore$ 点 C_1 的坐标为 $(0, 0)$;

②当 $BD = BO$ 时, $AD_2 = AB - OB = 6 - 3\sqrt{3}$

$\because \triangle AC_2D_2$ 是等边三角形,

$$\therefore AC_2 = AD_2 = 6 - 3\sqrt{3}$$

$$\therefore OC_2 = OA - AC_2 = 3\sqrt{3} - 3$$

$$\therefore C_2(0, 3\sqrt{3} - 3)$$

③当 $OB = OD$ 时, 过点 O 作 $ON \perp$ 直线 AB , 垂足为点 N ,

在 $Rt\triangle BON$ 中, $OB = 3\sqrt{3}$, $\angle OBN = 30^\circ$,

$$\therefore ON = \frac{1}{2}OB = \frac{3\sqrt{3}}{2}, BN = \sqrt{OB^2 - ON^2} = \frac{9}{2}$$

$\because OB = OD_3$,

$$\therefore BD_3 = 2BN = 9,$$

$$\therefore AD_3 = BD_3 - AB = 3.$$

$\because \triangle AC_3D_3$ 为等边三角形,

$$\therefore AC_3 = AD_3 = 3,$$

$$\therefore OC_3 = OA + AC_3 = 6,$$

$\therefore$ 点 C_3 的坐标为 $(0, 6)$.

综上所述: 当以 O 、 B 、 D 、 E 为顶点的四边形为菱形时, 点 C 的坐标为 $(0, 0)$ 或 $(0, 3)$ 或 $(0, 3\sqrt{3} - 3)$ 或 $(0, 6)$.

【点睛】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征、勾股定理、解含 30° 角的直角三角形、等边三角形的判定与性质、三角形的面积以及等腰三角形的性质, 掌握以上知识分类讨论, 是解题的关键.