

2024 学年第二学期期中质量检测

八年级数学试卷

(考试时间: 90 分钟 满分 100 分)

考生注意: 请将所有答案写在答题纸上, 写在试卷上不计分

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 共 18 分)

1. 下列函数中, 是一次函数的有 ()

A. $y = \frac{1}{2}x^2$

B. $y = 3x + 1$

C. $y = \frac{4}{x}$

D. $y = \sqrt{x}$

【答案】B

【解析】

【分析】此题考查了一次函数的定义, 解题的关键是熟练掌握一次函数的定义.

根据一次函数的定义求解即可, 一般形如 $y = kx + b$ (k, b 是常数, $k \neq 0$), 叫做一次函数, 其中 x 是自变量, y 是因变量.

【详解】解: A、 $y = \frac{1}{2}x^2$ 不是一次函数, 不符合题意;

B、 $y = 3x + 1$ 是一次函数, 符合题意;

C、 $y = \frac{4}{x}$ 不是一次函数, 不符合题意;

D、 $y = \sqrt{x}$ 不是一次函数, 不符合题意;

故选: B.

2. 下列关于 x 的方程, 有实数根的是 ()

A. $x^4 + 1 = 0$

B. $x^2 + mx - 2 = 0$

C. $\frac{x}{x^2 - 4} = \frac{2}{x^2 - 4}$

D. $\sqrt{x+1} + 2 = 0$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查一元二次方程根的判断式, 解分式方程, 偶数次方及二次根式非负性, 解题的关键是根据偶数次方的非负性判断选项 A; 根据一元二次方程根的判断式判断选项 B; 解分式方程可判断选项 C; 根据二次根式非负性判断选项 D.

【详解】解: A. $\because x^4 \geq 0$, 则 $x^4 + 1 \geq 1$,

$\therefore$ 方程 $x^4 + 1 = 0$ 没有实数根, 故此选项不符合题意;

B. $\because \Delta = m^2 - 4 \times 1 \times (-2) = m^2 + 8 > 0,$

$\therefore$ 方程 $x^2 + mx - 2 = 0$ 有实数根, 故此选项符合题意;

C. 在方程两边同乘以 $(x^2 - 4)$, 得: $x = 2,$

检验: 把 $x = 2$ 代入 $(x^2 - 4)$, 得: $2^2 - 4 = 0,$

$\therefore x = 2$ 不是原方程的根,

$\therefore$ 方程 $\frac{x}{x^2 - 4} = \frac{2}{x^2 - 4}$ 无解, 故此选项不符合题意;

D. $\because \sqrt{x+1} \geq 0,$

$\therefore \sqrt{x+1} + 2 \geq 2,$

$\therefore$ 方程 $\sqrt{x+1} + 2 = 0$ 无解, 故此选项不符合题意.

故选: B.

3. 在下列关于 x 的方程中, 不是二项方程的是()

A. $81x^4 - 16 = 0$

B. $x^3 - 1 = 0$

C. $x^2 = 8$

D. $x^3 - x = 1$

【答案】D

【解析】

【分析】根据二项方程的定义逐个判断得结论.

【详解】解: 把各方程移项, 使等号右边为 0, 满足二项方程的是 A、B、C,

由于方程 D 移项后左边是三项, 故选项 D 不是二项方程.

故选: D.

【点睛】本题考查了二项方程的定义, 二项方程的左边只有两项, 其中一项含未知数 x , 这项的次数就是方程的次数; 另一项是常数项; 方程的右边是 0.

4. y 关于 x 的一次函数 $y = 2x + 1$ 的图象不经过 ()

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的图象与性质, 掌握一次函数的性质是解题的关键.

由一次函数 $y = 2x + 1$ 可得 $k = 2 > 0$, $b = 1 > 0$, 则图象经过第一、二、三象限, 从而判断图象不经过第四象限.

【详解】解：由一次函数 $y = 2x + 1$ 可得 $k = 2 > 0$ ， $b = 1 > 0$ ，

$\therefore$ 图象经过第一、二、三象限，即图象不经过第四象限，

故选：D.

5. 定义：用形状、大小完全相同的一种或几种平面图形进行拼接，彼此之间不空隙、不重叠地铺成一片，称为平面图形的镶嵌. 若只选用一种大小相同的正多边形，在下列四个选项中，不能进行平面镶嵌的是 ()

- A. 正三角形 B. 正四边形 C. 正五边形 D. 正六边形

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了平面镶嵌，几何图形镶嵌成平面的关键是：围绕一点拼在一起的多边形的内角加在一起恰好组成一个周角. 根据正三角形、正四边形、正五边形、正六边形内角的度数，进行判定即可.

【详解】解：A. 正三角形的每个内角为 60° ，因为 $60^\circ \times 6 = 360^\circ$ ，所以正三角形能镶嵌成一个平面图案，故 A 不符合题意；

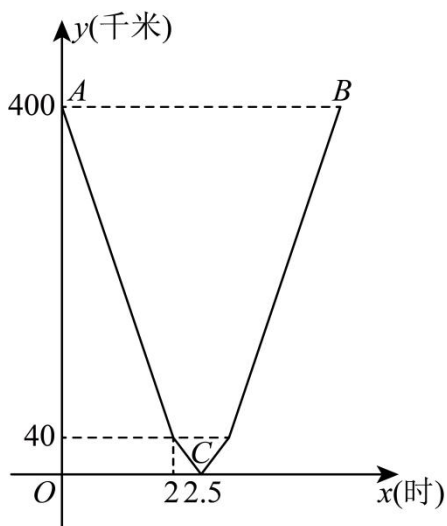
B. 正四边形的每个内角为 90° ，因为 $90^\circ \times 4 = 360^\circ$ ，所以正四边形能镶嵌成一个平面图案，故 B 不符合题意；

C. 正五边形的每个内角为 $(5-2) \times 180^\circ \div 5 = 108^\circ$ ，因为 $360^\circ \div 108^\circ$ 不是整数，所以正五边形不能镶嵌成一个平面图案，故 C 符合题意；

D. 正六边形的每个内角为 $(6-2) \times 180^\circ \div 6 = 120^\circ$ ，因为 $120^\circ \times 3 = 360^\circ$ ，所以正六边形能镶嵌成一个平面图案，故 D 不符合题意.

故选：C.

6. 某物流公司的甲、乙两辆货车分别从 A、B 两地同时相向而行，并以各自的速度匀速行驶，途经配货站 C，甲先到达 C 地，并在 C 地用 1 小时配货，然后按原速度开往 B 地，乙车从 B 地直达 A 地. 甲、乙两车间的路程 y (千米) 与乙车出发时间 x (时) 的函数关系如图，下列说法正确的有 ()



- ①A、B 两地间的距离是 400 千米；②甲车行驶 2.5 小时后到达配货站 C
③乙车的速度为 80 千米/小时；④两车相距 220 千米时，乙车出发 4 小时.

A. ①② B. ①③ C. ①③④ D. ③④

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了函数图象，一次函数解析式，一次函数的应用．解题的关键在于理解题意并从函数图象中获取正确的信息．根据函数图象和已知条件，再进行推导即可以判断①②③④是否正确，从而可以解答本题．

【详解】解：由图象可知， $x=0$ 时 $y=400$ ，由题意知，当 $x=2$ 时，甲车到达 C 地，

$\therefore$ A、B 两地间的距离是 400 千米，故①正确；

由图象可知，甲车行驶 2 小时后到达配货站 C，故②错误；

乙车的速度为 $\frac{40}{2.5-2} = 80$ 千米/时，故③正确；

甲车出发至 C 地的过程中，设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=kx+b$ ，

将 $(2, 40)$ 、 $(0, 400)$ 代入，得 $\begin{cases} 2k+b=40 \\ b=400 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} k=-180 \\ b=400 \end{cases}$ ，

$\therefore y = -180x + 400 (0 \leq x \leq 2)$ ．

在 C 地相遇之前，

将 $y=220$ 代入 $y=-180x+400$ 得， $220 = -180x + 400$ ，解得 $x=1$ ，

$\therefore x=1$ 时，两车相距 220 千米，

在 C 地相遇之后，

$$\therefore 1-0.5=0.5, \quad 2.5+0.5=3,$$

$\therefore x=3$ 时, 甲车从 C 地出发开往 B 地, 甲乙相距 40 千米,

$$\therefore \frac{400}{80}=5,$$

$\therefore$ 当甲乙再次相距 400 千米时, $x=5$,

甲车从 C 地出发开往 B 地的过程中, 设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y=kx+b$,

$$\text{将 } (3, 40)、(5, 400) \text{ 代入, 得 } \begin{cases} 3k+b=40 \\ 5k+b=400 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k=180 \\ b=-500 \end{cases},$$

$$\therefore y=180x-500(3 \leq x \leq 5).$$

将 $y=220$ 代入 $y=180x-500$ 得, $220=180x-500$, 解得 $x=4$,

$\therefore x=1$ 时, 两车相距 220 千米,

综上所述, 乙车出发 1 小时或 4 小时, 两车相距 220 千米. 故④错误;

故选: B.

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 共 24 分)

7. 直线 $y=2x-3$ 在 y 轴上的截距为_____.

【答案】 -3

【解析】

【分析】 当 $x=0$ 时, 进行计算即可得.

【详解】 解: 当 $x=0$ 时, $y=-3$,

则直线 $y=2x-3$ 在 y 轴上的截距为 -3,

故答案为: -3.

【点睛】 本题考查了一次函数图像与 x 轴、 y 轴交点, 解题的关键是掌握一次函数的性质.

8. 关于 x 的方程 $(m-2)x=1(m \neq 2)$ 的解是_____.

$$\text{【答案】 } x = \frac{1}{m-2}$$

【解析】

【分析】 本题考查了根据等式的性质解一元一次方程, 根据等式性质两边除以 $m-2$ 即可, 掌握等式的性质是解题的关键.

【详解】 解: $(m-2)x=1(m \neq 2)$,

$$\therefore x = \frac{1}{m-2},$$

$$\text{故答案为: } x = \frac{1}{m-2}.$$

9. 已知点 $A(-1, m)$, 点 $B(2, n)$ 在直线 $y = 8x$ 上, 则 m _____ n (填 “>” “<” 或 “=”).

【答案】<

【解析】

【分析】本题考查了正比例函数的性质, 牢记 “ $k > 0$, y 随 x 的增大而增大; $k < 0$, y 随 x 的增大而减小” 是解题的关键. 由 $8 > 0$, 利用一次函数的性质可得出 y 随 x 的增大而增大, 结合 $-1 < 2$, 可得出 $m < n$.

【详解】解: $\because 8 > 0$,

$\therefore$ 直线 $y = 8x$, y 随 x 的增大而增大,

又 $\because$ 点 $A(-1, m)$, 点 $B(2, n)$ 在直线 $y = 8x$ 上, 且 $-1 < 2$,

$\therefore m < n$.

故答案为: <.

10. 一次函数 $y = 2x - 1$ 的图象向上平移 3 个单位, 平移后图象与 y 轴的交点为_____.

【答案】(0,2)

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的平移, 掌握一次函数的平移规律 “上加下减, 左加右减” 是解题的关键. 先根据平移特点求出新函数解析式, 然后再求解新函数与 x 轴的交点坐标.

【详解】解: $\because$ 一次函数 $y = 2x - 1$ 的图象向上平移 3 个单位,

$\therefore$ 平移后图象函数为 $y = 2x - 1 + 3 = 2x + 2$,

$\therefore x = 0$ 时, $y = 2$, 即 (0,2),

$\therefore$ 平移后图象与 y 轴的交点为 (0,2),

故答案为: (0,2).

11. 方程 $\sqrt{2 - \frac{1}{x}} = 2$ 的解是_____.

【答案】 $x = -\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了解无理方程，掌握解无理方程的关键是转化为有理方程．根据解无理方程转化为分式方程 $2 - \frac{1}{x} = 4$ ，然后再由分式方程解法即可求解．

【详解】 解：方程 $\sqrt{2 - \frac{1}{x}} = 2$ 的两边平方得， $2 - \frac{1}{x} = 4$ ，

$$2x - 1 = 4x,$$

$$2x - 4x = 1,$$

$$-2x = 1,$$

$$x = -\frac{1}{2},$$

经检验， $x = -\frac{1}{2}$ 是原分式方程的解，

$$\therefore \text{方程的解是 } x = -\frac{1}{2},$$

故答案为： $x = -\frac{1}{2}$ ．

12. 若关于 x 的方程 $\frac{x+3}{x+1} = \frac{n}{x+1} + 2$ 有增根，则 m 值为_____．

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的增根，分式方程的增根是整式方程的解但是使分式方程分母为 0，熟记增根特点是解题的关键．

先把分式方程去分母化成整式方程，再代入增根即可．

【详解】 解： $\frac{x+3}{x+1} = \frac{n}{x+1} + 2$ ，

$$x+3 = n+2(x+1),$$

$$x = 1-n,$$

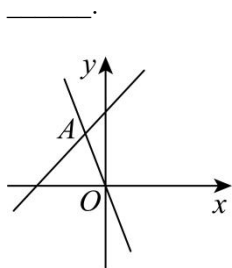
$\therefore$ 关于 x 的分式方程 $\frac{x+3}{x+1} = \frac{n}{x+1} + 2$ 有增根，

$$\therefore x = 1-n = -1,$$

解得： $n = 2$ ，

故答案为： 2．

13. 如图，函数 $y = -3x$ 和 $y = kx + b$ 的图象交于点 $A(-1, 3)$ ，则关于 x 的不等式 $-3x > kx + b$ 的解集为



【答案】 $x < -1$

【解析】

【分析】 本题主要考查了两条直线的交点求不等式的解集，根据函数图象找到函数 $y = -3x$ 的图象在函数 $y = kx + b$ 的图象上方时，自变量 x 的取值范围即可得到答案，掌握知识点的应用是解题的关键.

【详解】 解：由图象可知， $y = -3x$ 和 $y = kx + b$ 的图象交于点 $A(-1, 3)$,

$\therefore$ 函数 $y = -3x$ 的图象在函数 $y = kx + b$ 的图象上方时 $x < -1$,

$\therefore$ 关于 x 的不等式 $-3x > kx + b$ 的解集为 $x < -1$,

故答案为： $x < -1$.

14. 若多边形的内角和为 1800° ，那么从这个多边形的一个顶点能引出_____条对角线.

【答案】 9

【解析】

【分析】 由多边形的内角和 $180^\circ(n-2)$ 计算多边形的边数，据此解题

【详解】 解： $180^\circ(n-2) = 1800^\circ$,

解得： $n = 12$,

十二边形的一个顶点能引出的对角线为： $12 - 3 = 9$

故答案为： 9

【点睛】 本题考查多边形的内角和、多边形的对角线条数等知识，是重要考点，难度较易，掌握相关知识是解题关键.

15. 上海某开发区实际使用外资金额从 1 月份的 25 亿元增长到 3 月份的 36 亿元，如果 2 月份和 3 月份实际使用外资金额的月增长率相同，那么这个增长率是_____.

【答案】 20%

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

设平均增长率为 x ，根据等量关系式：1 月份外资金额 $\times (1+x)^2 = 3$ 月份外资金额，列出方程求解即可.

【详解】解：设增长率为 x ，由题意得：

$$25 \times (1+x)^2 = 36,$$

解得： $x_1 = 0.2$ ， $x_2 = -2.2$ (舍)，

$\therefore$ 增长率为 20%，

故答案为：20%.

16. 函数 $y = x + b$ 和 $y = -x + b$ 的图象与坐标轴围成的图形的面积为 2，则 b 的值为_____.

【答案】 $\pm\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数图象与坐标轴的交点问题，正确的求出一次函数图象与坐标轴的交点坐标是解题的关键.

先求出直线与两坐标轴的交点，再根据三角形的面积公式即可得出结论.

【详解】解： $\because$ 函数 $y = x + b$ 和 $y = -x + b$ 的图象与 x 轴交点坐标分别为 $(-b, 0)$ ， $(b, 0)$ ，与 y 轴交点坐标为 $(0, b)$ ，

$\therefore$ 与坐标轴围成的图形的面积为 $\frac{1}{2}|b - (-b)| \times |b| = b^2 = 2$ ，

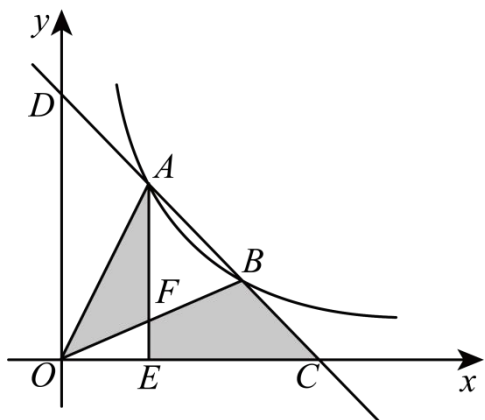
解得： $b = \pm\sqrt{2}$ ，

故答案为： $\pm\sqrt{2}$.

17. 如图，一次函数 $y = -x + b$ 与反比例函数 $y = \frac{4}{x} (x > 0)$ 的图象交于 A ， B 两点，与 x 轴、 y 轴分别交于 C ，

D 两点，连接 OA ， OB ，过 A 作 $AE \perp x$ 轴于点 E ，交 OB 于点 F ，设点 A 的横坐标为 m . 若

$S_{\triangle OAF} + S_{\text{四边形}EFBC} = 4$ ，则 m 的值是_____.



【答案】 $\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了反比例函数与一次函数图象交点问题，对称的性质，解方程等知识，掌握知识点的应用是解题的关键.

先求出一次函数解析式为 $y = -x + m + \frac{4}{m}$ ，作 $AM \perp OD$ 于 M ， $BN \perp OC$ 于 N ，由反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ ，

一次函数 $y = -x + b$ 都是关于直线 $y = x$ 对称，则 $AD = BC$ ， $OD = OC$ ， $DM = AM = BN = CN$ ，记 $\triangle AOF$ 面积为 S ，则 $\triangle OEF$ 面积为 $2 - S$ ，四边形 $EFBC$ 面积为 $4 - S$ ， $\triangle OBC$ 和 $\triangle OAD$ 面积都是 $6 - 2S$ ，

$\triangle ADM$ 面积为 $4 - 2S = 2(2 - S)$ ，又由对称性可知： $OA = OB$ ， $OD = OC$ ， $\angle ODC = \angle OCD = 45^\circ$ ，

$\triangle AOM \cong \triangle BON$ ，通过性质求出点 B 坐标 $\left(2m, \frac{2}{m}\right)$ ，然后代入 $y = -x + m + \frac{4}{m}$ ，最后解方程即可.

【详解】 解： $\because$ 点 A 在反比例函数 $y = \frac{4}{x} (x > 0)$ 的图象上，且点 A 的横坐标为 m ，

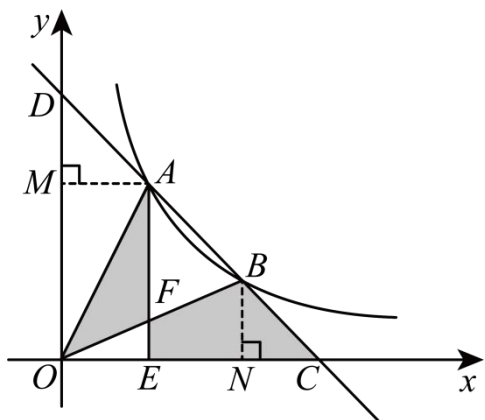
$\therefore$ 点 A 的纵坐标为 $\frac{4}{m}$ ，即点 A 的坐标为 $\left(m, \frac{4}{m}\right)$ ，

令一次函数 $y = -x + b$ 中 $x = m$ ，则 $y = -m + b$ ，

$\therefore -m + b = \frac{4}{m}$ ，即 $b = m + \frac{4}{m}$ ，

$\therefore$ 一次函数解析式为 $y = -x + m + \frac{4}{m}$ ，

作 $AM \perp OD$ 于 M ， $BN \perp OC$ 于 N ，如下图所示，



$\therefore$ 反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ ，一次函数 $y = -x + b$ 都是关于直线 $y = x$ 对称，

$\therefore AD = BC$ ， $OD = OC$ ， $DM = AM = BN = CN$ ，

记 $\triangle AOF$ 面积为 S ，则 $\triangle OEF$ 面积为 $2 - S$ ，四边形 $EFBC$ 面积为 $4 - S$ ， $\triangle OBC$ 和 $\triangle OAD$ 面积都是 $6 - 2S$ ， $\triangle ADM$ 面积为 $4 - 2S = 2(2 - S)$ ，

$\therefore S_{\triangle ADM} = 2S_{\triangle OEF}$ ，

由对称性可知： $OA = OB$ ， $OD = OC$ ， $\angle ODC = \angle OCD = 45^\circ$ ， $\triangle AOM \cong \triangle BON$ ，

$\therefore AM = NB = DM = NC$ ，

$\therefore EF = \frac{1}{2}AM = \frac{1}{2}NB$ ，

$\therefore$ 点 B 坐标 $\left(2m, \frac{2}{m}\right)$ ，代入直线 $y = -x + m + \frac{4}{m}$ 得 $\frac{2}{m} = -2m + m + \frac{4}{m}$ ，

整理得 $m^2 = 2$ ，

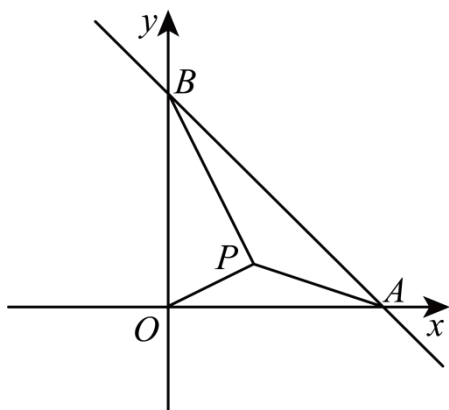
$\therefore m = \sqrt{2}$ 或 $m = -\sqrt{2}$ ，

$\therefore m > 0$ ，

$\therefore m = \sqrt{2}$ ，

故答案为： $\sqrt{2}$ 。

18. 如图，一次函数 $y = -x + b$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A ， B 两点，点 P 为 $\triangle ABO$ 内一点，且 $PO = 1$ ， $\angle PBO = \angle POA = \angle PAB$ ，则 B 点坐标为_____。



【答案】 $(0, \sqrt{5})$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的性质，旋转的性质，勾股定理，等腰三角形的判定与性质等知识，掌握知识点的应用是解题的关键.

由一次函数 $y = -x + b$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A ， B 两点，则 $A(b, 0)$ ， $B(0, b)$ ，故有 $\angle OBA = \angle OAB = 45^\circ$ ，由 $\angle PBO = \angle POA$ ，从而得出 $\angle OPB = 90^\circ$ ， $\triangle OPB$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 至 $\triangle OAC$ ，连接 PC ，所以 $OP = OC$ ， $BP = AC$ ， $\angle OCA = \angle OPB = 90^\circ$ ， $\angle OBP = \angle OAC$ ，则有 $PC = \sqrt{2}$ ，

$\angle OCP = \angle OPC = 45^\circ$ ，通过三角形的内角和定理，等腰三角形的判定与性质得 $\angle APC = 90^\circ$ ， $PC = PA$ ，最后由勾股定理即可求解.

【详解】 解： $\because$ 一次函数 $y = -x + b$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A ， B 两点，

$\therefore A(b, 0)$ ， $B(0, b)$ ，

$\therefore OA = OB = b$ ，

$\therefore \angle OBA = \angle OAB = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle POB = 90^\circ - \angle POA$ ，

$\because \angle PBO = \angle POA$ ，

$\therefore \angle OPB = 180^\circ - (\angle POB + \angle PBO) = 180^\circ - (90^\circ - \angle POA + \angle PBO) = 90^\circ$ ，

如图， $\triangle OPB$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 至 $\triangle OAC$ ，连接 PC ，

$$3x-1-(2x^2+2x-x-1)-x^2+1=0$$

$$3x-1-2x^2-x+1-x^2+1=0$$

$$3x^2-2x-1=0,$$

$$\text{解得: } x_1=1, x_2=-\frac{1}{3},$$

$$\text{经检验: 当 } x_1=1 \text{ 时, } (x+1)(x-1)=0, \text{ 当 } x_2=-\frac{1}{3} \text{ 时, } (x+1)(x-1) \neq 0,$$

$$\therefore \text{原分式方程的解为 } x=-\frac{1}{3}.$$

$$20. \text{解方程: } \sqrt{8x+5}=4-2x.$$

$$\text{【答案】 } x=\frac{1}{2}$$

【解析】

【分析】方程两边平方去根号，求出方程的解，再进行检验即可.

$$\text{【详解】解: } \sqrt{8x+5}=4-2x,$$

$$\text{方程两边平方, 得 } 8x+5=16-16x+4x^2,$$

$$\text{整理得 } 4x^2-24x+11=0,$$

$$\text{解得: } x=\frac{1}{2} \text{ 或 } x=\frac{11}{2},$$

$$\text{经检验 } x=\frac{1}{2} \text{ 是原方程的解, } x=\frac{11}{2} \text{ 不是原方程的解,}$$

$$\text{即无理方程的解是 } x=\frac{1}{2}.$$

【点睛】本题考查了解无理方程，能把无理方程转化成有理方程是解此题的关键.

$$21. \text{解方程: } 3x(2x+1)=2x+1.$$

$$\text{【答案】 } x_1=-\frac{1}{2}, x_2=\frac{1}{3}$$

【解析】

【分析】先移项，再用因式分解的方法解方程即可.

$$\text{【详解】解: } \because 3x(2x+1)-(2x+1)=0$$

$$\therefore (2x+1)(3x-1)=0$$

$$\therefore 2x+1=0 \text{ 或 } 3x-1=0$$

$$\text{解得: } x_1 = -\frac{1}{2}, \quad x_2 = \frac{1}{3}$$

【点睛】 本题考查的是一元二次方程的解法，掌握因式分解法解一元二次方程是解题的关键.

$$22. \text{ 解方程组: } \begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \textcircled{1} \\ x^2 - 6xy + 9y^2 = 25 \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\text{【答案】 } \begin{cases} x_1 = \frac{5}{2} \\ y_1 = \frac{5}{2} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -\frac{5}{2} \\ y_2 = -\frac{5}{2} \end{cases}, \begin{cases} x_3 = -2 \\ y_3 = 1 \end{cases}, \begin{cases} x_4 = 2 \\ y_4 = -1 \end{cases}.$$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解二次方程，掌握解方程的方法及步骤是解题的关键.

先由 ① 得: $x=y$ 或 $x=-2y$ ，再把当 $x=y$ 时和当 $x=-2y$ 时分别代入 ② 转化为解一元二次方程即可.

$$\text{【详解】 解: } \begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \textcircled{1} \\ x^2 - 6xy + 9y^2 = 25 \textcircled{2} \end{cases}$$

由 ① 得: $x=y$ 或 $x=-2y$,

当 $x=y$ 时, $x^2 - 6x^2 + 9x^2 = 25$, 整理得: $4x^2 = 25$,

$$\text{解得: } x_1 = \frac{5}{2}, \quad x_2 = -\frac{5}{2},$$

$$\therefore \begin{cases} x_1 = \frac{5}{2} \\ y_1 = \frac{5}{2} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -\frac{5}{2} \\ y_2 = -\frac{5}{2} \end{cases},$$

当 $x=-2y$ 时, $(-2y)^2 - 6 \times (-2y) \times y + 9y^2 = 25$, 整理得: $y^2 = 1$,

解得: $y_1 = 1, \quad y_2 = -1$,

$$\therefore \begin{cases} x_3 = -2 \\ y_3 = 1 \end{cases}, \begin{cases} x_4 = 2 \\ y_4 = -1 \end{cases},$$

$$\text{综上所述: 方程组的解为: } \begin{cases} x_1 = \frac{5}{2} \\ y_1 = \frac{5}{2} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -\frac{5}{2} \\ y_2 = -\frac{5}{2} \end{cases}, \begin{cases} x_3 = -2 \\ y_3 = 1 \end{cases}, \begin{cases} x_4 = 2 \\ y_4 = -1 \end{cases}.$$

四、解答题 (本大题共 4 题, 23 题 6 分, 24 题 8 分, 25, 26 题 10 分, 共 34 分)

23. 有一项工程, 甲、乙两工程队合作 24 天可完成. 若两个工程队合作 18 天后, 甲工程队再单独做 10 天也恰好完成. 求原来甲和乙单独完成这项工程各需多少天?

【答案】甲工程队单独完成此项目需 40 天, 乙工程队单独完成此项目需 60 天.

【解析】

【分析】本题考查了分式方程的应用, 设甲工程队单独完成这项工程需 x 天, 则乙工程队单独完成这项工程需 $\left[1 \div \left(\frac{1}{24} - \frac{1}{x}\right)\right]$ 天, 根据题意列出方程 $\frac{1}{24} \times 18 + \frac{1}{x} \times 10 = 1$, 然后解方程并检验即可, 掌握知识点的应用是解题的关键.

【详解】解: 设甲工程队单独完成这项工程需 x 天, 则乙工程队单独完成这项工程需 $\left[1 \div \left(\frac{1}{24} - \frac{1}{x}\right)\right]$ 天,

根据题意得, $\frac{1}{24} \times 18 + \frac{1}{x} \times 10 = 1$,

解得: $x = 40$,

经检验 $x = 40$ 是原分式方程的解且符合题意,

$\therefore$ 乙工程队单独完成这项工程需 $1 \div \left(\frac{1}{24} - \frac{1}{40}\right) = 1 \div \frac{2}{120} = 60$,

答: 甲工程队单独完成这项工程需 40 天, 乙工程队单独完成这项工程需 60 天.

24. 已知 $y+6$ 与 $x+1$ 成正比例, 当 $x=3$ 时, $y=2$.

(1) 求 y 与 x 的函数表达式;

(2) 若点 $M(-1, m)$ 关于 y 轴的对称点 M' 恰好落在该函数的图象上, 求 m 的值.

【答案】(1) $y = 2x - 4$

(2) $m = -2$

【解析】

【分析】本题考查了待定系数法求一次函数解析式, 求一次函数 $y = kx + b$, 则需要两组 x, y 的值. 也考查了一次函数的性质和关于 y 轴对称的点的坐标特征.

(1) 根据成正比例的定义, 设 $y+6 = k(x+1)$, 然后把已知的对应值代入求出 k , 从而可得到与 x 的函数表达式;

(2) 先根据关于 y 轴对称的点的坐标特征得到 $M'(1, m)$, 然后把 M' 点的坐标代入 (1) 中的解析式, 从而得到 m 的值.

【小问 1 详解】

解：设 $y+6=k(x+1)$ ，

把 $x=3$ ， $y=2$ 代入得 $2+6=4k$ ，

解得 $k=2$ ，

$\therefore y+6=2(x+1)$ ，

$\therefore y$ 与 x 的函数表达式为 $y=2x-4$ ；

【小问 2 详解】

$\because$ 点 M' 是点 $M(-1,m)$ 关于 y 轴的对称点，

$\therefore$ 点 M' 的坐标为 $(1,m)$ ，

又 $\because$ 点 M' 在该函数的图象上，

$\therefore 2 \times 1 - 4 = m$.

解得 $m=-2$.

25. 请根据以下素材，完成探究任务.

制定加工方案		
生产背景	背景 1	◆某民族服装厂安排 60 名工人加工一批服装，有“红”“黄”“蓝”三种颜色. ◆因市场需要，每位工人每天可加工且只能加工红色服装 2 件，或黄色服装 1 件，或蓝色服装 1 件. ◆要求全厂每天加工黄色服装至少 10 件，红色服装总件数和蓝色服装相等.
	背景 2	每天加工的服装都能销售出去，扣除各种成本，服装厂的获利情况为： ① 红色服装： 25 元 / 件； ② 黄色服装： 40 元 / 件； ③ 蓝色服装： 80 元 / 件.

信息整理:	现安排 x 名工人加工黄色服装, y 名工人加工红色服装, 列表如下:			
	服装颜色	加工人数 (人)	每人每天加工量 (件)	平均每件获利 (元)
	红	y	2	25
	黄	x	1	40
	蓝		1	80

探究任务:

- (1) 完成信息整理表格填写
- (2) 求 x 、 y 之间的数量关系并写出 x 的取值范围.
- (3) 设该工厂每天的总利润为 w 元, 求 w 关于 x 的函数表达式, 并制定使每天总利润最大的加工方案.

【答案】(1) $60 - x - y$;

(2) $y = -\frac{1}{3}x + 20 (10 \leq x \leq 60)$;

(3) 加工红色服装的工人16人, 加工黄色服装的工人12人, 蓝色服装的工人32人时每天总利润最大.

【解析】

【分析】本题考查了列代数式, 一次函数的应用, 掌握一次函数的应用是解题的关键.

(1) 根据题意列出代数式即可;

(2) 根据红色服装总件数和蓝色服装相等, 则 $2y = 60 - x - y$, 然后整理得 $y = -\frac{1}{3}x + 20$, 再根据题意即可写出 x 的取值范围;

(3) 由题意得 $w = 2 \times 25y + 40x + 80(60 - x - y) = -30x + 4200$, 则 w 随 x 的增大而减小, 然后根据范围即可求解.

【小问1详解】

解: 如下表:

服装颜色	加工人数 (人)	每人每天加工量 (件)	平均每件获利 (元)
红	y	2	25
黄	x	1	40

蓝	$60-x-y$	1	80
---	----------	---	----

$\therefore$ 加工蓝色服装的工人有 $60-x-y$ (人),

故答案为: $60-x-y$

【小问 2 详解】

解: $\because$ 红色服装总件数和蓝色服装相等,

$$\therefore 2y = 60 - x - y,$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x + 20,$$

$\because$ 每天加工黄色服装至少 10 件,

$$\therefore \begin{cases} x \geq 10 \\ y = -\frac{1}{3}x + 20 \geq 0 \end{cases}, \text{ 解得: } 10 \leq x \leq 60,$$

$$\therefore x、y \text{ 之间的数量关系为 } y = -\frac{1}{3}x + 20 (10 \leq x \leq 60);$$

【小问 3 详解】

$$\text{解: } w = 2 \times 25y + 40x + 80(60 - x - y)$$

$$= 50y + 40x + 4800 - 80x - 80y$$

$$= -30y - 40x + 4800$$

$$= -30 \times \left(-\frac{1}{3}x + 20 \right) - 40x + 4800$$

$$= -30x + 4200$$

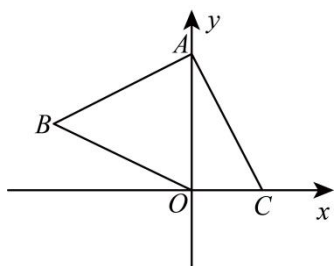
$$\therefore -30 < 0,$$

$\therefore w$ 随 x 的增大而减小,

$$\therefore \text{当 } x = 12 \text{ 时, } w \text{ 有最大值, 此时 } y = -\frac{1}{3} \times 12 + 20 = 16,$$

$\therefore$ 加工红色服装的工人 16 人, 加工黄色服装的工人 12 人, 蓝色服装的工人 32 人时每天总利润最大.

26. 如图, 已知点 $A(0, 4)$, 点 $C(2, 0)$, 将直线 AC 绕点 A 顺时针旋转 90° , 点 C 落在点 B 处,



(1) 求点 B 坐标.

(2) 已知点 $P(2m, -3-4m)$ 是 $\triangle ABO$ 内一点, 求 m 的取值范围.

(3) 点 M 是 x 轴上一动点 (不与原点重合), 直线 BM 与 BC 的夹角和 $\angle ABO$ 相等, 请直接写出 M 点坐标.

【答案】 (1) 点 B 坐标为 $(-4, 2)$;

(2) $-\frac{7}{5} < m < -1$;

(3) M 点坐标为 $(-\frac{10}{3}, 0)$.

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的图象与性质, 全等三角形的判定与性质, 求一次函数解析式, 掌握知识点的应用是解题的关键.

(1) 过 B 作 $BD \perp y$ 轴于点 D , 则 $\angle ADB = 90^\circ$, 由旋转性质可知: $AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$, 证明 $\triangle ADB \cong \triangle COA$ (AAS), 然后根据全等三角形的性质可得 $AD = CO = 2$, $BD = AO = 4$, 再由线段和差求解即可;

(2) 先求出 AB 解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 4$, OB 解析式为 $y = -\frac{1}{2}x$, 由点 $P(2m, -3-4m)$ 是 $\triangle ABO$ 内一点,

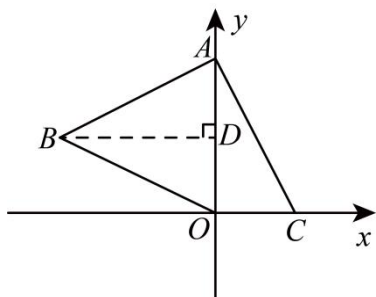
$$\text{列出不等式组} \begin{cases} -4 < 2m < 0 \\ -3-4m > -\frac{1}{2} \times 2m \\ -3-4m < \frac{1}{2} \times 2m + 4 \end{cases}, \text{ 然后解不等式组即可;}$$

(3) 设 BC 交 y 轴于点 F , 如图, 当 $\angle MBC = \angle ABO$ 时, 过 B 作 $BE \perp x$ 轴于点 E , 证明四边形 $BEOD$ 是矩形, $\triangle BEM \cong \triangle COF$ (ASA), 则 $EM = FO$, 同上理可得直线 BC 解析式为 $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$, 当 $x = 0$

时, $y = \frac{2}{3}$, 即有 $F\left(0, \frac{2}{3}\right)$, 则 $FO = \frac{2}{3}$, 然后利用线段和差即可求解.

【小问 1 详解】

解: 如图, 过 B 作 $BD \perp y$ 轴于点 D , 则 $\angle ADB = 90^\circ$,



$$\therefore \angle ABD + \angle BAD = 90^\circ,$$

由旋转性质可知: $AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BAD + \angle CAO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle CAO,$$

$$\because \angle ADB = \angle COA = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle COA (\text{AAS}),$$

$$\therefore AD = CO, \quad BD = AO,$$

$$\because \text{点 } A(0, 4), \text{ 点 } C(2, 0),$$

$$\therefore AO = 4, \quad CO = 2,$$

$$\therefore AD = CO = 2, \quad BD = AO = 4,$$

$$\therefore OD = AO - AD = 4 - 2 = 2,$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 坐标为 } (-4, 2);$$

【小问 2 详解】

解: 设 AB 解析式为 $y = k_1x + b_1$, OB 解析式为 $y = k_2x$,

$$\therefore \begin{cases} -4k_1 + b_1 = 2 \\ b_1 = 4 \end{cases}, \quad 2 = -4k_2,$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k_1 = \frac{1}{2} \\ b_1 = 4 \end{cases}, \quad k_2 = -\frac{1}{2} \quad 2 = -4k_2,$$

$\therefore$ 设 AB 解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 4$, OB 解析式为 $y = -\frac{1}{2}x$,

$\therefore$ 点 $P(2m, -3-4m)$ 是 $\triangle ABO$ 内一点,

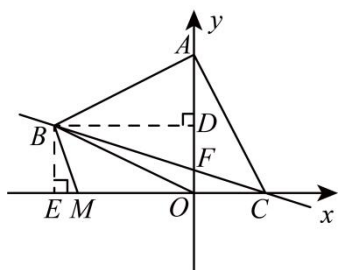
$$\therefore \begin{cases} -4 < 2m < 0 \\ -3-4m > -\frac{1}{2} \times 2m \\ -3-4m < \frac{1}{2} \times 2m + 4 \end{cases}, \text{ 即 } \begin{cases} -2 < m < 0 \\ m < -1 \\ m > -\frac{7}{5} \end{cases},$$

解得: $-\frac{7}{5} < m < -1$;

【小问 3 详解】

解: 设 BC 交 y 轴于点 F ,

如图, 当 $\angle MBC = \angle ABO$ 时, 过 B 作 $BE \perp x$ 轴于点 E ,



$\therefore \angle BEO = \angle EOD = \angle ODB = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $BEOD$ 是矩形,

$\therefore \angle EBD = 90^\circ$, $BE = OD = 2$, $BD \parallel EO$,

$\therefore \angle DBF = \angle BCE$,

$\therefore \angle EBM + \angle MBF + \angle DBF = 90^\circ$, $\angle EBM + \angle MBF + \angle BCE = 90^\circ$,

$\therefore \angle EBM = \angle BCE$,

$\therefore$ 点 $A(0, 4)$, 点 $C(2, 0)$,

$\therefore AO = 4$, $CO = 2$,

$\therefore BE = OC = 2$,

在 $\triangle BEM$ 和 $\triangle COF$ 中,

$$\begin{cases} \angle BEM = \angle COF \\ BE = OC = 2 \\ \angle EBM = \angle BCE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BEM \cong \triangle COF (\text{ASA}),$$

$$\therefore EM = FO,$$

同上理可得：直线 BC 解析式为 $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$,

$$\text{当 } x = 0 \text{ 时, } y = \frac{2}{3},$$

$$\therefore F\left(0, \frac{2}{3}\right),$$

$$\therefore FO = \frac{2}{3},$$

$$\therefore EM = FO = \frac{2}{3},$$

$$\therefore OM = OE - EM = 4 - \frac{2}{3} = \frac{10}{3},$$

$$\therefore M \text{ 点坐标为 } \left(-\frac{10}{3}, 0\right),$$

$$\text{综上所述: } M \text{ 点坐标为 } \left(-\frac{10}{3}, 0\right).$$