

2024 学年八年级数学练习卷

(2025.06)

(完卷时间 100 分钟,满分 100 分)

考生注意:

- 1.本试卷含三个大题,共 26 题.答题时,考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答,在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
- 2.除第一、二大题外,其余各题如无特别说明,都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题(本大题共 6 题,每题 3 分,满分 18 分)

1.下列二项方程中,有两个实数根的是(▲)

(A) $x^5 + 1 = 0$; (B) $x^4 - 1 = 0$; (C) $x^3 - 1 = 0$; (D) $x^2 + 1 = 0$.

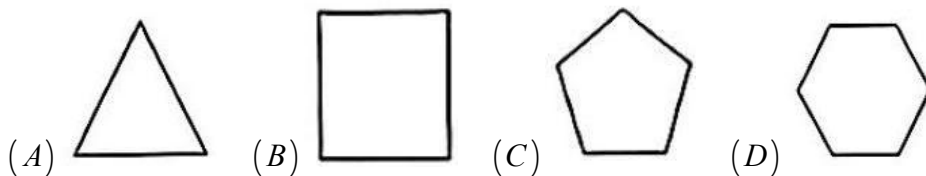
2.成语是中华文化精髓的重要载体,其背后蕴含着丰富的历史典故与哲学智慧.通过学习、运用成语,并探究其蕴含的语言文化现象,是传承中华优秀传统文化的重要方式.下列成语所描述的事件中,不属于必然事件的是(▲)

(A) 水涨船高; (B) 日出东方; (C) 异口同声; (D) 冬去春来.

3.如果一次函数 $y = kx + 3$ 的图像经过点 A ,且函数值 y 随自变量 x 的值增大而减小,那么点 A 的坐标可以是(▲)

(A) $(2, 3)$; (B) $(-3, 2)$; (C) $(-3, -2)$; (D) $(2, -3)$.

4.下列多边形中,内角和最大的是(▲)



5. 如果一个平行四边形的四个内角的平分线能拼成一个四边形, 那么这个四边形一定是(▲)

(A) 矩形; (B) 菱形; (C) 正方形; (D) 等腰梯形.

6. 符号“ $\Rightarrow$ ”读作“推出”, 表示这个符号左边的数学事实可以推出右边的数学事实. 下面是关于某个四边形的三个结论: ①它的对角线互相垂直; ②它是一个正方形; ③它是一个菱形. 下列用符号“ $\Rightarrow$ ”表示的推出过程正确的是(▲)

(A) $\textcircled{1} \Rightarrow \textcircled{2} \Rightarrow \textcircled{3}$; (B) $\textcircled{1} \Rightarrow \textcircled{3} \Rightarrow \textcircled{2}$; (C) $\textcircled{2} \Rightarrow \textcircled{3} \Rightarrow \textcircled{1}$; (D) $\textcircled{3} \Rightarrow \textcircled{1} \Rightarrow \textcircled{2}$.

二、填空题(本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 已知 $f(x) = 3x - 7$, 那么 $f(-2) = \underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 方程 $\sqrt{x-2} = 2$ 的根是 $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle \underline{\hspace{2cm}}$.

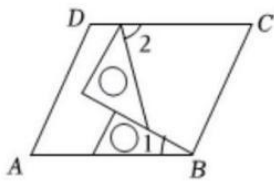
9. 写出一个二元二次方程, 使该方程有一个解是 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$, 这个方程可以是 $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 如果函数 $y = (a-1)x + a$ (其中 a 是常数) 是一次函数, 那么 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 用换元法解分式方程 $x^2 - x - 1 = \frac{6}{x^2 - x}$, 如果设 $y = x^2 - x$, 那么原方程可化为关于 y 的整式方程是 $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle \underline{\hspace{2cm}}$.

12.某品牌鞋子的长度 y cm 与鞋子的码数 x (码)之间满足一次函数关系.如果 22 码鞋子的长度为 16 cm ,44 码鞋子的长度为 27 cm ,那么长度为 24 cm 的鞋子码数是_____▲_____码.

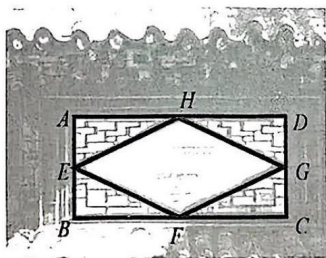
13.将一副三角板在平行四边形 $ABCD$ 中按照图 1 所示位置摆放,如果 $\angle 1 = 30^\circ$,那么 $\angle 2$ 的度数是_____▲_____



14.如果一个矩形的两条对角线的夹角是 60° ,那么这个矩形的短边与长边的比是▲
_____.

解析: 这个矩形的短边与长边的比是 $1:\sqrt{3}$

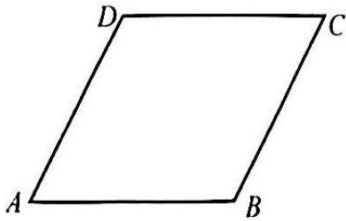
15.如图 2,在一座木建筑中,有一扇矩形窗户(四边形 $ABCD$),工人师傅准备联结窗户各边中点 E 、 F 、 G 、 H 来制作精美的装饰边框,如果他们测得边 AB 的长为 1 米,边 BC 的长为 2.4 米,那么四边形 $EFGH$ 的周长为_____▲_____米.



16.如果一个梯形的四条边的长度分别为 3,5,5,11,那么这个梯形的中位线长是_____▲_____.

17.数学小组在探究直线 $y = (a-1)x + 3 - 2a$ ($a \neq 1$) 时发现:无论 a 取什么值,该直线始终会经过同一个点 P ,那么点 P 坐标是_____▲_____.

18.如图 3,将一张菱形纸片 $ABCD$ 沿 DE 所在的直线翻折,使点 C 落在点 F 处,联结 DF 交边 AB 于点 G .如果 $\angle A = 60^\circ$, $AB = 2$, G 为 AB 中点,那么折痕 DE 与边 BC 的夹角的度数是_____.



三、解答题(本大题共 8 题,19-23 每题 6 分,24 题、25 题每题 8 分、26 题 12 分,满分 58 分)

19.解方程: $\frac{x}{x+3} + \frac{6}{x^2-9} = \frac{1}{x-3}$.

20.解方程组:
$$\begin{cases} x+3y=4, \\ x^2+4xy-5y^2=0. \end{cases}$$

21. 一个不透明的箱子里装有 2 个红球和 1 个黄球, 每个小球除颜色外其他完全都相同.

(1) 现从该箱子里摸出 1 个小球, 记下颜色后放回箱子里, 摇匀后, 再摸出 1 个小球, 求两次摸出的小球颜色恰好不同的概率.(用画树形图或列表的方法);

(2) 如果将箱子中增加若干个白球(与其他球除颜色外完全相同)后, 把箱子里的小球摇匀, 再随机摸出一个小球, 然后记下颜色后再放回箱子里, 通过大量重复实验后, 发现摸到红球的频率稳定于 0.4 左右, 请你估计增加白球的个数.

22. 【学习材料】

如何求直线 $y = 2x + 3$ 向右平移 5 个单位长度后的函数表达式呢?

因为所求直线是由直线 $y = 2x + 3$ 平移得到的,可以设所求直线的表达式为 $y = 2x + b$.

在直线 $y = 2x + 3$ 上取点 $A(0, 3)$,将这点向右平移 5 个单位得到 $A_1(5, 3)$,点 A_1 在平移后的直线上,于是代入得到 $3 = 2 \times 5 + b$,解得 $b = -7$.

所以直线 $y = 2x + 3$ 向右平移 5 个单位长度后的函数表达式是 $y = 2x - 7$.

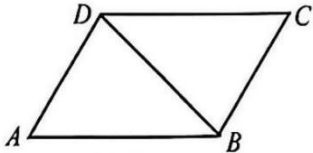
【根据以上学习材料解决问题】

(1) 如果直线 $y = -2x + 1$ 向左平移 m 个单位得到直线 $y = kx - 3$,求 k 和 m 的值;

(2) 如果直线 $y = kx + b$ 与直线 $y = -2x + 1$ 关于 y 轴对称,求这条直线的表达式.

23.某学校为了响应“绿色校园”倡议,计划在若干个月内种植一定数量的树木,使校园绿化总面积达到180平方米.实际在种植时,第一个月比原计划每个月多种植10平方米,并且按照这个进度继续推进,结果可以提前3个月完成目标.求实际执行中每月种植的绿化面积是多少平方米?

24. 【阅读材料】

老师提出的问题:	同学们的方案:
如图 4,在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD < AB$, $\angle A$ 为锐角.在对角线 BD 上如何确定点 E 、	方案 1:分别作 AE 平分 $\angle BAD$, CF 平分 $\angle BCD$,交 BD 于点 E 、 F .
F 的位置,使四边形 $AECF$ 为平行四边形?	方案 2:取 BD 的两个三等分点 E 、 F .
 图 4	方案 3:在 BD 上任意取一点 E ,联结 AE ,再以 C 为圆心, AE 长为半径画弧,交 BD 于点 F .

【解决问题】

(1) 写出以上三种方案中正确方案,并选择一种正确的方案,在图 1 中画出图形,并说明理由;

(2) 除了这些同学们已经研究的方案之外,你还有其他方案吗?请写出方案,画出图形,并说明理由.

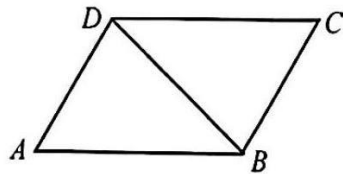


图 4

25.如图5,在平面直角坐标系 xOy 中,直线 $y = kx + 2$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于点 $A(4,0)$ 和点 B ,点 C 和点 E 分别在线段 AB 和 x 轴正半轴上,点 D 在第一象限内,且四边形 $OCDE$ 是菱形.

(1) 求 k 的值和点 B 坐标;

(2) 设直线 $y = kx + 2$ 与菱形 $OCDE$ 的边 DE 交于点 F .

① 当 F 是 AC 的中点时,判断 $\triangle OBC$ 的形状,并说明理由;

② 如果四边形 $OCFE$ 是直角梯形,求菱形 $OCDE$ 的边长.

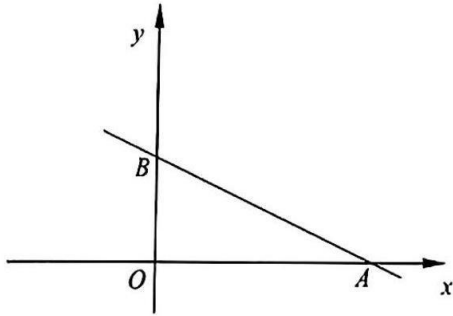
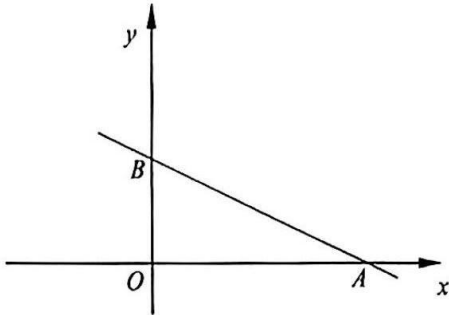


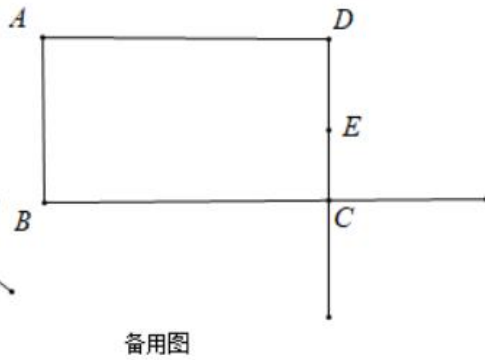
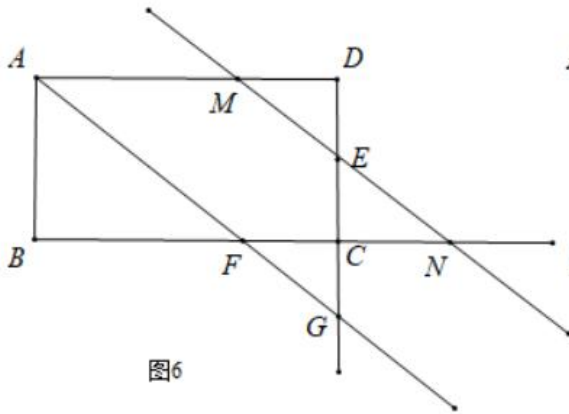
图 5



备用图

26.如图 6,在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $AD = 7$, E 是边 CD 的中点,点 F 在边 BC 上,联结 AF 并延长,交射线 DC 于点 G ,过点 E 作 AF 的平行线,分别交边 AD 与射线 BC 分别于点 M 、 N .

- (1) 如果点 F 与点 C 重合时,求 $\frac{AM}{DM}$ 的值;
- (2) 如果四边形 $AFNM$ 是菱形,求这个菱形的面积;
- (3) 联结 EF 、 GN ,当 $EF = GN$ 时,求 BF 的长.



2024 学年八年级数学练习卷

(2025.06)

(完卷时间 100 分钟,满分 100 分)

考生注意:

- 1.本试卷含三个大题,共 26 题.答题时,考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答,在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
- 2.除第一、二大题外,其余各题如无特别说明,都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题(本大题共 6 题,每题 3 分,满分 18 分)

- 1.下列二项方程中,有两个实数根的是(▲)

(A) $x^5 + 1 = 0$; (B) $x^4 - 1 = 0$; (C) $x^3 - 1 = 0$; (D) $x^2 + 1 = 0$.

解析: $x^4 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$

所以选 B.

- 2.成语是中华文化精髓的重要载体,其背后蕴含着丰富的历史典故与哲学智慧.通过学习、运用成语,并探究其蕴含的语言文化现象,是传承中华优秀传统文化的重要方式.下列成语所描述的事件中,不属于必然事件的是(▲)

(A) 水涨船高; (B) 日出东方; (C) 异口同声; (D) 冬去春来.

解析: 不属于必然事件的是异口同声

所以选 C.

3.如果一次函数 $y = kx + 3$ 的图像经过点 A , 且函数值 y 随自变量 x 的值增大而减小, 那么点 A 的坐标可以是(▲)

(A)(2,3); (B)(-3,2); (C)(-3,-2); (D)(2,-3).

解析: A 、当点 P 的坐标为(2,3)时, $2k + 3 = 3$.

解得: $k = 0 \therefore y$ 不随 x 的变化而变化, 选项 A 不符合题意;

当点 P 的坐标为(-3,2)时, $-3k + 3 = 2$

解得: $k = \frac{1}{3} > 0$, $\therefore y$ 随 x 的增大而增大, 选项 B 不符合题意;

C 、当点 P 的坐标为(-3,-2)时, $-3k + 3 = -2$,

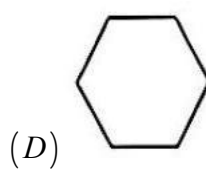
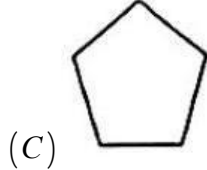
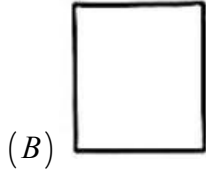
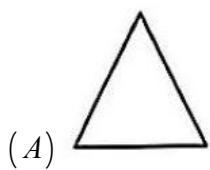
解得: $k = \frac{5}{3} > 0$, $\therefore y$ 随 x 的增大而增大, 选项 C 不符合题意;

D 、当点 P 的坐标为(2,-3)时, $2k + 3 = -3$

解得: $k = -3 < 0$, $\therefore y$ 随 x 的增大而减小, 选项 D 符合题意.

所以选: D .

4.下列多边形中,内角和最大的是(▲)



解析: 内角和最大的是六边形

所以选 D .

5.如果一个平行四边形的四个内角的平分线能拼成一个四边形,那么这个四边形一定是(▲)

(A) 矩形; (B) 菱形; (C) 正方形; (D) 等腰梯形.

解析: 如果一个平行四边形的四个内角的平分线能拼成一个四边形,那么这个四边形一定是矩形;

所以选 A.

6.符号“ $\Rightarrow$ ”读作“推出”,表示这个符号左边的数学事实可以推出右边的数学事实.下面是关于某个四边形的三个结论:①它的对角线互相垂直; ②它是一个正方形; ③它是一个菱形.下列用符号“ $\Rightarrow$ ”表示的推出过程正确的是(▲)

(A) ① $\Rightarrow$ ② $\Rightarrow$ ③; (B) ① $\Rightarrow$ ③ $\Rightarrow$ ②; (C) ② $\Rightarrow$ ③ $\Rightarrow$ ①; (D) ③ $\Rightarrow$ ① $\Rightarrow$ ②.

解析: 正方形 $\Rightarrow$ 菱形 $\Rightarrow$ 对角线互相垂直

所以选 C.

二、填空题(本大题共 12 题,每题 2 分,满分 24 分)

7.已知 $f(x) = 3x - 7$, 那么 $f(-2) = \text{-----} \blacktriangle \text{-----}$.

解析: $f(-2) = 3 \times (-2) - 7 = -13$

8.方程 $\sqrt{x-2} = 2$ 的根是 $\text{-----} \blacktriangle \text{-----}$.

解析: $\sqrt{x-2} = 2$

$$(\sqrt{x-2})^2 = 2^2$$

$$x-2=4$$

$$x=4+2$$

$$x=6$$

检验:当 $x=6$ 时, 左边: $\sqrt{x-2} = \sqrt{6-2} = \sqrt{4} = 2$

左边 = 右边

所以 $x=6$ 是方程 $\sqrt{x-2}=2$ 的根。

9. 写出一个二元二次方程, 使该方程有一个解是 $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$, 这个方程可以是_____▲

_____.

解析: $\begin{cases} x+y=-1 \\ xy=-2 \end{cases}$

10. 如果函数 $y=(a-1)x+a$ (其中 a 是常数) 是一次函数, 那么 a 的取值范围是_____▲

_____.

解析: $a-1 \neq 0 \Rightarrow a \neq 1$

11. 用换元法解分式方程 $x^2 - x - 1 = \frac{6}{x^2 - x}$, 如果设 $y = x^2 - x$, 那么原方程可化为关于 y 的整式方程是_____▲_____.

解析: $y - 1 = \frac{6}{y} \Rightarrow y^2 - y - 6 = 0$

12. 某品牌鞋子的长度 y cm 与鞋子的码数 x (码) 之间满足一次函数关系. 如果 22 码鞋子的长度为 16 cm, 44 码鞋子的长度为 27 cm, 那么长度为 24 cm 的鞋子码数是_____▲_____码.

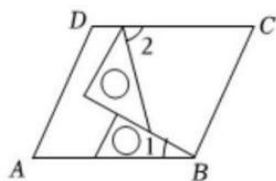
解析: 设 $y = kx + b$,

代入 $(22, 16), (44, 27)$ 得: $\begin{cases} 22k + b = 16 \\ 44k + b = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = 5 \end{cases}$

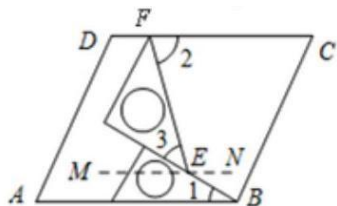
所以 $y = \frac{1}{2}x + 5$

所以当 $y = 24$ 时, $y = 38$

13. 将一副三角板在平行四边形 $ABCD$ 中按照图 1 所示位置摆放, 如果 $\angle 1 = 30^\circ$, 那么 $\angle 2$ 的度数是_____▲_____



解析: 如图, 过点 E 作 $MN \parallel AB$



$$\therefore \angle BEN = \angle 1 = 30^\circ$$

由题意得: $\angle 3 = 45^\circ$

$$\therefore \angle FEN = 180^\circ - \angle 3 - \angle BEN = 105^\circ$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$$\therefore AB \parallel CD$$

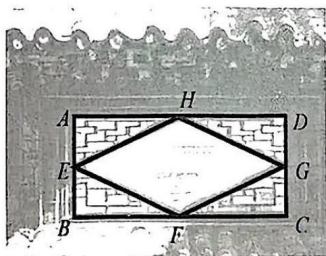
$$\therefore MN \parallel CD$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle FEN = 75^\circ$$

14. 如果一个矩形的两条对角线的夹角是 60° , 那么这个矩形的短边与长边的比是▲
_____.

解析: 这个矩形的短边与长边的比是 $1:\sqrt{3}$

15.如图2,在一座木建筑中,有一扇矩形窗户(四边形 $ABCD$),工人师傅准备联结窗户各边中点 E 、 F 、 G 、 H 来制作精美的装饰边框,如果他们测得边 AB 的长为1米,边 BC 的长为2.4米,那么四边形 $EFGH$ 的周长为_____▲_____米.



解析: 由题知: 四边形 $EFGH$ 为菱形;

$$\because AB = 1, BC = 2.4$$

$$\therefore BE = 0.5, BF = 1.2$$

$$\therefore EF = 1.3$$

所以形 $EFGH$ 的周长为5.2米

16.如果一个梯形的四条边的长度分别为3,5,5,11,那么这个梯形的中位线长是_____▲_____.

解析: 当3,11作底边, 5,5为腰时, 梯形的中位线长为7

当5,11作底边, 3,5为腰时, 梯形的中位线长为8

综上这个梯形的中位线长是7或8

17.数学小组在探究直线 $y = (a-1)x + 3 - 2a$ ($a \neq 1$) 时发现: 无论 a 取什么值, 该直线始终会经过同一个点 P , 那么点 P 坐标是_____▲_____.

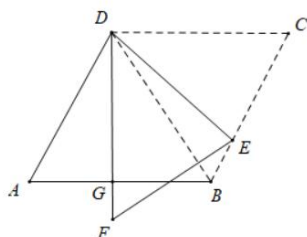
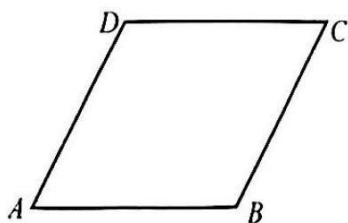
$$\text{解析: } y = (a-1)x + 3 - 2a = ax - x + 3 - 2a = a(x-2) + 3 - x$$

因为 a 取什么值, 该直线始终会经过同一个点 P

$$\text{所以} \begin{cases} x-2=0 \\ y=3-x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

所以 $P(2,1)$

18.如图 3,将一张菱形纸片 $ABCD$ 沿 DE 所在的直线翻折,使点 C 落在点 F 处,联结 DF 交边 AB 于点 G .如果 $\angle A = 60^\circ$, $AB = 2$, G 为 AB 中点,那么折痕 DE 与边 BC 的夹角的度数是_____.



解析: 如图所示: 联结 BD

$\because ABCD$ 是菱形, $\angle A = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ABD$ 为等边三角形

$\therefore \angle ADC = 120^\circ, \angle C = 60^\circ$

$\because G$ 为 AB 中点

$\therefore \angle ADG = \angle BDG = 30^\circ$

$\because$ 翻折

$$\therefore \angle FDE = \angle CDE = \frac{120^\circ - 30^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$\therefore \angle DCE = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$$

三、解答题(本大题共 8 题,19-23 每题 6 分,24 题、25 题每题 8 分、26 题 12 分,满分 58 分)

19.解方程: $\frac{x}{x+3} + \frac{6}{x^2-9} = \frac{1}{x-3}$.

解析: $x(x-3)+6=x+3$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = 3.$$

经检验: $x = 3$ 是方程的增根, $x = 1$ 是原方程的根

20.解方程组: $\begin{cases} x+3y=4, \\ x^2+4xy-5y^2=0. \end{cases}$

解析: 由②得 $(x+5y)(x-y)=0$

得 $x+5y=0$ 或 $x-y=0$

将它们与方程①分别组成方程组, 得 $\begin{cases} x+3y=4 \\ x+5y=0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x+3y=4 \\ x-y=0 \end{cases}$

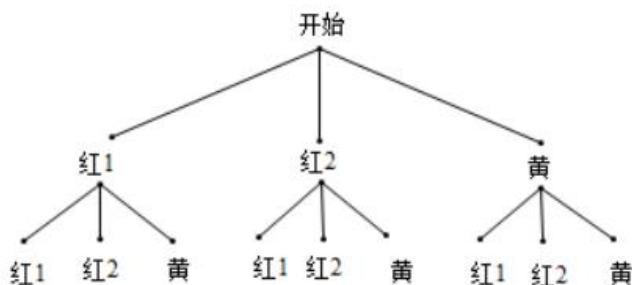
解这两个方程组, 得原方程组的解为 $\begin{cases} x_1=10, \\ y_1=-2; \end{cases} \begin{cases} x_2=1, \\ y_2=1. \end{cases}$

21.一个不透明的箱子里装有 2 个红球和 1 个黄球,每个小球除颜色外其他完全都相同.

(1) 现从该箱子里摸出1个小球,记下颜色后放回箱子里,摇匀后,再摸出1个小球,求两次摸出的小球颜色恰好不同的概率.(用画树形图或列表的方法);

(2) 如果将箱子中增加若干个白球(与其他球除颜色外完全相同)后,把箱子里的小球摇匀,再随机摸出一个小球,然后记下颜色后再放回箱子里,通过大量重复实验后,发现摸到红球的频率稳定于0.4左右,请你估计增加白球的个数.

解析: (1) 如图所示:



$$P = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

(2) 设增加 x 个白球, 则

$$\frac{2}{3+x} = 0.4$$

解得: $x = 2$

所以需要增加 2 个白球

22. 【学习材料】

如何求直线 $y = 2x + 3$ 向右平移 5 个单位长度后的函数表达式呢?

因为所求直线是由直线 $y = 2x + 3$ 平移得到的,可以设所求直线的表达式为 $y = 2x + b$.

在直线 $y = 2x + 3$ 上取点 $A(0, 3)$, 将这点向右平移 5 个单位得到 $A_1(5, 3)$, 点 A_1 在平移后的直线上, 于是代入得到 $3 = 2 \times 5 + b$, 解得 $b = -7$.

所以直线 $y = 2x + 3$ 向右平移 5 个单位长度后的函数表达式是 $y = 2x - 7$.

【根据以上学习材料解决问题】

(1) 如果直线 $y = -2x + 1$ 向左平移 m 个单位得到直线 $y = kx - 3$, 求 k 和 m 的值;

(2) 如果直线 $y = kx + b$ 与直线 $y = -2x + 1$ 关于 y 轴对称, 求这条直线的表达式.

解析: (1) 平移 k 相等, $\therefore k = -2$

在直线 $y = -2x + 1$ 取 $(0, 1)$ 向左平移 m 得到 $(-m, 1)$, 代入 $y = -2x - 3$ 得

$$1 = -2(-m) - 3 \Rightarrow m = 2$$

(2) 因为直线 $y = kx + b$ 与直线 $y = -2x + 1$ 关于 y 轴对称

所以 $y = kx + 1$

取直线 $y = -2x + 1$ 的点 $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ 关于 y 轴对称点为 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

将 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 代入 $y = kx + 1$ 得:

$$0 = -\frac{1}{2}k + 1 \Rightarrow k = 2$$

所以这条直线的表达式为: $y = 2x + 1$

23.某学校为了响应“绿色校园”倡议,计划在若干个月内种植一定数量的树木,使校园绿化总面积达到180平方米.实际在种植时,第一个月比原计划每个月多种植10平方米,并且按照这个进度继续推进,结果可以提前3个月完成目标.求实际执行中每月种植的绿化面积是多少平方米?

解析：实际执行中每月种植的绿化面积是 x 平方米，则原计划每月种植的绿化面积是 $(x-10)$ 平方米；

$$\frac{180}{x-10}-\frac{180}{x}=3$$

解得： $x_1=30,x_2=-20$

经检验 $x=30$ 是原方程的解，且符合题意；

答：实际执行中每月种植的绿化面积是 30 平方米。

24. 【阅读材料】

老师提出的问题:	同学们的方案:
如图 4,在平行四边形 $ABCD$ 中, $AD < AB$, $\angle A$ 为锐角.在对角线 BD 上如何确定点 E 、	方案 1:分别作 AE 平分 $\angle BAD$, CF 平分 $\angle BCD$,交 BD 于点 E 、 F .
F 的位置,使四边形 $AECF$ 为平行四边形?	方案 2:取 BD 的两个三等分点 E 、 F .
图 4	方案 3:在 BD 上任意取一点 E ,联结 AE ,再以 C 为圆心, AE 长为半径画弧,交 BD 于点 F .

【解决问题】

(1) 写出以上三种方案中正确方案,并选择一种正确的方案,在图 1 中画出图形,并说明理由;

(2) 除了这些同学们已经研究的方案之外,你还有其他方案吗?请写出方案,画出图形,并说明理由.

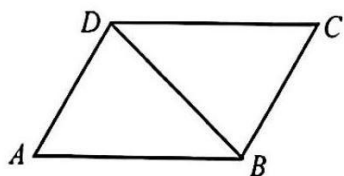
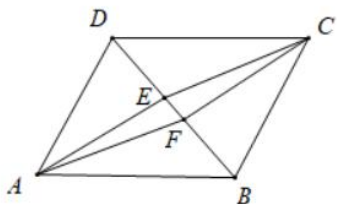


图 4



解析: (1) 如图所示:

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$\therefore DC \parallel AB, DC = AB, AD \parallel BC, AD = BC, \angle DAB = \angle BCD, \angle ADC = \angle ABC$

$\because AE$ 平分 $\angle BAD, CF$ 平分 $\angle BCD,$

$\therefore \angle BAE = \angle DAE = \frac{1}{2} \angle DAC = \angle BCF = \angle DCF = \frac{1}{2} \angle DBC,$

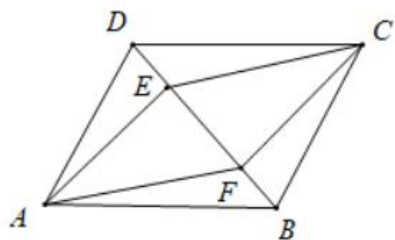
$\therefore \triangle ABF \cong \triangle CDE$

$\therefore EC = AF$

同理 $AE = CF$

所以四边形 $AECF$ 为平行四边形

(2) 如图所示：在 BD 上取点 E 、 F 使得 $DE = BF$



易证 $\triangle AED \cong \triangle CFB$

$\therefore AE = CE, \angle AED = \angle CFB$

$\therefore \angle AEF = \angle CFE$

$\therefore AE \parallel CF$

所以四边形 $AECF$ 为平行四边形

25. 如图 5, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = kx + 2$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于点 $A(4, 0)$ 和点 B , 点 C 和点 E 分别在线段 AB 和 x 轴正半轴上, 点 D 在第一象限内, 且四边形 $OCDE$ 是菱形.

(1) 求 k 的值和点 B 坐标;

(2) 设直线 $y = kx + 2$ 与菱形 $OCDE$ 的边 DE 交于点 F .

① 当 F 是 AC 的中点时, 判断 $\triangle OBC$ 的形状, 并说明理由;

② 如果四边形 $OCFE$ 是直角梯形, 求菱形 $OCDE$ 的边长.

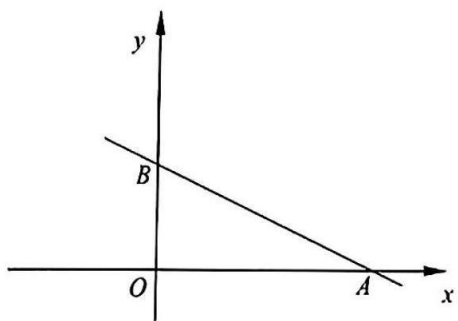
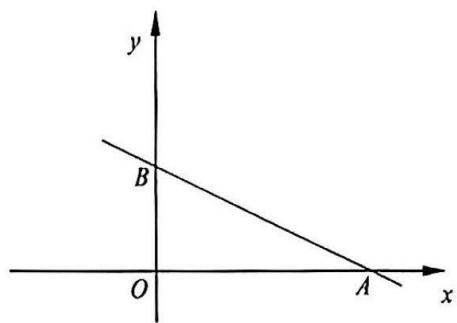


图 5

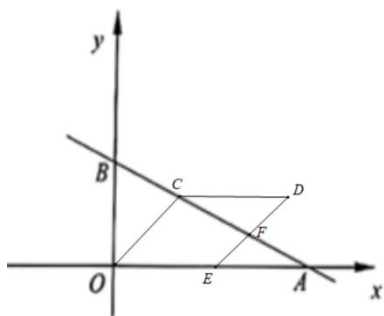


备用图

解析: (1) 将 $A(4,0)$ 代入 $y=kx+2$ 得: $0=4k+2 \Rightarrow k=-\frac{1}{2}$

$B(0,2)$

(2) ① $y=-\frac{1}{2}x+2$



$\because$ 四边形 $OCDE$ 为菱形

$$\therefore OC = CD = DE = OE$$

$\because F$ 是 AC 的中点

$$\therefore \triangle AEF \cong \triangle CDF$$

$$\therefore AE = CD$$

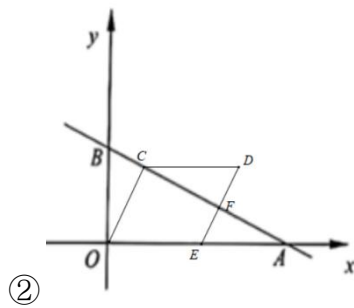
$$\because OA = 4$$

$$\therefore OE = AE = 2$$

$$\therefore OC = OB = 2$$

$$\because \angle OBC \neq 60^\circ$$

$\therefore \triangle OBC$ 为等腰三角形



由题知: $\because$ 四边形 $OCFE$ 是直角梯形

只能 $EF \parallel OC$

$$\therefore \angle OCA = \angle OCB = 90^\circ$$

$$\because OB = 2, OA = 4$$

$$\therefore AB = 2\sqrt{5}$$

设 $BC = m$, 则 $AC = 2\sqrt{5} - m$

$$\therefore OC^2 = OB^2 - BC^2 = OA^2 - AC^2$$

$$\therefore 2^2 - m^2 = 4^2 - (2\sqrt{5} - m)^2$$

$$\text{解得: } m = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

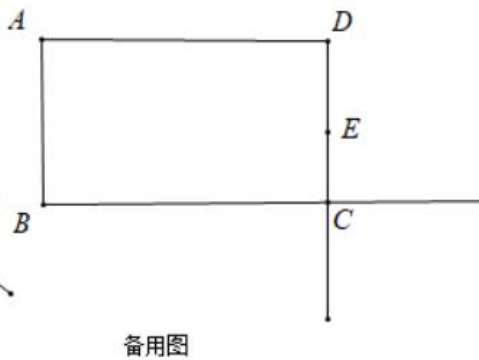
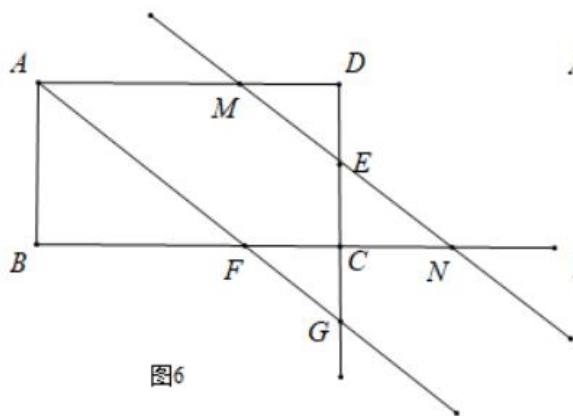
$$\therefore OC = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

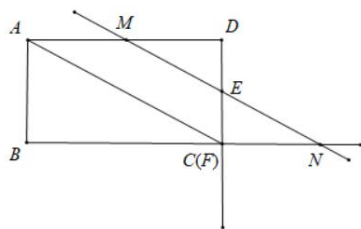
26.如图 6,在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $AD = 7$, E 是边 CD 的中点,点 F 在边 BC 上,联结 AF 并延长,交射线 DC 于点 G ,过点 E 作 AF 的平行线,分别交边 AD 与射线 BC 分别于点 M 、 N .

(1) 如果点 F 与点 C 重合时,求 $\frac{AM}{DM}$ 的值;

(2) 如果四边形 $AFNM$ 是菱形,求这个菱形的面积;

(3) 联结 EF 、 GN ,当 $EF = GN$ 时,求 BF 的长.





解析: (1) 如图

$$\because AM \parallel CN, ME \parallel AF$$

$\therefore$ 四边形 $AMNF$ 是平行四边形

$$\therefore AM = CN$$

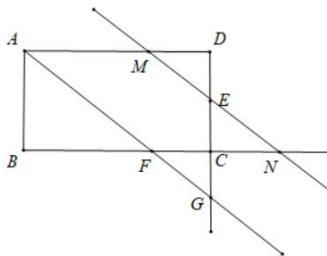
$$\because E \text{ 为 } FD \text{ 的中点}, \angle MDE = \angle NFE, \angle EMD = \angle ENF,$$

$$\therefore \triangle MDE \cong \triangle NFE$$

$$\therefore FN = MD$$

$$\therefore AM = MD$$

$$\therefore \frac{AM}{DM} = 1$$



(2) 如图:

由(1)得 $\triangle MDE \cong \triangle NCE$, 四边形 $AMNF$ 是平行四边形

$$\therefore CN = MD$$

设 $MD = x$, 则 $CN = x, AM = 7 - x, FC = 7 - 2x, BF = 2x$

2° 若 $EFGN$ 为等腰梯形时;

$$\therefore EC = NE = \frac{3}{2}$$

$$\therefore MD = \frac{3}{2}$$

$$\therefore AM = \frac{11}{2}$$

$$\therefore FC = \frac{11}{2} - \frac{3}{2} =$$

$$\therefore BF = 3$$