

上海市静安区 2024-2025 学年八年级（下）期末数学模拟练习试卷

考试范围：一次函数、代数方程、四边形、平面向量、概率

题号	一	二	三	总分
得分				

注意事项:

- 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在试卷上无效。
- 考试结束后，本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 下列说法中，正确的是()

- A. “ $a < 0$, $|a| < 0$ ” 是必然事件
- B. “打开电视，正在播放广告” 是不可能事件
- C. 任意掷一枚质地均匀的硬币 10 次，正面朝上的次数一定是 5 次
- D. 在相同条件下，通过大量重复试验，可以用一个事件发生的频率估计这一事件发生的概率

【答案】D

【解析】解：A、“ $a < 0$, $|a| < 0$ ” 是不可能事件，故选项不符合题意；
B、“打开电视，正在播放广告” 是随机事件，故选项不符合题意；
C、任意掷一枚质地均匀的硬币 10 次，正面朝上的次数不一定是 5 次，故选项不符合题意；
D、在相同条件下，通过大量重复试验，可以用一个事件发生的频率估计这一事件发生的概率，故选项符合题意。

故选：D.

2. 一次函数 $y = x - 2$ 的图象不经过()

- A. 第一象限
- B. 第二象限
- C. 第三象限
- D. 第四象限

【答案】A

【解析】解： $\because$ 一次函数 $y = x - 2$ 中， $k = 1 > 0$, $b = -2 < 0$,
 $\therefore$ 此函数的图象经过二、三、四象限，不经过第一象限。

故选 A.

3. 下列方程有实数根的是()

A. $x^2 + 2x - 1 = 0$;

B. $x^4 + 2 = 0$;

C. $\sqrt{x^2 - 2} = -1$;

D. $\frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$;

【答案】A

【解析】解：A、 $\because x^2 + 2x - 1 = 0$, $\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) = 8 > 0$, 方程有实数根, 故本选项符合题意;

B、 $\because x^4 > 0$, $\therefore x^4 + 2 = 0$ 无实数根; 故本选项不符合题意;

C、 $\because \sqrt{x^2 - 2} \geq 0$, $\therefore \sqrt{x^2 - 2} = -1$ 无实数根, 故本选项不符合题意;

D、解分式方程 $\frac{x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$, 可得 $x = 1$, 经检验 $x = 1$ 是分式方程的增根, 故本选项不符合题意.

故选 A.

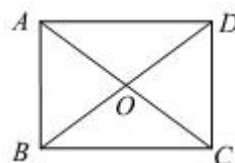
4. 如图, 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 交于点 O , 下列选项中错误的是()

A. $\overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{BC}$

B. $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$

C. $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{DO}$

D. $\overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OA}$



【答案】C

【解析】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AD \parallel BC$, $AB = CD$, $BO = OD$, $CO = OA$,

$\therefore \overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{BO} = \overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OA}$,

$\therefore$ 选项 C 错误, 选项 A、B、D 正确, 故选: C.

5. 下列命题中正确的是()

A. 两条对角线互相平分的四边形是平行四边形

B. 两条对角线相等的四边形是矩形

C. 两条对角线互相垂直的四边形是菱形

D. 两条对角线互相垂直且平分的四边形是正方形

【答案】A

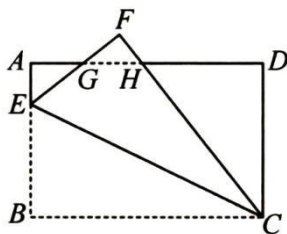
【解析】解：A、两条对角线互相平分的四边形是平行四边形, 故本选项正确.

B、两条对角线相等且平分的四边形是矩形; 故本选项错误.

C、对角线互相垂直平分的四边形是菱形；故本选项错误。

D、两条对角线互相垂直相等且平分的四边形是正方形。故本选项错误。故选 A。

6.如图，在矩形纸片 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $BC = 6$ ，点 E 在边 AB 上，将纸片沿 CE 折叠，使点 B 落在点 F 处， EF ， CF 分别交 AD 于点 G ， H ，且 $EG = GH$ ，则 AE 的长为 ()



A. $\frac{2}{3}$

B. 1

C. $\frac{3}{2}$

D. 2

【答案】B

【解析】解：∵将 $\triangle CBE$ 沿 CE 翻折至 $\triangle CFE$ ，

$$\therefore \angle F = \angle B = \angle A = 90^\circ, BE = EF,$$

在 $\triangle AGE$ 与 $\triangle FGH$ 中，

$$\begin{cases} \angle A = \angle F \\ \angle AGE = \angle FGH, \\ EG = GH \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AGE \cong \triangle FGH (AAS),$$

$$\therefore FH = AE, GF = AG,$$

$$\therefore AH = BE = EF,$$

$$\text{设 } AE = x, \text{ 则 } AH = BE = EF = 4 - x,$$

$$\therefore DH = x + 2, CH = 6 - x,$$

$$\therefore CD^2 + DH^2 = CH^2,$$

$$\therefore 4^2 + (2 + x)^2 = (6 - x)^2,$$

$$\therefore x = 1,$$

$$\therefore AE = 1,$$

故选：B。

二、填空题：本题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。

7.若函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x}$ 有意义，则自变量 x 的取值范围是_____。

【答案】 $x \geq -2$ 且 $x \neq 0$

【解析】解：根据二次根式有意义，分式有意义得： $x+2 \geq 0$ 且 $x \neq 0$,

解得： $x \geq -2$ 且 $x \neq 0$.

故答案为： $x \geq -2$ 且 $x \neq 0$.

8. 设函数 $y = -\frac{3}{x}$ 与 $y = x + 6$ 的图像的交点坐标为 (a, b) , 则 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ 的值为_____.

【答案】 -2

【解析】解： $\because$ 函数 $y = -\frac{3}{x}$ 与 $y = x + 6$ 的图像的交点坐标为 (a, b) ,

$$\therefore b = -\frac{3}{a}, \quad b = a + 6,$$

$$\therefore ab = -3, \quad b - a = 6,$$

$$\therefore \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{b-a}{ab} = \frac{6}{-3} = -2.$$

故答案为 -2 .

9. 二项方程 $x^3 + 8 = 0$ 的实数解是_____.

【答案】 -2

【解析】解： $\because x^3 + 8 = 0$,

$$\therefore x^3 = -8,$$

$$\therefore x = -2.$$

$\therefore$ 二项方程 $x^3 + 8 = 0$ 的实数解是 -2 .

故答案为： -2 .

10. 若 $x = 2$ 是关于 x 的方程 $x - 4x + c = 0$ 的一个解，则 c 的值_____.

【答案】 6

【解析】解：把 $x = 2$ 代入关于 x 的方程 $x - 4x + c = 0$ 中，得 $2 - 4 \times 2 + c = 0$,

解得： $c = 6$,

故答案为： 6 .

11. 用换元法解方程 $\frac{2(x-1)}{x^2} - \frac{x^2}{3(x-1)} = 1$ 时，设 $y = \frac{x-1}{x^2}$ ，则原方程可化为关于 y 的整式方程是_____.

【答案】 $6y^2 - 3y - 1 = 0$

【解析】

$$\because y = \frac{x-1}{x^2},$$

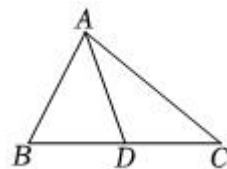
$$\therefore \frac{2(x-1)}{x^2} = 2y, \quad \frac{x^2}{3(x-1)} = \frac{1}{3y},$$

∴原方程可化为 $2y - \frac{1}{3y} = 1$, 去分母, 得: $6y^2 - 1 = 3y$,

整理得: $6y^2 - 3y - 1 = 0$, ∴原方程可化为关于 y 的整式方程是 $6y^2 - 3y - 1 = 0$.

故答案为: $6y^2 - 3y - 1 = 0$.

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 BC 的中点, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AD}$ 为_____.



【答案】 $\frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a}$

【解析】解: ∵向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$,

$$\therefore \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}.$$

∵ D 是边 BC 的中点,

$$\therefore \overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}.$$

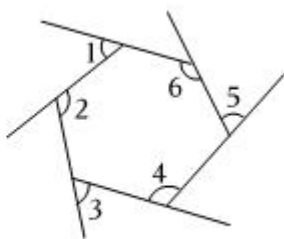
$$\therefore \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a}.$$

故答案为: $\frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a}$.

13. “花影遮墙, 峰峦叠窗”, 苏州园林空透的窗棂中蕴含着许多的数学元素. 图①中的窗棂是冰裂纹窗棂, 图②是这种窗棂中的部分图案. 若 $\angle 1 + \angle 3 + \angle 5 = 186^\circ$, 则 $\angle 2 + \angle 4 + \angle 6 =$ _____°.

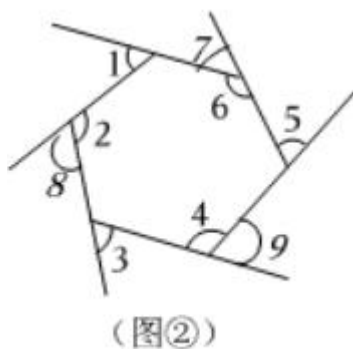


(图①)



(图②)

【答案】 366



【解析】解：如图，

$$\because \angle 1 + \angle 8 + \angle 3 + \angle 9 + \angle 5 + \angle 7 = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle 8 + \angle 9 + \angle 7 = 360^\circ - (\angle 1 + \angle 3 + \angle 5) = 174^\circ.$$

$$\therefore \angle 2 + \angle 4 + \angle 6 = 180^\circ \times 3 - (\angle 8 + \angle 9 + \angle 7) = 366^\circ.$$

故答案为：366.

14. 在一个不透明的口袋中，装有一些除颜色外完全相同的红、白、黑三种颜色的小球。已知袋中有红球 5 个，白球 23 个，且从袋中随机摸出一个红球的概率是 $\frac{1}{10}$ ，则袋中黑球的个数是_____.

【答案】22

【解析】解：设袋中黑球的个数为 x ，

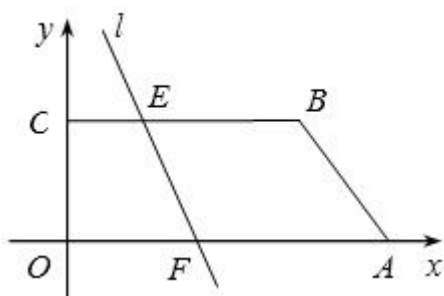
$$\text{根据题意得 } \frac{5}{5+23+x} = \frac{1}{10}$$

解得 $x = 22$ ，

即袋中黑球的个数为 22 个.

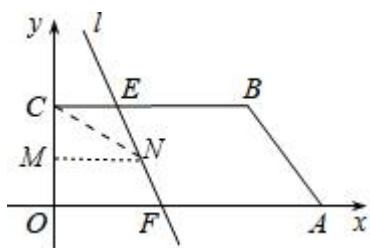
故答案为：22.

15. 如图，直角坐标系中， $O(0,0)$ ， $A(8,0)$ ， $B(6,2)$ ， $C(0,2)$ ，动直线 l 与 BC 、 OA 交于点 E 、 F ，且将四边形 $OABC$ 分为面积相等的两部分，则点 C 到动直线 l 的距离的最大值为_____.



【答案】 $\frac{\sqrt{53}}{2}$

【解析】解：∵ $O(0,0)$, $A(8,0)$, $B(6,2)$, $C(0,2)$



$$\therefore BC = 6, AO = 8, OC = 2,$$

$$\therefore \text{四边形} ABCO \text{的面积} = \frac{1}{2} \times 14 \times 2 = 14,$$

$$\therefore \text{四边形} COFE \text{面积} = 7,$$

$$\therefore CE + OF = 7,$$

取 M , N 分别是 OC , EF 的中点,

$$\therefore MN = 3.5,$$

$\therefore N$ 是一定点,

若 C 到 l 的距离最大, 则 $l \perp CN$,

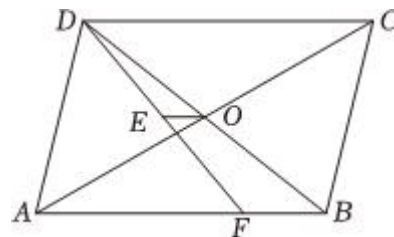
$\therefore$ 点 C 到动直线 l 的距离的最大值为 CN 的长,

在 $Rt \triangle CNM$ 中, $MN = 3.5$, $CM = 1$,

$$\therefore CN = \sqrt{1 + \frac{49}{4}} = \frac{\sqrt{53}}{2}.$$

故答案为 $\frac{\sqrt{53}}{2}$.

16. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O , $\angle ADC$ 的平分线与边 AB 相交于点 F , E 是 DF 的中点, 若 $AB = 6$, $BC = 4$, 则 EO 的长为_____.



【答案】 1

【解析】解：∵ 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $AB = CD$, $AD = BC = 4$, $OD = OB$,

$$\therefore \angle CDF = \angle AFD,$$

$$\therefore DF \text{ 平分 } \angle ADC,$$

$$\therefore \angle CDF = \angle ADF,$$

$$\therefore \angle AFD = \angle ADF,$$

$$\therefore AP = AD = 4,$$

$$\because AB = 6,$$

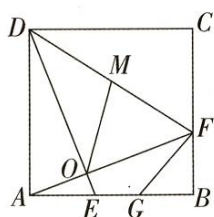
$$\therefore BF = 2,$$

$$\because E \text{ 是 } FD \text{ 中点, } DO = OB,$$

$$\therefore OE = \frac{1}{2}BF = 1.$$

故答案为: 1.

17. 如图, 在边长为 6 的正方形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别是边 AB, BC 上的动点, 且满足 $AE = BF$, AF 与 DE 交于点 O , 点 M 是 DF 的中点, G 是边 AB 上的点, $AG = 2GB$, 则 $OM + \frac{1}{2}FG$ 的最小值是_____.



【答案】 5

【解析】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AD = AB, \angle DAB = \angle ABC = 90^\circ.$$

$$\text{又} \because AE = BF,$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BAF (SAS),$$

$$\therefore \angle ADE = \angle BAF,$$

$$\therefore \angle DOF = \angle ADO + \angle DAO = \angle BAF + \angle DAO = \angle DAB = 90^\circ.$$

$$\because \text{点 } M \text{ 是 } DF \text{ 的中点},$$

$$\therefore OM = \frac{1}{2}DF.$$

如图所示, 在 AB 的延长线上截取 $BH = BG$, 连接 FH ,

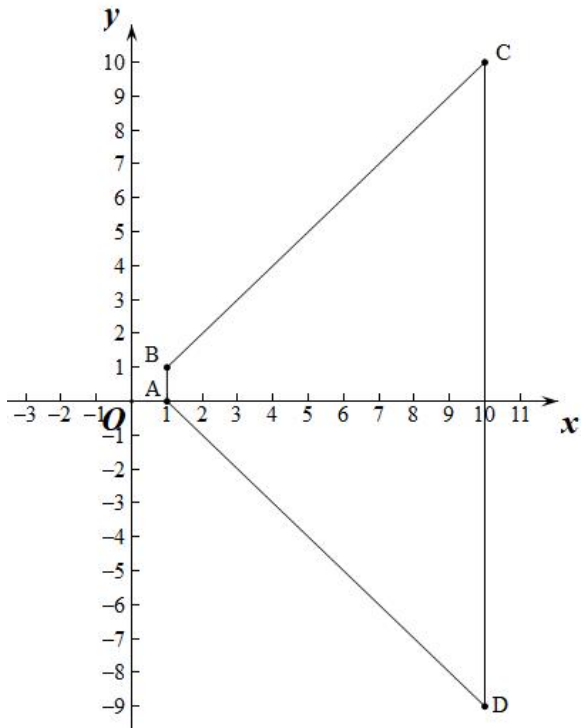
$$\because \angle FBG = \angle FBH = 90^\circ, FB = FB, BG = BH,$$

$$\therefore \triangle FBG \cong \triangle FBH (SAS),$$

$$\therefore FH = FG,$$

$$\therefore OM + \frac{1}{2}FG = \frac{1}{2}DF + \frac{1}{2}HF = \frac{1}{2}(DF + HF),$$

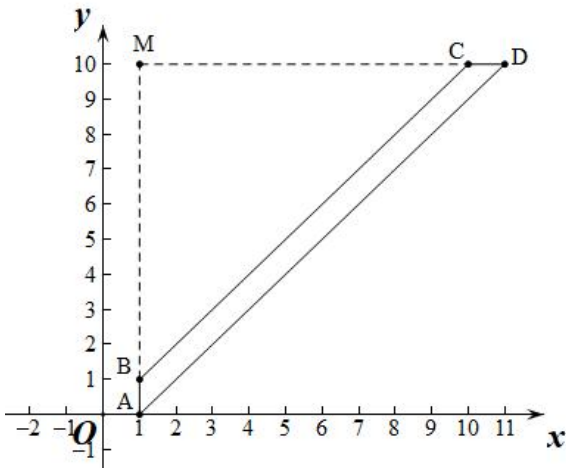
$\therefore$ 当 H, D, F 三点共线时, $DF + HF$ 有最小值, 即此时 $OM + \frac{1}{2}FG$ 有最小值, 最小值即为 DH 长的一半.



根据等腰梯形的性质可得, $x_D = x_C = 10$, $y_C - y_B = y_A - y_D$, 即 $10 - 1 = 0 - y_D$,

$\therefore y_D = -9$, $\therefore$ 此时点D的坐标为 $(10, -9)$;

②当 $BC \parallel AD$, $AB = DC$ 时, 四边形ABCD是等腰梯形, 延长AB、DC交于点M, 如图:



$\therefore A(1, 0)$, $B(1, 1)$, $C(10, 10)$,

$\therefore AB \parallel y$ 轴, B、C两点都在第一象限的角平分线上,

$\therefore \angle MBC = 45^\circ$,

根据等腰梯形的性质可得, $\angle MCB = \angle MBC = 45^\circ$,

$\therefore \angle BMC = 180^\circ - \angle MCB - \angle MBC = 90^\circ$, $\therefore MC \perp AB$,

$\therefore MC$ 与x轴平行, 即 $CD \parallel x$ 轴,

又 $\because C(10, 10)$, $CD = AB = 1$, $\therefore$ 此时点 D 的坐标为 $(11, 10)$;

综上所述, 点 D 的坐标为 $(10, -9)$ 或 $(11, 10)$. 故答案为: $(10, -9)$ 或 $(11, 10)$.

三、解答题: 本题共 8 小题, 共 66 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

19.(本小题 6 分)解方程: $\sqrt{2x^2 + 7x} - 2 = x$.

【答案】解: 移项得: $\sqrt{2x^2 + 7x} = x + 2$,

两边平方得: $2x^2 + 7x = (x + 2)^2$

整理得: $x^2 + 3x - 4 = 0$,

解得: $x_1 = -4$, $x_2 = 1$,

经检验, $x_1 = -4$ 是增根, $x_2 = 1$ 是原方程的根,

$\therefore$ 原方程的根是 $x_2 = 1$.

20.(本小题 6 分)解方程组: $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 9x^2 - 12xy + 4y^2 = 16 \end{cases}$

【答案】解: $\begin{cases} x + 2y = 8 \text{ ①} \\ 9x^2 - 12xy + 4y^2 = 16 \text{ ②} \end{cases}$, 由②, 得 $(3x - 2y)^2 = 16$,

$\therefore 3x - 2y = 4$ ③或 $3x - 2y = -4$ ④. 由①③、①④得到新的方程组 $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$, $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 3x - 2y = -4 \end{cases}$

解这两个方程组, 得 $\begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = \frac{5}{2} \end{cases}$, $\begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = \frac{7}{2} \end{cases}$

21.(本小题 6 分)【概念引入】对于给定的一次函数 $y = kx + b$ (其中 k, b 为常数, 且 $k \neq 0$), 则称函数 $y =$

$\begin{cases} -kx + b (x \geq 0) \\ kx + b (x < 0) \end{cases}$ 为一次函数 $y = kx + b$ 的伴随函数.

例如: 一次函数 $y = 3x - 4$, 它的伴随函数为 $y = \begin{cases} -3x - 4 (x \geq 0) \\ 3x - 4 (x < 0) \end{cases}$.

【理解运用】

(1)对于一次函数 $y = 2x + 2$, 请写出它的伴随函数的表达式.

(2)为了研究函数 $y = 2x + 2$ 的伴随函数的图象小红同学制作了如下表格:

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	-2	-----	2	0	-----	...

请你补全表格中空白处的数据, 并根据表中的数据在图 1 所给的坐标系中画出函数 $y = 2x + 2$ 的伴随函数的图象.

【拓展提升】已知直线 $y = x - 1$ 与 $y = 2x + 2$ 的伴随函数的图象交于 A, B 两点(点 A 在点 B 的下方), 点 $P(0, m)$ 在 y 轴上, 当 $\triangle ABP$ 的面积为 8 时, 求 m 的值.

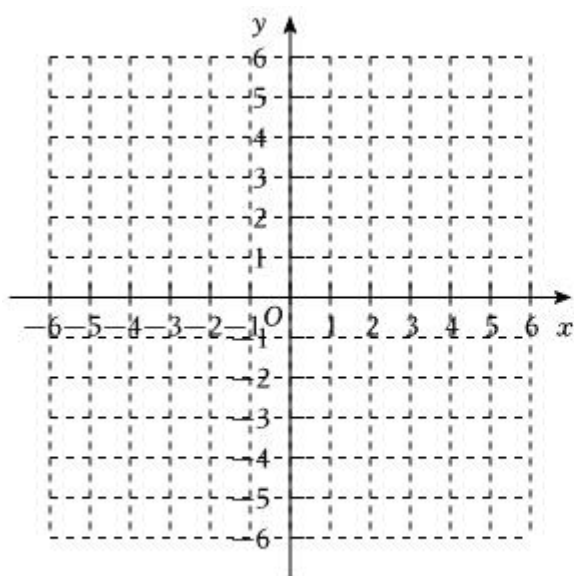
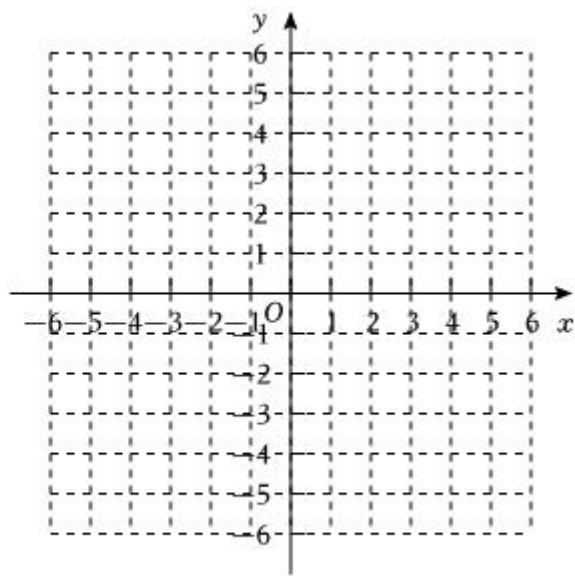


图1



备用图

【答案】 $y = \begin{cases} -2x + 2(x \geq 0) \\ 2x + 2(x < 0) \end{cases}$; 表格见解析, 图象见解析;

【拓展提升】 3 或 -5.

(1)由题意得: 一次函数 $y = 2x + 2$ 的伴随函数为 $y = \begin{cases} -2x + 2(x \geq 0) \\ 2x + 2(x < 0) \end{cases}$.

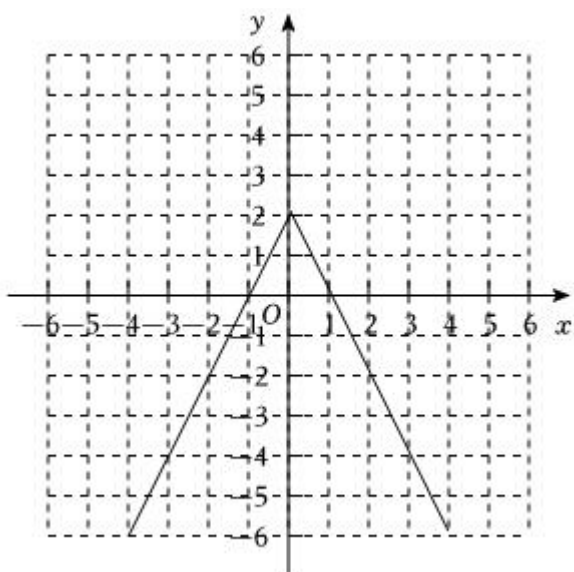
(2)当 $x = -1$ 时, $y = 2 \times (-1) + 2 = 0$,

当 $x = 2$ 时, $y = -2 \times 2 + 2 = -2$.

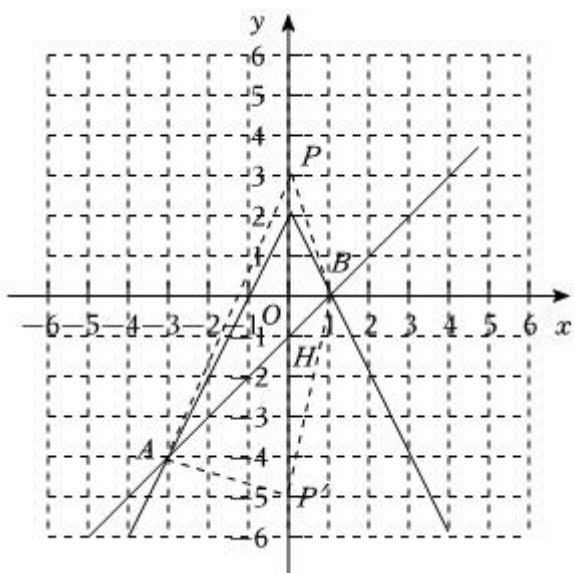
则补全表格如下:

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	-2	0	2	0	-2	...

根据表中的数据在图中所给的坐标系中画出函数 $y = 2x + 2$ 的伴随函数的图象如下:



【拓展提升】如图, 设直线 $y = x - 1$ 与 y 轴交于点 H ,



$\because$ 直线 $y = x - 1$ 与 $y = 2x + 2$ 的伴随函数的图象交于 A , B 两点 (点 A 在点 B 的下方),

$\therefore$ 联立 $\begin{cases} y = 2x + 2 \\ y = x - 1 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x = -3 \\ y = -4 \end{cases}$, 即 $A(-3, -4)$,

联立 $\begin{cases} y = -2x + 2 \\ y = x - 1 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$, 即 $B(1, 0)$,

将 $x = 0$ 代入 $y = x - 1$ 得: $y = -1$, 即 $H(0, -1)$,

$\therefore P(0, m)$,

$\therefore PH = |m - (-1)| = |m + 1|$,

$\because \triangle ABP$ 的面积为 8,

$\therefore S_{\triangle BPH} + S_{\triangle APH} = 8$,

$$\therefore \frac{1}{2} \times 3 \times |m+1| + \frac{1}{2} \times 1 \times |m+1| = 8,$$

解得 $m = 3$ 或 $m = -5$,

所以 m 的值为 3 或 -5 .

22. (本小题 8 分) 某体育馆在暑假期间推出“全民健身”优惠活动, 设置两种套餐:

套餐一: 按照运动次数收费;

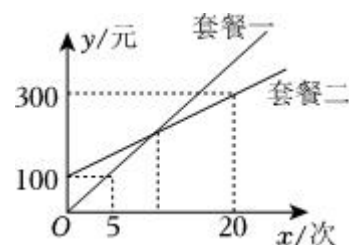
套餐二: 先交会员费, 再将每次运动收费打折.

设运动次数为 x , 所需费用为 y 元, y 与 x 之间的函数关系图象如图.

(1) 分别求出套餐一和套餐二中的 y 关于 x 的函数表达式;

(2) 去体育馆健身多少次时, 两种套餐费用一样? 费用是多少?

(3) 小马准备 300 元去该体育馆办理套餐, 选择哪种套餐划算? 请说明理由.



【答案】 解: (1) 设选择套餐一时, y 关于 x 的函数表达式为 $y_1 = k_1x$,

由题意, 得 $5k_1 = 100$,

解得 $k_1 = 20$,

$\therefore y_1 = 20x$,

设选择套餐二时, y 关于 x 的函数表达式为 $y_2 = k_2x + b$,

把点 $A(0, 100)$ 和点 $C(20, 300)$ 分别代入 $y_2 = k_2x + b$,

$$\text{即} \begin{cases} b = 100 \\ 20k_2 + b = 300 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = 100 \\ k_2 = 10 \end{cases}$$

$\therefore y_2 = 10x + 100$,

$\therefore$ 套餐一和套餐二中的 y 关于 x 的函数表达式分别为: $y_1 = 20x$, $y_2 = 10x + 100$;

(2) 根据题意, 当 $y_1 = y_2$ 时, 两种套餐费用一样,

即: $20x = 10x + 100$,

解得 $x = 10$,

此时 $y_1 = y_2 = 200$,

∴去体育馆健身 10 次时，两种套餐费用一样，费用为 200 元；

(3)办套餐一时， $20x = 300$,

解得 $x = 15$,

办理套餐二时， $10x + 100 = 300$,

解得 $x = 20$,

∴ $20 > 15$,

∴ 300 元去该体育馆办理套餐，选择套餐二更划算.

23.(本小题 10 分)一个不透明的口袋中放着若干个红球和黑球，这两种球除了颜色之外没有其他任何区别，口袋中的球已经搅匀，闭眼从口袋中摸出一个球，经过多次重复试验发现，摸到红球的频率逐渐稳定在 $\frac{2}{5}$

(1)估计摸到黑球的概率是_____；

(2)如果口袋中原有红球 12 个，又放入 n 个黑球，再经过多次重复试验发现，摸到黑球的频率逐渐稳定在 $\frac{2}{3}$ ，求 n 的值.

【答案】(1) $\frac{3}{5}$

(2)解：设口袋中原有黑球 x 个，

根据题意，得 $\frac{12}{12+x} = \frac{2}{5}$ 解得 $x = 18$.

经检验 $x = 18$ 是原方程的根，

∴口袋中原有 18 个黑球.

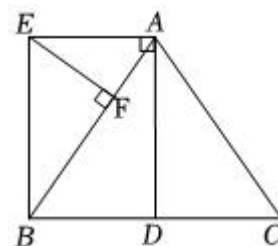
∴又放入了 n 个黑球，

根据题意，得 $\frac{18+n}{18+12+n} = \frac{2}{3}$ 解得 $n = 6$.

24.(本小题 8 分)如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， AD 平分 $\angle BAC$ ， $BE \parallel AD$ ， $AE \perp AD$.

(1)求证：四边形 $ADBE$ 是矩形；

(2)过点 E 作 $EF \perp AB$ 于 F ，若 $BC = 6$ ， $AD = 4$ ，求 EF 的长.



【答案】见解析;

$$\frac{12}{5}.$$

(1)证明: $\because \triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AD 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore AD \perp BC, \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ,$$
 $\therefore BE \parallel AD, AE \perp AD,$

∴ $\angle DBE = \angle ADB = 90^\circ$, $\angle DAE = \angle BEA = 90^\circ$, 所以四边形 $ADBE$ 是矩形;

(2)解: $\because AB = AC$, AD 平分 $\angle BAC$, $BC = 6$, $AD = 4$,

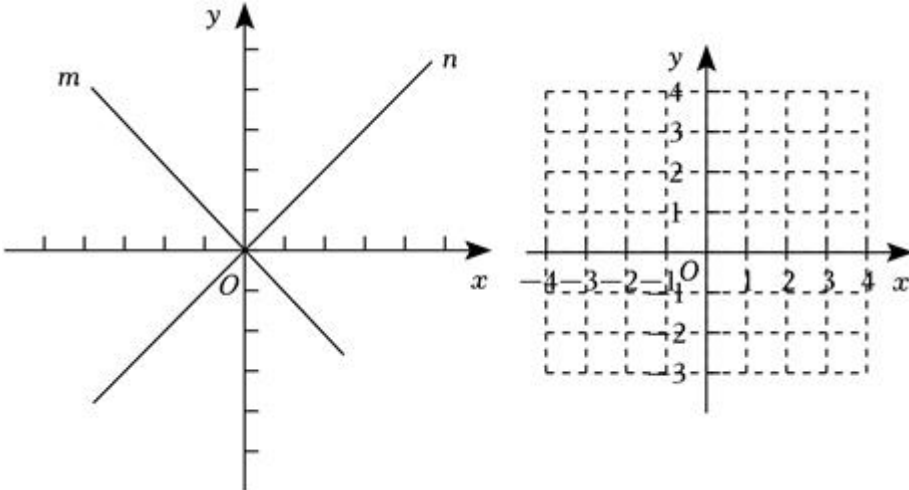
$$\therefore BD = CD = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 6 = 3.$$

在直角三角形 ABD 中, 由勾股定理得: $AB = \sqrt{BD^2 + AD^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

∴ 四边形 $ADBE$ 是矩形,

$$\therefore BE = AD = 4, \quad AE = BD = 3.$$
$$\therefore \frac{1}{2} \times AB \times EF = \frac{1}{2} \times BE \times AE, \therefore EF = \frac{BE \times AE}{AB} = \frac{4 \times 3}{5} = \frac{12}{5}, \text{ 所以 } EF \text{ 的长为 } \frac{12}{5}.$$

25. (本小题 10 分)在一次函数的学习中, 我们体会了函数关系式与函数图象的对应关系, 经历了“画函数的图象——根据图象研究函数的性质——运用函数的性质解决问题”的学习过程.



(7)如图, 直线 m 是 $y = -x$ 的图象, 直线 n 与直线 m 关于 x 轴对称, 则直线 n 的解析式为_____; 直线 $y = -x + 1$ 关于 x 轴对称的直线解析式为_____;

(2) 请通过“列表—描点—连线”的过程画出 $y = |x| - 1$ 的函数图象;

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	2	1	a	-1	0	1	2	...

a 的值为_____;

②在平面直角坐标系中, 描出上表中各组对应值为坐标的点, 画出该函数的图象:

(3)下列关于函数 $y = |x| - 1$ 图象及性质描述正确的是_____;

①当 $x < 1$ 时, y 随 x 的增大而减小; 当 $x > 1$ 时, y 随 x 的增大而增大;

②此函数图象关于 y 轴对称;

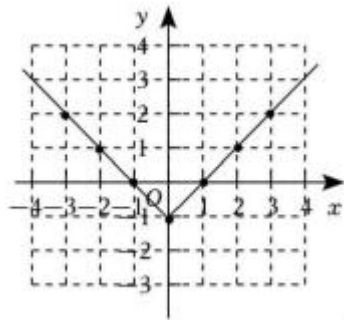
③当 $x = 1$ 时, 函数有最小值为 0 .

(4)已知 $y = |x - 1|$ 的图象与 y 轴的交点为点 A , $y = |x - 1|$ 的图象上有一点 $B(m, 4)$, 在 y 轴上存在一点 C , 使 $\triangle ABC$ 面积为 6 .直接写出点 C 的坐标.

【答案】解: (1) $y = x$; $y = x - 1$;

(2)① 0 ;

②如图:



(3)②;

(4)点 C 的坐标为 $(0,5)$ 或 $(0,-3)$ 或 $(0,\frac{17}{5})$ 或 $(0,-\frac{7}{5})$.

【解答】

解: (1)直线 m 是 $y = -x$ 的图象, 直线 n 与直线 m 关于 x 轴对称,

则直线 n 的解析式为 $-y = -x$, 即 $y = x$,

直线 $y = -x + 1$ 关于 x 轴对称的直线解析式为 $-y = -x + 1$, 即 $y = x - 1$;

(2) ①把 $x = -1$ 代入 $y = |x| - 1$, 得 $y = 0$,

$\therefore a = 0$;

②见答案;

(3)观察图象:

①当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小;

当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大, 故错误;

②此函数图象关于 y 轴对称, 正确;

③当 $x = 0$ 时, 函数有最小值为 -1 , 故错误;

∴正确的是: ②;

(4) ∵ $y = |x - 1|$ 的图象上有一点 $B(m, 4)$,

$$\therefore 4 = |m - 1|,$$

$$\therefore m = -3 \text{ 或 } 5,$$

$$\therefore B(-3, 4) \text{ 或 } (5, 4),$$

∵ $y = |x - 1|$ 的图象与 y 轴的交点为点 $A(0, 1)$,

在 y 轴上存在一点 C , 使 $\triangle ABC$ 面积为 6 , $\therefore \frac{1}{2}AC \cdot |m| = 6$,

当 $m = -3$ 时, $AC = 4$, $\therefore$ 此时 $C(0, 5)$ 或 $(0, -3)$,

当 $m = 5$ 时, $AC = \frac{12}{5}$, $\therefore$ 此时 $C(0, \frac{17}{5})$ 或 $(0, -\frac{7}{5})$,

综上, 点 C 的坐标为 $(0, 5)$ 或 $(0, -3)$ 或 $(0, \frac{17}{5})$ 或 $(0, -\frac{7}{5})$.

26. (本小题 12 分) 如图 1, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $AD = 10$, 点 E 是 BC 上一点, 连接 AE , 过点 E 作射线 $EF \perp AE$, 交 CD 于点 F .

(1) 若 $AE = EF$, 则 CF 的长为_____;

(2) 如图 2, 将 $\triangle ECF$ 沿 EF 翻折得到 $\triangle EGF$, 连接 AG .

①若点 D, E, G 在同一直线上, 求 CF 的长度;

②若 $\triangle AEG$ 是以 AE 为腰的等腰三角形, 求 BE 的长度.

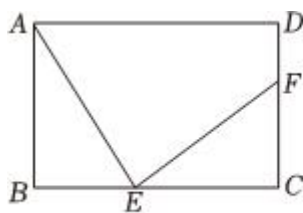


图1

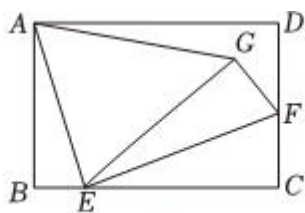


图2



备用图

【答案】 $CF = 4$;

$$\textcircled{1} CF = \frac{8}{3}$$

$$\textcircled{2} \frac{7}{4} \text{ 或 } \frac{8}{3}$$

【解析】 解: (1) ∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle B = \angle C = 90^\circ, \quad BC = AD = 10,$$

$$\therefore EF \perp AE,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle EFC = 90^\circ - \angle CEF,$$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ECF$ 中,

$$\begin{cases} \angle AEB = \angle EFC \\ \angle B = \angle C \\ AE = EF \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ECF (AAS),$

$\therefore BE = CF, AB = EC = 6,$

$\therefore CF = BE = BC - EC = 10 - 6 = 4;$

故答案为: 4;

(2)①过A作 $AH \perp DE$ 于H,

$\therefore \angle AHB = \angle AHD = 90^\circ,$

$\therefore$ 将 $\triangle ECF$ 沿 EF 翻折得到 $\triangle EGF,$

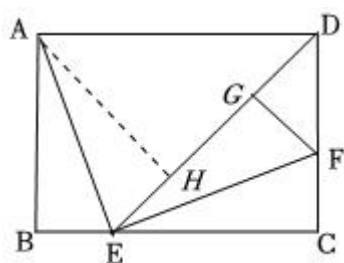


图2

$\therefore \angle CEF = \angle DEF, EG = EC, CF = FG,$

$\therefore \angle AEF = 90^\circ,$

$\therefore \angle AEH + \angle GEF = \angle CEF + \angle AEB = 90^\circ,$

$\therefore \angle AEB = \angle AEH,$

$\therefore \angle B = \angle AHE = 90^\circ, AE = AE,$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle AHE (AAS),$

$\therefore AH = AB = CD,$

$\therefore AD \parallel BC,$

$\therefore \angle ADE = \angle DEC,$

$\therefore \angle C = \angle AHD = 90^\circ,$

$\therefore \triangle ADH \cong \triangle DEC (AAS),$

$\therefore AD = DE = 10, CE = DH = \sqrt{DE^2 - CD^2} = 8.$

$\therefore EG = EC = 8,$

$\therefore DG = 2,$

$$\because DG^2 + FG^2 = DF^2,$$

$$\therefore 2^2 + FG^2 = (6 - FG)^2,$$

$$\therefore FG = \frac{8}{3}$$

$$\therefore CF = \frac{8}{3}$$

②解：设 $BE = x$ ，则 $EC = 8 - x$ ，

由翻折得： $EG = EC = 8 - x$ ，

当 $AE = EG$ 时， $AE = 8 - x$ ，

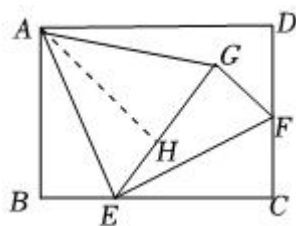
$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore \angle B = 90^\circ,$$

由勾股定理得： $6^2 + x^2 = (8 - x)^2$ ，

$$\text{解得： } x = \frac{7}{4}$$

当 $AE = AG$ 时，如图，作 $AH \perp EG$ ，



$$\because EF \perp AE,$$

$$\therefore \angle AEF = \angle AEG + \angle FEG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEA + \angle FEC = 90^\circ,$$

$\because \triangle ECF$ 沿 EF 翻折得 $\triangle EGF$ ，

$$\therefore \angle FEG = \angle FEC,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle AEH,$$

$$\because \angle B = \angle AHE = 90^\circ, AE = AE,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle AHE (AAS),$$

$$\therefore BE = HE = x,$$

$$\because AE = AG,$$

$$\therefore EG = 2EH,$$

$$\text{即 } 8 - x = 2x,$$

解得 $x = \frac{8}{3}$

综上所述: $BE = \frac{7}{4}$ 或 $\frac{8}{3}$

故答案为: $\frac{7}{4}$ 或 $\frac{8}{3}$.