

2024 学年第二学期八年级数学第一次练习卷

一、单选题

1. 在函数① $y=2x-1$ ；② $y=\frac{x}{2}$ ；③ $y=-x$ ；④ $y=\frac{2}{x}$ 中一次函数有 ()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的定义，熟练掌握一次函数的定义是解题的关键。根据一次函数的定义：形如 $y=kx+b$ (k 为常数且 $k \neq 0$)，逐一判断即可解答。

【详解】解：① $y=2x-1$ 是一次函数；

② $y=\frac{x}{2}$ 是一次函数；

③ $y=-x$ 是一次函数；

④ $y=\frac{2}{x}$ 不是一次函数；

其中属于一次函数的有 3 个，

故选：C。

2. 一次函数 $y=3x+6$ 的图象不经过 ()

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查一次函数的性质，解答本题的关键是明确题意，利用一次函数的性质解答。根据一次函数的性质，可以得到一次函数 $y=3x+6$ 的图象经过哪几个象限。

【详解】解：∵一次函数 $y=3x+6$ ， $k=3>0$ ， $b=6>0$ ，

∴一次函数 $y=3x+6$ 的图象经过第一、二、三象限，不经过第四象限。

故选 D。

3. 如果关于 x 的方程 $(m+3)x=6$ 有解，那么 m 的取值范围是 ()

A. $m>-3$

B. $m=-3$

C. $m \neq -3$

D. 任意实数

【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查了解一元一次方程无解的情况， 根据 $ax = b$ 中， 当 $a = 0$ 时， 方程无解可知当 $m + 3 \neq 0$ 时关于 x 的方程 $(m + 3)x = 6$ 有解.

【详解】 解： 由题意得： 当 $m + 3 \neq 0$ 时， 关于 x 的方程 $(m + 3)x = 6$ 有解，
解得 $m \neq -3$ ，
故选： C.

4. 下列方程中， 有实数解的是 ()

A. $\frac{x-2}{x} = \frac{x-2}{2}$

B. $2x^2 + 3 = 0$

C. $\sqrt{x-2} + 3 = 0$

D. $x^2 + 3x + 4 = 0$

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了解分式方程， 一元二次方程的根的判别式， 算术平方根的非负性等知识， 解分式方程即可判断选项 A； 根据一元二次方程的根的判别式即可判断选项 B、 D； 根据算术平方根的非负性即可判断选项 C.

【详解】 解： A. 两边同时乘以 $2x$ 得： $2x - 4 = x^2 - 2x$ ，
解得： $x = 2$ ，
经检验， $x = 2$ 是原方程的解， 故选项 A 符合题意；

B. $\because 2x^2 + 3 = 0$ ，

$\therefore \Delta = 0 - 4 \times 2 \times 3 = -24 < 0$ ，

$\therefore$ 方程无解， 故选项 B 不符合题意；

C. $\sqrt{x-2} \geq 0$ ， 则 $\sqrt{x-2} + 3 > 0$ 一定成立， 故选项 C 不符合题意；

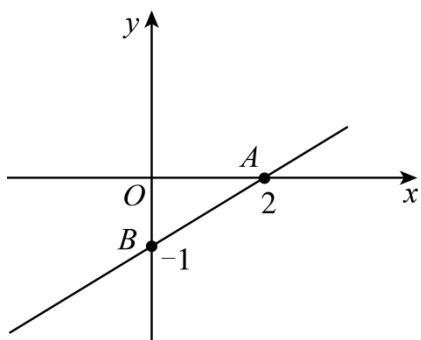
D. $\because x^2 + 3x + 4 = 0$ ，

$\therefore \Delta = 3^2 - 4 \times 4 \times 1 = -7 < 0$ ，

$\therefore$ 方程无解， 故选项 D 不符合题意；

故选： A.

5. 如图， 一次函数 $y = ax + b$ 的图象经过 A, B 两点， 则关于 x 的不等式 $ax + b < 0$ 的解集是 ()



- A. $x < 2$ B. $x > 2$ C. $x < \frac{1}{2}$ D. $x > \frac{1}{2}$

【答案】 A

【解析】

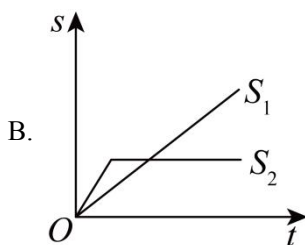
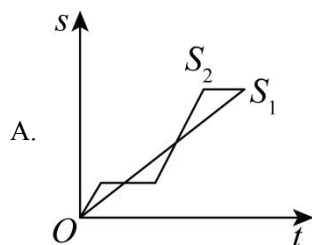
【分析】 本题考查了一次函数与一元一次不等式：从函数的角度看，就是寻求使一次函数 $y = ax + b$ 的值大于（或小于）0 的自变量 x 的取值范围；从函数图象的角度看，就是确定直线 $y = ax + b$ 在 x 轴上（或下）方部分所有的点的横坐标所构成的集合．根据一次函数与一元一次不等式的关系，利用函数图象找出函数值为负数时，对应的自变量的取值范围即可．

【详解】 解： $\because$ 当 $x < 2$ 时， $y < 0$ ，即 $ax + b < 0$ ，

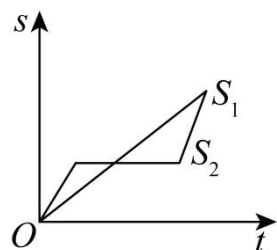
$\therefore$ 由图象可知，关于 x 的不等式 $ax + b < 0$ 的解集是 $x < 2$ ．

故选： A．

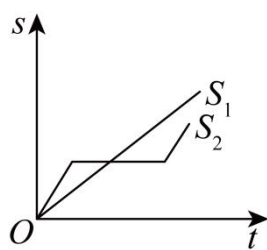
6. “龟兔赛跑”讲述了这样的故事：领先的兔子看着缓慢爬行的乌龟，骄傲起来，睡了一觉，当它醒来时，发现乌龟快到终点了，于是急忙追赶，但为时已晚，乌龟还是先到达终点、用 s_1 、 s_2 分别表示乌龟和兔子所行的路程， t 为时间，则下列图象中与故事情节相吻合的是（ ）



C.



D.



【答案】D

【解析】

【分析】根据题意，乌龟的运用图像是正比例函数，兔子的运动图像是分段函数，且分为三段，其特点是第一段正比例函数且图像更靠近 y 轴，第二段是平行 x 轴的线段，且线段的两个端点位于乌龟图像的两侧；第三段为一次函数，但是图像没有交点，根据这些信息判断即可。

【详解】解：根据题意，乌龟的运用图像是正比例函数，兔子的运动图像是分段函数，且分为三段，其特点是第一段正比例函数且图像更靠近 y 轴，第二段是平行 x 轴的线段，且线段的两个端点位于乌龟图像的两侧；第三段为一次函数，但是图像没有交点，根据这些信息判断，而且乌龟比兔子早到，故 A, B, C 不符合题意，符合描述的只有 D 选项。

故选 D.

【点睛】本题主要考查函数图象的实际应用，能够熟练的把文字信息转化为图象的信息是解题关键。

二、填空题

7. 一次函数 $y = 2x - 3$ 在 y 轴上的截距是_____.

【答案】-3

【解析】

【分析】本题考查了一次函数在 y 轴上的截距. 熟练掌握一条直线与 y 轴的交点的纵坐标为这条直线在 y 轴上的截距是解题的关键.

根据截距的定义，计算求解即可.

【详解】解：当 $x = 0$ 时， $y = -3$,

$\therefore$ 一次函数在 y 轴上的截距为 -3 ,

故答案为：-3.

8. 若函数 $y = (m-2)x + 5$ 是一次函数，则 m 满足的条件是_____.

【答案】 $m \neq 2$.

【解析】

【分析】根据一次函数的定义求解即可.

【详解】解： $\because$ 函数 $y = (m-2)x + 5$ 是一次函数，

$\therefore m - 2 \neq 0$ ，即 $m \neq 2$.

故答案为 $m \neq 2$.

【点睛】本题考查一次函数的定义. 一次函数解析式 $y = kx + b$ 的结构特征：

(1) k 是常数， $k \neq 0$ ；(2) 自变量 x 的次数是 1；(3) 常数项 b 可以为任意实数.

9. 无理方程 $\sqrt{2x+3} = -x$ 的实数解是_____.

【答案】 -1.

【解析】

【分析】 化为有理方程，再解出有理方程，最后检验即可得答案.

【详解】 解： 将 $\sqrt{2x+3} = -x$ 两边平方得： $2x+3=x^2$,

整理得 $x^2-2x-3=0$,

解得 $x_1=3$, $x_2=-1$,

当 $x_1=3$, 左边= $\sqrt{2 \times 3 + 3}=3$, 右边= -3 ,

$\therefore$ 左边 $\neq$ 右边,

$\therefore x_1=3$ 不是原方程的解, 舍去,

当 $x_2=-1$ 时, 左边= $\sqrt{-1 \times 2 + 3}=1$, 右边= 1 ,

$\therefore$ 左边=右边,

$\therefore x_2=-1$ 是原方程的解,

$\therefore x=-1$,

故答案为: -1.

【点睛】 本题考查解无理方程, 利用两边平方将无理方程化为有理方程是解题的关键.

10. 方程 $\frac{1}{3}x^3+9=0$ 的解是_____.

【答案】 $x=-3$

【解析】

【分析】 根据立方根的含义和求法, 求出方程 $\frac{1}{3}x^3+9=0$ 的解是多少即可.

【详解】 解: $\because \frac{1}{3}x^3+9=0$,

$\therefore x^3=-27$,

解得 $x=-3$.

故答案为: $x=-3$.

【点睛】 此题主要考查了立方根的含义和求法, 要熟练掌握, 如果一个数 x 的立方等于 a , 即 x 的三次方等于 a ($x^3=a$), 那么这个数 x 就叫做 a 的立方根, 也叫做三次方根. 读作“三次根号 a ”其中, a 叫做被开方数, 3 叫做根指数.

11. $x=3$ _____ (填“是”或“不是”) 方程 $\frac{x-3}{x^2-9}=0$ 的解.

【答案】 不是

【解析】

【分析】 将 $x=3$ 代入即可得出答案.

【详解】 解: 将 $x=3$ 代入方程 $\frac{x-3}{x^2-9}=0$ 得出分母为零,

$\therefore x=3$ 是原方程的增根, 应舍去, 不是方程 $\frac{x-3}{x^2-9}=0$ 的解.

故答案为: 不是.

【点睛】 本题考查了分式方程的根, 熟练掌握分母不能为零是解题的关键.

12. 已知函数 $y=2x+3$ 中, 当 x _____ 时, 图象在 x 轴上方.

【答案】 $>-\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数与 x 轴的交点, 以及一次函数的性质, 先求出直线与 x 轴的交点横坐标, 再根据一次函数的性质即可求解.

【详解】 解: 当 $y=0$ 时, $0=2x+3$,

解得 $x=-\frac{3}{2}$.

$\therefore k=2>0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大,

$\therefore$ 当 $x>-\frac{3}{2}$ 时, 图象在 x 轴上方.

故答案为: $>-\frac{3}{2}$.

13. 若分式 $\frac{x^2-x-2}{x^2+2x+1}$ 的值为 0, 则 x 的值等于 _____.

【答案】 2

【解析】

【分析】 要使分式的值为 0, 必须分式分子的值为 0 并且分母的值不为 0.

【详解】 解: 根据题意: $x^2-x-2=0$, 且 $x^2+2x+1 \neq 0$

解 $x^2-x-2=0$, 解得 $x=2$ 或 $x=-1$.

当 $x=2$ 时, 分母 $x^2+2x+1=9 \neq 0$, 分式的值为 0;

当 $x=-1$ 时, 分母 $x^2+2x+1=0$, 分式没有意义.

所以 $x=2$. 故填 2.

14. 不论 m 为何实数, 直线 $y=2x+m$ 与 $y=-x+4$ 的交点不可能在第_____象限.

【答案】三

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数的图象性质, 解题的关键是找到一次函数 $y=-x+4$ 不经过的象限, 那么交点就一定不在这个象限. 分析 $y=-x+4$ 的图象经过的象限即可.

【详解】 解: $\because y=-x+4$ 是一次函数, $k=-1<0$,

$\therefore$ 图象过二、四象限,

又 $\because b=4>0$,

$\therefore$ 图象过第一象限,

$\therefore$ 一次函数 $y=-x+4$ 的图象一定不过第三象限,

$\therefore$ 直线 $y=2x+m$ 与 $y=-x+4$ 的交点不可能在第三象限.

故答案为: 三.

15. 用换元法解方程 $\frac{2}{x^2-2x}-x^2+2x=1$ 时, 如设 $y=\frac{1}{x^2-2x}$, 则将原方程化为关于 y 的整式方程是_____.

【答案】 $2y^2-y-1=0$

【解析】

【分析】 将原方程变形为: $2 \times \frac{1}{x^2-2x} - (x^2-2x) = 1$, 结合 $y = \frac{1}{x^2-2x}$, 换元并化为整式方程即可得到答案.

【详解】 解: $\because 2 \times \frac{1}{x^2-2x} - (x^2-2x) = 1, y = \frac{1}{x^2-2x}$

$\therefore$ 原式可化为: $2y - \frac{1}{y} = 1$

化为整式方程为: $2y^2 - y - 1 = 0$

故答案为: $2y^2 - y - 1 = 0$

【点睛】 本题考查用换元法解分式方程, 能够观察并将分式方程正确变形是解题重点.

16. 已知直线 $y=kx+4$, 该直线与两坐标轴围成的三角形面积为 8, 那么 k 的值是_____.

【答案】 $k = \pm 1$

【解析】

【分析】先用 k 表示出直线与坐标轴的交点，再根据三角形的面积公式求解即可.

【详解】解: $\because$ 当 $x=0$ 时, $y=4$,

$$\text{当 } y=0 \text{ 时, } x = -\frac{4}{k},$$

$\therefore$ 直线与 y 轴的交点分别为 $(0, 4)$, 与 x 轴的交点分别为 $(-\frac{4}{k}, 0)$,

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times |-\frac{4}{k}| = 8,$$

解得, $k = \pm 1$,

故答案为: $k = \pm 1$.

【点睛】本题考查的是一次函数图象上点的坐标特点, 熟知一次函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键.

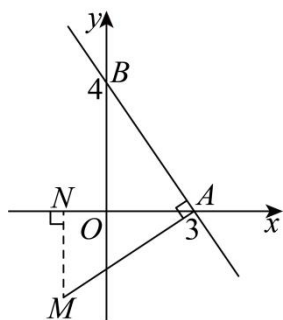
17. 直线 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 将线段 AB 绕 A 点逆时针旋转 90° , 使 B 点落在 M 点上, 则 M 点的坐标为_____.

【答案】 $(-1, -3)$

【解析】

【分析】由一次函数的性质可得点 $A(3, 0)$, 点 $B(0, 4)$, 可得 $AO = 3$, $BO = 4$, 由旋转的性质可得 $AB = AM$, $\angle BAM = 90^\circ$, 由“ AAS ”可证 $\triangle AOB \cong \triangle MNA$, 可得 MN 、 AN , 即可求点 M 坐标.

【详解】解: 如图, 过点 M 作 $MN \perp x$ 轴于点 N ,



$\because$ 一次函数 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B ,

$\therefore$ 点 $A(3, 0)$, 点 $B(0, 4)$,

$\therefore AO = 3$, $BO = 4$,

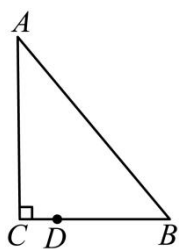
$\because$ 将线段 AB 绕 A 点逆时针旋转 90° ,

$\therefore AB = AM$, $\angle BAM = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAO + \angle MAN = 90^\circ$, 且 $\angle BAO + \angle ABO = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ABO = \angle MAN$, 且 $AB = AM$, $\angle AOB = \angle MNA = 90^\circ$,
 $\therefore \triangle AOB \cong \triangle MNA (AAS)$,
 $\therefore MN = AO = 3$, $BO = AN = 4$,
 $\therefore NO = 1$,
 $\therefore$ 点 M 坐标 $(-1, -3)$, 故答案为: $(-1, -3)$.

【点睛】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 全等三角形的判定和性质, 旋转的性质等知识, 证明 $\triangle AOB \cong \triangle MNA$ 是本题的关键.

18. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 2\sqrt{6}$, $AB = 2\sqrt{10}$, 点 D 在边 BC 上, 且 $CD = \frac{1}{3}BD$. 现将 $\triangle ABC$ 绕着点 D 旋转得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 点 A_1 、 B_1 、 C_1 分别与点 A 、 B 、 C 对应, 连接 AA_1 . 如果点 C_1 在线段 AD 的延长线上, 那么 $AA_1 =$ _____.

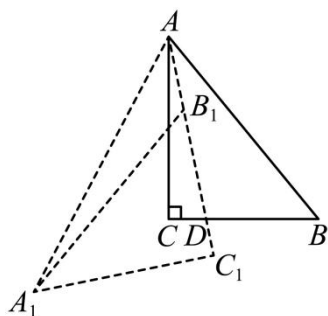


【答案】 $2\sqrt{15}$

【解析】

【分析】 本题考查勾股定理, 旋转性质. 根据题意先画出旋转后的简图, 先利用勾股定理求出 CB 的长, 再求出 $CD = C_1D_1 = 1$, 再利用勾股定理求出 AD , 继而得到 AC_1 , 再利用旋转性质及勾股定理即可得到本题答案.

【详解】 解: 根据题意画出如下图:



$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 2\sqrt{6}$, $AB = 2\sqrt{10}$,

$$\therefore BC = \sqrt{(2\sqrt{10})^2 - (2\sqrt{6})^2} = 4,$$

$$\therefore CD = \frac{1}{3}BD,$$

$$\therefore CD = 1, BD = 3,$$

$$\therefore AD = \sqrt{(2\sqrt{6})^2 + 1^2} = 5,$$

$\therefore$ 现将 ABC 绕着点 D 旋转得到 $\triangle A_1B_1C_1$,

$$\therefore CD = DC_1 = 1, AC = AC_1 = 2\sqrt{6}, \angle A_1C_1B_1 = 90^\circ,$$

$$\therefore AC_1 = 6,$$

$$\therefore AA_1 = \sqrt{(2\sqrt{6})^2 + 6^2} = 2\sqrt{15},$$

故答案为: $2\sqrt{15}$.

三、解答题

19. 解关于 x 的方程:

$$(1) a(ax-1) = 4x-2$$

$$(2) \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} = 1$$

$$(3) \frac{x+1}{x-1} - \frac{3x-3}{x+1} = 2$$

$$(4) x = 3\sqrt{x+2} + 2$$

【答案】 (1) 当 $a^2 - 4 \neq 0$ 时, 即 $a \neq \pm 2$ 时, $x = \frac{1}{a+2}$; 当 $a = 2$ 时, x 为任意实数; 当 $a = -2$ 时, 无解

$$(2) x = -1$$

$$(3) x = 0 \text{ 或 } x = 2$$

$$(4) x = 14$$

【解析】

【分析】 本题考查了解含参一元一次方程, 解分式方程, 解无理方程, 熟练掌握各种方程是解答本题的关键.

(1) 先化简得 $(a^2 - 4)x = a - 2$, 然后分 3 种情况求解即可;

(2) 两边都乘以 $x^2 - 4$ 化为整式方程求解, 然后检验;

(3) 两边都乘以 $(x-1)(x+1)$ 化为整式方程求解, 然后检验;

(4) 将原方程化为 $x-2=3\sqrt{x+2}$ ，然后两边平方化为整式方程求解，然后检验.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \because a(ax-1)=4x-2$$

$$\therefore a^2x-a=4x-2$$

$$\therefore a^2x-4x=a-2$$

$$\therefore (a^2-4)x=a-2$$

$$\text{当 } a^2-4 \neq 0 \text{ 时, 即 } a \neq \pm 2 \text{ 时, } x = \frac{a-2}{a^2-4} = \frac{1}{a+2}$$

当 $a=2$ 时, $0x=0$, x 为任意实数

当 $a=-2$ 时, $0x=-4$, 无解

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} = 1$$

两边都乘以 x^2-4 , 得

$$x+2-4=x^2-4$$

$$\therefore x^2-x-2=0$$

$$\therefore (x+1)(x-2)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 或 } x=2$$

经检验: $x=-1$ 是原方程的根, $x=2$ 是原方程的增根.

$\therefore$ 原方程的解为 $x=-1$;

【小问 3 详解】

$$\text{解: } \frac{x+1}{x-1} - \frac{3x-3}{x+1} = 2$$

两边都乘以 $(x-1)(x+1)$, 得

$$(x+1)^2 - (3x-3)(x-1) = 2(x-1)(x+1)$$

整理, 得 $x^2-2x=0$

$$\therefore x(x-2)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 或 } x=2$$

经检验： $x=0$ 或 $x=2$ 都是原方程的解，

$\therefore$ 原方程的解为 $x=0$ 或 $x=2$ ；

【小问 4 详解】

解： $\because x=3\sqrt{x+2}+2$

$\therefore x-2=3\sqrt{x+2}$

$\therefore (x-2)^2 = (3\sqrt{x+2})^2$

整理，得 $x^2 - 13x - 14 = 0$

$\therefore (x+1)(x-14) = 0$

解得 $x = -1$ 或 $x = 14$

经检验： $x = -1$ 不是原方程的解， $x = 14$ 是原方程的解，

$\therefore$ 原方程的解为 $x = 14$ 。

20. 已知一次函数的图像交 x 轴于点 A $(-6, 0)$ ，交正比例函数的图像于点 B，且 B 在第三象限，它的横坐标是 -2， $\triangle AOB$ 的面积是 6，求正比例函数和一次函数的解析式。

【答案】正比例函数的解析式为 $y=x$ ，一次函数的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x - 3$ 。

【解析】

【分析】点 B 在第三象限，横坐标为 -2，设 B $(-2, y_B)$ ，其中 $y_B < 0$ ，利用三角形面积公式得到 $\frac{1}{2} AO \cdot |y_B| = 6$ ，即 $\frac{1}{2} \times 6 \times |y_B| = 6$ ，可解得 $y_B = -2$ ，然后利用待定系数法求两个函数解析式。

【详解】解：设正比例函数 $y=kx$ ，一次函数 $y=ax+b$ ，

$\because$ 点 B 在第三象限，横坐标为 -2，

设 B $(-2, y_B)$ ，其中 $y_B < 0$ ，

$\therefore S_{\triangle AOB} = 6$ ，

$\therefore \frac{1}{2} AO \cdot |y_B| = 6$ ，即 $\frac{1}{2} \times 6 \times |y_B| = 6$ ，

$\therefore y_B = -2$ ，

$\therefore$ B 点坐标为 $(-2, -2)$ ，

把点 B $(-2, -2)$ 代入正比例函数 $y=kx$ ，得 $-2k = -2$ ，

解得 $k=1$ ；

故正比例函数的解析式为 $y=x$ ；

把点 A $(-6, 0)$ 、B $(-2, -2)$ 代入 $y=ax+b$ ，

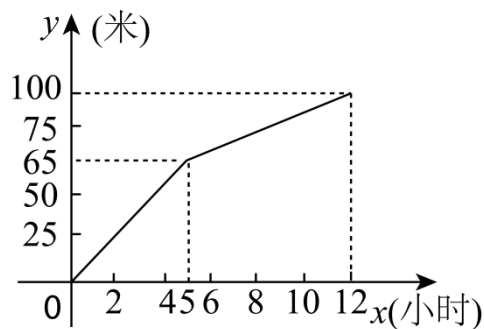
$$\text{得} \begin{cases} -6a + b = 0 \\ -2a + b = -2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -\frac{1}{2}, \\ b = -3 \end{cases}$$

故正比例函数的解析式为 $y=x$ ，一次函数的解析式为 $y=-\frac{1}{2}x-3$.

【点睛】 本题考查了两条直线相交或平行问题：若直线 $y=k_1x+b_1$ 与直线 $y=k_2x+b_2$ 平行，则 $k_1=k_2$ ；若直线 $y=k_1x+b_1$ 与直线 $y=k_2x+b_2$ 相交，则由两解析式所组成的方程组的解为交点坐标. 也考查了待定系数法求函数解析式.

21. 现有两段长度相等的路面需要摊铺，分别交给甲乙两队完成. 甲队摊铺路面的长度 y (米) 与摊铺时间 x (小时) 的函数关系的图象如图所示；乙队摊铺路面的长度 y (米) 与摊铺时间 x (小时) 的函数解析式是 $y=10x(0 \leq x \leq 10)$. 结合图象提供的信息，回答下列问题：



- (1) 甲队摊铺的路面总长是_____米；
- (2) 在图中画出乙队摊铺路面的长度 y (米) 与摊铺时间 x (小时) 的函数关系的图象；
- (3) 当甲队的工作效率发生变化的这个时刻，乙队摊铺路面的长度是_____米；
- (4) 甲队的平均工作效率是每小时_____米.

【答案】 (1) 100 (2) 见解析

(3) 50 (4) $\frac{25}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了从函数图象中获取信息、一次函数的应用，读懂函数图象，采用数形结合的思想是解此题的关键.

- (1) 由函数图象即可得出答案；
- (2) 根据乙队摊铺路面的长度 y (米) 与摊铺时间 x (小时) 的函数解析式是 $y=10x(0 \leq x \leq 10)$ 画出图象即可；

(3) 由图可得, 当 $x = 5$ 时, 甲队的工作效率发生变化, 将 $x = 5$ 代入 $y = 10x (0 \leq x \leq 10)$ 进行计算即可得出答案;

(4) 由图可得: 甲队摊铺的路面总长是 100 米, 所花费的时间为 12 小时, 由此进行计算即可得出答案.

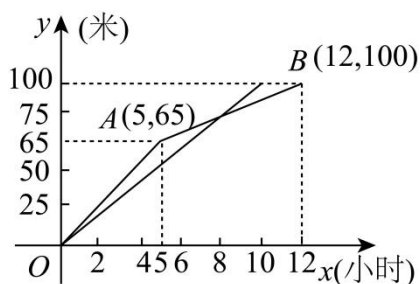
【小问 1 详解】

解: 由图可得: 甲队摊铺的路面总长是 100 米,

故答案为: 100;

【小问 2 详解】

解: 画出乙队摊铺路面的长度 y (米) 与摊铺时间 x (小时) 的函数关系的图象如图所示:



【小问 3 详解】

解: 由图可得, 当 $x = 5$ 时, 甲队的工作效率发生变化,

此时乙队摊铺路面的长度是 $y = 5 \times 10 = 50$ (米),

故答案为: 50;

【小问 4 详解】

解: 由图可得: 甲队摊铺的路面总长是 100 米, 所花费的时间为 12 小时,

故甲队的平均工作效率是每小时 $100 \div 12 = \frac{25}{3}$ (米),

故答案为: $\frac{25}{3}$.

22. 甲、乙两家体育用品商店出售同样的乒乓球拍和乒乓球, 乒乓球拍每副定价 20 元, 乒乓球每盒定价 5 元, 现两家商店搞促销活动, 甲店: 每买一副球拍赠一盒乒乓球; 乙店: 按定价的 9 折优惠, 某班级需购球拍 4 副, 乒乓球若干盒 (不少于 4 盒)

(1) 设购买乒乓球盒数为 x (盒), 在甲店购买的付款数为 $y_{\text{甲}}$ (元); 在乙店购买的付款数为 $y_{\text{乙}}$ (元), 分别写出 $y_{\text{甲}}$ 、 $y_{\text{乙}}$ 与 x 的函数关系式;

(2) 就乒乓球的盒数讨论去哪家商店购买合算?

【答案】(1) $y_{\text{甲}} = 5x + 60$, $y_{\text{乙}} = 4.5x + 72$

(2) 当 $4 \leq x < 24$ 时去甲店合算, 当 $x > 24$ 时去乙店合算, 当 $x = 24$ 时, 甲、乙两店费用相同.

【解析】

【分析】

【详解】解：(1) 甲 $y_{\text{甲}} = 4 \times 20 + 5 \times (x-4) = 5x + 60$ ($x \geq 4$)

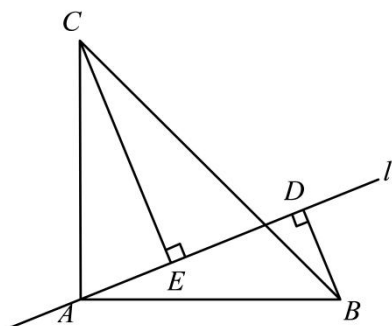
乙 $y_{\text{乙}} = 0.9 \times 5x + 0.9 \times 20 \times 4 = 4.5x + 72$ ($x \geq 4$)

(2) $y_{\text{甲}} = y_{\text{乙}}$ 时, $x = 24$, 到两店一样合算

$y_{\text{甲}} > y_{\text{乙}}$ 时, $x > 24$, 到乙店合算

$y_{\text{甲}} < y_{\text{乙}}$ 时, $4 \leq x < 24$, 到甲店合算

23. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 A 在边 BC 的垂直平分线上，直线 l 经过点 A ， BD 、 CE 分别垂直于直线 l ，垂足分别为点 D 、 E ，且 $BD = AE$ 。



(1) 求证： $\triangle ABD \cong \triangle CAE$ 。

(2) 取边 BC 的中点 F ，连接 EF ，求证： EF 平分 $\angle DEC$ 。

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 根据角平分线的性质可得 $AC = BA$ ，结合已知条件可证 $\triangle ABD \cong \triangle CAE$ ；

(2) 设 l 交 BC 于点 Q ，连接 AF ，过 F 作 $FM \perp CE$ 于 M ， $FN \perp AD$ 于 N ，根据 (1) 结论可得 $\angle BAD = \angle ACE$ ，推出 $\angle CAB = 90^\circ$ ，可得 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形，推出 $AF = CF$ ，证 $\angle FAN = \angle FCM$ ，可得 $\triangle CMF \cong \triangle ANF$ (AAS)，得到 $FM = FN$ ，即得。

【小问 1 详解】

$\because CE \perp l, BD \perp l,$

$\therefore \angle AEC = \angle CED = \angle ADB = 90^\circ$, $\triangle AEC$ 与 $\triangle BDA$ 为直角三角形,

$\because$ 点 A 在边 BC 垂直平分线上,

$\therefore AC = BA,$

在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 也 $\text{Rt}\triangle BAD$ 中,

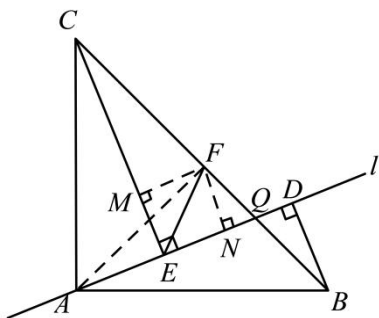
$$\begin{cases} AE = BD \\ AC = BA \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ACE \cong \text{Rt}\triangle BAD(\text{HL}),$$

$$\text{即 } \triangle ABD \cong \triangle CAE;$$

【小问2详解】

设 l 交 BC 于点 Q , 连接 AF , 过 F 作 $FM \perp CE$ 于 M , 作 $FN \perp AD$ 于 N ,



$$\therefore \angle CMF = \angle ANF = 90^\circ$$

由 (1) 知 $\triangle ABD \cong \triangle CAE$,

$$\therefore \angle BAD = \angle ACE,$$

$$\because \angle ACE + \angle CAE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle CAE = 90^\circ,$$

$$\text{即 } \angle CAB = 90^\circ,$$

$$\because AC = AB,$$

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰直角三角形,

$\therefore F$ 为 BC 中点,

$$\therefore AF = CF = \frac{1}{2}BC,$$

$$\because \angle FAN + \angle AQF = 90^\circ, \quad \angle FCM + \angle AQF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FAN = \angle FCM,$$

在 $\triangle CMF$ 与 $\triangle ANF$ 中,

$$\begin{cases} \angle CMF = \angle ANF \\ \angle FCM = \angle FAN, \\ CF = AF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CMF \cong \triangle ANF(\text{AAS}),$$

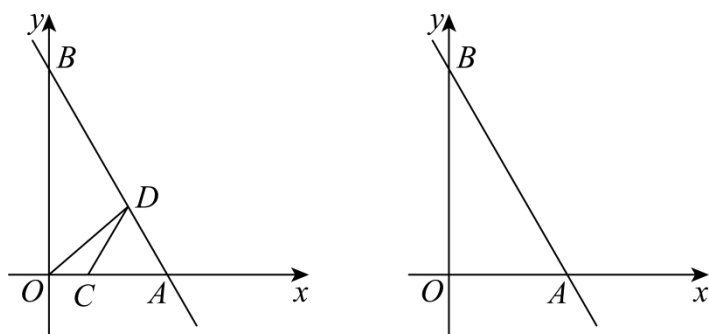
$$\therefore FM = FN,$$

又 $\because FM \perp CE, FN \perp AD,$

$\therefore EF$ 平分 $\angle DEC$.

【点睛】本题主要考查了线段垂直平分线，全等三角形，等腰直角三角形，角平分线等，熟练掌握线段垂直平分线的性质，全等三角形的判定和性质，等腰直角三角形的判定和性质，角平分线的判定，是解决问题的关键.

24. 已知一次函数 $y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3}$ 图象与 x 轴、 y 轴分别相交于 A 、 B 两点.



备用图

(1) 求点 A 、 B 的坐标和 $\angle BAO$ 的度数.

(2) 点 C 、 D 分别是线段 OA 、 AB 上一动点 (不与端点重合), 且 $CD = DA$, 设线段 OC 的长度为 x , $S_{\triangle OCD} = y$, 求出 y 关于 x 的函数关系式及定义域.

(3) 点 C 、 D 分别是射线 OA 、射线 BA 上一动点, 且 $CD = DA$, 当 $\triangle ODB$ 为等腰三角形时, 求点 C 坐标.

【答案】(1) $A(3,0)$, $B(0,3\sqrt{3})$, $\angle BAO = 60^\circ$

$$(2) y = -\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{3\sqrt{3}}{4}x (0 < x < 3)$$

(3) 点 C 的坐标为 $(0,0)$ 或 $(3\sqrt{3}-3,0)$ 或 $(6,0)$

【解析】

【分析】(1) 根据一次函数与坐标轴的交点坐标的计算方法可求出点 A 、 B 的坐标, 然后根据勾股定理求出 AB , 可得 $AB = 2OA$, 由此可求出 $\angle BAO$ 的度数;

(2) 证明 $\triangle ACD$ 是等边三角形, 求出 $AD = AC = 3-x$, 过点 D 作 $DE \perp OA$ 于点 E , 利用勾股定理求出 DE , 然后利用三角形面积公式即可求得 y 关于 x 的函数关系式;

(3) 分情况讨论: ①当 $DB = DO$ 时; ②当 $BO = BD = 3\sqrt{3}$ 时; ③当 $OB = OD = 3\sqrt{3}$ 时, 分别利用勾股定理, 等边三角形的性质求出 OC 的长, 即可得到对应的点 C 坐标.

【小问 1 详解】

解：在一次函数 $y = -\sqrt{3}x + 3\sqrt{3}$ 中，

当 $x = 0$ 时， $y = 3\sqrt{3}$ ；当 $y = 0$ 时，解得： $x = 3$ ；

$$\therefore A(3, 0), B(0, 3\sqrt{3}),$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle AOB, AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{3^2 + (3\sqrt{3})^2} = 6, \text{ 即 } AB = 2OA,$$

$$\therefore \angle ABO = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BAO = 60^\circ;$$

【小问 2 详解】

解： $\because CD = DA, \angle BAO = 60^\circ,$

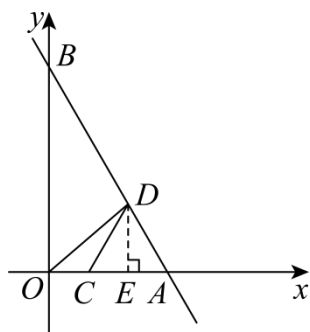
$\therefore \triangle ACD$ 是等边三角形，

$$\therefore OC = x, OA = 3,$$

$$\therefore AC = 3 - x,$$

$$\therefore AD = AC = 3 - x,$$

如图，过点 D 作 $DE \perp OA$ 于点 E ，



$$\text{则 } AE = \frac{1}{2}AC = \frac{3}{2} - \frac{x}{2},$$

$$\therefore DE = \sqrt{AD^2 - AE^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}x,$$

$$\therefore S_{\triangle OCD} = \frac{1}{2}OC \cdot DE = \frac{1}{2}x \cdot \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}x \right) = -\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{3\sqrt{3}}{4}x,$$

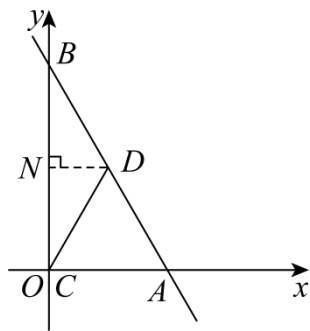
$$\text{即 } y = -\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + \frac{3\sqrt{3}}{4}x (0 < x < 3);$$

【小问 3 详解】

解：由 (1) (2) 可知， $\triangle ACD$ 是等边三角形， $OA = 3, B(0, 3\sqrt{3})$ ，则 $OB = 3\sqrt{3}$ ，

分情况讨论:

①如图, 当 $DB = DO$ 时, 过点 D 作 $DN \perp OB$ 于 N ,



$$\therefore BN = \frac{1}{2}OB = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \angle DBN = 30^\circ,$$

$$\therefore DN = \frac{1}{2}BD,$$

$$\therefore BN^2 + DN^2 = BD^2,$$

$$\therefore \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}BD\right)^2 = BD^2,$$

$$\therefore BD = 3,$$

由 (1) 知 $AB = 6$,

$$\therefore DA = 6 - 3 = 3,$$

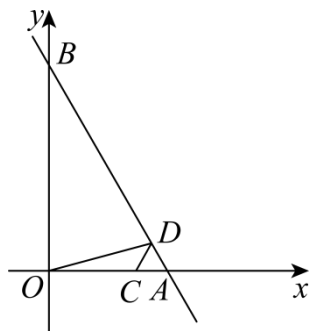
$\therefore \triangle ACD$ 是等边三角形,

$$\therefore AC = 3,$$

$$\therefore OA = 3,$$

$\therefore$ 此时点 C 与原点重合, 即 $C(0,0)$;

②如图, 当 $BO = BD = 3\sqrt{3}$ 时, 则 $AD = AB - BD = 6 - 3\sqrt{3}$,



$\therefore \triangle ACD$ 是等边三角形,

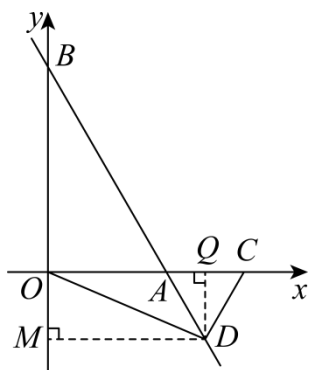
$$\therefore AC = AD = 6 - 3\sqrt{3}$$

$$\therefore OC = OA - AC = 3 - (6 - 3\sqrt{3}) = 3\sqrt{3} - 3,$$

$$\therefore C(3\sqrt{3} - 3, 0);$$

③如图，当 $OB = OD = 3\sqrt{3}$ 时，过点 D 作 $DM \perp y$ 轴于 M ， $DQ \perp x$ 轴于点 Q ，

则 $\angle OBD = \angle ODB = 30^\circ$ ， $DM \parallel x$ 轴，



$$\therefore \angle OAB = \angle MDB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ODM = 30^\circ,$$

$$\therefore OM = \frac{1}{2}OD = \frac{3\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore MD = \sqrt{OD^2 - OM^2} = \frac{9}{2},$$

$$\therefore \angle QOM = \angle OMD = \angle DQO = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $OMDQ$ 是矩形，

$$\therefore OQ = MD = \frac{9}{2},$$

$$\therefore AQ = OQ - OA = \frac{3}{2},$$

$\therefore \triangle ACD$ 是等边三角形，

$$\therefore AC = 2AQ = 3,$$

$$\therefore OC = OA + AC = 6,$$

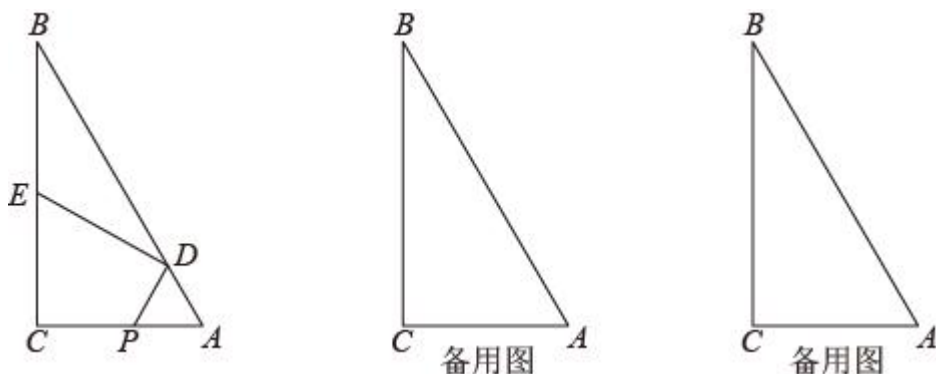
$$\therefore C(6, 0);$$

综上所述，当 $\triangle ODB$ 为等腰三角形时，点 C 的坐标为 $(0, 0)$ 或 $(3\sqrt{3} - 3, 0)$ 或 $(6, 0)$ 。

【点睛】 本题考查了一次函数的图象和性质，勾股定理，含 30° 直角三角形的性质，等边三角形的判定和性

质，矩形的判定和性质等知识，作出合适的辅助线，正确分类讨论是解题的关键.

25. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle A=60^\circ$ ， $AC=3$ ，点 P 是边 AC 上的动点（点 P 与点 A 不重合）， D 是边 AB 上的动点，且 $PA=PD$ ， $ED \perp DP$ ，交边 BC 于点 E .



(1) 求证: $BE=DE$;

(2) 若 $BE=x$ ， $AD=y$ ，求 y 关于 x 的函数关系式并写出定义域;

(3) 延长 ED 交 CA 的延长线于点 F ，连接 BP ，若 $\triangle BDP$ 与 $\triangle DAF$ 全等，求线段 PE 的长.

【答案】(1) 见解析;

(2) $y = 6 - \sqrt{3}x$ ($\sqrt{3} \leq x < 2\sqrt{3}$);

(3) $2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】(1) 利用等角的余角相等证明 $\angle EDB = \angle B$ ，从而证明 $BE = DE$;

(2) 过 E 作 $EH \perp AB$ 于 H ，在 $Rt\triangle BEH$ 中计算 BH ，从而得出 BD 的长， $AD = AB - BD$;

(3) 由全等推出 $\triangle BDP$ 是顶角为 120° 的等腰三角形，从而推出 D 是 AB 的中点， P 与 C 重合，计算此时的 PE 长度即可.

【小问 1 详解】

证明: $\because ED \perp DP$,

$\therefore \angle EDP = 90^\circ$,

$\therefore \angle BDE + \angle PDA = 90^\circ$,

又 $\because \angle ACB = 90^\circ$,

$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ$,

$\because PD = PA$,

$\therefore \angle PDA = \angle A$,

$\therefore \angle BDE = \angle B$,

$$\therefore BE = DE.$$

【小问2详解】

如图1, 过点E作 $EH \perp BD$ 于H,

$\because$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$, $AC = 3$,

$$\therefore \angle B = 30^\circ, AB = 6, BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 3\sqrt{3}.$$

$\because BE = DE = x$, $EH \perp BD$,

$$\therefore EH = \frac{1}{2}BE = \frac{1}{2}x,$$

$$\text{在 } Rt\triangle BEH \text{ 中, } BH = \sqrt{BE^2 - EH^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}x,$$

$\because BE = DE$, $EH \perp BD$,

$$\therefore BD = 2BH = \sqrt{3}x,$$

$$\therefore y = 6 - \sqrt{3}x,$$

$\because PA = PD$, $\angle A = 60^\circ$,

$\therefore \triangle APD$ 是等边三角形,

$$\therefore PA = AD = y$$

当点P与点A重合时, $y = 0$, 即 $6 - \sqrt{3}x = 0$, 解得 $x = 2\sqrt{3}$;

当点P与点C重合时, $y = 3$, 即 $6 - \sqrt{3}x = 3$, 解得 $x = \sqrt{3}$.

$\because$ 点P与点A不重合, $\therefore \sqrt{3} \leq x < 2\sqrt{3}$.

$$\therefore y = 6 - \sqrt{3}x \quad (\sqrt{3} \leq x < 2\sqrt{3});$$

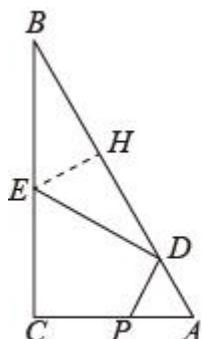


图1

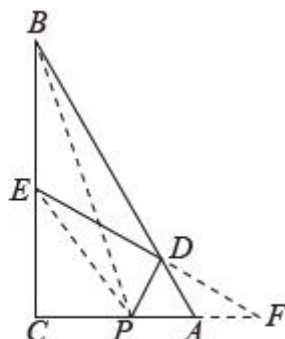


图2

【小问3详解】

如图2, 延长ED交CA的延长线于点F, 连接BP, EP.

则 $\angle ADF = \angle BDE = \angle B = 30^\circ$,

$$\because \angle CAB = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ADF$ 是顶角为 120° 的等腰三角形,

$$\because \triangle BDP \text{ 与 } \triangle DAF \text{ 全等, } \angle PDB = 120^\circ,$$

$$\therefore PD = BD,$$

$$\because PD = AD,$$

$\therefore AD = BD$, 点 P 与点 C 重合,

$$\therefore y = 3, \quad x = \sqrt{3}, \text{ 即 } BE = \sqrt{3}, \quad PE = CE = BC - BE = 2\sqrt{3}.$$

【点睛】 本题考查了等腰三角形的性质与判定, 含 30° 角的直角三角形的性质, 勾股定理, 全等三角形的应用, 熟练掌握相关性质定理是解题的关键.