

2024 学年第二学期八年级数学学科限时练习

(考试时间: 90 分钟满分 100 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分)

1. 一个多边形的各个内角都相等, 每个内角与外角的差为 100° , 那么这个多边形是 ()

- A. 七边形 B. 八边形 C. 九边形 D. 十边形

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意, 由于内角与外角的和是 180° . 设内角是 x° , 外角是 y° , 列方程组求解即可.

【详解】解: 设内角是 x° , 外角是 y° ,

则得到一个方程组:
$$\begin{cases} x - y = 100^\circ \\ x + y = 180^\circ \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x = 140^\circ \\ y = 40^\circ \end{cases}$$

$\therefore$ 这个正多边形的边数: $360^\circ \div 40^\circ = 9$;

故选择: C.

【点睛】本题根据多边形的内角与外角的关系转化为方程组的问题, 并利用了多边形的外角和定理; 已知外角求边数的这种方法是需要熟记的内容.

2. 下列函数中一次函数是 ()

- A. $y = x^2 + 1$ B. $y = 0$

- C. $y = kx + b$ D. $y = \frac{x}{3}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的定义, 熟练掌握一次函数的定义: 一般地, 形如 $y = kx + b$ (k, b 是常数, $k \neq 0$) 的函数叫做一次函数是解题的关键. 根据一次函数的定义逐项分析判断即可解答.

【详解】解: A、 $y = x^2 + 1$, 不是一次函数, 故此选项不符合题意;

B、 $y = 0$, 不是一次函数, 故此选项不符合题意;

C、 $y = kx + b$, 当 $k = 0$ 时, 不是一次函数, 故此选项不符合题意;

D、 $y = \frac{x}{3}$ ，是一次函数，故此选项符合题意；

故选：D.

3. 下列方程式中二元二次方程是（ ）

A. $2x^2 + 3x - 1 = 0$

B. $y^2 = -4x$

C. $x^2 + \sqrt{3-y} - 7 = 0$

D. $y^2 + \frac{1}{x-3} = 0$

【答案】B

【解析】

【分析】本题根据二元二次方程的定义解答. 二元二次方程必须满足四个条件：

(1) 未知数的最高次数是 2；(2) 二次项系数不为 0；(3) 是整式方程；(4) 含有两个未知数. 由这四个条件对四个选项进行验证，满足这四个条件者为正确答案.

【详解】解：A、 $2x^2 + 3x - 1 = 0$ 是一元二次方程，故 A 错误；

B、整理得 $y^2 + 4x = 0$ 是二元二次方程，故 B 正确；

C、整理得 $3 - y = (7 - x^2)^2$ ，不是二元二次方程，故 C 错误；

D、 $y^2 + \frac{1}{x-3} = 0$ ，不是整式方程，则不是二元二次方程，故 D 错误；

故选择：B.

【点睛】本题考查了二元二次方程的概念，判断一个方程是否是一元二次方程，首先要看是否是整式方程，然后看化简后是否是只含有两个未知数，且未知数的最高次数是 2.

4. 已知一次函数 $y = (k-2)x + k$ 不经过第三象限，则 k 的取值范围是（ ）

A. $k \neq 2$

B. $k > 2$

C. $0 < k < 2$

D. $0 \leq k < 2$

【答案】D

【解析】

【分析】根据一次函数的图象与 k 、 b 的关系列不等式组求解即可.

【详解】解： $\because$ 一次函数 $y = (k-2)x + k$ 的图象不经过第三象限，

$$\therefore k-2 < 0, \quad k \geq 0,$$

$$\therefore 0 \leq k < 2,$$

故选：D.

【点睛】本题主要考查一次函数图象在坐标平面内的位置与 k 、 b 的关系. 解答本题注意理解： $k > 0$ 时，直

线必经过一、三象限； $k < 0$ 时，直线必经过二、四象限； $b > 0$ 时，直线与 y 轴正半轴相交； $b = 0$ 时，直线过原点； $b < 0$ 时，直线与 y 轴负半轴相交。

5. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $P(x, y)$ 到坐标原点 O 的距离为 5，且满足 $x - y = 1$ 那么满足条件的点 P 的个数 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 4 个 D. 不存在

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了勾股定理，解一元二次方程；根据勾股定理可得 $x^2 + y^2 = 25$ ，将 $x = y + 1$ 代入，解一元二次方程，即可求解。

【详解】解：由 $x - y = 1$ 可得 $x = y + 1$ ，

$\because$ 点 $P(x, y)$ 到坐标原点 O 的距离为 5，

$$\therefore x^2 + y^2 = 25$$

$$\therefore (y + 1)^2 + y^2 = 25$$

解得： $y = -4$ 或 $y = 3$

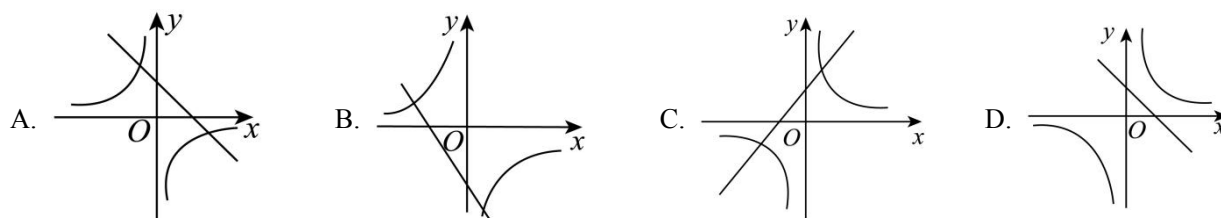
当 $y = -4$ 时， $x = -4 + 1 = -3$

当 $y = 3$ 时， $x = 3 + 1 = 4$

即 $P(-3, -4)$ 或 $(4, 3)$

故选：B.

6. 函数 $y = -kx + k$ 与函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在同一直角坐标系中的大致图像可能是 ()



【答案】D

【解析】

【分析】分 $k > 0$ 和 $k < 0$ 两种情况确定正确的选项即可。

【详解】解：当 $k > 0$ 时，反比例函数的图象位于第一、三象限，一次函数的图象交 y 轴于正半轴， y 随着

x 的增大而减小，D 选项符合，C 选项错误；

当 $k < 0$ 时，反比例函数的图象位于第二、四象限，一次函数的图象交 y 轴于负半轴， y 随着 x 的增大而增大，A、B 均错误；

故选择：D.

【点睛】本题考查反比例函数与一次函数的图象性质：解题的关键是分两种情况确定答案，难度不大.

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. 直线 $y = -3(x-1)+1$ 在 y 轴上的截距是_____.

【答案】 4

【解析】

【分析】将 $x=0$ 代入一次函数解析式中求出 y 值，此题得解.

【详解】解：令 $x=0$ ，

$$\text{则 } y = -3(0-1)+1 = 4$$

在 y 轴上的截距是 4；

故答案为 4.

【点睛】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，将 $x=0$ 代入函数解析式求出 y 值是解题的关键.

8. 一次函数 $y = (1-k)x+1$ ，如果 y 的值随 x 的增大而增大，那么 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k < 1$.

【解析】

【分析】根据一次函数的性质，即可判断出 k 的范围.

【详解】解：根据题意，得： $1-k > 0$ ，

解得： $k < 1$ ；

故答案为 $k < 1$.

【点睛】本题考查了一次函数图象与性质，解答本题注意理解：直线 $y=kx+b$ 所在的位置与 k 、 b 的符号有直接的关系.

9. 已知常值函数 $f(x)=3$.那么 $f(7)=$ _____.

【答案】 3.

【解析】

【分析】根据常值函数的意义，即可得到答案.

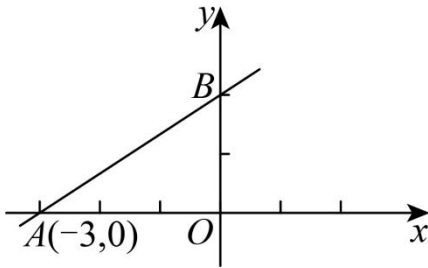
【详解】解：∵ $f(x)$ 是常值函数，且 $f(x)=3$,

∴ $f(7)=3$;

故答案为 3.

【点睛】本题考查了常值函数的意义，解题的关键是掌握常值函数的意义，无论 x 取何值，函数值都是 3.

10. 如图，一次函数 $y=kx+b$ 的图像经过 A、B 两点，那么关于 x 的不等式 $kx+b \geq 0$ 的解集是_____.



【答案】 $x \geq -3$

【解析】

【分析】本题考查了一次函数与一元一次不等式，根据函数图象即可得解，采用数形结合的思想是解此题的关键.

【详解】解：由图象可得，关于 x 的不等式 $kx+b \geq 0$ 的解集是 $x \geq -3$,

故答案为： $x \geq -3$.

11. 直线 $y=x-1$ 向上平移_____个单位后经过点 $(-2,2)$.

【答案】 5.

【解析】

【分析】设直线 $y=x-1$ 向上平移 h 个单位，其图象经过点 $(-2, 2)$ ，根据题意，列出方程，解方程即可求出 h 的值.

【详解】解：设直线 $y=x-1$ 向上平移 h 个单位后经过点 $(-2, 2)$,

则函数解析式为： $y=x-1+h$ ，将点 $(-2, 2)$ 代入，

得： $2=-2-1+h$,

解得： $h=5$.

故答案为 5.

【点睛】本题考查了直线平移变换的规律，解题的关键是找出关系，列出方程.

12. 方程 $(1-2x)^4-16=0$ 的解是_____.

【答案】 $x = -\frac{1}{2}$ 或 $x = \frac{3}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了直接开平方法，掌握直接开平方法解方程是解题的关键。根据直接开平方法求解方程即可。

【详解】 解： $(1-2x)^4 - 16 = 0$,

$$(1-2x)^4 = 16,$$

$$(1-2x)^2 = 4 \text{ 或 } (1-2x)^2 = -4 \text{ (舍去),}$$

$$1-2x = \pm 2,$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 或 } x = \frac{3}{2}.$$

故答案为： $x = -\frac{1}{2}$ 或 $x = \frac{3}{2}$.

13. 方程 $\sqrt{1+x} \cdot \sqrt{2x-1} = 0$ 的解是_____.

【答案】 $x = \frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了解无理方法，二次根式有意义的条件、解一元一次不等式组、算术平方根，熟练掌握相关知识点是解题的关键。根据二次根式有意义的条件可得 $\begin{cases} 1+x \geq 0 \\ 2x-1 \geq 0 \end{cases}$ ，解出 x 的范围，再根据算术平方根的非负性求解方程即可得出答案。

【详解】 解：由题意得， $\begin{cases} 1+x \geq 0 \\ 2x-1 \geq 0 \end{cases}$,

解得： $x \geq \frac{1}{2}$,

$$\therefore \sqrt{1+x} \cdot \sqrt{2x-1} = 0,$$

$$\therefore 1+x = 0 \text{ 或 } 2x-1 = 0,$$

解得： $x = -1$ (舍去) 或 $x = \frac{1}{2}$,

$$\therefore \text{方程的解是 } x = \frac{1}{2}.$$

故答案为： $x = \frac{1}{2}$.

14. 用换元法解方程 $\frac{x+2}{x^2} - \frac{2x^2}{x+2} = 6$ 时, 如果设 $y = \frac{x+2}{x^2}$.那么原方程可化为关于 y 的整式方程,这个方程是_____.

【答案】 $y^2 - 6y - 2 = 0$.

【解析】

【分析】 根据题意, 可得 $y = \frac{x+2}{x^2}$, 则 $\frac{2x^2}{x+2} = \frac{2}{y}$, 代入即可得到答案.

【详解】 解: 根据题意, 设 $y = \frac{x+2}{x^2}$,

$$\therefore \frac{2x^2}{x+2} = \frac{2}{y},$$

$$\therefore \text{原方程可化为: } y - \frac{2}{y} = 6,$$

整理, 得: $y^2 - 6y - 2 = 0$.

故答案为 $y^2 - 6y - 2 = 0$.

【点睛】 本题考查了换元法解分式方程, 用换元法解一些复杂的分式方程是比较简单的一种方法, 根据方程特点设出相应未知数, 使方程简单化, 应熟练掌握换元法.

15. 如果关于 x 的方程 $\frac{7-m}{x(x+1)} - \frac{7}{x+1} = \frac{1}{x}$ 无实数根, 那么 m 的值为_____.

【答案】 6 或 14

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程无解问题、实数, 熟练掌握分式方程的解法步骤是解题的关键. 对方程去分母化为整式方程, 再解整式方程得到 $x = \frac{6-m}{8}$, 根据关于 x 的方程无实数根可知 $x = 0$ 或 $x = -1$, 得到关于 m 的方程, 求解方程即可得出答案.

$$\text{【详解】 解: } \frac{7-m}{x(x+1)} - \frac{7}{x+1} = \frac{1}{x},$$

去分母, 得: $7-m-7x = x+1$,

$$\text{解得: } x = \frac{6-m}{8},$$

$\therefore$ 关于 x 的方程无实数根,

$$\therefore x=0 \text{ 或 } x=-1,$$

$$\therefore \frac{6-m}{8}=0 \text{ 或 } \frac{6-m}{8}=-1,$$

$$\text{解得: } m=6 \text{ 或 } m=14,$$

$$\therefore m \text{ 的值为 } 6 \text{ 或 } 14.$$

故答案为: 6 或 14.

16. 如果关于 x 的方程 $\frac{x}{x-2} + \frac{x-2}{x} + \frac{2x+a}{x(x-2)} = 0$ 只有一个实数根, 则实数 a 的值为_____.

【答案】 $-\frac{7}{2}, -4, -8$

【解析】

【分析】 先将分式方程化为整式方程, 此整式方程为一元二次方程, 根据判别式等于 0 求得 a 的值, 再分为两种情况, 当 $\Delta=0$ 和 $\Delta>0$, 再分别求出即可.

【详解】 解: 去分母得整式方程为: $2x^2 - 2x + a + 4 = 0$,

$\therefore$ 方程只有一个实数根,

当 $\Delta=0$ 时,

$$(-2)^2 - 4 \times 2 \times (a+4) = 0,$$

$$\text{解得: } a = -\frac{7}{2},$$

此时方程的解为: $x = -\frac{7}{2}$, 满足条件;

当 $\Delta>0$ 时,

$$a < -\frac{7}{2},$$

此时方程 $2x^2 - 2x + a + 4 = 0$ 有两个不相等的实数根, 则

$$\text{当 } x=0 \text{ 时, 代入方程得: } a = -4 < -\frac{7}{2},$$

即 $a=-4$ 时, $x=0$ 是方程 $\frac{x}{x-2} + \frac{x-2}{x} + \frac{2x+a}{x(x-2)} = 0$ 的增根,

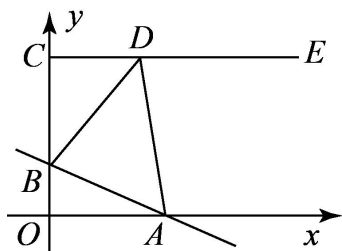
$$\text{当 } x=2 \text{ 时, 代入方程得: } a = -8 < -\frac{7}{2},$$

即 $a=-8$ 时, $x=2$ 是方程 $\frac{x}{x-2} + \frac{x-2}{x} + \frac{2x+a}{x(x-2)} = 0$ 的增根,

综上: a 的值为 $-\frac{7}{2}$ 或 -4 或 -8 .

【点睛】 本题考查了分式方程的解和分式有意义的条件，以及一元二次方程根的判别式，能求出符合的所有情况是解此题的关键.

17. 如图，在平面直角坐标系中，点 $C(0,4)$ ，射线 $CE \parallel x$ 轴，直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 交线段 OC 于点 B ，交 x 轴于点 A ， D 是射线 CE 上一点. 若存在点 D ，使得 $\triangle ABD$ 恰为等腰直角三角形，则 b 的值为_____.



【答案】 $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{8}{3}$ 或 2

【解析】

【分析】 分三种情况讨论：①当 $\angle ABD = 90^\circ$ 时，证得 $\triangle DBC \cong \triangle BAO$ ，得出 $BC = OA$ ，即 $4 - b = 2b$ ，求得 $b = \frac{4}{3}$ ；
②当 $\angle ADB = 90^\circ$ 时，作 $AF \perp CE$ 于 F ，同理证得 $\triangle BDC \cong \triangle DAF$ ，得出 $BC = DF$ ，即 $2b - 4 = 4 - b$ ，求得 $b = \frac{8}{3}$ ；
③当 $\angle DAB = 90^\circ$ 时，作 $DF \perp OA$ 于 F ，同理证得 $\triangle AOB \cong \triangle DFA$ ，得出 $OA = DF$ ，即 $2b = 4$ ，解得 $b = 2$.

【详解】 解：①当 $\angle ABD = 90^\circ$ 时，如图 1，则 $\angle DBC + \angle ABO = 90^\circ$ ，

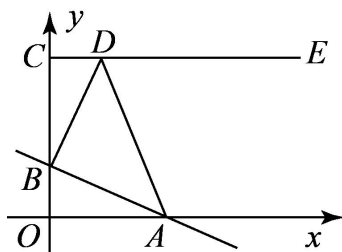


图1

$\therefore \angle DBC = \angle BAO$,

由直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 交线段 OC 于点 B ，交 x 轴于点 A 可知 $OB = b$ ， $OA = 2b$ ，

$\because$ 点 $C(0, 4)$ ，

$\therefore OC = 4$ ，

$\therefore BC = 4 - b$ ，

在 $\triangle DBC$ 和 $\triangle BAO$ 中，

$$\begin{cases} \angle DBC = \angle BAO \\ \angle DCB = \angle AOB, \\ BD = AB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DBC \cong \triangle BAO \quad (AAS),$$

$$\therefore BC = OA,$$

$$\text{即 } 4 - b = 2b,$$

$$\therefore b = \frac{4}{3},$$

②当 $\angle ADB = 90^\circ$ 时, 如图 2, 作 $AF \perp CE$ 于 F ,

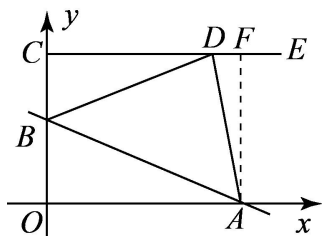


图2

同理证得 $\triangle BDC \cong \triangle DAF$,

$$\therefore CD = AF = 4, \quad BC = DF,$$

$$\because OB = b, \quad OA = 2b,$$

$$\therefore BC = DF = 2b - 4,$$

$$\because BC = 4 - b,$$

$$\therefore 2b - 4 = 4 - b,$$

$$\therefore b = \frac{8}{3};$$

③当 $\angle DAB = 90^\circ$ 时, 如图 3, 作 $DF \perp OA$ 于 F ,

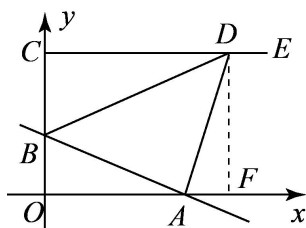


图3

同理证得 $\triangle AOB \cong \triangle DFA$,

$$\therefore OA = DF,$$

$$\therefore 2b = 4,$$

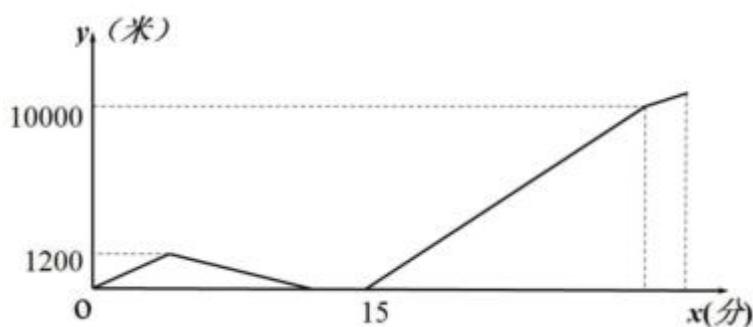
$$\therefore b = 2;$$

综上, b 的值为 $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{8}{3}$ 或 2,

故答案为: $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{8}{3}$ 或 2.

【点睛】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，等腰直角三角形的性质，三角形全等的判定和性质，作出辅助性构建求得三角形上解题的关键.

18. 武汉疫情爆发期间，大学生小玲和小丽应聘成为了阳光小区的疫情防控志愿者一天早晨，小玲从阳光小区出发骑三轮车匀速到区疾病预防控制中心领取防疫物资，出发一段时间后，小丽发现小玲忘记带社区介绍信，立即骑自行车沿小玲行驶的路线匀速行驶去追赶，当小丽追上小玲后立即将介绍信交给了她，并用3分钟时间与小玲核对了一下防疫物资的清单，然后小玲将原速度提高了 $\frac{1}{3}$ 继续前往区疾病预防控制中心，而小丽则按原路以原来速度的一半匀速返回阳光小区. 当小丽回到阳光小区2分钟后小玲也到达了疾病预防控制中心. 设小丽与小玲之间的距离 y （米）与小玲从阳光小区出发后的时间 x （分）之间的关系如图所示，则阳光小区到区疾病预防控制中心的距离为_____米.



【答案】 10800

【解析】

【分析】 设开始小丽速度为 v_1 ，小玲的速度为 v_2 ，由图像可知经过 t 分钟后，小丽开始追小玲，追击时间为

$(12-t)$ ， $t = \frac{1200}{v_2}$ ，由追上路程一样列出等量关系① $(12-t)v_1 = 12v_2$ ；15分钟返回，小丽返回速度为 $\frac{1}{2}v_1$ ；

小玲速返回度为 $\frac{4}{3}v_2$ ，由速度减半时间加倍得出小丽返回时间为 $2(12-t)$ ，再由相距10000米列出等量关

系② $2(12-t) \cdot \left(\frac{1}{2}v_1 + \frac{4}{3}v_2\right) = 10000$ ，将①代入②求得 v_2 ，最后由小玲从阳光小区到区疾病控制中心以每

分钟300米走了12分钟，以每分钟300米的速度走了 $[2(12-t)+2]=18$ 分钟求解即可.

【详解】 解：设开始小丽速度为 v_1 ，小玲的速度为 v_2 ，

由图像可知经过 t 分钟后，小丽开始追小玲，追击时间为： $15-3-t=12-t$ ，

则 $t = \frac{1200}{v_2}$ ，

$$\therefore (12-t)v_1 = 12v_2, \text{ 即 } \left(12 - \frac{1200}{v_2}\right)v_1 = 12v_2,$$

$$\text{整理得 } v_2^2 = v_1v_2 - 100v_1 \text{ ①},$$

$$15 \text{ 分钟返回, 返回速度为: 小丽速度为: } \frac{1}{2}v_1; \text{ 小玲速度为: } \frac{4}{3}v_2,$$

$$\text{小丽返回时间为: } 2(12-t),$$

由图像可知经过 $2(12-t)$, 两人两相距 10000 米,

$$\therefore 2(12-t) \cdot \left(\frac{1}{2}v_1 + \frac{4}{3}v_2\right) = 10000, \text{ 即 } 2\left(12 - \frac{1200}{v_2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}v_1 + \frac{4}{3}v_2\right) = 10000,$$

$$\text{整理得: } 6(v_1v_2 - 100v_1) + 16v_2^2 = 6600v_2 \text{ ②}$$

$$\text{将①代入②得, } 6v_2^2 + 16v_2^2 = 6600v_2,$$

$$\text{解得 } v_2 = 300,$$

$$\therefore \text{小玲原先的速度为每分钟 } 300 \text{ 米, } t = \frac{1200}{v_2} = 4 \text{ 分钟, } \frac{4}{3}v_2 = 400, \quad 2(12-t) = 16 \text{ 分钟}$$

$\therefore$ 小玲从阳光小区到区疾病预防控制中心以每分钟 300 米走了 12 分钟, 以每分钟 300 米的速度走了

$$[2(12-t) + 2] = 18 \text{ 分钟,}$$

$$\therefore \text{距离} = 300 \times 12 + 400 \times 18 = 10800m,$$

故答案为: 10800

【点睛】本题考查了一次函数的图象的性质的运用, 路程 = 速度 $\times$ 时间之间的关系的运用, 求小玲的速度是关键, 解答时熟悉并理解函数的图象.

三、计算题 (本大题共 4 小题, 每小题 6 分, 满分 24 分)

$$19. \text{ 解关于 } x \text{ 的方程 } ax + x = 2(x - 2).$$

$$\text{【答案】 当 } a = 1 \text{ 时, 方程无解; 当 } a \neq 1 \text{ 时, } x = -\frac{4}{a-1}$$

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次方程, 熟练掌握解一元一次方程的步骤并灵活运用是解题的关键. 对方程去括号、移项、合并同类项得 $(a-1)x = -4$, 再分类 $a = 1$ 和 $a \neq 1$ 两种情况求解方程即可.

$$\text{【详解】 解: } ax + x = 2(x - 2),$$

去括号, 得: $ax + x = 2x - 4$,

移项, 得: $ax + x - 2x = -4$,

合并同类项, 得: $(a-1)x = -4$,

当 $a=1$ 时, 方程无解;

当 $a \neq 1$ 时, 系数化为 1, 得 $x = -\frac{4}{a-1}$;

$\therefore$ 综上所述, 当 $a=1$ 时, 方程无解; 当 $a \neq 1$ 时, $x = -\frac{4}{a-1}$.

20. 解方程 $\sqrt{2y-4} - \sqrt{y+5} = 1$

【答案】 $y = 20$

【解析】

【分析】 本题考查了无理方程, 理解转换思想是解题的关键. 先通过两边平方把方程转化为有理方程, 再求解.

【详解】 解: $\sqrt{2y-4} - \sqrt{y+5} = 1$,

移项得: $\sqrt{2y-4} = \sqrt{y+5} + 1$,

两边分别平方得: $2y-4 = y+6+2\sqrt{y+5}$,

移项、合并同类项得: $y-10 = 2\sqrt{y+5}$,

两边再平方得: $y^2 - 20y + 100 = 4y + 20$,

解这个整式方程得: $y = 4$ 或 $y = 20$,

当 $y = 4$ 时, 左边 $= 2 - 3 = -1 \neq$ 右边,

$\therefore y = 4$ 不是原方程的解,

当 $y = 20$ 时, 左边 $= 6 - 5 = 1 =$ 右边,

$\therefore y = 20$ 是原方程的解,

$\therefore$ 原方程解为 $y = 20$.

21. 解方程组:
$$\begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{8}{y+3} = 3 \\ \frac{5}{x-2} + \frac{2}{y+3} = 3 \end{cases}.$$

【答案】方程组的解为 $\begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$

【解析】

【分析】本题考查了解二元一次方程组，解分式方程，设 $\frac{1}{x-2}=a$ ， $\frac{1}{y+3}=b$ ，则方程可化为 $\begin{cases} 2a+8b=3 \textcircled{1} \\ 5a+2b=3 \textcircled{2} \end{cases}$ ，

利用加减消元法得出 $a=0.5$ ， $b=0.25$ ，从而得出 $\frac{1}{x-2}=0.5$ ， $\frac{1}{y+3}=0.25$ ，再解分式方程即可得解.

【详解】解：设 $\frac{1}{x-2}=a$ ， $\frac{1}{y+3}=b$ ，

则方程可化为： $\begin{cases} 2a+8b=3 \textcircled{1} \\ 5a+2b=3 \textcircled{2} \end{cases}$ ，

由 $\textcircled{2} \times 4 - \textcircled{1}$ 得： $18a=9$ ，

解得： $a=0.5$ ，

将 $a=0.5$ 代入 $\textcircled{2}$ 得： $2.5+2b=3$ ，

解得： $b=0.25$ ，

$\therefore \frac{1}{x-2}=0.5$ ， $\frac{1}{y+3}=0.25$ ，

$\therefore x=4$ ， $y=1$ ，

检验，当 $x=4$ ， $y=1$ 是原方程的解，

故方程组的解为 $\begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$.

22. 解方程组： $\begin{cases} x^2+2xy+y^2=9 \\ (x-y)^2-3(x-y)+2=0 \end{cases}$.

【答案】 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ y=-\frac{5}{2} \end{cases}$

【解析】

【分析】本题考查了解二元二次方程组，利用因式分解法解方程是解题的关键. 利用因式分解法对每个方程进行化简，再联立化简后的方程即可求解.

【详解】解：
$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 9 \text{①} \\ (x-y)^2 - 3(x-y) + 2 = 0 \text{②} \end{cases},$$

由①得, $(x+y)^2 = 9$,

解得: $x+y=3$ 或 $x+y=-3$,

由②得, $(x-y-1)(x-y-2)=0$,

解得: $x-y=1$ 或 $x-y=2$,

当 $x+y=3$, $x-y=1$ 时, 解得 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$;

当 $x+y=3$, $x-y=2$ 时, 解得 $\begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$;

当 $x+y=-3$, $x-y=1$ 时, 解得 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$;

当 $x+y=-3$, $x-y=2$ 时, 解得 $\begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ y=-\frac{5}{2} \end{cases}$;

$\therefore$ 综上所述, 方程组的解为 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ y=-\frac{5}{2} \end{cases}$.

四、解答题 (本大题 3 小题, 23, 24, 25 每小题 8 分, 26 题 10 分, 满分 34 分)

23. 已知: 直线 $l_1: y=2x+3$ 与直线 $l_2: y=-2x-1$ 交于点 C , 直线 l_1 与 y 轴交于点 A , 直线 l_2 与 y 轴交于点 B , 点 P 在直线 l_2 上, 且 $S_{\triangle APB} = 6$, 求 P 点坐标.

【答案】 $(3, -7)$ 或 $(-3, 5)$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数与坐标轴的交点问题、三角形的面积公式, 熟练掌握相关知识点是解题的关键. 根据一次函数的性质求出 $A(0, 3)$ 和 $B(0, -1)$, 得出 $AB=4$, 设 P 点坐标为 $(m, -2m-1)$, 得到点 P 到

y 轴的距离为 $|m|$ ，再利用三角形的面积公式列出方程，解出 m 的值即可求出 P 点坐标.

【详解】解：令 $x = 0$ ，则 $y = 2x + 3 = 3$ ，

令 $x = 0$ ，则 $y = -2x - 1 = -1$ ，

$\therefore A(0, 3)$ ， $B(0, -1)$ ，

$\therefore AB = 3 - (-1) = 4$ ，

$\because$ 点 P 在直线 l_2 上，

$\therefore$ 设 P 点坐标为 $(m, -2m - 1)$ ，

$\therefore$ 点 P 到 y 轴的距离为 $|m|$ ，

$\because S_{\triangle APB} = 6$ ，

$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times |m| = 6$ ，

解得： $m = 3$ 或 $m = -3$ ，

当 $m = 3$ 时， $-2m - 1 = -2 \times 3 - 1 = -7$ ；

当 $m = -3$ 时， $-2m - 1 = -2 \times (-3) - 1 = 5$ ；

$\therefore P$ 点坐标为 $(3, -7)$ 或 $(-3, 5)$ 。

24. 2020 年新年伊始，一场突如其来的新冠肺炎病毒席卷全国。在疫情肆虐的当下，口罩和医用防护服成了急需品，为了打赢疫情防控阻击战，多家企业紧急切换生产线“转战”防护服。某厂家的一条生产线要求在规定的天数内生产 3600 套医用防护服，但由于疫情严重，不但要在原计划基础上增加 10% 的总量，而且还要比原计划提前 3 天完成。经预测，要完成新计划，平均每天的生产总量要比原计划多 20 套。求原计划每天生产医用防护服多少套。

【答案】原计划每天生产医用防护服 100 套

【解析】

【分析】本题考查了分式方程的应用、一元二次方程的应用，理解题意正确列出方程是解题的关键。设原计划每天生产医用防护服 x 套，根据题意列出方程求解，再检验方程的解即可得出答案。

【详解】解：设原计划每天生产医用防护服 x 套，

由题意得， $\frac{3600}{x} - 3 = \frac{3600 \times (1 + 10\%)}{x + 20}$ ，

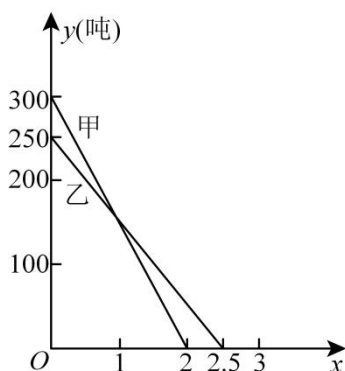
整理得: $x^2 + 140x - 24000 = 0$,

解得: $x_1 = 100$, $x_2 = -240$ (舍去),

经检验: $x = 100$ 是所列方程的解且符合题意.

答: 原计划每天生产医用防护服 100 套.

25. 某地农产水果滞销严重, 现有甲、乙两家电商平台帮助农户解决水果滞销问题. 甲、乙家电商平台销售水果剩余部分的数量 y (吨) 与销售时间 x (分) 之间的关系如图所示. 请根据图像所提供的信息解答下列问题:



(1) 甲、乙两家电商平台销售前的水果数量分别是____吨, ____吨; 从销售开始到销售尽所用的时间分别是____分, ____分.

(2) 销售多长时间甲、乙两家电商平台剩余水果的数量相等 (不考虑销售尽的情况).

【答案】 (1) 300; 250; 2; 2.5

(2) 销售 1 分钟时间甲、乙两家电商平台剩余水果的数量相等

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的应用, 根据函数图像求出函数的解析式是解题的关键.

(1) 根据函数图像即可解答;

(2) 根据函数图像, 利用待定系数法求出甲、乙两家电商平台 y 与 x 的函数关系式, 再联立函数关系式即可求解.

【小问 1 详解】

解: 由图像可知, 甲、乙两家电商平台销售前的水果数量分别是 300 吨, 250 吨; 从销售开始到销售尽所用的时间分别是 2 分, 2.5 分.

故答案为: 300; 250; 2; 2.5.

【小问 2 详解】

解: 设甲电商平台 y 与 x 的函数关系式为 $y = k_1x + 300$,

代入 $(2,0)$ 得, $2k_1 + 300 = 0$,

解得: $k_1 = -150$,

$\therefore$ 甲电商平台 y 与 x 的函数关系式为 $y = -150x + 300$;

设乙电商平台 y 与 x 的函数关系式为 $y = k_2x + 250$,

代入 $(2.5,0)$ 得, $2.5k_1 + 250 = 0$,

解得: $k_1 = -100$,

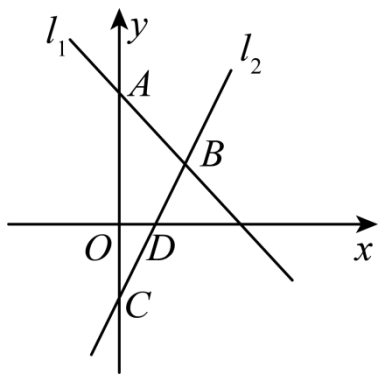
$\therefore$ 乙电商平台 y 与 x 的函数关系式为 $y = -100x + 250$;

$$\text{联立} \begin{cases} y = -150x + 300 \\ y = -100x + 250 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 150 \end{cases},$$

$\therefore$ 销售 1 分钟时间甲、乙两家电商平台剩余水果的数量相等.

26. 如图, 直线 $l_1: y = -x + m$ 与 y 轴交于点 A , 直线 $l_2: y = 2x + n$ 与 y 轴交于点 C , 与 x 轴交于点 D , 且它们都经过点 $B(2,2)$.



(1) 求点 A 、点 D 坐标;

(2) 过点 A 作 BC 的平行线交 x 轴于点 E , 求点 E 的坐标;

(3) 在 (2) 的条件下, 直线 l_2 上是否存在一动点 P , 使 $\triangle EDP$ 是等腰三角形? 若存在, 请直线写出 P 点坐标; 若不存在, 请说明理由.

【答案】 (1) $A(0,4)$, $D(1,0)$

(2) $E(-2,0)$

$$(3) \text{ 点 } P \text{ 的坐标为 } \left(1 + \frac{3\sqrt{5}}{5}, \frac{6\sqrt{5}}{5}\right) \text{ 或 } \left(1 - \frac{3\sqrt{5}}{5}, -\frac{6\sqrt{5}}{5}\right) \text{ 或 } \left(-\frac{1}{5}, -\frac{12}{5}\right) \text{ 或 } \left(-\frac{1}{2}, -3\right)$$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数的综合，涉及一次函数与二元一次方程，一次函数与坐标轴交点问题，等腰三角形的性质，掌握灵活运用这些知识是解题的关键.

(1) 根据点 $B(2,2)$ 求出直线 l_1 、 l_2 的解析式，即可求解；

(2) 根据 $AE \parallel BC$ ，可设直线 AE 的解析式为 $y = 2x + b$ ，利用待定系数法求出直线 AE 的解析，即可求出点 E 的坐标；

(3) 分为三种情况讨论：①以 EP 为底时；②以 PD 为底时；③以 ED 为底时；根据等腰三角形的性质列出方程即可求解.

【小问 1 详解】

解： $\because$ 直线 $l_1: y = -x + m$ 过点 $B(2,2)$,

$$\therefore 2 = -2 + m,$$

解得： $m = 4$,

$$\therefore \text{直线 } l_1 \text{ 的解析式为: } y = -x + 4,$$

$$\text{令 } x = 0, \text{ 则 } y = 0 + 4 = 4,$$

$$\therefore A(0,4),$$

$\because$ 直线 $l_2: y = 2x + n$ 过点 $B(2,2)$,

$$\therefore 2 = 2 \times 2 + n,$$

解得： $n = -2$,

$$\therefore \text{直线 } l_2 \text{ 的解析式为: } y = 2x - 2,$$

$$\text{令 } y = 0, \text{ 则 } 0 = 2x - 2,$$

解得： $x = 1$,

$$\therefore D(1,0);$$

【小问 2 详解】

$\because AE \parallel BC$,

$\therefore$ 设直线 AE 的解析式为 $y = 2x + b$,

将 $A(0,4)$ 代入得: $4=0+b$,

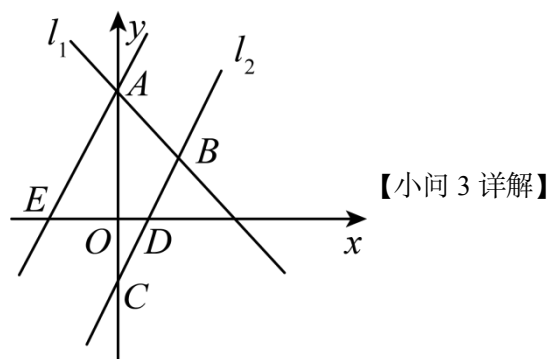
解得: $b=4$,

$\therefore$ 直线 AE 的解析式为 $y=2x+4$,

令 $y=0$, 则 $0=2x+4$,

解得: $x=-2$,

$\therefore E(-2,0)$;



①以 EP 为底时,

$\because D(1,0), E(-2,0)$,

$\therefore ED=PD=3$,

设 $P(x_0, 2x_0-2)$,

$\therefore PD = \sqrt{(x_0-1)^2 + (2x_0-2)^2} = 3$,

$\therefore x_0 = 1 \pm \frac{3\sqrt{5}}{5}$,

$\therefore P_1\left(1 + \frac{3\sqrt{5}}{5}, \frac{6\sqrt{5}}{5}\right)$ 或 $P_2\left(1 - \frac{3\sqrt{5}}{5}, -\frac{6\sqrt{5}}{5}\right)$;

②以 PD 为底时, 则 $ED=PE=3$,

设 $P(a, 2a-2)$, 且 $E(-2,0)$,

$\therefore PE = \sqrt{(a+2)^2 + (2a-2)^2} = 3$,

解得: $a=1$ (舍去) 或 $a=-\frac{1}{5}$,

$\therefore P_3\left(-\frac{1}{5}, -\frac{12}{5}\right)$;

③以 ED 为底时, 点 P 在 ED 的中垂线上,

$$\therefore x_P = -\frac{1}{2},$$

$$\therefore y_P = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 2 = -3,$$

$$\therefore P_4 \left(-\frac{1}{2}, -3\right);$$

综上所述, 点 P 的坐标为 $\left(1 + \frac{3\sqrt{5}}{5}, \frac{6\sqrt{5}}{5}\right)$ 或 $\left(1 - \frac{3\sqrt{5}}{5}, -\frac{6\sqrt{5}}{5}\right)$ 或 $\left(-\frac{1}{5}, -\frac{12}{5}\right)$ 或 $\left(-\frac{1}{2}, -3\right)$.

