

上海中学东校 2024-2025 八下数学三月月考试卷

姓 名：_____ 班 级：_____ 学 号：_____

A 部 分

一、选择题

1. 若一次函数 $y = 2x + b$ 的图象不经过第二象限，则 b 的取值范围为 ()

A. $b < 0$

B. $b \leq 0$

C. $b \geq 0$

D. $b > 0$

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意可知：图象经过一三象限或一三四象限，可得 $b = 0$ 或 $b < 0$ ，再解不等式可得答案.

【详解】解：一次函数 $y = 2x + b$ 的图象不经过第二象限，

则可能是经过一三象限或一三四象限，

经过一三象限时， $b = 0$ ；

经过一三四象限时， $b < 0$.

故 $b \leq 0$ ，

故选：B.

【点睛】此题主要考查了一次函数图象在坐标平面内的位置与 k 、 b 的关系. 解答本题注意理解：直线 $y = kx + b$ 所在的位置与 k 、 b 的符号有直接的关系. $k > 0$ 时，直线必经过一、三象限； $k < 0$ 时，直线必经过二、四象限； $b > 0$ 时，直线与 y 轴正半轴相交； $b = 0$ 时，直线过原点； $b < 0$ 时，直线与 y 轴负半轴相交.

2. 下列说法中，正确的个数有 ()

(1) 关于 x 的方程 $\frac{1}{\sqrt{x}} - 1 = 0$ 既是分式方程，又是无理方程；

(2) 关于 x 的方程 $x^2 = 0$ 是二项方程；

(3) 关于 x 、 y 的方程 $x^2 - 3xy - y^2 = 0$ 是二元二次方程；

(4) 关于 x 的方程 $x^2 - 3xy + 1 = 0$ 是无理方程.

A. 0 个

B. 1 个

C. 2 个

D. 3 个

【答案】B

【解析】

【分析】根据分式方程的定义和无理方程的定义对 (1) 进行判断；根据一元二次方程、二元二次方程的定义对 (2) (3) (4) 进行判断.

【详解】解：关于 x 的方程 $\frac{1}{\sqrt{x}} - 1 = 0$ 不是分式方程，是无理方程，所以 (1) 错误；

关于 x 的方程 $x^2 = 0$ 是二次方程，不是二项方程，所以 (2) 错误；

关于 x 、 y 的方程 $x^2 - 3xy - y^2 = 0$ 是二元二次方程，所以 (3) 正确；

关于 x 的方程 $x^2 - 3xy + 1 = 0$ 是二元二次方程，所以 (4) 错误.

故选：B.

【点睛】本题考查了无理方程：方程中含有根式，且开方数是含有未知数的代数式，这样的方程叫做无理方程. 也考查了高次方程和分式方程的定义.

3. 方程组 $\begin{cases} (x-1)(y+3)=0 \\ y^2=x \end{cases}$ 的实数解的个数是 ()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】把 $y^2 = x$ 代入原方程，再化简成 $(y+1)(y-1)(y+3) = 0$ ，解方程即可求解.

【详解】解： $\because y^2 = x$

$$\therefore (x-1)(y+3) = 0$$

$$\therefore (y^2-1)(y+3) = 0$$

$$\therefore (y+1)(y-1)(y+3) = 0$$

$$\therefore y+1=0 \text{ 或 } y-1=0 \text{ 或 } y+3=0$$

$$\therefore y=-1 \text{ 或 } y=1 \text{ 或 } y=-3$$

故选 C

【点睛】本题考查了因式分解解方程，解题关键是熟练掌握平方差公式和解方程.

4. 某校同学去春游，包了一辆面包车，现价是 180 元，出发时又增加 2 名同学，结果每位同学比原来少分摊了 3 元车费，设实际参加春游同学共有 x 人，则所列方程为 ()

A. $\frac{180}{x} - \frac{180}{x+2} = 3$

B. $\frac{180}{x+2} - \frac{180}{x} = 3$

C. $\frac{180}{x-2} - \frac{180}{x} = 3$

D. $\frac{180}{x} - \frac{180}{x-2} = 3$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了由实际问题抽象出分式方程，利用每人分摊的车费 $=180 \div$ 参加春游的人数，结合实际比原计划每位同学少分摊3元车费，即可得出关于 x 的分式方程，此题得解.

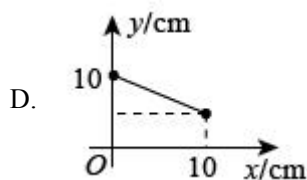
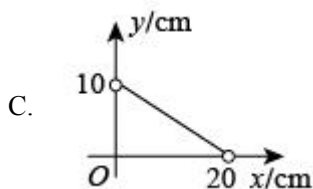
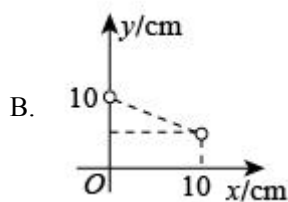
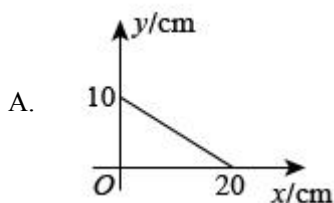
【详解】解： $\because$ 出发时又增加2名同学，且实际参加春游同学共有 x 人，

$\therefore$ 原计划参加春游的同学共有 $(x-2)$ 人，

依题意得： $\frac{180}{x-2} - \frac{180}{x} = 3$.

故选：C.

5. 若等腰三角形的周长是20cm，则能反映这个等腰三角形的腰长 y cm与底边长 x cm的函数关系的图像是
()



【答案】B

【解析】

【分析】根据三角形的周长公式，可得函数解析式，根据三角形的两边之和大于第三边，三角形的边是正数，可得自变量的取值范围，可得答案.

【详解】解：根据题意得 $2y+x=20$.

$$\therefore y=10-\frac{1}{2}x,$$

由 $y+y>x$ ，即 $20-x>x$ ，得 $x<10$ ，

又 $x>0$ ，

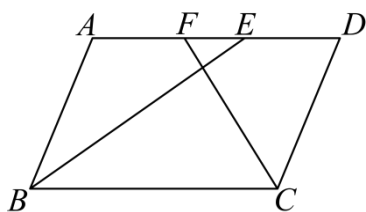
$$\therefore 0<x<10,$$

∴ y 关于 x 的函数关系式为 $y = 10 - \frac{1}{2}x$ ($0 < x < 10$);

故选: B.

【点睛】 本题考查了函数图像, 利用三角形的两边之和大于第三边, 三角形的边是正数得出自变量的取值范围是解题关键.

6. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, BE 平分 $\angle ABC$ 交 AD 于点 E , CF 平分 $\angle BCD$ 交 AD 于点 F , $AB = 3$, $AD = 5$, 则 EF 的长为 ()



A. 1

B. 1.5

C. 2

D. 2.5

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题主要考查了平行四边形的性质、等腰三角形的判定, 先证 $\angle ABE = \angle AEB$, 则 $AB = AE = 3$, 同理可证 $FD = CD = 3$, 进而得出答案.

【详解】 解: ∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

∴ $CD = AB = 3$, $AD \parallel BC$,

∴ $\angle AEB = \angle EBC$,

∵ BE 平分 $\angle ABC$,

∴ $\angle ABE = \angle EBC$,

∴ $\angle ABE = \angle AEB$,

∴ $AE = AB = 3$,

同理可证: $DF = CD = 3$,

∴ $EF = AE + FD - AD = 3 + 3 - 5 = 1$.

故选: A.

二、填空题

7. 一次函数 $y = 3x - 6$ 的图象与 x 轴的交点坐标是_____.

【答案】 $(2, 0)$

【解析】

【分析】 在解析式中，令 $y = 0$ ，即可求得横坐标，则与 x 轴的交点坐标即可求得.

【详解】 解：令 $y = 0$ ，得到： $3x - 6 = 0$ ，解得： $x = 2$ ，

则图象与 x 轴的交点坐标是： $(2, 0)$.

故答案是： $(2, 0)$.

【点睛】 考查了一次函数图象上点的坐标特征，与 x 轴的交点纵坐标为 0 是解题的关键.

8. 把直线 $y = -2x + 4$ 向左平移 3 个单位后，在 y 轴上的截距为_____.

【答案】 -2

【解析】

【分析】 根据“上加下减，左加右减”的原则求出平移后的解析式，再根据在 y 轴上的截距为当 $x = 0$ 时，求 y 的值即可.

【详解】 解：由“左加右减”的原则可知，将直线 $y = -2x + 4$ 向左平移 3 个单位后，所得直线的表达式为 $y = -2(x + 3) + 4$ ，即 $y = -2x - 2$ ，

当 $x = 0$ 时， $y = -2$ ，

$\therefore$ 在 y 轴上的截距为 -2 .

故答案为： -2 .

【点睛】 本题考查的是一次函数的图象与几何变换，熟知“上加下减，左加右减”的原则是解答此题的关键.

9. 已知关于 x 的方程 $2x^2 + mx - 1 = 0$ 是二项方程，那么 $m =$ _____.

【答案】 0

【解析】

【分析】 根据方程的项数，可得答案.

【详解】 解：由题意，得

$m = 0$.

故答案为： 0.

【点睛】 本题考查了一元二次方程，利用方程的项数得出方程不含一次项是解题关键.

10. 如果直线 $y = -kx + 3$ 与两坐标轴所围成的三角形面积是 9，则 k 的值为_____

【答案】 $\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，先根据坐标轴上点的坐标特征确定直线 $y = kx + 3$ 与 x 轴的交点坐标为 $\left(-\frac{3}{k}, 0\right)$ ，与 y 轴的交点坐标为 $(0, 3)$ ，再根据三角形面积公式得到 $\frac{1}{2} \times 3 \times \left|-\frac{3}{k}\right| = 9$ ，然后解方程即可，掌握相关知识是解题的关键。

【详解】 解：把 $x = 0$ 代入 $y = kx + 3$ ，得 $y = 3$ ，

把 $y = 0$ 代入 $y = kx + 3$ ，得 $kx + 3 = 0$ ，

解得： $x = -\frac{3}{k}$ ，

$\therefore$ 直线 $y = kx + 3$ 与 x 轴的交点坐标为 $\left(-\frac{3}{k}, 0\right)$ ，与 y 轴的交点坐标为 $(0, 3)$ ，

$\therefore \frac{1}{2} \times 3 \times \left|-\frac{3}{k}\right| = 9$ ，

解得： $k = \pm \frac{1}{2}$ ，

故答案为： $\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}$ 。

11. 新定义：函数图象上任意一点 $P(x, y)$ ， $y - x$ 称为该点的“坐标差”，函数图象上所有点的“坐标差”的最大值称为该函数的“特征值”。一次函数 $y = -2x + 3$ ($-2 \leq x \leq 1$) 的“特征值”是_____。

【答案】 9

【解析】

【分析】 本题主要考查了新定义、一次函数的性质等知识点，掌握一次函数的增减性是解题的关键。

由题意知，一次函数 $y = -2x + 3$ ($-2 \leq x \leq 1$) 的“特征值”为 $y - x = -3x + 3$ ，当 $x = -2$ 时， $y - x$ 最大，据此即可解答。

【详解】 解：由题意知，一次函数 $y = -2x + 3$ ($-2 \leq x \leq 1$) 的“特征值”为 $y - x = -3x + 3$ ，

$\therefore -3 < 0$ ，

$\therefore y - x$ 随 x 的增大而减小，

$\therefore$ 当 $x = -2$ 时， $y - x = -3 \times (-2) + 3 = 9$ ，

∴ 一次函数 $y = -2x + 3$ ($-2 \leq x \leq 1$) 的“特征值”为 9.

故答案为: 9.

12. 如果方程 $\sqrt{x+7} - x = 1$, 那么 $x =$ _____.

【答案】2

【解析】

【分析】根据解无理方程的解法, 即可求解,

本题考查了, 解无理方程, 解题的关键是: 注意验根.

【详解】解: $\sqrt{x+7} - x = 1$,

移项, 得 $\sqrt{x+7} = 1 + x$,

两边平方, 得 $x+7 = (1+x)^2$,

整理得 $x^2 + x - 6 = 0$,

解得 $x_1 = 2$, $x_2 = -3$,

检验: 当 $x = 2$ 时, 方程左边 $= \sqrt{2+7} - 2 = 1 =$ 右边, 则 $x = 2$ 为原方程的解;

当 $x = -3$ 时, 方程左边 $= \sqrt{-3+7} - (-3) = 5 \neq$ 右边, 则 $x = -3$ 不是原方程的解;

所以原方程的解为 $x = 2$.

故答案为: 2.

13. 用换元法解无理方程 $x^2 + 5x - \sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2$, 若设 $y = \sqrt{x^2 + 5x + 1}$, 则原方程 可化为整式方程:

【答案】 $y^2 - y - 3 = 0$

【解析】

【分析】本题考查了无理方程的解法, 设 $y = \sqrt{x^2 + 5x + 1}$, 可得原方程为 $y^2 - y - 3 = 0$, 掌握无理方程的解法是解题的关键.

【详解】解: 设 $y = \sqrt{x^2 + 5x + 1}$,

∴ 原方程为 $y^2 - y - 3 = 0$,

故答案为: $y^2 - y - 3 = 0$.

14. 把二元二次方程 $4x^2 - 12xy + 9y^2 = 25$ 化为两个二元一次方程为_____.

【答案】 $2x - 3y = 5$ 和 $2x - 3y = -5$.

【解析】

【分析】 先将左边的式子因式分解，然后可得两个二元一次方程.

【详解】 解： $\because 4x^2 - 12xy + 9y^2 = 25$

$$\therefore (2x - 3y)^2 = (\pm 5)^2$$

$$\therefore 2x - 3y = 5 \text{ 或 } 2x - 3y = -5$$

$$\therefore \text{原二元二次方程化为两个二元一次方程为 } 2x - 3y = 5 \text{ 和 } 2x - 3y = -5$$

故答案为： $2x - 3y = 5$ 和 $2x - 3y = -5$.

【点睛】 此题考查了因式分解的应用，解题的关键是利用因式分解的方法把高次方程降次.

15. 一个多边形的每一个外角都等于 40° ，则这个多边形的内角和为_____°.

【答案】 1260

【解析】

【分析】 本题主要考查了多变形的内角与外角. 首先根据外角和与一个外角的度数可得多边形的边数，再根据多边形的内角和公式进行计算即可.

【详解】 解： $\because$ 一个多边形的每一个外角都等于 40° ,

$$\therefore \text{这个多边形的边数为: } 360^\circ \div 40^\circ = 9,$$

$$\therefore \text{这个多边形的内角和为: } 180^\circ \times (9 - 2) = 1260^\circ,$$

故答案为： 1260.

16. 如果方程 $\frac{k}{x+2} + \frac{x}{2x+4} = 0$ 不会产生增根，那么 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k \neq 1$

【解析】

【分析】 先去分母，然后再根据会产生增根的条件确定 x 的值，然后代入方程确定存在增根时 k 的取值范围，然后作相反回答即可.

$$\text{【详解】 解: } \frac{k}{x+2} + \frac{x}{2x+4} = 0$$

去分母得， $2k + x = 2x + 4$,

因为 $x = -2$ 是分式方程的增根，

把 $x = -2$ 代入整理后的方程得, $2k - 2 = -4 + 4$, 解得 $k = 1$,

所以当 $k = 1$ 时, 方程 $\frac{k}{x+2} + \frac{x}{2x+4} = 0$ 会产生增根,

所以当 $k \neq 1$ 时, 方程 $\frac{k}{x+2} + \frac{x}{2x+4} = 0$ 不会产生增根.

故答案是: $k \neq 1$.

【点睛】 本题主要考查了分式方程的增根, 确定有增根时的 x 的值是解答本题的关键.

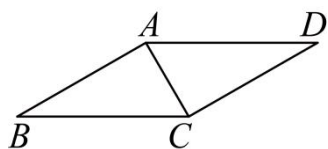
17. 如果把对角线与一边垂直的平行四边形成为“联想平行四边形”, 现有一个“联想平行四边形”的一组邻边长为 4 和 $2\sqrt{3}$, 那么它的最小内角为 _____ 度.

【答案】 30

【解析】

【分析】 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB \perp AC$, $AB = 2\sqrt{3}$, $BC = 4$ 时, $\angle B$ 最小, 根据含 30° 角的直角三角形的性质即可求解.

【详解】 如图所示:



在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB \perp AC$, $AB = 2\sqrt{3}$, $BC = 4$ 时, $\angle B$ 最小,

由勾股定理得: $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2$,

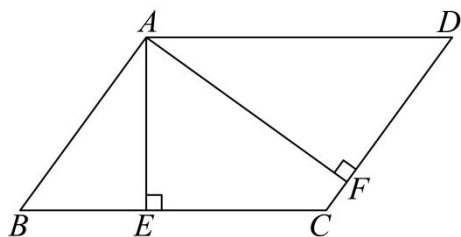
$\therefore AC = \frac{1}{2}AB$,

$\therefore$ 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle B = 30^\circ$,

故答案为: 30.

【点睛】 本题考查了平行四边形的性质、“联想平行四边形”、勾股定理、含 30° 角的直角三角形的性质; 熟练掌握“联想平行四边形”的性质, 根据含 30° 角的直角三角形的性质求出 $\angle B = 30^\circ$, 是解题的关键.

18. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, $AE \perp BC$, $AF \perp CD$, 垂足分别是 E 、 F , $\angle EAF = 60^\circ$, $BE = 2$, $DF = 3$, 则平行四边形 $ABCD$ 的周长为_____.



【答案】 20

【解析】

【分析】由平行四边形的性质得 $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, $AD = BC$, 再证

$\angle BAE = \angle DAF = 30^\circ$, 然后由含 30° 角的直角三角形的性质得 $AB = 2BE = 4$, $AD = 2DF = 6$ 即可解答.

【详解】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, $AD = BC$,

$\because AE \perp BC$, $AF \perp CD$,

$\therefore \angle AEB = \angle AFD = 90^\circ$, $AF \perp AB$, $AE \perp AD$,

$\therefore \angle BAF = \angle DAE = 90^\circ$,

$\therefore \angle EAF = 60^\circ$,

$\therefore \angle BAE = \angle DAF = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$,

$\therefore AB = 2BE$, $AD = 2DF$

$\because BE = 2$, $DF = 3$,

$\therefore CD = AB = 4$, $BC = AD = 6$,

$\therefore$ 平行四边形 $ABCD$ 的周长 $= 2(AB + BC) = 2 \times (4 + 6) = 20$,

故答案为: 20.

【点睛】本题主要考查了平行四边形的性质、含 30° 角的直角三角形的性质等知识点, 熟练掌握平行四边形的性质是解题的关键.

三、解答题

19. 计算:

(1) 解方程: $\frac{x}{x+3} - \frac{6}{9-x^2} = \frac{1}{x-3}$

(2) 解方程: $\sqrt{2x-5} + x = 2$;

(3) 解方程组:
$$\begin{cases} x - y = -2 \\ x - xy - 2y^2 = 0 \end{cases}$$

(4) 解方程组:
$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{2}{x-y} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} = 1 \end{cases}$$

【答案】 (1) $x = 1$;

(2) 方程无解; (3) $\begin{cases} x_1 = -4 \\ y_1 = -2 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -1 \\ y_2 = 1 \end{cases};$

(4) $\begin{cases} x = -\frac{4}{3} \\ y = \frac{8}{3} \end{cases}.$

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程，无理方程和二元二次方程组的解法，掌握相关知识是解题的关键.

(1) 按解分式方程的一般步骤求解即可;

(2) 按解无理方程的一般步骤求解即可;

(3) 先因式分解组中的 ② 为两个一次方程，与原方程组中的 ① 组成新的方程组，求解即可;

(4) 按解分式方程的方法求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\frac{x}{x+3} - \frac{6}{9-x^2} = \frac{1}{x-3}$

$\therefore x(x-3) + 6 = x + 3,$

$\therefore x^2 - 4x + 3 = 0,$

$\therefore (x-1)(x-3) = 0,$

解得: $x_1 = 1, x_2 = 3,$

经检验, $x = 1$ 是原方程的解,

所以原方程的解为 $x = 1$;

【小问 2 详解】

解: $\sqrt{2x-5} + x = 2,$

$\therefore \sqrt{2x-5} = 2-x,$

$\therefore 2x-5 = 4-4x+x^2,$

$\therefore x^2 - 6x + 9 = 0,$

$\therefore (x-3)^2 = 0,$

解得: $x_1 = x_2 = 3$,

经检验, $x = 3$ 是原方程的增根,

$\therefore$ 原方程无解;

【小问 3 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} x - y = -2 \text{ ①} \\ x^2 - xy - 2y^2 = 0 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{由 ② 得: } (x - 2y)(x + y) = 0,$$

$$\therefore x - 2y = 0 \text{ 或 } x + y = 0,$$

$$\therefore \text{原方程可化为 } \begin{cases} x - y = -2 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x - y = -2 \\ x + y = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x_1 = -4 \\ y_1 = -2 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -1 \\ y_2 = 1 \end{cases};$$

【小问 4 详解】

$$\text{解: } \begin{cases} \frac{1}{x+y} + \frac{2}{x-y} = \frac{1}{4} \text{ ①} \\ \frac{1}{x+y} - \frac{1}{x-y} = 1 \text{ ②} \end{cases},$$

$$\text{由 ①} - \text{② 得: } \frac{3}{x-y} = -\frac{3}{4},$$

$$\therefore x - y = -4 \text{ ③},$$

$$\text{①} + \text{②} \times 2 \text{ 得: } \frac{3}{x+y} = \frac{9}{4},$$

$$\therefore x + y = \frac{4}{3} \text{ ④},$$

$$\text{③} + \text{④} \text{ 得: } 2x = -\frac{8}{3},$$

$$\therefore x = -\frac{4}{3},$$

$$\text{④} - \text{③} \text{ 得: } 2y = \frac{16}{3},$$

$$\therefore y = \frac{8}{3},$$

$$\text{经检验, } \begin{cases} x = -\frac{4}{3} \\ y = \frac{8}{3} \end{cases} \text{ 是原方程的解,}$$

$$\therefore \text{方程的解为: } \begin{cases} x = -\frac{4}{3} \\ y = \frac{8}{3} \end{cases}.$$

20. 已知等边三角形 ABC 的两个顶点坐标是 $A(0,0)$, $B(3\sqrt{3},3)$.

(1) 求直线 AB 的解析式;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的边长, 直接写出点 C 的坐标.

【答案】 (1) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$; (2) 边长为 6, $(3\sqrt{3}, -3)$ 或 $(0, 6)$.

【解析】

【分析】 (1) 用待定系数法求解即可.

(2) 根据两点间的距离公式可求出边长, 再由 $\triangle ABC$ 是等边三角形可得 C 点坐标.

【详解】 (1) 设直线 AB 的解析式 $y = kx$ ($k \neq 0$),

将 $B(3\sqrt{3}, 3)$ 代入解析式 $3 = 3\sqrt{3}k$, 解得 $k = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore AB$ 直线的解析式为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$.

$$(2) AB = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 3^2} = \sqrt{27 + 9} = 6$$

所以等边 $\triangle ABC$ 的边长为 6,

如图, 过 B 作 $BD \perp AD$,

$$\because AB=6, BD=3$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ABD \text{ 中, } BD = \frac{1}{2}AB$$

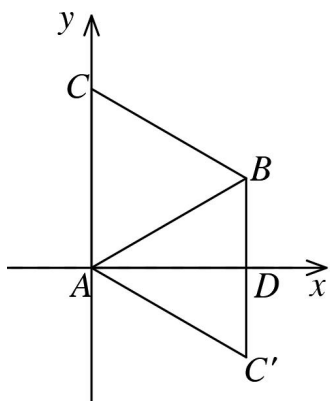
$$\therefore \angle BAD = 30^\circ,$$

将 AB 绕 A 点逆时针旋转 60° 得到 AC , $\triangle ABC$ 即为等边三角形,

此时 C 坐标为 $(0, 6)$

将 AB 绕 A 点顺时针旋转 60° 得到 AC' , $\triangle ABC'$ 为等边三角形,

此时 C' 与 B 点关于 x 轴对称, 所以 C' 坐标为 $(3\sqrt{3}, -3)$.



综上可得, C 点坐标为 $(3\sqrt{3}, -3)$ 或 $(0, 6)$.

【点睛】 本题考查待定系数法求函数解析式, 坐标系中两点间的距离, 以及等边三角形的性质, 作出图形是解题的关键.

21. 从松江博物馆到佘山森林公园路程约 12 千米. 如果行驶在这条路段的汽车与自行车的平均车速之比为 3: 1, 汽车比自行车快 25 分钟到达, 那么松江博物馆至佘山森林公园的汽车与自行车的速度各是多少? (速度以“米/分钟”计算)

【答案】 汽车的速度为 960 米/分钟, 自行车的速度 320 米/分钟

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的应用, 找出等量关系式: 汽车所用的时间 - 自行车所用的时间 = 25 分钟是解题的关键.

【详解】 解: 设自行车的速度为 x 米/分钟,

$\because$ 汽车与自行车的平均车速之比为 3: 1,

$\therefore$ 汽车的速度为 $(3x)$ 米/分钟,

$$\frac{12000}{x} - \frac{12000}{3x} = 25,$$

解得: $x = 320$,

经检验: $x = 320$ 是所列方程的根, 且符合实际意义,

$3x = 3 \times 32 = 960$ (米/分钟),

答: 松江博物馆至佘山森林公园的汽车的速度为 960 米/分钟, 自行车的速度 320 米/分钟.

B 部 分

22. 方程 $(x^2 - 2x + 3)^2 = 4x^2 - 8x + 17$ 的根为 _____

【答案】 $x_1 = 1 + \sqrt{3}$, $x_2 = 1 - \sqrt{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了一元二次方程，直接利用换元法求解即可，掌握解一元二次方程的方法是解题的关键.

【详解】 解： $(x^2 - 2x + 3)^2 = 4x^2 - 8x + 17$,

$$\therefore (x^2 - 2x + 3)^2 = 4(x^2 - 2x) + 17,$$

$$\text{设 } x^2 - 2x = y,$$

$$\therefore (y + 3)^2 = 4y + 17,$$

$$\text{整理得: } y^2 + 2y - 8 = 0,$$

$$\text{解得: } y_1 = -4, \quad y_2 = 2,$$

$$\therefore x^2 - 2x = -4 \text{ 或 } x^2 - 2x = 2,$$

$$\therefore \text{当 } x^2 - 2x + 4 = 0 \text{ 时,}$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 4 = -12 < 0,$$

$$\therefore x^2 - 2x + 4 = 0 \text{ 无实数根,}$$

$$\text{当 } x^2 - 2x - 2 = 0 \text{ 时,}$$

$$\text{解得: } x_1 = 1 + \sqrt{3}, \quad x_2 = 1 - \sqrt{3},$$

$$\text{故答案为: } x_1 = 1 + \sqrt{3}, \quad x_2 = 1 - \sqrt{3}.$$

23. 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x^2 + y^2 = n \\ x - y^2 - 4 = 0 \end{cases}$ 有两组不同的实数解, 则 n 的范围为_____.

【答案】 $n > 16$

【解析】

【分析】 由方程 2 可得, $x = y^2 + 4 \geq 4$, 得出方程的解应大于 4, 再构造二次函数 $y = x^2 + x - n - 4$ 当 $x = 4$ 时, y 小于 0, 问题可解.

【详解】 解: 由方程 2 可得, $x = y^2 + 4 \geq 4$,

所以应该是方程 $x^2 + x - n - 4 = 0$ 有大于等于 4 的解;

$$\text{当 } x = 4 \text{ 时, 只有 } \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \end{cases} \text{ 一组解,}$$

所以得出 x 的解应大于 4;

方程 $x^2 + x - n - 4 = 0$ 有大于 4 的解,

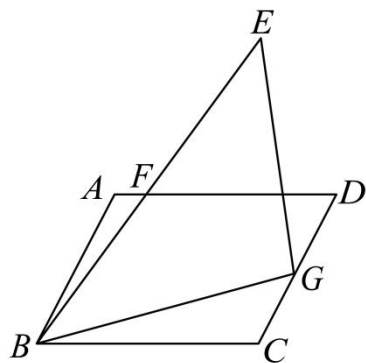
构造二次函数 $y = x^2 + x - n - 4$, 开口向上,

所以有当 $x = 4$ 时, y 小于 0, 即 $4^2 + 4 - n - 4 < 0$,

解得 $n > 16$

【点睛】 本题主要考查了高次方程, 一元二次方程根的判别式, 通过适当的方法, 把高次方程化为次数较低的方程求解. 所以解高次方程一般要降次, 即把它转化成二次方程或一次方程是解题的关键.

24. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, $BC = 2AB = 8$, 连接 BE 交 AD 于点 F , 点 G 为 CD 的中点, 连接 EG , BG , 点 C 关于 AD 的对称点为 E , 则 $S_{\triangle BEG} =$ _____



【答案】 $14\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 如图, 取 BC 中点 H , 连接 AH , 连接 EC 交 AD 于 N , 作 $EM \perp CD$ 交 CD 的延长线于 M , 构建 $S_{\triangle BEG} = S_{\triangle BCE} + S_{\triangle ECG} - S_{\triangle BCG}$ 计算即可.

【详解】 解: 如图, 取 BC 中点 H , 连接 AH , 连接 EC 交 AD 于 N , 作 $EM \perp CD$ 交 CD 的延长线于 M ,
 $\because BC = 2AB$, $BH = CH$, $\angle ABC = 60^\circ$,
 $\therefore BA = BH = CH$,
 $\therefore \triangle ABH$ 是等边三角形,
 $\therefore HA = HB = HC$,
 $\therefore \angle BAC = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ACB = 30^\circ$,
 $\because EC \perp BC$, $\angle BCD = 180^\circ - \angle ABC = 120^\circ$,
 $\therefore \angle ACE = 60^\circ$, $\angle ECM = 30^\circ$,

$$\therefore BC = 2AB = 8,$$

$$\therefore CD = 4, \quad CN = EN = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore EC = 4\sqrt{3}, \quad EM = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\triangle BEG} = S_{\triangle BCE} + S_{\triangle ECG} - S_{\triangle BCG} = \frac{1}{2} \times 8 \times 4\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} - \frac{1}{4} S_{\text{平行四边形}ABCD}$$

$$= 16\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3}$$

$$= 14\sqrt{3}.$$

故答案为: $14\sqrt{3}$.

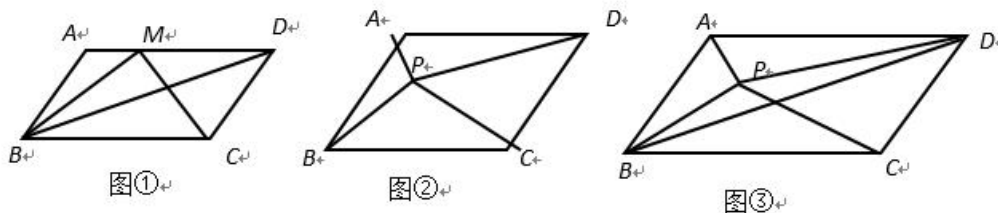
【点睛】 本题考查平行四边形的性质、轴对称图形、勾股定理、等边三角形的判定和性质、直角三角形的判定和性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线构造直角三角形解决问题.

25. 我们知道: 平行四边形的面积 = (底边) × (这条底边上的高). 如图, 四边形 $ABCD$ 都是平行四边形, $AD \parallel BC$, $AB \parallel CD$, 设它的面积为 S .

(1) 如图①, 点 M 为 AD 上任意一点, 若 $\triangle BCM$ 的面积为 S_1 , 则 $S_1 : S =$ _____;

(2) 如图②, 点 P 为平行四边形 $ABCD$ 内任意一点时, 记 $\triangle PAB$ 的面积为 S' , $\triangle PCD$ 的面积为 S'' , 平行四边形 $ABCD$ 的面积为 S , 猜想得 S' 、 S'' 的和与 S 的数量关系式为 _____;

(3) 如图③, 已知点 P 为平行四边形 $ABCD$ 内任意一点, $\triangle PAB$ 的面积为 3, $\triangle PBC$ 的面积为 7, 求 $\triangle PBD$ 的面积.



【答案】 (1) $1 : 2$; (2) $S' + S'' = \frac{1}{2} S$; (3) 4

【解析】

【分析】 (1) 由四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AD \parallel BC$, $AB \parallel CD$, 可得 $\triangle BCM$ 与 $\square ABCD$ 等底等高, 则可求得答案;

(2) 首先过点 P 作 $PE \perp AB$ 于点 E , 延长 EP 交 CD 于点 F , 可得 $S' + S'' =$

$$\frac{1}{2} AB \cdot PE + \frac{1}{2} CD \cdot PF = \frac{1}{2} AB \cdot (PE + PF) = \frac{1}{2} AB \cdot EF = \frac{1}{2} S;$$

(3) 由 $\triangle PAB$ 的面积为 3, $\triangle PBC$ 的面积为 7, 根据 (1), (2) 可得: $S_{\triangle PBD} = S_{\text{四边形}PBCD} - S_{\triangle BCD} = S_{\triangle PBC} + S_{\triangle PCD}$

- $S_{\triangle BCD}$, 继而求得答案.

【详解】解: (1) $\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形, $AD \parallel BC$, $AB \parallel CD$,

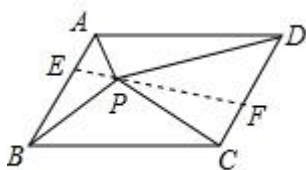
$\therefore \triangle BCM$ 与 $\square ABCD$ 等底等高,

$\therefore S_1: S = 1: 2$;

故答案为 $1: 2$;

(2) $S' + S'' = \frac{1}{2} S$; 理由如下:

理由: 过点 P 作 $PE \perp AB$ 于点 E, 延长 EP 交 CD 于点 F,



图②

$\because$ 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel CD$, $AB = CD$,

$\therefore PF \perp CD$,

$$\therefore S' + S'' = \frac{1}{2} AB \cdot PE + \frac{1}{2} CD \cdot PF = \frac{1}{2} AB \cdot (PE + PF) = \frac{1}{2} AB \cdot EF = \frac{1}{2} S,$$

故答案为 $S' + S'' = \frac{1}{2} S$;

(3) $\because S_{\triangle PAB} + S_{\triangle PCD} = \frac{1}{2} S = S_{\triangle BCD}$, $S_{\triangle PAB} = 3$, $S_{\triangle PBC} = 7$,

$\therefore S_{\triangle PBD} = S_{\text{四边形 } PBCD} - S_{\triangle PCD}$,

$$= S_{\triangle PBC} + S_{\triangle PCD} - S_{\triangle BCD},$$

$$\text{即 } S_{\triangle PBD} = 7 + \left(\frac{1}{2} S - 3\right) - \frac{1}{2} S,$$

$$= 7 - 3,$$

$$= 4.$$

【点睛】此题考查了平行四边形的性质. 此题难度适中, 注意掌握辅助线的作法, 注意掌握数形结合思想的应用.