

2024 学年第二学期初二年级限时作业数学卷

(时间: 90 分钟 满分: 100 分)

班级: _____ 姓名: _____ 学号: _____

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 下列函数中为一次函数的是 ()

A. $y = \frac{1}{x} + 1$

B. $y = kx + 1$ (k 是常数)

C. $y = -\frac{x}{2}$ D. $y = x^2 + 2$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的定义, 熟练掌握一次函数的定义是解答本题的关键.

根据一次函数的定义解答即可.

【详解】 解: A、在 $y = \frac{1}{x} + 1$ 中, $\frac{1}{x}$ 不是整式, 故不是一次函数, 故 A 选项不符合题意;

B、当 $k = 0$ 时, $y = kx + 1$ (k 是常数) 不是一次函数, 故 B 选项不符合题意;

C、 $y = -\frac{x}{2}$ 是一次函数, 故 C 选项符合题意;

D、 $y = x^2 + 2$ 不是一次函数, 故 D 选项不符合题意;

故选: C.

2. 一次函数 $y = x - 3$ 的图像不经过 ()

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据一次函数的性质可知一次函数 $y = x - 3$ 的图像经过哪几个象限, 不经过哪个象限, 从而可以解答本题.

【详解】 解: $\because$ 一次函数 $y = x - 3$ 中, $k = 1$, $b = -3$,

$\therefore$ 一次函数的图像经过一、三、四象限, 不经过第二象限,

故选 B.

【点睛】 本题考查一次函数的性质和图象, 解答本题的关键是明确题意, 利用一次函数的性质解答.

3. 对于函数 $y = -2x + 1$ 有以下四个结论, 其中正确的结论是 ()

A. 函数图象必经过点 $(-2, 1)$

B. 函数图象经过第一、二、三象限

C. 函数值 y 随 x 的增大而增大

D. 当 $x > \frac{1}{2}$ 时, $y < 0$

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据一次函数的系数结合一次函数的性质, 即可得出选项 B、C 两选项不正确; 再分别代入 $x=-2$, $y=0$, 求出相对于的 y 和 x 的值, 即可得出选项 A 不正确, 选项 D 正确.

【详解】 选项 A, 令 $y=-2x+1$ 中 $x=-2$, 则 $y=5$,

$\therefore$ 一次函数的图象不过点 $(-2, 1)$, 选项 A 不正确;

选项 B, $\because k=-2 < 0$, $b=1 > 0$,

$\therefore$ 一次函数的图象经过第一、二、四象限, 选项 B 不正确;

选项 C, $\because k=-2 < 0$,

$\therefore$ 一次函数中 y 随 x 的增大而减小, 选项 C 不正确;

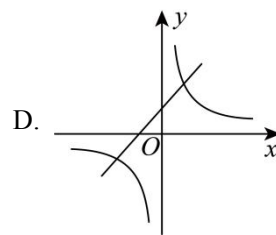
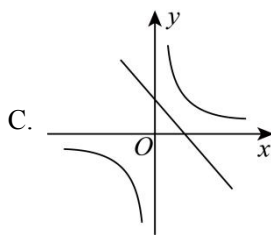
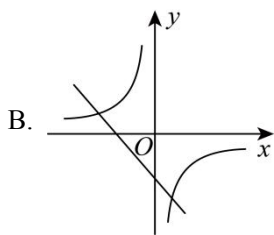
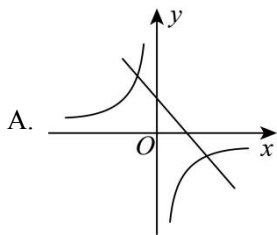
选项 D, $\because$ 令 $y=-2x+1$ 中 $y=0$, 则 $-2x+1=0$, 解得: $x=\frac{1}{2}$,

$\therefore$ 当 $x > \frac{1}{2}$ 时, $y < 0$, 选项 D 正确.

故选 D.

【点睛】 本题考查了一次函数的图象以及一次函数的性质, 熟练运用一次函数的性质、一次函数图象上点的坐标特征以及一次函数图象与系数的关系是解题的关键.

4. 函数 $y=kx-k$ 与函数 $y=\frac{k}{x} (k \neq 0)$ 在同一直角坐标系中的大致图象可能是 ()



【答案】 A

【解析】

【分析】 本题主要考查了反比例函数的图象和一次函数的图象, 根据反比例函数的图象与性质分析判断即可.

【详解】 解: 当 $k > 0$ 时, 一次函数 $y=kx-k$ 的图象经过第一、三、四象限, 反比例函数 $y=\frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象在第一、三象限, 选项中没有符合条件的图象;

当 $k < 0$ 时, 一次函数 $y = kx - k$ 的图象经过第一、二、四象限, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象在第二、四象限, A 选项的图象符合要求.

故选: A.

5. 要使函数 $y = (2m-3)x + (3n+1)$ 的图象经过 x 、 y 轴的正半轴, 则 m 与 n 的取值范围应为 ()

A. $m > \frac{3}{2}, n > -\frac{1}{3}$

B. $m > \frac{3}{2}, n < -\frac{1}{3}$

C. $m < \frac{3}{2}, n < -\frac{1}{3}$

D. $m < \frac{3}{2}, n > -\frac{1}{3}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了一次函数的性质、解一元一次不等式, 函数 $y = (2m-3)x + (3n+1)$ 的图象经过 x 、 y 轴的正半轴, 则应有 $\begin{cases} 2m-3 < 0 \\ 3n+1 > 0 \end{cases}$, 求解不等式即可.

【详解】解: $\because$ 函数 $y = (2m-3)x + (3n+1)$ 的图象经过 x 、 y 轴的正半轴,

$\therefore$ 一次函数过一、二、四象限,

$$\therefore \begin{cases} 2m-3 < 0 \\ 3n+1 > 0 \end{cases},$$

解得: $m < \frac{3}{2}, n > -\frac{1}{3}$.

故选: D.

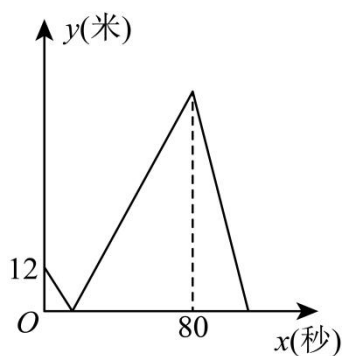
6. 甲、乙两人在一条长 400 米的直线跑道上同起点、同终点、同方向匀速跑步, 先到终点的人原地休息. 已知甲先出发 3 秒, 在跑步过程中甲、乙两人之间的距离 y (米) 与乙出发的时间 x (秒) 之间的函数关系如图所示, 正确的个数为 ()

①乙的速度为 5 米/秒;

②离开起点后, 甲、乙两人第一次相遇时, 距离起点 12 米;

③甲、乙两人之间的距离超过 32 米的时间范围是 $44 < x < 89$;

④乙到达终点时, 甲距离终点还有 68 米.



A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

【答案】B

【解析】

【分析】利用乙用 80 秒跑完 400 米求速度可判断①；利用甲先走 3 秒和 12 米求出甲速度，根据乙追甲相差 12 米求时间=12 秒再求距起点的距离可判断②；利用两人间距离列不等式 $5(t-12) - 4(t-12) > 32$ ，和乙到终点，甲距终点列不等式 $4t+12 < 400-32$ 解不等式可判断③；

根据乙到达终点时间，求甲距终点距离可判断④即可

【详解】解：①∵乙用 80 秒跑完 400 米

$$\therefore \text{乙的速度为 } \frac{400}{80} = 5 \text{ 米/秒；}$$

故①正确；

②∵乙出发时，甲先走 12 米，用 3 秒钟，

$$\therefore \text{甲的速度为 } \frac{12}{3} = 4 \text{ 米/秒，}$$

∴乙追上甲所用时间为 t 秒，

$$5t - 4t = 12,$$

$$\therefore t = 12 \text{ 秒，}$$

$$\therefore 12 \times 5 = 60 \text{ 米，}$$

∴离开起点后，甲、乙两人第一次相遇时，距离起点 60 米；

故②不正确；

③甲乙两人之间的距离超过 32 米设时间为 t 秒，

$$\therefore 5(t-12) - 4(t-12) > 32,$$

$$\therefore t > 44,$$

当乙到达终点停止运动后，

$$4t + 12 < 400 - 32,$$

$$\therefore t < 89,$$

甲、乙两人之间的距离超过 32 米的时间范围是 $44 < x < 89$;

故③正确;

④乙到达终点时,

甲距终点距离为: $400-12-4 \times 80=400-332=68$ 米,

甲距离终点还有 68 米.

故④正确;

正确的个数为 3 个.

故选择 B.

【点睛】 本题考查一次函数的图像应用问题, 仔细阅读题目, 认真观察图像, 从图像中获取信息, 掌握一次函数的图像应用, 列不等式与解不等式, 关键是抓住图像纵轴是表示两人之间的距离, 横坐标表示乙出发时间, 拐点的意义是解题关键.

二、填空题

7. 一次函数 $y = 2x - 6$ 的图像与 x 轴的交点坐标为_____.

【答案】 (3, 0) .

【解析】

【详解】 试题分析: 把 $y=0$ 代入 $y = 2x - 6$ 得 $x=3$, 所以一次函数 $y = 2x - 6$ 的图像与 x 轴的交点坐标为 (3, 0) .

考点: 一次函数的图像与 x 轴的交点坐标.

8. 已知直线 $y = kx + 2x$ 是一次函数, 则 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k \neq -2$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的定义, 熟练掌握一次函数的定义是解答本题的关键.

首先将此函数整理成一般形式, 然后根据比例系数不为零即可求得 k 的值.

【详解】 解: $\because y = kx + 2x = (k + 2)x$,

$\therefore k + 2 \neq 0$,

$\therefore k \neq -2$,

故答案为: $k \neq -2$.

9. 直线 $y = -x - 1$ 在 y 轴上的截距为_____.

【答案】 -1

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，熟练掌握以上知识点是解答本题的关键。根据一次函数 $y = kx + b$ 在 y 轴上的截距是 b 解答即可。

【详解】 解：由 $y = -x - 1$ 可知，直线 $y = -x - 1$ 在 y 轴上的截距为 -1 ，
故答案为： -1 。

10. 与直线 $y = -2x$ 平行，且经过 $(0, -3)$ 的直线表达式是_____。

【答案】 $y = -2x - 3$

【解析】

【分析】 本题考查了求一次函数解析式，根据题意正确求出 k 值是解答本题的关键。
根据两直线平行的 k 相等，设所求直线表达式为 $y = -2x + b$ ，再将 $(0, -3)$ 代入求解 b 即可。

【详解】 解：设与直线 $y = -2x$ 平行的直线表达式为 $y = -2x + b$ ，
将 $(0, -3)$ 代入 $y = -2x + b$ ，得 $b = -3$ ，
 $\therefore$ 与直线 $y = -2x$ 平行，且经过 $(0, -3)$ 的直线表达式是 $y = -2x - 3$ ，
故答案为： $y = -2x - 3$ 。

11. 已知函数 $y = (m - 3)x - m + 2$ 中， y 随 x 的增大而减小，则 m _____。

【答案】 < 3

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的性质，熟练掌握一次函数的性质是解答本题的关键。
根据一次函数的性质，若 y 随 x 的增大而减小，则比例系数小于 0 ，从而得到 m 的取值范围。

【详解】 解： $\because$ 函数 $y = (m - 3)x - m + 2$ 中， y 随 x 的增大而减小，
 $\therefore m - 3 < 0$ ，
 $\therefore m < 3$ ，
故答案为： < 3 。

12. 如果把直线 $y = -3x + 5$ 沿 y 轴向下平移 4 个单位，那么得到的直线的表达式为_____。

【答案】 $y = -3x + 1$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数图象与几何变换，根据函数图象的平移规则“上加下减”，即可得出直线平移后的解析式.

【详解】 解：将直线 $y = -3x + 5$ 沿 y 轴向下平移 4 个单位，那么所得直线的表达式是： $y = -3x + 5 - 4$ ，
即 $y = -3x + 1$.

故答案为： $y = -3x + 1$.

13. 等腰三角形周长为 18，腰长为 x ，底边长为 y ，则 y 关于 x 的关系式及定义域是_____.

【答案】 $y = -2x + 18 \left(\frac{9}{2} < x < 9 \right)$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数关系式，三角形的周长公式，三角形的三边关系，熟练掌握以上知识点是解答本题的关键.

根据三角形的周长公式可得函数关系式，根据底边长是正数以及三角形的三边关系可确定自变量的取值范围，即可求解.

【详解】 解：由三角形的周长公式，得 $y = -2x + 18$ ，

由底边长是正数，得 $-2x + 18 > 0$ ，

解得： $x < 9$ ，

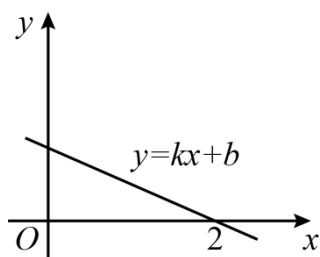
由两边之和大于第三边，得 $2x > -2x + 18$ ，

解得： $x > \frac{9}{2}$ ，

$\therefore y$ 关于 x 的关系式及定义域是 $y = -2x + 18 \left(\frac{9}{2} < x < 9 \right)$ ，

故答案为： $y = -2x + 18 \left(\frac{9}{2} < x < 9 \right)$.

14. 函数 $y = kx + b$ (k 、 b 为常数) 的图像如图所示，则关于 x 的不等式 $kx + b > 0$ 的解集是_____.



【答案】 $x < 2$

【解析】

【分析】从图象上得到函数的增减性及与 x 轴的交点的横坐标，即能求得不等式 $kx+b < 0$ 的解集.

【详解】解：函数 $y=kx+b$ 的图象经过点 $(2,0)$ ，并且函数值 y 随 x 的增大而减小，

$\therefore$ 当 $x < 2$ 时，函数值大于 0，即关于 x 的不等式 $kx+b > 0$ 的解集是 $x < 2$.

故答案为 $x < 2$.

【点睛】此题主要考查了一次函数与一元一次不等式的关系：从函数的角度看，就是寻求使一次函数 $y=kx+b$ 的值大于（或小于）0 的自变量 x 的取值范围；从函数图象的角度看，就是确定直线 $y=kx+b$ 在 x 轴上方（或下方）部分所有的点的横坐标所构成的集合.

15. 已知一次函数 $y = (a-3)x + 1 + a$ 不经过第三象限，则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $-1 \leq a < 3$

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的性质，解一元一次不等式组，熟练掌握以上知识点是解答本题的关键.

根据一次函数 $y = (a-3)x + 1 + a$ 不经过第三象限，可知 $\begin{cases} a-3 < 0 \\ 1+a \geq 0 \end{cases}$ ，解不等式组即可.

【详解】解： $\because$ 一次函数 $y = (a-3)x + 1 + a$ 不经过第三象限，

$$\therefore \begin{cases} a-3 < 0 \\ 1+a \geq 0 \end{cases},$$

解得： $-1 \leq a < 3$,

故答案为： $-1 \leq a < 3$.

16. 已知一次函数 $y = 2x + b$ ，它的图象与两坐标轴所围成的三角形的面积为 4，则 b 的值为_____.

【答案】 4 或 -4

【解析】

【分析】本题主要考查了一次函数的图象以及函数图象与坐标轴的交点坐标，熟练掌握以上知识点是解答本题的关键.

已知一次函数的表达式为 $y = 2x + b$ ，求出函数图象与坐标轴的交点坐标分别为 $\left(-\frac{b}{2}, 0\right)$ ， $(0, b)$ ，由此可

知图象与坐标轴围成直角三角形，根据三角形面积公式可写为 $\frac{1}{2}|b| \cdot \left|-\frac{b}{2}\right| = 4$ ，计算求出 b 即可.

【详解】解： $\because$ 令 $x = 0$ ，则 $y = b$ ，令 $y = 0$ ，则 $x = -\frac{b}{2}$ ，

$\therefore$ 一次函数 $y = 2x + b$ 的图象与 x 轴, y 轴的交点分别为 $\left(-\frac{b}{2}, 0\right)$, $(0, b)$,

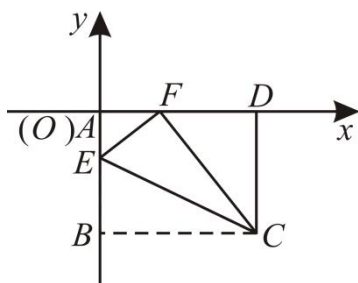
$\therefore$ 一次函数 $y = 2x + b$ 的图象与两坐标轴所围成的三角形的面积为 4,

$$\therefore \frac{1}{2}|b| \cdot \left|-\frac{b}{2}\right| = 4, \text{ 即 } \frac{1}{2} \times \frac{b^2}{2} = 4,$$

解得: $b = \pm 4$,

故答案为: 4 或 -4.

17. 如图, 矩形 $ABCD$ 放置在平面直角坐标系中, E 是 AB 上一点, 且 $BE : EA = 5 : 3$, $EC = 15\sqrt{5}$, $\triangle BCE$ 沿折痕 EC 向上翻折, 点 B 恰好落在 AD 边上的点 F 处, 则直线 FC 的表达式为_____.



【答案】 $y = -\frac{4}{3}x + 16$

【解析】

【分析】 设 $EA = 3x$, 则 $EF = BE = 5x$, $CD = AB = EA + BE = 8x$, 根据翻折的性质以及勾股定理求出 $AF = 4x$, 证明 $\triangle AFE \sim \triangle DCF$ 求出 $DF = 6x$, 所以 $BC = AD = AF + DF = 10x$, 在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中, 由勾股定理得: $BC^2 + BE^2 = EC^2$, 即 $(10x)^2 + (5x)^2 = (15\sqrt{5})^2$, 解得: $x = 3$, 即可求出点 F 、 C 的坐标, 再根据待定系数即可求出直线 FC 的表达式.

【详解】 解: $\because \triangle BCE$ 沿折痕 EC 向上翻折, 点 B 恰好落在 AD 边上的点 F 处,

$$\therefore EF = BE, \angle EFC = \angle B = 90^\circ, CF = BC,$$

$$\text{设 } EA = 3x, \text{ 则 } EF = BE = 5x, CD = AB = EA + BE = 8x,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle EAF \text{ 中, 由勾股定理得: } AF = \sqrt{EF^2 - EA^2} = 4x,$$

$$\therefore \angle EAF = \angle CDF = 90^\circ, \angle AFE + \angle CFD = 180^\circ - \angle EFC = 90^\circ,$$

$$\angle DCF + \angle CFD = 180^\circ - \angle CDF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle DCF,$$

$$\therefore \triangle AFE \sim \triangle DCF,$$

$$\therefore \frac{AF}{DC} = \frac{AE}{DF},$$

$$\therefore \frac{4x}{8x} = \frac{3x}{DF},$$

$$\therefore DF = 6x,$$

$$\therefore BC = AD = AF + DF = 10x,$$

在 $\text{Rt}\triangle BCE$ 中, 由勾股定理得: $BC^2 + BE^2 = EC^2$,

$$\text{即 } (10x)^2 + (5x)^2 = (15\sqrt{5})^2,$$

解得: $x = 3$,

$$\therefore 8x = 24, \quad 4x = 12, \quad 10x = 30,$$

$$\therefore F(12, 0), \quad C(30, -24),$$

设直线 FC 的表达式为 $y = kx + b$,

将 $F(12, 0)$, $C(30, -24)$ 代入 $y = kx + b$ 中, 得:

$$\begin{cases} 12k + b = 0 \\ 30k + b = -24 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -\frac{4}{3} \\ b = 16 \end{cases},$$

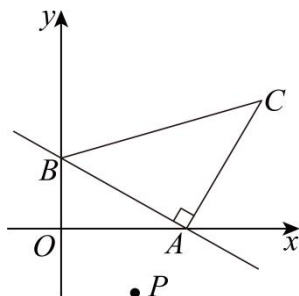
$$\therefore \text{直线 } FC \text{ 的表达式为 } y = -\frac{4}{3}x + 16.$$

【点睛】本题考查了翻折的性质, 勾股定理, 相似三角形的判定与性质, 待定系数法求一次函数解析式, 熟练掌握以上知识点是解答本题的关键.

18. 已知, 直线 $y = -\frac{2}{3}x + 2$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于 A 、 B , 以线段 AB 为直角边在第一象限内作等腰

$\text{Rt}\triangle ABC$, $\angle BAC = 90^\circ$ 且点 $P(1, a)$ 为坐标系中的一个动点, 现要使得 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABP$ 的面积相等,

则实数 a 的值为_____.



【答案】 -3 或 $\frac{17}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数与坐标轴的交点坐标，勾股定理，等腰三角形的性质等知识点，熟练掌握以上知识点是解答本题的关键.

先根据题意求出 A 、 B 两点的坐标，进而求出 ABC 的面积，再根据 ABC 和 $\triangle ABP$ 的面积相等分情况列出等式解答即可.

【详解】 解：当 $x=0$ 时，则 $y=-\frac{2}{3}x+2=2$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(0,2)$,

当 $y=0$ 时，则 $0=-\frac{2}{3}x+2$,

解得： $x=3$,

$\therefore$ 点 A 的坐标为 $(3,0)$,

$\therefore OA=3$, $OB=2$,

$\therefore AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{13}$,

又 $\because \triangle ABC$ 为等腰直角三角形,

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB^2=\frac{13}{2}$,

当点 P 在第四象限时， $a<0$,

$\because S_{\triangle ABO}=\frac{1}{2}OA \cdot OB=3$, $S_{\triangle APO}=\frac{1}{2}OA \cdot |a|=-\frac{3}{2}a$, $S_{\triangle BOP}=\frac{1}{2}OB \times 1=1$,

$\therefore S_{\triangle ABP}=S_{\triangle ABO}+S_{\triangle APO}-S_{\triangle BOP}=S_{\triangle ABC}=\frac{13}{2}$,

即 $3-\frac{3}{2}a-1=\frac{13}{2}$,

解得： $a=-3$;

当点 P 在第一象限时， $a>0$,

$\because S_{\triangle ABO}=\frac{1}{2}OA \cdot OB=3$, $S_{\triangle APO}=\frac{1}{2}OA \cdot |a|=\frac{3}{2}a$, $S_{\triangle BOP}=\frac{1}{2}OB \times 1=1$,

$\therefore S_{\triangle ABP}=S_{\triangle BOP}+S_{\triangle APO}-S_{\triangle ABO}=S_{\triangle ABC}=\frac{13}{2}$,

即 $1+\frac{3}{2}a-3=\frac{13}{2}$,

解得： $a=\frac{17}{3}$;

综上所述, 实数 a 的值为 -3 或 $\frac{17}{3}$.

三、简答题: (本大题共 4 题, 每题 6 分, 满分 24 分)

19. 一次函数 $y = kx + b$ 的图象过点 $(-2, 3)$ 和点 $(1, -3)$,

(1) 求 k 与 b 的值;

(2) 判定 $(-1, 1)$ 是否在此直线上?

【答案】 (1) $\begin{cases} k = -2 \\ b = -1 \end{cases}$

(2) 点 $(-1, 1)$ 在直线 $y = -2x - 1$ 上

【解析】

【分析】 本题考查了待定系数法求一次函数解析式和一次函数图象上点的坐标特征.

(1) 先把点 $(-2, 3)$ 和点 $(1, -3)$ 代入 $y = kx + b$, 得到关于 k 、 b 的方程, 然后解方程组即可;

(2) 把 $x = -1$ 代入 (1) 中的一次函数解析式中计算出对应的函数值, 然后进行判断.

【小问 1 详解】

解: 把点 $(-2, 3)$ 和点 $(1, -3)$ 代入 $y = kx + b$, 得

$$\begin{cases} -2k + b = 3 \\ k + b = -3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -2 \\ b = -1 \end{cases};$$

【小问 2 详解】

解: 由 (1) 得一次函数解析式为 $y = -2x - 1$,

当 $x = -1$ 时, $y = -2x - 1 = -2 \times (-1) - 1 = 2 - 1 = 1$,

所以点 $(-1, 1)$ 在直线 $y = -2x - 1$ 上.

20. 直线 $y = x + b$ 与直线 $y = kx$ 的图像交于点 $A(2, -4)$,

(1) 求这两条直线的函数关系式;

(2) 求这两条直线与 x 轴围成的三角形的面积.

【答案】 (1) $y = x - 6$, $y = -2x$;

(2) 12

【解析】

【分析】 本题考查了待定系数法求一次函数解析式，两个一次函数的交点与对应二元一次方程组的解的关系，一次函数与坐标轴的交点坐标，熟练掌握以上知识点是解答本题的关键.

(1) 将点 $A(2, -4)$ 代入直线 $y = x + b$ 与直线 $y = kx$ 中，求出 b 、 k 的值，即可得解；

(2) 根据直线的解析式画出大致图象，联立两直线，求出交点坐标，再求出直线 $y = x - 6$ 与 x 轴的交点坐标，最后利用三角形面积公式即可求解.

【小问 1 详解】

解： $\because$ 直线 $y = x + b$ 与直线 $y = kx$ 的图像交于点 $A(2, -4)$,

$\therefore$ 将点 $A(2, -4)$ 代入直线 $y = x + b$ 与直线 $y = kx$ 中，得：

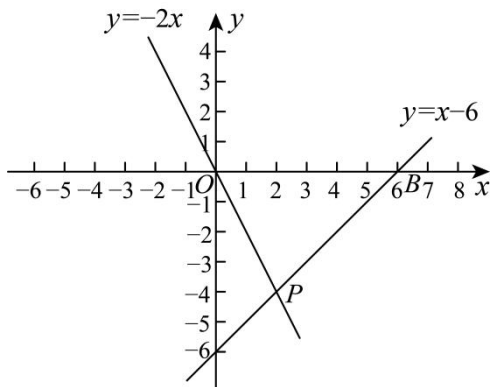
$$2 + b = -4, \quad 2k = -4,$$

解得： $b = -6$, $k = -2$,

$\therefore$ 这两条直线的函数关系式为 $y = x - 6$, $y = -2x$;

【小问 2 详解】

解： 如图所示，设直线 $y = x - 6$ 与 x 轴的交点为 B ，两直线交点为 P ,



$$\text{联立两直线} \begin{cases} y = x - 6 \\ y = -2x \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 2 \\ y = -4 \end{cases},$$

$\therefore$ 交点 $P(2, -4)$,

在直线 $y = x - 6$ 中，令 $y = 0$ ，得 $x = 6$,

$\therefore B(6, 0)$,

$\therefore$ 这两条直线与 x 轴围成的三角形的面积 $= \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$.

21. 已知一次函数 $y = kx + b$ 的图像经过点 $A(0, -4)$ 和点 $B(6, 4)$.

(1) 求一次函数的解析式;

(2) 在 x 轴上有一点 P , 且 $\angle PBA = 90^\circ$, 求点 P 的坐标.

【答案】 (1) $y = \frac{4}{3}x - 4$

(2) $\left(\frac{34}{3}, 0\right)$

【解析】

【分析】 本题考查了待定系数法求一次函数解析式, 勾股定理, 解方程等知识.

(1) 用待定系数法求解即可;

(2) 设点 P 的坐标为 $(m, 0)$, 由勾股定理分别求得 AB^2 、 BP^2 、 AP^2 , 再由 $\angle PBA = 90^\circ$, 根据勾股定理得 $AB^2 + BP^2 = AP^2$, 即可得关于 m 的方程, 解方程即可.

【小问 1 详解】

解: 将 $A(0, -4)$ 和 $B(6, 4)$ 代入 $y = kx + b$,

$$\text{得} \begin{cases} -4 = b \\ 4 = 6k + b \end{cases},$$

$$\text{解得:} \begin{cases} b = -4 \\ k = \frac{4}{3} \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y = \frac{4}{3}x - 4$;

【小问 2 详解】

解: 设点 P 的坐标为 $(m, 0)$, 由勾股定理得 $AB^2 = 6^2 + (-4 - 4)^2$, $BP^2 = (6 - m)^2 + 4^2$, $AP^2 = m^2 + 4^2$,

$\therefore \angle PBA = 90^\circ$,

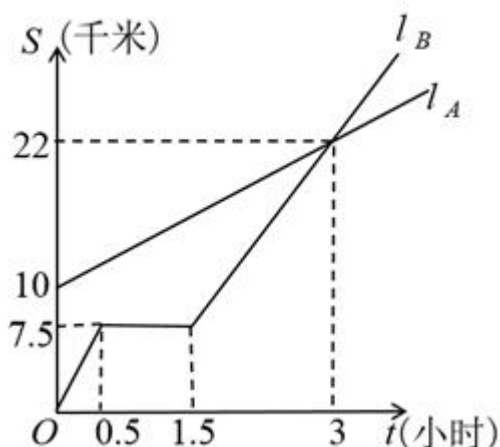
$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ABP$ 中, $AB^2 + BP^2 = AP^2$,

$$\therefore 6^2 + (-4 - 4)^2 + (6 - m)^2 + 4^2 = m^2 + 4^2,$$

$$\text{解得 } m = \frac{34}{3},$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $\left(\frac{34}{3}, 0\right)$,

22. 如图, l_A 与 l_B 分别是根据 A 步行与 B 骑自行车在同一路上行驶的路程 S 与时间 t 的关系式所作出的图象,



- (1) B 出发时与 A 相距_____千米; 骑了一段路后, 自行车发生故障, 进行修理, 所用的时间是_____小时; B 从起点出发后_____小时与 A 相遇
- (2) 求出 A 行走的路程 S 与时间 t 的函数关系式 (不写定义域);
- (3) 假设 B 的自行车没有发生故障, 保持出发时的速度前进, _____小时与 A 相遇, 相遇点离 B 的出发点_____千米.

【答案】 (1) 10, 1, 3

(2) $S = 4t + 10$ (3) $\frac{10}{11}, \frac{150}{11}$

【解析】

【分析】 (1) 仔细观察图象便可得出结论;

(2) 设 A 行走的路程 S 与时间 t 的函数关系式为 $S = kt + b$, 代入两点坐标即可得出答案;

(3) 先求出 B 的自行车没有发生故障时路程 S 与时间 t 的函数关系式, 与直线 l_A 的方程联立即可求出答案.

【小问 1 详解】

解: 仔细观察图象可知: 当 $t = 0$ 时, $S_A = 10$, $S_B = 0$, 故 B 出发时与 A 相距 10 千米;

从图中可以观察出 S_B 在 $t = 0.5$ 小时 - 1.5 小时时保持不变, 故自行车发生故障进行修理所用的时间是 1 小时;

从图中可以观察出 l_A 和 l_B 在 $t = 3$ 时相交, 表明 B 从起点出发后 3 小时与 A 相遇;

故答案为: 10, 1, 3;

【小问 2 详解】

解: 设 A 行走的路程 S 与时间 t 的函数关系式为 $S = kt + b$,

从图中可以观察出 l_A 经过 $(0, 10)$ $(3, 22)$, 将两点坐标代入函数关系式得

$$\begin{cases} b = 10 \\ 3k + b = 22 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = 4 \\ b = 10 \end{cases},$$

故 A 行走的路程 S 与时间 t 的函数关系式 $S = 4t + 10$;

【小问 3 详解】

B 的自行车没有发生故障的行进速度关系式为 $S = 15t$,

若 B 以该速度行进, 经过 t 小时后与 A 相遇,

即 $15t = 4t + 10$,

解得 $t = \frac{10}{11}$ 时, $S = \frac{150}{11}$ 千米.

故答案为: $\frac{10}{11}, \frac{150}{11}$.

【点睛】本题主要考查了一次函数的实际应用, 是各地中考的热点, 同学们在平时练习时要加强训练, 属于中档题.

四、解答题: (本大题共 4 题, 第 23-25 题每题 8 分, 第 26 题 10 分, 满分 34 分)

23. 某学校八年级七班学生要去实验基地进行实践活动, 估计乘车人数为 10 人到 40 人之间, 现在欲租甲、乙两家旅行社的车辆, 已知甲、乙两家旅行社的服务质量相同, 且报价都是每人 120 元, 经过协商, 甲旅行社表示可给予每位学生七五折优惠; 乙旅行社表示可先免去一位同学的车费, 然后给予其他同学八折优惠.

(1) 若用 x 表示乘车人数, 请用 x 表示选择甲、乙旅行社的费用 $y_{\text{甲}}$ 与 $y_{\text{乙}}$;

(2) 请你帮助学校选择哪一家旅行社费用合算?

【答案】(1) $y_{\text{甲}} = 0.75 \times 120x = 90x$, $y_{\text{乙}} = 0.8 \times 120(x-1) = 96x - 96$; (2) 当人数为 10-16 人时, 选择乙旅行社合算; 当人数 16-40 人时, 选择甲旅行社合算; 当人数正好是 16 人时, 选择甲、乙旅行社一样.

【解析】

【分析】(1) 设共有 x 人由题意得: 甲旅行社的花费 = $120 \times \text{人数} \times \text{七五折}$; 乙旅行社的花费 = $120 \times (\text{人数} - 1) \times \text{八折}$;

(2) 分三种情况: ① $y_{\text{甲}} = y_{\text{乙}}$ 时, ② $y_{\text{甲}} > y_{\text{乙}}$ 时, ③ $y_{\text{甲}} < y_{\text{乙}}$ 时, 分别列出方程或不等式进行计算即可.

【详解】(1) 设共有 x 人, 则

$$y_{\text{甲}} = 0.75 \times 120x = 90x,$$

$$y_{\text{乙}} = 0.8 \times 120(x-1) = 96x - 96;$$

(2) 由 $y_{\text{甲}} = y_{\text{乙}}$ 得, $90x = 96x - 96$,

解得: $x = 16$,

$$y_{\text{甲}} > y_{\text{乙}} \text{ 得, } 90x > 96x - 96,$$

解得: $x < 16$,

$$y_{\text{甲}} < y_{\text{乙}} \text{ 得, } 90x < 96x - 96,$$

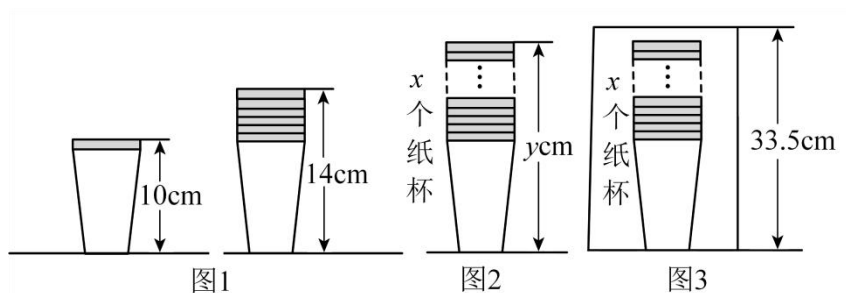
解得: $x > 16$,

所以, 当人数为 10-16 人时, 选择乙旅行社合算; 当人数 16-40 人时, 选择甲旅行社合算;

当人数正好是 16 人时, 选择甲、乙旅行社一样.

【点睛】此题考查一元一次不等式和方程的应用, 关键是正确理解题意, 找出题目中不等关系, 再列出不等式.

24. 如图, 图1是1个纸杯和6个叠放在一起的纸杯的示意图, 量得1个纸杯的高为10厘米, 6个叠放在一起的纸杯的高为14厘米.



(1) 求4个叠放在一起的纸杯的高为多少厘米?

(2) 若设 x 个叠放在一起的纸杯的高为 y 厘米 (如图2), 并将这 x 个叠放在一起的杯按如图3所示的方式放进竖立的方盒中, 方盒的厚度不计.

①求 y 关于 x 的函数表达式;

②若竖立的方盒的高为 33.5 厘米, 求 x 的最大值.

【答案】(1) 12.4cm 过程见详解;

(2) ① $y = 0.8x + 9.2$, 过程见详解; ② 30, 过程见详解.

【解析】

【分析】本题考查了一元一次不等式的应用, 一次函数的应用, 根据题意列出函数关系式以及不等式是解题的关键.

(1) 根据题意得出增加1个纸杯, 高度增加 $4 \div 5 = 0.8\text{cm}$, 进而即可求解;

(2) ①待定系数法求解析式即可求解;

②根据题意列出一元一次不等式, 解不等式, 求得最大正整数解即可求解.

【小问1 详解】

解: $\because$ 量得1个纸杯的高为10cm, 6个叠放在一起的纸杯的高为14cm,

$\therefore$ 5个叠放在一起的纸杯增加的高为 $14 - 10 = 4$ (cm),

$\therefore$ 增加1个纸杯, 高度增加 $4 \div 5 = 0.8$ (cm),

∴ 4个叠放在一起的纸杯的高为 $10 + 0.8 \times 3 = 12.4$ (cm) ;

【小问2详解】

①依题意, y 是 x 的一次函数, 设 $y = kx + b$, 将 $x = 1, y = 10, x = 6, y = 14$ 代入得:
$$\begin{cases} k + b = 10 \\ 6k + b = 14 \end{cases}$$

解得:

$$\therefore y = 0.8x + 9.2 ;$$

②依题意, $0.8x + 9.2 < 33.5$,

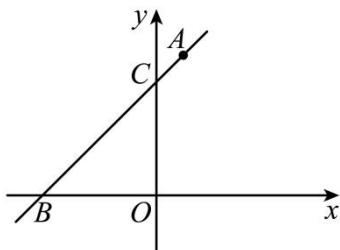
解得: $x < 30.375$,

∵ x 为正整数,

∴ x 的最大值为 30.

25. 如图, 已知一次函数 $y = kx + 3$ 的图像经过点 $A(1, m)$, 与 x 轴、 y 轴分别相交于 B 、 C 两点, 且

$\angle ABO = 45^\circ$.



(1) 求 m 的值;

(2) 点 D 在 x 轴上, 且 $\triangle ACD$ 的面积是 3, 求点 D 的坐标.

(3) 在 (2) 的条件下, 且点 D 在 x 轴正半轴上, 设点 E 为 x 轴上一动点, 当 $\angle ADC = \angle ECD$ 时, 求点 E 的坐标.

【答案】 (1) 4 (2) 点 D 的坐标为 $(3, 0)$ 或 $(-9, 0)$

(3) $(\frac{3}{2}, 0)$ 或 $(6, 0)$

【解析】

【分析】 (1) 由函数解析式得 C 的坐标为 $(0, 3)$, 由 $\angle ABO = 45^\circ$ 得 $OB = OC = 3$, 则 B 的坐标为 $(-3, 0)$, 即可求得直线的解析式, 再令 $x = 1$ 求出 y 的值即可得 m 的值;

(2) 设点 D 的坐标为 $(d, 0)$, 由 $S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABD} - S_{\triangle BCD}$, 根据三角形的面积公式列方程即可求解;

(3) 分以下两种情况: ①当 E 在 D 左侧时, 由 $\angle ADC = \angle ECD$ 得 $CE \parallel AD$, 利用待定系数法分别求出

直线 AD 和直线 CE 的解析式，即可得解；②当 E 在 D 右侧时，设 CE 与 AD 相交于点 F ，设 $E(n, 0)$ ，由 $\angle ADC = \angle ECD$ 得 $CF = DF$ ，利用待定系数法分别求出直线 AD 和直线 CE 的解析式，并用含 n 的代数式表示出点 F ，再由 $CF = DF$ ，根据勾股定理得出关于 n 的方程，解方程即可。

【小问 1 详解】

解：∵一次函数 $y = kx + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于 B 、 C 两点，

∴ C 的坐标为 $(0, 3)$ ，

∵ $\angle ABO = 45^\circ$ ，

∴ $OB = OC = 3$ ，

∴ B 的坐标为 $(-3, 0)$ ，

代入解析式 $y = kx + 3$ 中： $0 = -3k + 3$ ，

解得 $k = 1$ ，

∴一次函数解析式为： $y = x + 3$ ，

∵一次函数 $y = x + 3$ 的图像经过点 $A(1, m)$ ，

∴ $m = 1 + 3 = 4$ ；

【小问 2 详解】

解：∵ $m = 4$ ，

∴点 $A(1, 4)$ ，

设点 D 的坐标为 $(d, 0)$ ，

∴ $BD = |3 + d|$

∵ $OB = OC = 3$ ， $S_{\triangle ACD} = 3$ ，

∴ $D S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABD} - S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times |3 + d| \times 4 - \frac{1}{2} \times |3 + d| \times 3 = 3$ ，

整理得 $|3 + d| = 6$

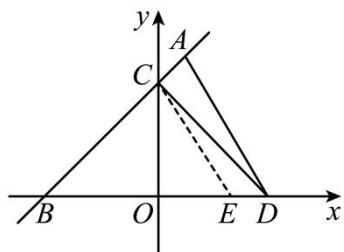
解得 $d = 3$ 或 $d = -9$ ，

∴点 D 的坐标为 $(3, 0)$ 或 $(-9, 0)$ ；

【小问 3 详解】

解：分以下两种情况：

①当 E 在 D 左侧时,



$$\therefore \angle ADC = \angle ECD,$$

$$\therefore CE \parallel AD,$$

$\therefore$ 点 $A(1,4)$, 点 D 的坐标为 $(3,0)$,

设直线 AD 的解析式为 $y = ax + b$,

$$\therefore \begin{cases} 3a + b = 0 \\ a + b = 4 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -2 \\ b = 6 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AD 的解析式为 $y = -2x + 6$,

设直线 CE 的解析式为 $y = -2x + c$,

$\therefore C$ 的坐标为 $(0,3)$,

$$\therefore c = 3,$$

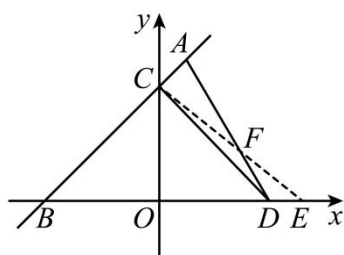
$\therefore$ 直线 CE 的解析式为 $y = -2x + 3$,

当 $y = 0$ 时, $0 = -2x + 3$,

$$\therefore x = \frac{3}{2},$$

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$;

②当 E 在 D 右侧时, 设 CE 与 AD 相交于点 F , 设 $E(n, 0)$,



$$\therefore \angle ADC = \angle ECD,$$

$$\therefore CF = DF,$$

$$\text{设直线 } CE \text{ 的解析式为: } y = cx + d, \text{ 代入 } C、E \text{ 坐标得: } \begin{cases} d = 3 \\ nc + d = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} c = -\frac{3}{n}, \\ d = 3 \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } CE \text{ 的解析式为: } y = -\frac{3}{n}x + 3.$$

$\therefore$ 点 F 同时在直线 AD 、 CE 上,

$$\therefore \begin{cases} y = -2x + 6 \\ y = -\frac{3}{n}x + 3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = \frac{3n}{2n-3} \\ y = \frac{6n-18}{2n-3} \end{cases},$$

$$\therefore F \text{ 的坐标为: } \left(\frac{3n}{2n-3}, \frac{6n-18}{2n-3} \right),$$

$$\therefore CF^2 = \left(\frac{3n}{2n-3} \right)^2 + \left(\frac{6n-18}{2n-3} - 3 \right)^2 = DF^2 = \left(\frac{3n}{2n-3} - 3 \right)^2 + \left(\frac{6n-18}{2n-3} \right)^2,$$

$$\therefore 9n^2 + 81 = (9 - 3n)^2 + (6n - 18)^2,$$

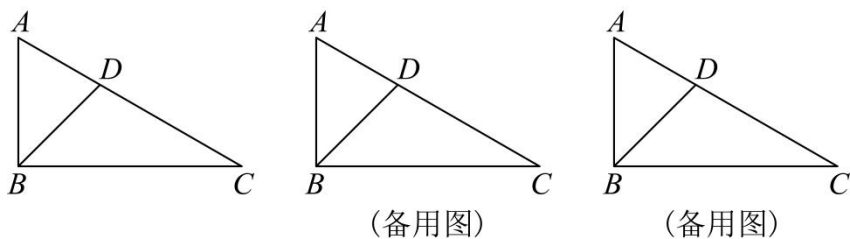
$$\text{解得: } n = 6 \text{ 或 } n = \frac{3}{2} \text{ (舍去)}.$$

点 E 的坐标为 $(6, 0)$.

综上所述, 点 E 的坐标为: $\left(\frac{3}{2}, 0 \right)$ 或 $(6, 0)$.

【点睛】 本题是一次函数综合题, 考查了待定系数法求一次函数解析式, 两直线相交或平行问题, 勾股定理, 平行线的判定等, 解题的关键是熟练掌握相关知识及分类讨论思想在解题过程中的运用.

26. 如图所示, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $AB = 1$, BD 是 $\angle ABC$ 的角平分线.



- (1) 求 BD 的长;
- (2) 若点 P 在线段 BC 上, $\triangle DPC$ 是直角三角形, 求 BP 的长;
- (3) 若点 P 在射线 BC 上, $\triangle DPC$ 是等腰三角形, 直接写出 BP 的长.

【答案】 (1) $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$;

(2) 当 $BP = 2 - \sqrt{3}$ 或 $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ 时, $\triangle DPC$ 是直角三角形;

(3) BP 的长为 $2\sqrt{3}-3$ 或 1 或 3.

【解析】

【分析】 (1) 如下图所示, 过点 D 作 $DE \perp AB$, $DF \perp BC$, 根据 BD 是 $\angle ABC$ 的角平分线, 可知

$DE = DF$, 根据 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BDC}$ 可得 $\frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 1 \times DE + \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times DE$, 根据等腰直角三角形的性质可得 $BD = \frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$;

(2) $\triangle DPC$ 是直角三角形, 有两种情况, 一种情况是 $DP \perp BC$ 时, 另一种情况是 $DP \perp AC$, 分情况求出线段 BP 的长度即可;

(3) $\triangle DPC$ 是等腰三角形, 有三种情况, 第一种情况是当点 P 在线段 BC 上, $CD = CP$; 第二种情况是 $PD = CP$; 第三种情况是当点 P 在线段 BC 的延长线上时, $CD = CP = 3\sqrt{2} - \sqrt{6}$.

【小问 1 详解】

解: 如下图所示, 过点 D 作 $DE \perp AB$, $DF \perp BC$,

$\because BD$ 是 $\angle ABC$ 的角平分线,

$$\therefore DE = DF, \quad \angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\because S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BDC},$$

$$\therefore \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} AB \cdot DE + \frac{1}{2} BC \cdot DF,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $AB = 1$,

$$\therefore AC = 2AB = 2,$$

$$\therefore BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3},$$

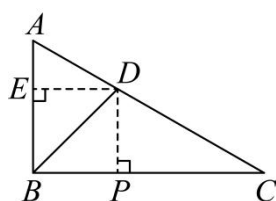
$$\therefore \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 1 \times DE + \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times DE,$$

$$\text{解得: } DE = \frac{3 - \sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \angle ABD = 45^\circ, \quad DE \perp AB,$$

$$\therefore EB = DE,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle BED \text{ 中, } BD = \sqrt{2}DE = \frac{3 - \sqrt{3}}{2} \times \sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2};$$



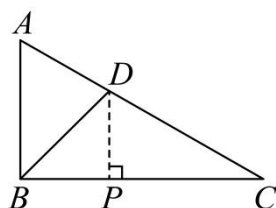
【小问 2 详解】

解: 如下图所示, 当 $DP \perp BC$ 时,

$\therefore BD$ 是 $\angle ABC$ 的角平分线,

$$\therefore \angle DBP = 45^\circ,$$

$$\therefore BP = DP = \frac{\sqrt{2}}{2}BD = \frac{3 - \sqrt{3}}{2};$$



如下图所示, 当 $DP \perp AC$ 时, $\angle CDP = 90^\circ$,

$$\text{由 (1) 可知 } BE = DE = \frac{3 - \sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore AE = AB - BE = 1 - \frac{3 - \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2},$$

在 $\triangle AED$ 中 $\angle AED = 90^\circ$, $\angle A = 60^\circ$,

$$\therefore \angle ADE = 30^\circ,$$

$$\therefore AD = 2AE = 2 \times \frac{\sqrt{3}-1}{2} = \sqrt{3}-1,$$

$$\therefore DC = AC - AD = 2 - (\sqrt{3}-1) = 3 - \sqrt{3},$$

设 $DP = x$ ，则 $PC = 2DP = 2x$ ，

在 $Rt\triangle DPC$ 中， $DP^2 + DC^2 = PC^2$ ，

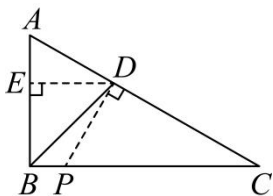
$$\therefore x^2 + (3 - \sqrt{3})^2 = (2x)^2,$$

解得： $x_1 = \sqrt{3}-1$ ， $x_2 = 1 - \sqrt{3}$ (舍去)，

$$\therefore DP = \sqrt{3}-1,$$

$$\therefore PC = 2DP = 2\sqrt{3}-2,$$

$$\therefore BP = BC - PC = \sqrt{3} - (2\sqrt{3}-2) = 2 - \sqrt{3},$$



综上所述，当 $BP = 2 - \sqrt{3}$ 或 $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ 时， $\triangle DPC$ 是直角三角形；

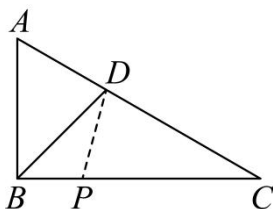
【小问3 详解】

解：如下图所示，当点 P 在线段 BC 上， $CD = CP$ 时，

由(2)可知 $DC = 3 - \sqrt{3}$ ，

则 $CP = DC = 3 - \sqrt{3}$ ，

$$\therefore BP = BC - PC = \sqrt{3} - (3 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 3;$$



如下图所示，当点 P 在线段 BC 上， $PD = CP$ 时，过点 P 作 $PM \perp CD$ ，

$$\text{则有 } CM = DM = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2} \times (3 - \sqrt{3}) = \frac{3 - \sqrt{3}}{2},$$

设 $PM = y$ ，则 $PC = 2PM = 2y$ ，

在 $\text{Rt}\triangle PMC$ 中， $PM^2 + CM^2 = PC^2$ ，

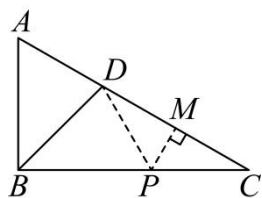
$$\therefore y^2 + \left(\frac{3-\sqrt{3}}{2}\right)^2 = (2y)^2,$$

$$\text{解得: } y_1 = \frac{\sqrt{3}-1}{2}, \quad y_2 = -\frac{\sqrt{3}-1}{2} \text{ (舍去),}$$

$$\therefore PM = \frac{\sqrt{3}-1}{2},$$

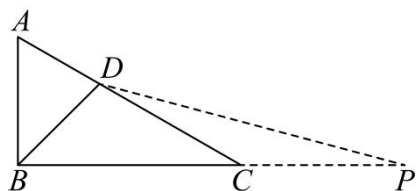
$$\therefore PC = 2PM = 2 \times \frac{\sqrt{3}-1}{2} = \sqrt{3}-1$$

$$\text{则 } BP = BC - CP = \sqrt{3} - (\sqrt{3}-1) = \sqrt{3} - \sqrt{3} + 1 = 1;$$



如下图所示，当点 P 在线段 BC 的延长线上时， $CD = CP = 3 - \sqrt{3}$ ，

$$\text{则 } BP = BC + CP = \sqrt{3} + 3 - \sqrt{3} = 3.$$



综上所述，当 $\triangle DPC$ 是等腰三角形时， BP 的长为 $2\sqrt{3}-3$ 或 1 或 3.

【点睛】 本题主要考查了直角三角形的性质、勾股定理、等腰三角形的性质、分类讨论的思想，解决本题的关键是根据分类讨论的思想，分情况讨论.