

八年级数学试卷

(完卷时间: 90 分钟, 满分: 100 分)

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分) (每题只有一个选项正确)

1. 下列方程是一元高次方程的是 ()

A. $x^4 + 1 = 0$ B. $x^2 - 3x - 1 = 0$ C. $x^3 + 2x + \frac{1}{x} = 0$ D. $x + 3 = 0$

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了一元高次方程的定义，注意几元几次方程都首先是整式方程.

根据一元高次方程的定义：只含一个未知数，未知项的最高次数大于等于 3 的整式方程，即可得出答案。

【详解】解：这四个方程都只含一个未知数，

∴ A 符合一元高次方程定义：只含一个未知数，未知项的最高次数大于等于 3 的整式方程，∴ A 选项符合题意，

$\therefore$ D、B 中未知项的最高次数小于等于 2, $\therefore$ D、B 选项不是一元高次方程, 不符合题意,

∵ C 中分母中含有未知数, ∴ 是分式方程, ∴ C 选项不符合题意,

故选: A.

2. 下列关于变量 x 、 y 的关系式中, y 关于 x 是一次函数的是 ()

A. $y = 1$ B. $y = x^2 - 3$ C. $y = \frac{1}{x}$ D. $y = 3x - 1$

【答案】D

【解析】

【分析】该题考查了一次函数的定义，形如 $y = kx + b (k \neq 0, k, b \text{ 为常数})$ 的函数，叫一次函数. 根据一次函数的定义逐项判断即可.

【详解】解: A. $y=1$ 是常数函数, 不是一次函数, 故本选项不符合题意;

B. $y = x^2 - 3$, 不是一次函数, 故本选项不符合题意;

C. $y = \frac{1}{x}$, 不是一次函数, 故本选项不符合题意;

D. $y = 3x - 1$ 是一次函数, 故本选项符合题意;

故选: D.

3. 一次函数 $y = x - 1$ 的图象不经过 ()

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的图象与性质，利用一次函数的图象与性质即可确定直线经过的象限，掌握一次函数的图象与性质是解题的关键.

【详解】解： $\because y = x - 1$,

$\therefore k = 1 > 0$, $b = -1 < 0$,

$\therefore$ 直线经过第一、三、四象限，图象不经过第二象限，

故选：B.

4. 已知 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 在直线 $y = -x + 3$ 上若 $x_1 < x_2$ ，下列判断正确的 ()

A. $y_1 < y_2$

B. $y_1 = y_2$

C. $y_1 > y_2$

D. $y_1 \leq y_2$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的性质，根据直线 $y = -x + 3$ 中 $-1 < 0$ ，推出 y 随 x 的增大而减小，进而根据 $x_1 < x_2$ ，即可判断一次函数值的大小.

【详解】解： $\because$ 直线 $y = -x + 3$ 中 $-1 < 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小，

$\because A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 在直线 $y = -x + 3$ 上，且 $x_1 < x_2$,

$\therefore y_1 > y_2$;

故选：C.

5. 二元二次方程组 $\begin{cases} (x+1)(y-2) = 0 \\ y = x^2 \end{cases}$ 的解的个数是 ()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查解方程的能力，体现数学中化归思想，消元和降次是解此类问题的关键. 先由方程①求出 x , y 的值，代入②，求解，即可得出结论.

【详解】解： $\begin{cases} (x+1)(y-2) = 0 \text{ ①} \\ y = x^2 \text{ ②} \end{cases}$,

由①得 $x = -1$ 或 $y = 2$,

当 $x = -1$ 时, 代入②得: $y = 1$,

当 $y = 2$ 时, 代入②得: $x = \pm\sqrt{2}$,

所以方程组的解 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = 2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = -\sqrt{2} \\ y = 2 \end{cases}$.

故选: C.

6. 甲队修路 120 m 与乙队修路 100 m 所用天数相同, 已知甲队比乙队每天多修 10 m, 设甲队每天修路 x m.

依题意, 下面所列方程正确的是

A. $\frac{120}{x} = \frac{100}{x-10}$

B. $\frac{120}{x} = \frac{100}{x+10}$

C. $\frac{120}{x-10} = \frac{100}{x}$

D. $\frac{120}{x+10} = \frac{100}{x}$

【答案】A

【解析】

【详解】甲队每天修路 x m, 则乙队每天修 $(x-10)$ m, 因为甲、乙两队所用的天数相同,

所以, $\frac{120}{x} = \frac{100}{x-10}$.

故选 A.

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 一次函数 $y = -x - 4$ 的截距是_____.

【答案】-4

【解析】

【分析】求出一次函数与 y 轴的交点坐标, 然后根据截距的定义求解.

【详解】解: 当 $x=0$ 时, $y=0-4=-4$,

所以该一次函数与 y 轴的交点坐标为 $(0, -4)$,

所以一次函数 $y = -x - 4$ 的截距为 -4 .

故答案为: -4 .

【点睛】本题考查一次函数图象上点的坐标特征: 一次函数 $y=kx+b$, ($k \neq 0$, 且 k, b 为常数) 的图象是一条直线. 它与 y 轴的交点坐标是 $(0, b)$.

8. 已知, 直线 $y = kx - 3$ 与直线 $y = \frac{1}{2}x + 4$ 平行, 那么 $k =$ _____.

【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查一次函数图象与性质，掌握一次函数图象与性质是解决问题的关键．两直线平行，则两直线解析式中自变量的系数相等，据此可解决问题．

【详解】 解： $\because$ 直线 $y = kx - 3$ 与直线 $y = \frac{1}{2}x + 4$ 平行，

$$\therefore k = \frac{1}{2}.$$

故答案为： $\frac{1}{2}$.

9. 方程 $2x^4 = 32$ 的根是_____.

【答案】 $x = \pm 2$

【解析】

【分析】 解 $2x^4=32$ 得 $x^2=4$ 或 $x^2=-4$ (舍)，再解 $x^2=4$ 可得.

【详解】 解： $2x^4=32$,

$$x^4=16,$$

$$x^2=4 \text{ 或 } x^2=-4 \text{ (舍)},$$

$$\therefore x=\pm 2,$$

故答案为 $x=\pm 2$.

【点睛】 本题考查解高次方程的能力，利用平方根的定义降幂、求解是解题的关键.

10. 方程 $\sqrt{2x+3} = x$ 的解为_____.

【答案】 3

【解析】

【分析】 根据无理方程的解法，首先，两边平方解出 x 的值，然后验根，解答即可.

【详解】 解： 两边平方得： $2x+3 = x^2$

$$\therefore x^2 - 2x - 3 = 0,$$

$$\text{解方程得： } x_1 = 3, x_2 = -1,$$

检验： 当 $x_1 = 3$ 时，方程的左边 = 右边，所以 $x_1 = 3$ 为原方程的解，

当 $x_2 = -1$ 时，原方程的左边 $\neq$ 右边，所以 $x_2 = -1$ 不是原方程的解.

故答案为 3.

【点睛】 此题考查无理方程的解，解题关键在于掌握运算法则

11. 把二元二次方程 $x^2 - 5xy - 6y^2 = 0$ 化为两个一次方程，所得的两个一次方程是_____和_____.

【答案】 ①. $x-6y=0$ ②. $x+y=0$

【解析】

【分析】此题主要考查了二元二次方程降次的方法. 解题的关键是利用因式分解把原方程变为两个一次方程解决问题.

原式因式分解后可得两个一次方程 $x-6y=0$, $x+y=0$.

【详解】解: $\because x^2-5xy-6y^2=0$,

$$\therefore (x-6y)(x+y)=0,$$

$$\therefore x-6y=0, \quad x+y=0.$$

故答案为: $x-6y=0$, $x+y=0$.

12. 用换元法解分式方程 $\frac{x-2}{x}-\frac{3x}{x-2}=1$ 时, 如果设 $\frac{x-2}{x}=y$, 那么原方程可化为关于 y 的整式方程是 _____.

【答案】 $y^2-y-3=0$

【解析】

【分析】本题考查的是利用换元法解分式方程, 一元二次方程, 解题的关键是掌握换元法思想.

利用换元法先得出 $\frac{3x}{x-2}=\frac{3}{y}$, 化为分式方程, 然后再去分母, 整理成整式方程即可.

【详解】解: 设 $\frac{x-2}{x}=y$, 则 $\frac{3x}{x-2}=3\left(\frac{x}{x-2}\right)=3\left(\frac{1}{\frac{x-2}{x}}\right)=\frac{3}{y}$,

$$\therefore \frac{x-2}{x}-\frac{3x}{x-2}=1 \text{ 可化为 } y-\frac{3}{y}=1,$$

整理得 $y^2-y-3=0$

故答案为: $y^2-y-3=0$.

13. 如果分式方程 $\frac{x}{x-3}-1=\frac{k}{x-3}$ 有增根, 那么 k 的值是 _____.

【答案】 3

【解析】

【分析】分式方程去分母转化为整式方程, 由分式方程有增根确定出 k 的值即可.

【详解】解： $\frac{x}{x-3} - 1 = \frac{k}{x-3}$

去分母得： $x - (x-3) = k$,

$\therefore$ 分式方程 $\frac{x}{x-3} - 1 = \frac{k}{x-3}$ 有增根,

$\therefore x-3=0$,

解得： $x=3$,

把 $x=3$ 代入 $x - (x-3) = k$ 得： $k=3$,

故答案为： 3

【点睛】 本题考查分式方程的增根，增根问题可按如下步骤进行：①让最简公分母为 0 确定增根；②化分式方程为整式方程；③把增根代入整式方程即可求得相关字母的值.

14. 将直线 $y = -2x - 1$ 向右平移 4 个单位，所得直线的表达式是_____.

【答案】 $y = -2x + 7$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数图像与几何变换，熟练掌握平移的规律是解题的关键.

根据平移的规律“左加右减”，即可找出平移后的直线解析式.

【详解】解： $\because$ 直线 $y = -2x - 1$ 向右平移 4 个单位，

$\therefore$ 所得直线的表达式是 $y = -2(x-4) - 1 = -2x + 8 - 1 = -2x + 7$,

即 $y = -2x + 7$,

故答案为： $y = -2x + 7$.

15. 已知，函数 $y = (1-m)x^{m^2-1} - 2$ 是一次函数，且函数值 y 随 x 的值增大而减小，那么 $m =$ _____.

【答案】 $\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 可以根据一次函数的定义和增减性，写出 m 需要满足的条件，再求解即可.

【详解】解： $\because$ 函数 $y = (1-m)x^{m^2-1} - 2$ 是一次函数，且函数值 y 随 x 的值增大而减小，

$\therefore \begin{cases} m^2 - 1 = 1 \\ 1 - m < 0 \end{cases}$,

解得： $m = \sqrt{2}$.

故答案为: $\sqrt{2}$.

【点睛】 本题考查了一次函数的定义以及一次函数的性质, 熟知 k 的几何意义是解题关键.

16. 某区现有绿化面积 1000 公顷, 在环境大整治活动中计划两年内绿化面积增加到 1210 公顷, 如果平均每年增加的百分率都为 x , 根据题意列出的方程是_____.

【答案】 $1000 \times (1+x)^2 = 1210$

【解析】

【分析】 本题主要考查了列一元二次方程解决实际问题, 解题的关键是找准等量关系, 列出方程.

设平均每年增加的百分率都为 x , 根据两年的增长率, 列出方程即可.

【详解】 解: 设平均每年增加的百分率都为 x , 根据题意得,

$$1000 \times (1+x)^2 = 1210,$$

故答案为: $1000 \times (1+x)^2 = 1210$.

17. 反比例函数 $y_1 = \frac{k_1}{x}$ 的图像与一次函数 $y_2 = k_2x + b$ 的图像交于点 $A(2, 4)$ 和点 $B(m, -5)$, 当 $y_1 > y_2$ 时, 请出自变量 x 的取值范围_____.

【答案】 $x < -\frac{8}{5}$ 或 $0 < x < 2$

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数与反比例函数的交点问题, 利用交点坐标确定不等式的解集, 待定系数法, 利用数形结合法解答是解题的关键.

先利用待定系数法求出反比例函数和一次函数的解析式, 然后根据交点坐标确定不等式的解集即可.

【详解】 解: 将 $A(2, 4)$ 代入 $y_1 = \frac{k_1}{x}$ 得,

$$k_1 = xy = 2 \times 4 = 8,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y_1 = \frac{8}{x};$$

$$\therefore \text{将 } B(m, -5) \text{ 代入 } y_1 = \frac{8}{x} \text{ 得,}$$

$$-5 = \frac{8}{m},$$

$$\text{解得 } m = -\frac{8}{5},$$

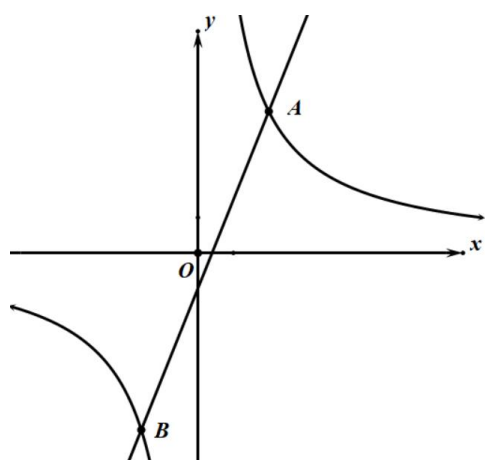
$$\therefore B\left(-\frac{8}{5}, -5\right).$$

将 $A(2,4)$, $B\left(-\frac{8}{5}, -5\right)$ 代入 $y_2 = k_2x + b$ 得,

$$\begin{cases} 4 = 2k + b \\ -5 = -\frac{8}{5}k + b \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} k = \frac{5}{2}, \\ b = -1 \end{cases}$

$$\therefore y_2 = \frac{5}{2}x - 1;$$

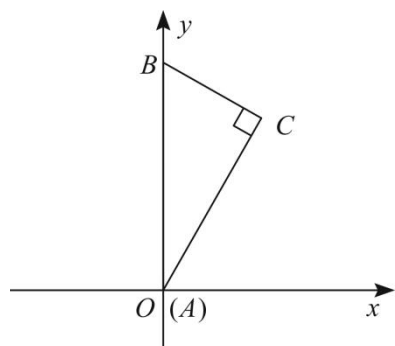


根据函数解析式画出图象得,

当 $y_1 > y_2$ 时, $x < -\frac{8}{5}$ 或 $0 < x < 2$,

故答案为: $x < -\frac{8}{5}$ 或 $0 < x < 2$.

18. 如图, 直角三角形的斜边 AB 在 y 轴的正半轴上, 点 A 与原点重合, 点 B 的坐标是 $(0, 4)$, 且 $\angle BAC = 30^\circ$, 若将 ABC 绕着点 O 旋转后 30° , 点 B 和 C 点分别落在点 E 和点 F 处, 那么直线 EF 的解析式是_____.



【答案】 $y = 2\sqrt{3}$ 和 $y = -\sqrt{3}x + 4\sqrt{3}$

【解析】

【分析】先求出 E 、 F 点的坐标，再利用待定系数法即可求得.

【详解】解：∵点 B 的坐标是 $(0, 4)$ ，且 $\angle A = 30^\circ$.

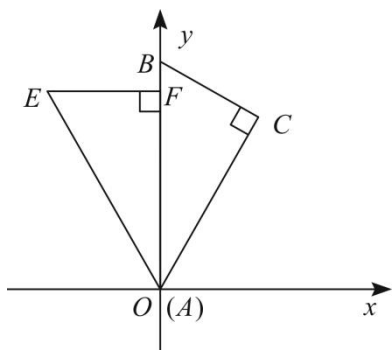
$$\therefore AB = 4,$$

∵在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 30^\circ$,

$$\therefore BC = \frac{1}{2}AB = 2,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = 2\sqrt{3},$$

当逆时针旋转 30° 后，如图所示，



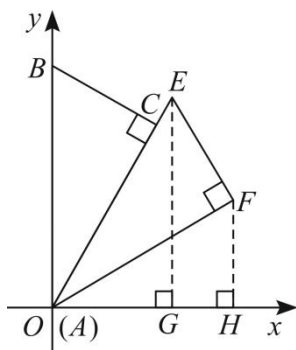
∵旋转

$$\therefore EF = BC = 2, \quad AF = AC = 2\sqrt{3}$$

点 $E(-2, 2\sqrt{3})$ ， $F(0, 2\sqrt{3})$ ，

∴直线 EF 的解析式是 $y = 2\sqrt{3}$ ；

当逆时针旋转 30° 后，如图所示，过点 E 、 F 分别作 $EG \perp x$ 轴， $FH \perp x$ 轴，垂足为点 G 、 H ，



∵旋转

$$\therefore AE = AB = 4, \quad AF = AC = 2\sqrt{3}, \quad \angle EAF = \angle BAC = 30^\circ,$$

∵ $EG \parallel y$ 轴，

$$\therefore \angle AEG = \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\because \text{在 Rt}\triangle EAG \text{ 中, } \angle AEG = 30^\circ,$$

$$\therefore AG = \frac{1}{2} AE = 2,$$

$$\therefore EG = \sqrt{AE^2 - AG^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{点 E } (2, 2\sqrt{3}),$$

$$\because \angle EAF = \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle FAH = 90^\circ - \angle EAF - \angle BAC = 30^\circ,$$

$$\because \text{在 Rt}\triangle FAH \text{ 中, } \angle FAH = 30^\circ,$$

$$\therefore FH = \frac{1}{2} AF = \sqrt{3},$$

$$\therefore AH = \sqrt{AF^2 - FH^2} = 3,$$

$$\therefore \text{点 F } (3, \sqrt{3}),$$

设直线 EF 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\therefore \begin{cases} 2k + b = 2\sqrt{3} \\ 3k + b = \sqrt{3} \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -\sqrt{3} \\ b = 4\sqrt{3} \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } EF \text{ 的解析式为 } y = -\sqrt{3}x + 4\sqrt{3},$$

故答案为: $y = 2\sqrt{3}$ 或 $y = -\sqrt{3}x + 4\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查了坐标和图形的变化—旋转，待定系数法求一次函数的解析式，解直角三角形求得 E 、 F 的坐标是解题的关键.

三、简答题 (本大题共 4 题, 每题 6 分, 满分 24 分)

19. 解方程: $2x + \sqrt{x-3} = 6$

【答案】 $x = 3$

【解析】

【分析】移项后两边平方, 即可得出一个一元二次方程, 求出方程的解, 再把所得的结果进行检验即可.

【详解】解: $\sqrt{x-3} = 6 - 2x$

$$x - 3 = (6 - 2x)^2$$

$$4x^2 - 25x + 39 = 0$$

$$(x-3)(4x-13)=0,$$

$$\text{解得: } x_1 = \frac{13}{4}, \quad x_2 = 3$$

经检验: $x = \frac{13}{4}$ 是原方程的增根, 舍去

所以, 原方程的根是 $x = 3$.

【点睛】 本题考查解无理方程, 能把无理方程转化成有理方程是解题的关键, 在计算时要注意检验.

$$20. \text{ 解方程: } \frac{2x}{x^2+2x-3} + \frac{1}{x+3} = 1$$

$$\text{【答案】 } x_1 = 2, \quad x_2 = -1$$

【解析】

【分析】 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

$$\text{【详解】 解: } \frac{2x}{x^2+2x-3} + \frac{1}{x+3} = 1$$

$$2x + (x-1) = x^2 + 2x - 3$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$x_1 = 2, \quad x_2 = -1$$

经检验: $x_1 = 2, \quad x_2 = -1$ 是原方程的根

所以, 原方程的根是 $x_1 = 2, \quad x_2 = -1$.

【点睛】 本题考查解分式方程, 利用了转化的思想, 解分式方程注意要检验.

$$21. \text{ 解方程组: } \begin{cases} x+3y=12 \\ x^2-2xy-3y^2=0 \end{cases}$$

$$\text{【答案】 } \begin{cases} x_1 = 6 \\ y_1 = 2 \end{cases}; \begin{cases} x_2 = -6 \\ y_2 = 6 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 首先把第二个方程左边分解因式, 即可转化为两个一次方程, 分别与第一个方程组成方程组, 即可求解.

$$\text{【详解】 解: } \begin{cases} x+3y=12 \text{ ①} \\ x^2-2xy-3y^2=0 \text{ ②} \end{cases}$$

$$\text{由②得 } (x-3y)(x+y)=0$$

$$x-3y=0 \text{ 或 } x+y=0$$

$$\text{原方程组可化为 } \begin{cases} x+3y=12 \\ x-3y=0 \end{cases}, \begin{cases} x+3y=12 \\ x+y=0 \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x_1=6 \\ y_1=2 \end{cases}; \begin{cases} x_2=-6 \\ y_2=6 \end{cases}$$

$$\text{所以原方程组的解是 } \begin{cases} x_1=6 \\ y_1=2 \end{cases}; \begin{cases} x_2=-6 \\ y_2=6 \end{cases}$$

【点睛】 本题考查高次方程组的解法，解题的基本思想是降次，掌握降次的方法是解高次方程的关键.

$$22. \text{ 解关于 } x \text{ 的方程: } ax^2-2=2+x^2(a \neq 1)$$

$$\text{【答案】 当 } a>1 \text{ 时, } x=\pm \frac{2\sqrt{a-1}}{a-1}; \text{ 当 } a<1 \text{ 时, 方程无实数根}$$

【解析】

【分析】 方程整理后，根据 $a-1$ 不为 0，分 $a-1>0$ 与 $a-1<0$ 两种情况求出解即可.

$$\text{【详解】 解: 方程整理得: } (a-1)x^2=4,$$

$$\because a \neq 1$$

$$\therefore a-1 \neq 0,$$

$$\text{解得: } x^2 = \frac{4}{a-1}$$

$$\text{当 } a-1>0 \text{ 即 } a>1 \text{ 时 } x=\pm \frac{2\sqrt{a-1}}{a-1}$$

当 $a-1<0$ 即 $a<1$ 时，方程无实数根

$$\text{所以, 当 } a>1 \text{ 时, } x=\pm \frac{2\sqrt{a-1}}{a-1}$$

当 $a<1$ 时，方程无实数根.

【点睛】 本题考查解一元二次方程-直接开平方法，熟练掌握运算法则是解题的关键.

四、解答题（本大题共 5 题，第 23、24 题 7 分，25 题 8 分，26 题 12 分，满分 34 分）

$$23. \text{ 已知一次函数 } y=k_1x-4 \text{ 与正比例函数 } y=k_2x \text{ 的图像都经过点 } (2,-1)$$

(1) 分别求出这两个函数的解析式;

(2) 求一次函数图像与 x 轴和 y 轴围成的三角形面积.

【答案】 (1) $y = \frac{3}{2}x - 4$, $y = -\frac{1}{2}x$; (2) $\frac{16}{3}$

【解析】

【分析】 (1) 利用待定系数法即可解决问题;

(2) 求出一次函数 $y = k_1x - 4$ 与 x 轴和 y 轴的交点坐标即可解决问题.

【详解】 解: (1) 把点 $(2, -1)$ 代入函数 $y = k_1x - 4$ 得,

$$-1 = 2k_1 - 4, \quad k_1 = \frac{3}{2}$$

则函数解析式为: $y = \frac{3}{2}x - 4$;

把点 $(2, -1)$ 代入函数 $y = k_2x$ 得,

$$k_2 = -\frac{1}{2}$$

则函数解析式为: $y = -\frac{1}{2}x$;

(2) 令 $y = \frac{3}{2}x - 4$ 中的 $y = 0$, 则 $x = \frac{8}{3}$,

$\therefore$ 与 x 轴的交点为 $(\frac{8}{3}, 0)$,

令 $y = \frac{3}{2}x - 4$ 中的 $x = 0$, 则 $y = -4$,

$\therefore$ 与 y 轴的交点为 $(0, -4)$,

$\therefore$ 三角形面积为: $S = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$.

【点睛】 本题考查了求两直线的交点坐标, 三角形的面积等知识, 解题的关键是熟练掌握基本知识, 属于中考常考题型.

24. 某市为了美化环境, 计划在一定的时间内完成绿化面积 40 万亩的任务. 后来市政府调整了原定计划, 不但绿化面积要在原计划的基础上增加 20%, 而且要提前 2 年完成任务, 经测算, 要完成新的计划, 平均每年的绿化面积必须比原计划多 3 万亩, 求原计划平均每年的绿化面积.

【答案】 原计划平均每年的绿化面积为 5 万亩

【解析】

【分析】 本题考查的是分式方程的应用, 掌握列方程解应用题的基本步骤是解题关键.

设原计划每年的绿化面积 x 万亩, 用代数式表示原计划的时间与实际完成任务的时间, 利用时间相差 2 年列

出方程，解方程即可.

【详解】解：设原计划每年的绿化面积 x 万亩，

根据题意得： $\frac{40}{x} - 2 = \frac{40(1+20\%)}{x+3}$ ，

整理得： $x^2 + 7x - 60 = 0$ ，

解得： $x_1 = 5$ ， $x_2 = -12$ ，

经检验 $x_1 = 5$ ， $x_2 = -12$ 均为原方程的解，但 $x_2 = -12$ 不合题意舍去，

答：原计划平均每年的绿化面积为 5 万亩.

25. 为缓解甲乙两地的旱情，某水库计划向甲乙两地送水，甲地需要水量 180 万立方米，乙地需要水量 120 万立方米，现已两次送水，第一次往甲地送水 3 天，往乙地送水 2 天，共送水 84 万立方米；第二次往甲地送水 2 天，往乙地送水 3 天，共送水 81 万立方米. 如果向两地送水分别保持每天的送水量相同，那么完成往甲地、乙地送水任务还各需多少天？

【答案】向甲地送水还需 5 天，向乙地送水还需 3 天

【解析】

【分析】根据题意找出等量关系，列方程即可求解.

【详解】设每天往甲地送水 x 吨，每天往乙地送水 y 吨，

则由题知 $\begin{cases} 3x + 2y = 84 \\ 2x + 3y = 81 \end{cases}$ ，解得 $x = 18$ ， $y = 15$ ，

即两次向甲地共送水 $5x = 90$ 吨，即还需继续向甲地送水 $180 - 90 = 90$ 吨，

即向甲地送水还需 $90 \div 18 = 5$ 天.

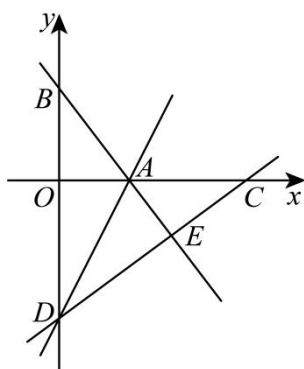
两次向乙地共送水 $5y = 75$ 吨，即还需继续向乙地送水 $120 - 75 = 45$ 吨，

即向乙地送水还需 $45 \div 15 = 3$ (天).

答：向甲地送水还需 5 天，向乙地送水还需 3 天.

【点睛】本题考查利用二元一次方程组解决实际问题，找出题中的等量关系是本题解题关键，注意方程的结果要进行验算，以免出错.

26. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = -\frac{4}{3}x + 4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、点 B ，点 D 在 y 轴的负半轴上，若将 $\triangle DAB$ 沿直线 AD 折叠，点 B 恰好落在 x 轴正半轴上的点 C 处.



(1) 求点 A 和点 B 的坐标以及 AB 的长;

(2) 求点 C 和点 D 的坐标;

(3) y 轴上是否存在一点 P , 使得 $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2}S_{\triangle OCD}$, 若存在, 直接写出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

【答案】 (1) $A(3,0), B(0,4), AB=5$

(2) $C(8,0), D(0,-6)$

(3) $(0,12)$ 或 $(0,-4)$

【解析】

【分析】 本题考查了直线与坐标轴的交点, 勾股定理, 折叠的性质, 坐标与图形等知识. 熟练掌握直线与坐标轴的交点, 勾股定理, 折叠的性质, 坐标与图形是解题的关键.

(1) 令 $y=0$, 求出 $A(3,0)$; 令 $x=0$, 求出 $B(0,4)$; 继而求出 $AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$;

(2) 由折叠的性质可知, $AC = AB = 5$, $CD = BD$, 则 $OC = OA + AC = 3 + 5 = 8$, 即 $C(8,0)$; 设 $D(0,a)$, 则 $BD = OB + OD = 4 - a$, $CD^2 = 8^2 + a^2$, 依题意得, $(4-a)^2 = 8^2 + a^2$, 计算求解, 然后作答即可;

(3) 存在; 由 $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2}S_{\triangle OCD}$, 可得 $\frac{1}{2}BP \times 3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 8$, 可求出 $BP = 8$, 进而可求点 P 坐标.

【小问 1 详解】

解: 令 $y=0$, 则 $-\frac{4}{3}x + 4 = 0$,

解得: $x=3$,

$\therefore A(3,0)$;

令 $x=0$, 则 $y=4$,

$$\therefore B(0,4);$$

$$\therefore OA=3, \quad OB=4,$$

$$\therefore AB=\sqrt{3^2+4^2}=5;$$

【小问2 详解】

解：由折叠的性质可知， $AC=AB=5$ ， $CD=BD$ ，

则 $OC=OA+AC=3+5=8$ ，

$$\therefore C(8,0);$$

设 $D(0,a)$ ，

则 $BD=OB+OD=4-a$ ， $CD^2=8^2+a^2$ ，

$$\therefore (4-a)^2=8^2+a^2,$$

解得： $a=-6$ ，

$$\therefore D(0,-6);$$

【小问3 详解】

解： y 轴上存在一点 P ，使得 $S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}S_{\triangle OCD}$ ，理由如下：

$$\because S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}S_{\triangle OCD},$$

$$\therefore \frac{1}{2}BP \times 3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 8,$$

解得： $BP=8$ ，

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(0,12)$ 或 $(0,-4)$ 。