

2024-2025 学年上海市松江九峰实验学校八年级（下）月考

数学试卷（3 月份）

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 在下列函数中， y 是 x 的一次函数的是（ ）

A. $y = kx + b$ (k 、 b 是常数)

B. $2x + 7y = 1$

C. $y = \frac{1}{x} + 4$

D. $y = 2x^2 - 1$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的定义（识别一次函数），熟练掌握一次函数的定义及一般形式是解题的关键：

1、一次函数的一般形式为 $y = kx + b$ ，其中 k ， b 为常数， $k \neq 0$ ；2、一次函数的一般形式的结构特征：

(1) $k \neq 0$ ，(2) x 的次数是 1，(3) 常数 b 可以为任意实数；3、注意：①正比例函数是一次函数，但一次函数不一定是正比例函数；②一般情况下，一次函数的自变量的取值范围是全体实数；③如果一个函数是一次函数，那么含有自变量 x 的式子是一次的，系数 k 不等于 0，而 b 可以为任意实数；④判断一个函数是不是一次函数，就是判断它是否能化成 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的形式；⑤一次函数的一般形式可以转化为含 x 、 y 的二元一次方程。

根据一次函数的定义及一般形式逐项分析判断即可。

【详解】解：A. $y = kx + b$ (k 、 b 是常数)，当 $k = 0$ 时， y 不是 x 的一次函数，故选项 A 不符合题意；

B. $2x + 7y = 1$ ，可化为 $y = -\frac{2}{7}x + \frac{1}{7}$ ， y 是 x 的一次函数，故选项 B 符合题意；

C. $y = \frac{1}{x} + 4$ ， y 不是 x 的一次函数，故选项 C 不符合题意；

D. $y = 2x^2 - 1$ ， y 不是 x 的一次函数，故选项 D 不符合题意；

故选：B。

2. 下列各有序实数对表示的点不在函数 $y = -2x + 1$ 图象上的是（ ）

A. $(0, 1)$

B. $(1, -1)$

C. $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

D. $(-1, 3)$

【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查的是一次函数图象上点的坐标特点，熟知一次函数图象上各点的坐标一定适合此函数的解析式是解答此题的关键.

直接把各点坐标代入一次函数的解析式进行检验即可.

【详解】 解： A. 当 $x=0$ 时， $y=1$ ， 此点在一次函数 $y=-2x+1$ 的图象上， 故本选项错误；

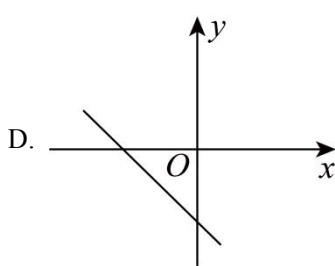
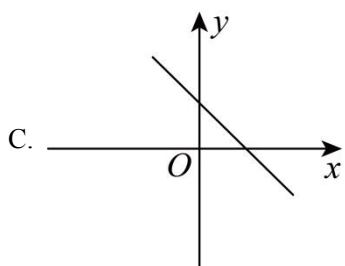
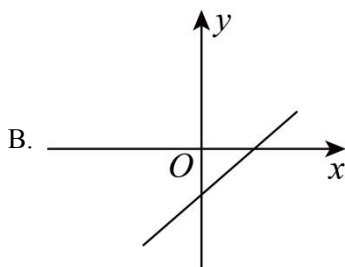
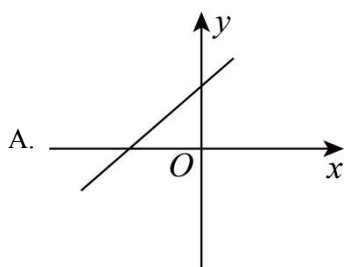
B. 当 $x=1$ 时， $y=-1$ ， 此点在一次函数 $y=-2x+1$ 的图象上， 故本选项错误；

C. 当 $x=-\frac{1}{2}$ 时， $y=2 \neq 0$ ， 此点不在一次函数 $y=-2x+1$ 的图象上， 故本选项正确；

D. 当 $x=-1$ 时， $y=3$ ， 此点在一次函数 $y=-2x+1$ 的图象上， 故本选项错误.

故选 C.

3. 已知一次函数 $y=kx+b$ ， y 随 x 的增大而减小， 且 $kb < 0$ ， 则在直角坐标系内它的大致图象是 ()



【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的性质. $k > 0$ ， 图象过第一， 三象限； $k < 0$ ， 图象过第二， 四象限. $b > 0$ ， 图象与 y 轴正半轴相交； $b = 0$ ， 图象过原点； $b < 0$ ， 图象与 y 轴负半轴相交. 利用一次函数的性质进行判断.

【详解】 解： $\because$ 一次函数 $y=kx+b$ ， y 随着 x 的增大而减小，

$$\therefore k < 0,$$

$$\text{又} \because kb < 0,$$

$$\therefore b > 0,$$

$\therefore$ 此一次函数图象过第一， 二， 四象限.

故选: C.

4. 函数 $y = (m+1)x - (4m-3)$ 的图像经过一、二、四象限, 则 m 的取值范围是()

A. $m < \frac{3}{4}$

B. $-1 < m < \frac{3}{4}$

C. $m < -1$

D. $m > -1$

【答案】C

【解析】

【分析】函数 $y = (m+1)x - (4m-3)$ 的图像在第一、二、四象限, 可得 $m+1 < 0$, 截距 $-(4m-3) > 0$, 解不等式组可得答案.

【详解】解: 由已知得, 函数 $y = (m+1)x - (4m-3)$ 的图像在第一、二、四象限,

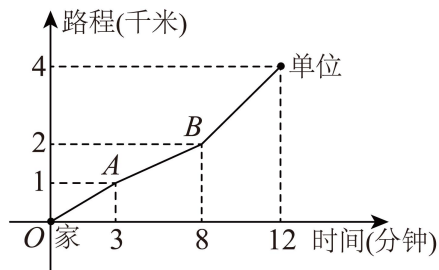
有 $\begin{cases} m+1 < 0 \\ -(4m-3) > 0 \end{cases}$,

解之得: $m < -1$.

故选: C.

【点睛】本题考查了学生对函数图象与坐标系的位置关系和解不等式组, 解题的关键是列出不等式.

5. 小高从家门口骑车去单位上班, 先走平路到达 A 地, 再上坡到达 B 地, 最后下坡到达工作单位, 所用的时间与路程的关系如图所示. 那么, 小高上班时下坡的速度是 ()



A. $\frac{1}{2}$ 千米/分

B. 2 千米/分

C. 1 千米/分

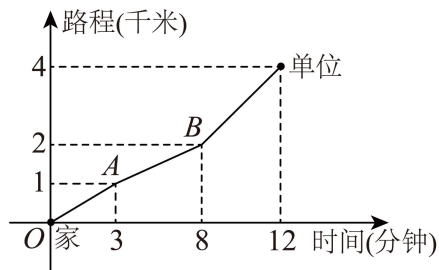
D. $\frac{1}{3}$ 千米/分

【答案】A

【解析】

【分析】结合图像, 确定下坡的路程和时间, 根据速度公式计算即可

【详解】解:



从图象可知：走下坡路用了 $12 \text{ 分钟} - 8 \text{ 分钟} = 4 \text{ 分钟}$ ，走的路程是 $4 \text{ 千米} - 2 \text{ 千米} = 2 \text{ 千米}$ ，

即小高上班时下坡的速度是 $\frac{2 \text{ km}}{4 \text{ min}} = \frac{1}{2} \text{ km/min}$ ，

故选：A.

【点睛】 本题考查了函数图像信息题，正确获取信息和利用信息是解题的关键.

6. 在直线 $y = x + 4$ 上，到坐标轴的距离为 2 个单位的点有 ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据题意可分到 x 轴的距离为 2 和到 y 轴的距离为 2，然后分类求解即可.

本题考查了一次函数的性质，掌握一次函数的性质是解题的关键.

【详解】 解： $\because$ 到坐标轴的距离为 2 个单位，

$$\therefore |x| = 2 \text{ 或 } |y| = 2,$$

当 $x = 2$ 时， $y = 6$ ，即点 $(2, 6)$ ；

当 $x = -2$ 时， $y = 2$ ，即点 $(-2, 2)$ ；

当 $y = 2$ 时， $x = -2$ ，即点 $(-2, 2)$ ；

当 $y = -2$ 时， $x = -6$ ，即点 $(-6, -2)$ ；

$\therefore$ 到坐标轴的距离为 2 个单位的点有 $(2, 6)$ 或 $(-2, 2)$ 或 $(-6, -2)$ ，共 3 个，

故选：C.

二、填空题： 本题共 12 小题，每小题 2 分，共 24 分.

7. 当 m _____ 时，函数 $y = (m - 3)x + m + 2$ 是一次函数.

【答案】 $\neq 3$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的定义，正确理解一次函数的定义是解题的关键.

根据函数 $y = (m - 3)x + m + 2$ 是一次函数，则 $m - 3 \neq 0$ ，然后求解即可.

【详解】 解： $\because$ 函数 $y = (m - 3)x + m + 2$ 是一次函数，

$$\therefore m - 3 \neq 0,$$

$$\therefore m \neq 3,$$

故答案为： $\neq 3$.

8. 直线 $y = -2(x + 3)$ 的截距是_____.

【答案】 -6

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征，截距的定义，牢记直线上任意一点的坐标都满足函数关系式 $y = kx + b$ 是解题的关键. 代入 $x = 0$ 求出 y 值，此题得解.

【详解】 解：当 $x = 0$ 时， $y = -2 \times (0 + 3) = -6$,

$\therefore$ 直线 $y = -2(x + 3)$ 的截距是 -6 .

故答案为： -6 .

9. 直线 $y = kx - 3$ 与直线 $y = 2x + 1$ 交于点 $(2, t)$, 则 $k =$ _____.

【答案】 4

【解析】

【分析】 本题主要考查了求一次函数解析式，解一元一次方程等知识点，熟练掌握待定系数法求一次函数解析式是解题的关键.

将点 $(2, t)$ 代入直线 $y = 2x + 1$, 得 $t = 5$, 将点 $(2, 5)$ 代入直线 $y = kx - 3$, 得 $5 = 2k - 3$, 解方程即可求出 k 的值.

【详解】 解：将点 $(2, t)$ 代入直线 $y = 2x + 1$, 得：

$$t = 2 \times 2 + 1 = 5 ,$$

将点 $(2, 5)$ 代入直线 $y = kx - 3$, 得：

$$5 = 2k - 3 ,$$

解得： $k = 4$,

故答案为： 4 .

10. 一次函数 $y = kx + b$ 与 $y = 2x + 1$ 平行，且经过点 $(-3, 4)$, 则表达式为： _____.

【答案】 $y = 2x + 10$

【解析】

【分析】 由两两函数图象平行可得 $k = 2$, 又 $y = 2x + b$ 经过点 $(-3, 4)$, 由此能求出该一次函数的表达式.

【详解】解：∵一次函数 $y = kx + b$ 与 $y = 2x + 1$ 平行，

∴ $k = 2$ ，即 $y = 2x + b$ ，

∵ $y = 2x + b$ 经过点 $(-3, 4)$ ，

∴ $4 = 2 \times (-3) + b$ ，

解得 $b = 10$ ，

∴ 该一次函数为： $y = 2x + 10$ 。

故答案为： $y = 2x + 10$ 。

【点睛】本题考查一次函数的表达式的求法，是基础题，解题时要注意两个一次函数平行的性质的合理运用。

11. 直线 $y = -5x + 5$ 与坐标轴围成的三角形的面积为_____。

【答案】 $\frac{5}{2}$

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的性质，三角形的面积等知识，求出直线与坐标轴的交点坐标即可解决问题，解题的关键是熟练掌握一次函数的性质。

【详解】解：由直线 $y = -5x + 5$ 得：当 $x = 0$ 时， $y = 5$ ，当 $y = 0$ 时， $x = 1$ ，

∴ 直线与坐标轴的交点为 $(0, 5)$ 和 $(1, 0)$ ，

∴ 与坐标轴围成的三角形的面积为 $\frac{1}{2} \times 5 \times 1 = \frac{5}{2}$ ，

故答案为： $\frac{5}{2}$ 。

12. 方程 $\sqrt{2x+3} = x$ 的解为_____。

【答案】 3

【解析】

【分析】根据无理方程的解法，首先，两边平方解出 x 的值，然后验根，解答即可。

【详解】解：两边平方得： $2x+3 = x^2$

∴ $x^2 - 2x - 3 = 0$ ，

解方程得： $x_1 = 3$ ， $x_2 = -1$ ，

检验：当 $x_1 = 3$ 时，方程的左边 = 右边，所以 $x_1 = 3$ 为原方程的解，

当 $x_2 = -1$ 时，原方程的左边 $\neq$ 右边，所以 $x_2 = -1$ 不是原方程的解.

故答案为 3.

【点睛】此题考查无理方程的解，解题关键在于掌握运算法则

13. 已知直线 $y = -2x + m$ 与 x 轴交于点 $(-4, 0)$ ，则关于 x 的不等式 $-2x + m < 0$ 的解集是_____.

【答案】 $x > -4$

【解析】

【分析】本题考查了一次函数与一元一次不等式（根据两条直线的交点求不等式的解集），熟练掌握根据两条直线的交点求不等式解集的方法是解题的关键.

由直线 $y = -2x + m$ 与 x 轴交于点 $(-4, 0)$ 及一次函数的图象与性质可知，当 $x > -4$ 时， $y < 0$ ，即 $-2x + m < 0$ ，由此即可得出关于 x 的不等式 $-2x + m < 0$ 的解集.

【详解】解：∵ 直线 $y = -2x + m$ 与 x 轴交于点 $(-4, 0)$ ，

∴ 当 $x > -4$ 时， $y < 0$ ，即 $-2x + m < 0$ ，

∴ 关于 x 的不等式 $-2x + m < 0$ 的解集是 $x > -4$ ，

故答案为： $x > -4$.

14. 已知点 $A(-4, a)$ ， $B(-2, b)$ 在一次函数 $y = x + k$ (k 为常数) 的图象上，则 a 与 b 的大小关系是_____.

【答案】 $a < b$

【解析】

【分析】本题考查了一次函数 $y = kx + b$ 的性质：当 $k > 0$ 时， y 随 x 的增大而增大；当 $k < 0$ 时， y 随 x 的增大而减小. 根据一次函数的性质解答即可.

【详解】解：∵ 直线 $y = x + k$ 中， $1 > 0$ ，

∴ 此函数 y 随 x 的增大而增大，

∵ $-4 < -2$ ，

∴ $a < b$.

故答案为： $a < b$.

15. 在平面直角坐标系中，原点到直线 $y = -\frac{4}{3}x + 8$ 的距离为_____.

【答案】 4.8

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数与坐标轴的交点问题，三角形面积，勾股定理，掌握这些知识点的应用是解题的关键.

设直线 $y = -\frac{4}{3}x + 8$ 与 x 轴交点为 A ，与 y 轴交点为 B ，原点到直线的距离为 h ，求出 $B(0, 8)$ 和 $A(6, 0)$ ，

然后由勾股定理得出 $AB = 10$ ，再通过 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}OA \times OB = \frac{1}{2}AB \times h$ 即可求解.

【详解】 解：设直线 $y = -\frac{4}{3}x + 8$ 与 x 轴交点为 A ，与 y 轴交点为 B ，原点到直线的距离为 h ，

当 $x = 0$ 时， $y = 8$ ，当 $y = 0$ 时， $x = 6$ ，

$\therefore B(0, 8)$ 和 $A(6, 0)$ ，

$\therefore OA = 6$ ， $OB = 8$ ，

$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ ，

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}OA \times OB = \frac{1}{2}AB \times h$ ，

$\therefore \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 10h$ ，

解得： $h = 4.8$ ，

故答案为：4.8.

16. 已知直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 经过第一、三、四象限，那么直线 $y = -kx - b$ ($k \neq 0$) 经过第_____象限.

【答案】 一、二、四

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的图象（已知函数经过的象限求参数范围，根据一次函数解析式判断其经过的象限），熟练掌握 k 、 b 的符号与一次函数图象经过的象限之间的关系是解题的关键：对于一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$)，当 $k > 0$ 时，一次函数图象必过一、三象限；当 $k < 0$ 时，一次函数图象必过二、四象限；当 $b > 0$ 时，一次函数图象与 y 轴交于正半轴；当 $b < 0$ 时，一次函数图象与 y 轴交于负半轴；或者说：当 $k > 0$ ， $b > 0$ 时，一次函数图象经过第一、二、三象限；当 $k > 0$ ， $b < 0$ 时，一次函数图象经过第一、三、四象限；当 $k < 0$ ， $b > 0$ 时，一次函数图象经过第一、二、四象限；当 $k < 0$ ， $b < 0$ 时，一次函数图象经过第二、三、四象限.

根据 k 、 b 的符号与一次函数图象经过的象限之间的关系进行判断即可得出答案.

【详解】 解： $\because$ 直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 经过第一、三、四象限，

$\therefore k > 0$ ， $b < 0$ ，

$\therefore -k < 0$ ， $-b > 0$ ，

∴ 直线 $y = -kx - b$ ($k \neq 0$) 经过第一、二、四象限,

故答案为: 一、二、四.

17. 已知直线 $y = -3x + b$ 不经过第一象限, 则 b 的取值范围是_____.

【答案】 $b \leq 0$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的图象 (已知函数经过的象限求参数范围), 熟练掌握 k 、 b 的符号与一次函数图象经过的象限之间的关系是解题的关键: 对于一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$), 当 $k > 0$ 时, 一次函数图象必过一、三象限; 当 $k < 0$ 时, 一次函数图象必过二、四象限; 当 $b > 0$ 时, 一次函数图象与 y 轴交于正半轴; 当 $b < 0$ 时, 一次函数图象与 y 轴交于负半轴; 或者说: 当 $k > 0$, $b > 0$ 时, 一次函数图象经过第一、二、三象限; 当 $k > 0$, $b < 0$ 时, 一次函数图象经过第一、三、四象限; 当 $k < 0$, $b > 0$ 时, 一次函数图象经过第一、二、四象限; 当 $k < 0$, $b < 0$ 时, 一次函数图象经过第二、三、四象限.

根据 k 、 b 的符号与一次函数图象经过的象限之间的关系进行求解即可得出答案.

【详解】 解: ∵ 直线 $y = -3x + b$ 不经过第一象限,

∴ 直线 $y = -3x + b$ 经过第二、三、四象限, 或直线经过二、四象限,

∴ $k < 0$, $b \leq 0$,

故答案为: $b \leq 0$.

18. 在平面直角坐标系中, 点 $A\left(a-6, 4-\frac{1}{2}a\right)$ 关于 x 轴的对称点在第三象限, 关于 y 的分式方程

$3 - \frac{3}{3-y} = \frac{a}{y-3}$ 的解为非负整数, 则所有满足条件的整数 a 的绝对值之和为_____.

【答案】 9

【解析】

【分析】 根据点 $A\left(a-6, 4-\frac{1}{2}a\right)$ 关于 x 轴的对称点在第三象限, 建立不等式组, 求得解集确定 a 的取值范围, 再根据分式方程的非负整数解确定 a 的取值范围, 从而求出符合条件的所有整数, 后计算绝对值的和即可得结论.

【详解】 解: ∵ 点 $A\left(a-6, 4-\frac{1}{2}a\right)$ 关于 x 轴的对称点在第三象限,

$$\therefore \text{对称点的坐标为} \left(a-6, \frac{1}{2}a-4 \right),$$

$$\therefore \begin{cases} a-6 < 0 \text{①} \\ \frac{1}{2}a-4 < 0 \text{②} \end{cases},$$

解不等式①得: $a < 6$;

解不等式②得 $a < 8$,

$$\therefore \text{不等式组} \begin{cases} a-6 < 0 \text{①} \\ \frac{1}{2}a-4 < 0 \text{②} \end{cases} \text{的解集为 } a < 6,$$

$$\therefore 3 - \frac{3}{3-y} = \frac{a}{y-3},$$

$$\text{解得 } y = \frac{a+6}{3},$$

$\therefore$ 方程有非负数整数解,

$$\therefore \frac{a+6}{3} \geq 0,$$

$$\therefore a \geq -6,$$

$\therefore y=3$ 时, 是方程的增根,

此时 $a=3$, 无意义, 舍去,

$$\therefore -6 \leq a < 6 \text{ 且 } a \neq 3$$

$\therefore$ 符合题意的整数 a 的值为 $-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 4, 5$,

$\therefore$ 符合 $y = \frac{a+6}{3}$ 的解是非负整数解的有 $-6, -3, 0$,

$\therefore$ 符合条件的所有整数 a 的绝对值和是 $|-6| + |-3| + |0| = 9$,

故答案为: 9.

【点睛】 本题考查了坐标的对称, 不等式组的解集、分式方程的解, 绝对值的计算, 解决本题的关键是根据不等式组的解集及分式方程的解确定 a 的取值范围.

三、解答题: 本题共 9 小题, 共 66 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

19. 解方程: $x+1 = \frac{-1}{2x-1}.$

【答案】 $x=0$ 或 $x=-0.5$

【解析】

【分析】 本题考查了解分式方程、解一元二次方程，熟练掌握方程的解法是解题关键．方程两边同乘以 $(2x-1)$ ，化成一元二次方程，利用因式分解法解方程求出 x 的值，再代入进行检验即可得．

【详解】 解： $x+1=\frac{-1}{2x-1}$ ，

方程两边同乘以 $(2x-1)$ ，得 $(x+1)(2x-1)=-1$ ，

去括号，得 $2x^2+x-1=-1$ ，

移项、合并同类项，得 $2x^2+x=0$ ，

因式分解，得 $x(2x+1)=0$ ，

解得 $x=0$ 或 $x=-0.5$ ，

经检验， $x=0$ 或 $x=-0.5$ 都是分式方程的解，

所以方程的解为 $x=0$ 或 $x=-0.5$ ．

20. 解方程： $x+2\sqrt{x-1}=1$

【答案】 $x=1$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解无理方程，先移项得到 $2\sqrt{x-1}=1-x$ ，再把方程两边同时平方得到 $4(x-1)=(1-x)^2$ ，据此利用因式分解法解一元二次方程即可得到答案．

【详解】 解： $\because x+2\sqrt{x-1}=1$ ，

$\therefore 2\sqrt{x-1}=1-x$ ，

$\therefore 4(x-1)=(1-x)^2$ ，

$\therefore (x-1)^2-4(x-1)=0$ ，

$\therefore (x-1-4)(x-1)=0$ ，

$\therefore x-1-4=0$ 或 $x-1=0$ ，

解得 $x=5$ 或 $x=1$ ，

检验：当 $x=5$ 时，左边 $=5+4=9$ ，右边 $=1$ ，所以不是原方程的解，

当 $x=1$ 时，左边 $=1+2\times\sqrt{1-1}=1$ ，右边 $=1$ ，所以是原方程的解，

$\therefore x=1$ ．

21. 解方程组:
$$\begin{cases} x-y=6 \\ x^2+3xy-10y^2=0 \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x_1=12 \\ y_1=6 \end{cases}, \begin{cases} x_1=5 \\ y_1=-1 \end{cases}$$

【解析】

【分析】先将二次方程化为两个一次方程，则原方程组化为两个二元一次方程组，解方程组即可.

【详解】解:
$$\begin{cases} x-y=6 \\ x^2+3xy-10y^2=0 \end{cases}$$

由②得: $(x-2y)(x+5y)=0$

原方程组可化为
$$\begin{cases} x-y=6 \\ x-2y=0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x-y=6 \\ x+5y=0 \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} x_1=12 \\ y_1=6 \end{cases}, \begin{cases} x_1=5 \\ y_1=-1 \end{cases}.$$

$\therefore$ 原方程组的解为
$$\begin{cases} x_1=12 \\ y_1=6 \end{cases}, \begin{cases} x_1=5 \\ y_1=-1 \end{cases}.$$

【点睛】本题考查了解高次方程组，将高次方程化为一次方程是解题的关键.

22. 已知一次函数的图象过点 $(3, -3)$ 和 $(-1, 5)$ ，求函数解析式；并求图象与坐标轴的交点坐标.

【答案】 $y = -2x + 3$ ；一次函数图象与 x 轴的交点坐标为 $(\frac{3}{2}, 0)$ ；一次函数图象与 y 轴的交点坐标为 $(0, 3)$

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的解析式、与坐标轴的交点坐标，熟练掌握待定系数法是解题关键. 设一次函数解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$ ，利用待定系数法即可得一次函数的解析式；再分别求出 $y = 0$ 时， x 的值； $x = 0$ 时， y 的值，由此即可得.

【详解】解: 设一次函数解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$,

将点 $(3, -3)$ 和 $(-1, 5)$ 代入得:
$$\begin{cases} 3k + b = -3 \\ -k + b = 5 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} k = -2 \\ b = 3 \end{cases},$$

所以一次函数的解析式为 $y = -2x + 3$.

将 $y=0$ 代入得: $-2x+3=0$, 解得 $x=\frac{3}{2}$,

所以一次函数图象与 x 轴的交点坐标为 $(\frac{3}{2}, 0)$,

将 $x=0$ 代入得: $y=3$,

所以一次函数图象与 y 轴的交点坐标为 $(0, 3)$.

23. 已知函数 $y=(2m+3)x+m-1$, 根据下列条件, 求 m 的取值范围.

(1) 函数值 y 随 x 的值的增大而减小;

(2) 图象经过一、三、四象限;

(3) 图象不经过第二象限.

【答案】 (1) $m < -\frac{3}{2}$;

(2) $-\frac{3}{2} < m < 1$;

(3) $-\frac{3}{2} < m \leq 1$.

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的性质, 熟知一次函数的图象与系数的关系是解题的关键.

(1) 根据一次函数的性质列出关于 m 的不等式求出 m 的取值范围即可;

(2) 根据一次函数的性质列出关于 m 的不等式求出 m 的取值范围即可;

(3) 根据一次函数的性质列出关于 m 的不等式求出 m 的取值范围即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 函数值 y 随 x 的值的增大而减小,

$$\therefore 2m+3 < 0,$$

$$\text{解得: } m < -\frac{3}{2};$$

【小问 2 详解】

解: $\because$ 函数 $y=(2m+3)x+m-1$ 图象经过一、三、四象限,

$$\therefore \begin{cases} 2m+3 > 0 \\ m-1 < 0 \end{cases},$$

$$\therefore -\frac{3}{2} < m < 1;$$

【小问 3 详解】

解: $\because$ 函数 $y = (2m+3)x + m-1$ 图象不经过第二象限,

$$\therefore \begin{cases} 2m+3 > 0 \\ m-1 \leq 0 \end{cases},$$

$$\therefore -\frac{3}{2} < m \leq 1.$$

24. 甲乙两个班分别接到一项植树任务, 甲班需植树 100 棵, 乙班需植树 90 棵. 已知甲班平均每天比乙班多植树 5 棵, 且甲班完成任务所用的天数比乙班少一天. 求甲班平均每天植树多少棵?

【答案】 甲班平均每天植树 20 棵

【解析】

【分析】 此题考查了分式方程的应用, 设甲班平均每天植树 x 棵, 则乙班平均每天植树 $(x-5)$ 棵, 根据甲班需植树 100 棵, 乙班需植树 90 棵, 已知甲班平均每天比乙班多植树 5 棵, 列方程求解即可.

【详解】 解: 设甲班平均每天植树 x 棵, 则乙班平均每天植树 $(x-5)$ 棵,

根据题意得: $\frac{100}{x} = \frac{90}{x-5} - 1,$

解得: $x = 20$ 或 $x = -25$ (舍去),

经检验 $x = 20$ 是分式方程的解, 且符合题意,

答: 甲班平均每天植树 20 棵.

25. 某皮革厂承接 A 、 B 两种型号 800 双皮鞋的加工任务, 其中 A 型皮鞋不得少于 40%. 经测算, 加工 A 型皮鞋, 每双可获利 250 元; 加工 B 型皮鞋, 每双可获利 300 元.

(1) 设生产 A 型皮鞋的双数为 x 双, 生产两种皮鞋所获得的总利润为 y 元, 求 y (元) 与 x (双) 之间的函数解析式并写出 x 的取值范围.

(2) 安排生产 A 型、 B 型皮鞋各多少双时, 才能使该皮革厂获得最大的利润? 最大利润是多少元?

【答案】 (1) $y = -50x + 240000$ ($320 \leq x \leq 800$)

(2) 生产 A 型皮鞋 320 双, B 型皮鞋 480 双时, 才能使该皮革厂获得最大的利润, 且最大利润是 224000 元.

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数的应用, 解题的关键是正确理解题意, 然后利用题目的数量关系列出函数解析式.

(1) 依据题意, 设生产 A 型皮鞋的双数为 x 双, 则生产 B 型皮鞋 $(800-x)$ 双, 根据加工 A 型皮鞋, 每双

可获利 250 元；加工 B 型皮鞋，每双可获利 300 元列出关系式即可；

(2) 依据题意，先利用不等式组得出 x 的取值范围，再根据一次函数的性质可得最大利润.

【小问 1 详解】

由题意，设生产 A 型皮鞋的双数为 x 双，则生产 B 型皮鞋 $(800-x)$ 双，

$$\therefore y = 250x + 300(800 - x) = -50x + 240000,$$

$$\text{又} \because x \geq 800 \times 40\%,$$

$$\therefore x \geq 320,$$

$$\therefore y \text{ 与 } x \text{ 之间的函数解析式为 } y = -50x + 240000 (320 \leq x \leq 800);$$

【小问 2 详解】

解： $\because y = -50x + 240000 (320 \leq x \leq 800)$ 中， $-50 < 0$,

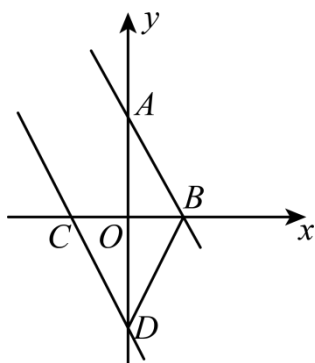
$\therefore y$ 随 x 的增大而减小，

$\therefore$ 当 $x = 320$ 时，获得利润最大，且最大值为： $y = -50 \times 320 + 240000 = 224000$ (元)，此时 B 型皮鞋

为： $800 - 320 = 480$ (双)，

答：生产 A 型皮鞋 320 双，B 型皮鞋 480 双时，才能使该皮革厂获得最大的利润，且最大利润是 224000 元.

26. 已知一条直线经过点 $A(0,4)$ ，点 $B(2,0)$ ，将这条直线向左平移与 x 轴负半轴、 y 轴负半轴分别交于点 C 、点 D ，使 $DB = DC$.



(1) 求以直线 CD 为图象的解析式；

(2) 过 AOB 顶点的直线 l 将 AOB 的面积平分，请直接写出直线 l 的解析式.

【答案】(1) 直线 CD 为图象的解析式 $y = -2x - 4$ ；

(2) 直线 l 的解析式为 $y = -4x + 4$ 或 $y = -x + 2$ 或 $y = 2x$.

【解析】

【分析】(1) 利用待定系数法求直线 AB 解析式为 $y = -2x + 4$ ，再通过等腰三角形的性质求出点 $C(-2,0)$ ，

又 AB 这条直线向左平移与 x 轴负半轴、 y 轴负半轴分别交于点 C 、点 D ，则设直线 CD 为图象的解析式为 $y = -2x + n$ ，然后把点 $C(-2, 0)$ 代入即可求解；

(2) 设 OB 中点为 E ， OA 中点为 F ， AB 中点为 G ，分别求出 $E(1, 0)$ ， $F(0, 2)$ ， $G(1, 2)$ ，然后利用待定系数法求解析式即可；

本题考查了待定系数法求解析式，一次函数平移，等腰三角形的性质，三角形中线的性质，掌握知识点的应用是解题的关键。

【小问 1 详解】

解：设直线 AB 解析式为 $y = kx + b$ ，且过点 $A(0, 4)$ ，点 $B(2, 0)$ ，

$$\therefore \begin{cases} 2k + b = 0 \\ b = 4 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = -2 \\ b = 4 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AB 解析式为 $y = -2x + 4$ ，

$\therefore DB = DC \quad OD \perp BC$ ，

$\therefore OB = OC$ ，

$\therefore$ 点 $B(2, 0)$ ，

$\therefore$ 点 $C(-2, 0)$ ，

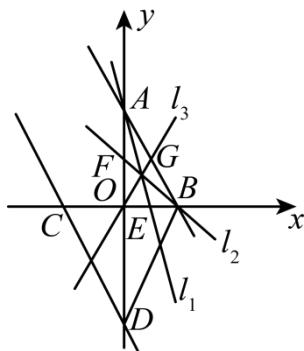
$\therefore$ 将 AB 这条直线向左平移与 x 轴负半轴、 y 轴负半轴分别交于点 C 、点 D ，
设直线 CD 为图象的解析式为 $y = -2x + n$ ，

$$\therefore 0 = -2 \times (-2) + n, \text{ 解得: } n = -4,$$

$\therefore$ 直线 CD 为图象的解析式 $y = -2x - 4$ ；

【小问 2 详解】

解：如图，设 OB 中点为 E ， OA 中点为 F ， AB 中点为 G ，



$$\therefore S_{\triangle OAE} = S_{\triangle BAE}, \quad S_{\triangle OBF} = S_{\triangle ABF}, \quad S_{\triangle OAG} = S_{\triangle OBG},$$

$\therefore$ 点 $A(0,4)$, 点 $B(2,0)$, 点 $O(0,0)$,

$\therefore E(1,0)$, $F(0,2)$, $G(1,2)$,

$\therefore$ 设直线 AE 即直线 l_1 解析式为 $y = k_1x + b_1$,

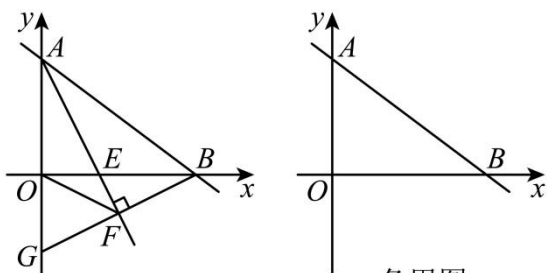
$$\therefore \begin{cases} k_1 + b_1 = 0 \\ b_1 = 4 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k_1 = -4 \\ b_1 = 4 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 l_1 解析式为 $y = -4x + 4$,

同理: 直线 l_2 解析式为 $y = -x + 2$, 直线 l_3 解析式为 $y = 2x$,

综上所述: 直线 l 的解析式为 $y = -4x + 4$ 或 $y = -x + 2$ 或 $y = 2x$.

27. 已知一次函数 $y = -\frac{3}{4}x + 6$ 的图象与坐标轴交于 A 、 B 两点 (如图), AE 平分 $\angle BAO$, 交 x 轴于点 E .



备用图

- (1) 求 $\triangle AOB$ 的周长;
- (2) 求点 E 的坐标和直线 AE 的表达式;
- (3) 过点 B 作 $BF \perp AE$, 垂足为 F , 交 y 轴于点 G , 连接 OF , 试判断 $\triangle OFB$ 的形状并证明你的结论.
- (4) 若将已知条件 “ AE 平分 $\angle BAO$, 交 x 轴于点 E ” 改变为 “点 E 是线段 OB 上的一个动点 (点 E 不与点 O 、 B 重合)”, 过点 B 作 $BF \perp AE$, 垂足为 F . 设 $OE = x$, $BF = y$, 试求 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出函数的定义域.

【答案】 (1) 24 (2) $E(3,0)$, $y = -2x + 6$

(3) $\triangle OFB$ 是等腰三角形, 证明见解析.

$$(4) y = \frac{48-6x}{\sqrt{36+x^2}} (0 < x < 8)$$

【解析】

【分析】 (1) 分别求出 $A(0,6)$, $B(8,0)$, 从而求出 $AB=10$, 即可求周长;

(2) 过点 E 作 $EG \perp AB$ 交于 G , 根据角平分线的性质可得 $OE = EG$, 在 $\text{Rt}\triangle BEG$ 中,

$(8-OE)^2 = OE^2 + 16$, 求得 $OE = 3$, 则 $E(3,0)$, 再由待定系数法求直线 AE 的解析式即可;

(3) 根据 $BF \perp AE$, AF 平分 $\angle BAO$, 可知 $\triangle ABG$ 是等腰三角形, 则 $AB = AG = 10$, F 是 BG 的中点, 从而求出 $F(4, -2)$, 再求 $OF = 2\sqrt{5}$, $BF = 2\sqrt{5}$, 能判断 $\triangle OFB$ 是等腰三角形;

(4) 勾股定理求出 $AE = \sqrt{36 + x^2}$, 再由 $S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} \times BE \times OA = \frac{1}{2} \times AE \times BF$, 求出

$$y = \frac{48 - 6x}{\sqrt{36 + x^2}} (0 < x < 8).$$

【小问 1 详解】

解: 当 $x = 0$ 时, $y = 6$,

$$\therefore A(0, 6),$$

当 $y = 0$ 时, $-\frac{3}{4}x + 6 = 0$, 解得 $x = 8$,

$$\therefore B(8, 0),$$

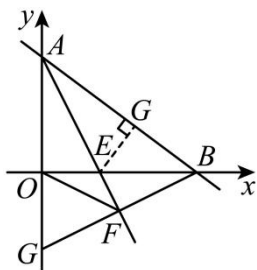
$$\therefore AO = 6, OB = 8,$$

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 10,$$

$$\therefore \triangle ABO \text{ 的周长} = OA + BO + AB = 6 + 8 + 10 = 24;$$

【小问 2 详解】

解: 过点 E 作 $EG \perp AB$ 交于 G ,



$\therefore AE$ 是 $\angle OAB$ 的平分线, $OE \perp OA$,

$$\therefore OE = EG,$$

在 $\text{Rt}\triangle BEG$ 中, $GB = 10 - 6 = 4$, $EB = 8 - OE$,

$$\therefore (8 - OE)^2 = OE^2 + 16,$$

解得 $OE = 3$,

$$\therefore E(3, 0),$$

设直线 AE 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\therefore \begin{cases} 3k + b = 0 \\ b = 6 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -2 \\ b = 6 \end{cases},$$

$$\therefore y = -2x + 6;$$

【小问 3 详解】

解: $\because BF \perp AE$, AF 平分 $\angle BAO$,

$\therefore \triangle ABG$ 是等腰三角形,

$$\therefore AB = AG = 10,$$

$$\therefore G(0, -4),$$

$\therefore F$ 是 BG 的中点,

$$\therefore F(4, -2),$$

$$\therefore OF = \sqrt{(4-0)^2 + (-2-0)^2} = 2\sqrt{5}, \quad BF = \sqrt{(4-8)^2 + (-2-0)^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore OF = BF,$$

$\therefore \triangle OFB$ 是等腰三角形;

【小问 4 详解】

解: $\because OE = x$,

$$\therefore AE = \sqrt{OA^2 + OE^2} = \sqrt{36 + x^2},$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} \times BE \times OA = \frac{1}{2} \times AE \times BF,$$

$$\therefore 6(8-x) = \sqrt{36+x^2}y,$$

$$\therefore y = \frac{48-6x}{\sqrt{36+x^2}} (0 < x < 8).$$

【点睛】 本题考查一次函数的图象及性质, 熟练掌握一次函数的图象及性质, 角平分线的性质, 等腰三角形的判定及性质, 勾股定理是解题的关键.