

2024 学年第二学期初二年级数学第 2 次月练习

(时间：75 分钟，满分：100 分，日期 2025.5.26)

一.选择题 (本大题共 6 题，每题 3 分，满分 18 分)

1. 一次函数 $y = 2x - 1$ 的图象不会经过的象限是 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的图象和性质，由解析式可得 $k = 2 > 0$ ， $b = -1 < 0$ ，可知一次函数图象经过一、三、四象限，进而即可求解，掌握一次函数的图象和性质是解题的关键.

【详解】解：∵一次函数 $y = 2x - 1$ ，

∴ $k = 2 > 0$ ， $b = -1 < 0$ ，

∴一次函数图象经过一、三、四象限，不会经过第二象限，

故选：B.

2. 下列方程中有实数解的是 ()

A. $x^2 + 3x + 4 = 0$

B. $\sqrt{x-1} + 1 = 0$

C. $\frac{x}{x-3} = \frac{3}{x-3}$

D. $\sqrt{x} = -x$

【答案】D

【解析】

【分析】求出判别式即可判断 A；根据算术平方根是一个非负数即可判断 B；求出方程的解，代入 $x-3$ 进行检验，即可判断 C；解方程可得 $x=0$ ，进行检验，即可判断 D.

【详解】解：A、 $x^2 + 3x + 4 = 0$ ，

$$\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times 4 = -7 < 0,$$

即此方程无实数解，故本选项错误；

B、可得 $\sqrt{x-1} = -1$ ，

∵算术平方根是一个非负数，

∴此方程无实数解，故本选项错误；

C、 $\frac{x}{x-3} = \frac{3}{x-3}$ ，

方程两边都乘 $(x-3)$ 得： $x=3$ ，

$\therefore x=3$ 代入 $x-3=0$,

$\therefore x=3$ 是原方程的增根, 即原方程无解, 故本选项错误;

D、 $\sqrt{x} = -x$, $x=x^2$, 解得 $x_1=0$, $x_2=1$ (是增根, 舍去), 故本选项正确;

故选: D.

【点睛】 本题考查了解无理方程, 解分式方程, 二元一次方程的解, 根的判别式等知识点的应用.

3. 下列说法中, 正确的是 ()

A. 如果 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 是相反向量, 那么 $\vec{a} + \vec{b} = 0$

B. 如果 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 是平行向量, 那么 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

C. 如果 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, 那么 $\vec{a} = \vec{b}$

D. 如果 $\vec{a} = \vec{b}$, 那么 $\vec{a} // \vec{b}$

【答案】 D

【解析】

【分析】 本题考查了平面向量的定义与性质, 熟练掌握平面向量的定义与性质是解本题的关键. 根据向量的定义与性质, 逐一对选项判断即可.

【详解】 解: A、相反向量的和为零向量, 而不是数字 0, 故本选项不符合题意;

B、平行向量为方向相同或相反, 模不一定相等, 故本选项不符合题意;

C、两个向量的模相等, 不能保证方向相同, 故本选项不符合题意;

D、两个向量方向相同, 所以是平行向量, 故本选项符合题意;

答案: D.

4. 菱形的一条对角线与它的边相等, 则它的锐角等于 ()

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 75°

【答案】 C

【解析】

【分析】 由菱形的性质可得这条对角线与菱形的两边组成等边三角形, 从而求得锐角的度数等于 60° .

【详解】 解: 由菱形的性质得, 菱形相邻的两边相等, 则与这条对角线组成等边三角形, 则它的锐角等于 60° ,

故选 C.

【点睛】 此题主要考查菱形的性质: 四边相等.

5. 下列命题中, 真命题是 ()

A. 对角线相等的四边形是等腰梯形

B. 对角线相等且互相垂直的四边形是菱形

C. 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形

D. 一组对边平行，一组对角相等的四边形是平行四边形

【答案】D

【解析】

【分析】根据等腰梯形的概念、菱形和平行四边形的判定定理判断即可.

【详解】解：A、对角线相等的四边形不一定是等腰梯形，例如矩形的对角线相等，故本选项命题是假命题，不符合题意；

B、对角线互相平分且互相垂直的四边形是菱形，故本选项命题是假命题，不符合题意；

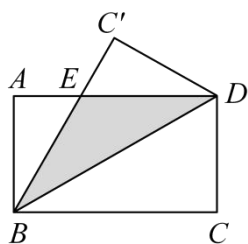
C、一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形或等腰梯形，故本选项命题是假命题，不符合题意；

D、一组对边平行，一组对角相等的四边形是平行四边形，是真命题，符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查的是命题的真假判断，正确的命题叫真命题，错误的命题叫做假命题. 判断命题的真假关键是要熟悉课本中的性质定理.

6. 如图，把长方形纸片 $ABCD$ 沿对角线折叠，设重叠部分为 $\triangle EBD$ ，下列说法不正确的是（ ）



A. $\triangle EBD$ 是等腰三角形， $EB = ED$

B. 折叠后 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CBD$ 一定全等

C. 折叠后得到的图形是轴对称图形

D. $\triangle EBA$ 和 $\triangle EDC'$ 一定是全等三角形

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了翻折变换及其应用问题；解题的关键是灵活运用翻折变换的性质，找出图中隐含的等量关系；借助矩形的性质、全等三角形的判定等几何知识来分析、判断、推理或解答，根据题意结合图形可以证明 $EB = ED$ ，进而证明 $\triangle ABE \cong \triangle C'DE$ ；此时可以判断选项 A、B、D 是成立的，问题即可解决.

【详解】解：由题意得： $\triangle BC'D \cong \triangle BCD$ ，

$$\therefore DC' = DC, \angle C' = \angle C = 90^\circ; \quad \angle C'BD = \angle CBD;$$

又 $\because$ 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$$\therefore DE \parallel BC;$$

$$\therefore \angle EDB = \angle CBD;$$

$$\therefore \angle EDB = \angle C'BD,$$

$$\therefore EB = ED, \triangle EBD \text{ 为等腰三角形};$$

在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 与 $\text{Rt}\triangle C'DE$ 中,

$$\begin{cases} BE = DE \\ AB = C'D \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle C'DE (\text{HL});$$

又 $\because \triangle EBD$ 为等腰三角形,

$\therefore$ 折叠后得到的图形是轴对称图形;

综上所述, 选项 A、C、D 成立,

$\therefore$ 下列说法错误的是 B,

故选: B.

二. 填空题 (本大题共 12 题, 每空 3 分, 满分 36 分)

7. 方程 $x^3 + 8 = 0$ 的解是_____.

【答案】 $x = -2$

【解析】

【分析】 根据等式的性质以及立方根的意义求解即可.

【详解】 移项, 得 $x^3 = -8$,

$$\therefore (-2)^3 = -8,$$

$$\therefore x = -2,$$

故答案为: $x = -2$.

【点睛】 本题考查了立方根和等式的基本性质, 熟练掌握立方根的意义是解决问题的前提.

8. 如果把直线 $y = -2x - 4$ 沿 y 轴向上平移 3 个单位, 那么平移后的表达式为_____

【答案】 $y = -2x - 1$

【解析】

【分析】本题考查一次函数的图像变换，注意上下移动改变的是 y ，左右移动改变的是 x ，规律是上加下减，左加右减。根据上加下减，左加右减的法则可得出答案。

【详解】解：把直线 $y = -2x - 4$ 沿 y 轴向上平移 3 个单位，那么平移后的表达式为 $y = -2x - 4 + 3 = -2x - 1$
故答案为： $y = -2x - 1$.

9. 用换元法解方程 $\frac{x^2+1}{x} - \frac{3x}{x^2+1} = 1$ ，如果设 $\frac{x}{x^2+1} = y$ ，那么原方程可以化为关于 y 的整式方程为_____.

【答案】 $3y^2 + y - 1 = 0$

【解析】

【分析】本题考查了换元法解一元二次方程，熟练掌握换元法是解题的关键；先换元得到 $\frac{1}{y} - 3y = 1$ ，再去分母整理即可。

【详解】解：设 $\frac{x}{x^2+1} = y$ ，

原方程可化为： $\frac{1}{y} - 3y = 1$ ，

去分母得 $1 - 3y^2 = y$ ，即 $3y^2 + y - 1 = 0$ ，

故答案为： $3y^2 + y - 1 = 0$.

10. 一个多边形的内角和是它的外角和的 5 倍，则这个多边形的边数为_____.

【答案】 12

【解析】

【分析】本题考查了多边形的内角和与外角和。一个多边形的内角和等于它的外角和的 5 倍，任何多边形的外角和是 360 度，因而这个正多边形的内角和为 5×360 度。 n 边形的内角和是 $(n-2) \cdot 180^\circ$ ，代入就得到一个关于 n 的方程，就可以解得边数 n 。

【详解】解：根据题意，得

$$(n-2) \cdot 180 = 5 \times 360,$$

解得： $n = 12$.

所以此多边形的边数为 12.

故答案为： 12.

11. 菱形的边长为 5, 一条对角线长为 8, 另一条对角线长为_____.

【答案】 6

【解析】

【分析】 根据菱形的性质及勾股定理即可求得另一条对角线的长.

【详解】 解: $\because$ 菱形的两条对角线互相垂直平分,
根据勾股定理, 可求得, 另一对角线的一半为 3,
则另一条对角线长为 6.

故答案为 6.

【点睛】 此题主要考查菱形的基本性质及勾股定理的运用.

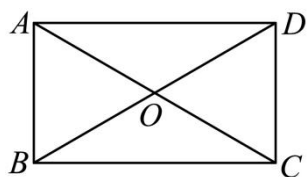
12. 已知在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $\angle AOD = 120^\circ$, $AB = 4$, 那么 $BC =$ ____

【答案】 $4\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了对矩形的性质, 等边三角形的性质和判定, 勾股定理等知识点的理解和掌握, 关键是
根据性质求出 BA 和 AC 的长. 根据矩形的性质求出 $AO = OB$, 证 AOB 是等边三角形, 求出 BA 和 AC
的长, 根据勾股定理求出 BC 即可.

【详解】 解: 如图,



$\because$ 矩形 $ABCD$,

$\therefore OA = OC$, $OB = OD$, $AC = BD$,

$\therefore OA = OC = OB$,

$\because \angle AOD = 120^\circ$,

$\therefore \angle AOB = 60^\circ$,

$\therefore \triangle AOB$ 是等边三角形,

$\therefore AB = OA = OC = OB = 4$,

$\therefore AC = 8$,

$\because$ 矩形 $ABCD$,

$\therefore \angle ABC = 90^\circ$,

由勾股定理得: $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 4\sqrt{3}$,

故答案为: $4\sqrt{3}$.

13. 等腰梯形两底之比为 5:3, 两底之差为 20, 则中位线为_____

【答案】 40

【解析】

【分析】 本题考查梯形的中位线, 等腰梯形的性质, 解题的关键是学会利用参数构建方程解决问题. 设两底分别为 $5k$, $3k$, 构建方程求出 k , 再利用梯形的中位线定理求解.

【详解】 解: $\because$ 等腰梯形两底之比为 5:3,

设两底分别为 $5k$, $3k$,

$\because$ 两底之差为 20,

所以 $5k - 3k = 20$,

$\therefore k = 10$,

$\therefore$ 梯形的两底分别为 50, 30,

$\therefore$ 梯形的中位线 $= \frac{1}{2} \times (50 + 30) = 40$.

故答案为: 40.

14. 顺次连接对角线互相垂直的四边形各边中点所得的四边形一定是_____.

【答案】 矩形

【解析】

【分析】 作出图形, 根据已知条件证明即可.

【详解】 如图: $\because E$ 、 F 分别为 AB 、 BC 的中点,

$\therefore EF$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线,

$\therefore EF \parallel AC$, $EF = \frac{1}{2} AC$,

同理: $GH \parallel AC$, $GH = \frac{1}{2} AC$,

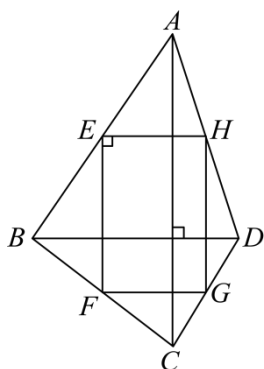
$\therefore EF \parallel GH$, $EF = GH$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是平行四边形,

又 $EH \parallel BD$, $AC \perp BD$,

$\therefore EF \perp EH$,

$\therefore$ 平行四边形 $EFGH$ 是矩形.



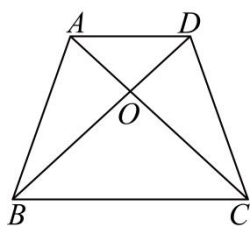
15. 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AC \perp BD$, $AC = 6\text{cm}$, 则等腰梯形的面积是_____ cm^2

【答案】 18

【解析】

【分析】 此题考查了等腰梯形的性质. 首先设 AC 与 BD 交于点 O , 由四边形 $ABCD$ 是等腰梯形, $AC = 6\text{cm}$, 可求得 BD 的长, 又由 $S_{\text{等腰梯形}ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} AC \times BD$, 即可求得答案.

【详解】 解: 设 AC 与 BD 交于点 O ,



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是等腰梯形,

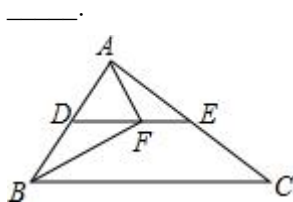
$\therefore BD = AC = 6\text{cm}$,

$\because AC \perp BD$,

$\therefore S_{\text{等腰梯形}ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} AC \cdot OB + \frac{1}{2} AC \cdot OD = \frac{1}{2} AC (OB + OD) = \frac{1}{2} AC \cdot BD = 18\text{cm}^2$,

故答案为: 18.

16. 如图所示, DE 为 $\triangle ABC$ 的中位线, 点 F 在 DE 上, 且 $\angle AFB = 90^\circ$, 若 $AB = 6$, $BC = 10$, 则 EF 的长为



【答案】 2

【解析】

【分析】 由三角形中位线定理可得 DE 的长, 再由直角三角形斜边上中线的性质可得 DF 的长, 则可得 EF 的长.

【详解】解：∵ DE 为 $\triangle ABC$ 的中位线，

$$\therefore DE = \frac{1}{2} BC = 5,$$

∵ $\angle AFB = 90^\circ$ ， D 是 AB 的中点，

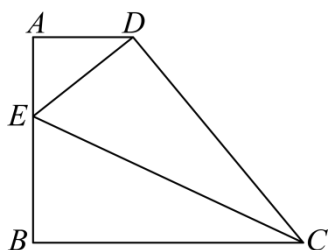
$$\therefore DF = \frac{1}{2} AB = 3,$$

$$\therefore EF = DE - DF = 2.$$

故答案为：2.

【点睛】本题考查了三角形中位线定理与直角三角形斜边上中线的性质，掌握这两个知识点是本题的关键所在.

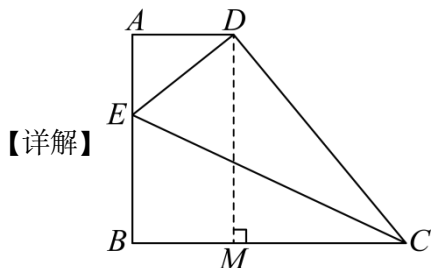
17. 如图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， $AD = 2$ ， $BC = 5$ ， E 是 AB 上一点，将 $\triangle BCE$ 沿着直线 CE 翻折，点 B 恰好与点 D 重合，则 $BE =$ __



【答案】 $\frac{5}{2}$

【解析】

【分析】如图作 $DM \perp BC$ 于 M ，先证明四边形 $ABMD$ 是矩形，在 $\text{Rt}\triangle DMC$ 中求出 DM ，再在 $\text{Rt}\triangle AED$ 中利用勾股定理即可解决问题.



解：如图，作 $DM \perp BC$ 于 M .

$$\therefore \angle A = \angle B = \angle DMB = 90^\circ,$$

∴ 四边形 $ABMD$ 是矩形，

$$\therefore AD = BM = 2, \quad AB = DM,$$

∴ 点 B 恰好与点 D 重合，

$$\therefore BC = CD = 5,$$

在 $\text{Rt}\triangle DMC$ 中, $CM = BC - BM = 3$, $CD = 5$,

$$\therefore DM = AB = \sqrt{CD^2 - CM^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

设 $BE = DE = x$,

在 $\text{Rt}\triangle AED$ 中, $\therefore AE^2 + AD^2 = ED^2$,

$$\therefore (4-x)^2 + 2^2 = x^2,$$

$$\text{解得 } x = \frac{5}{2}, \text{ 即 } BE = \frac{5}{2},$$

故答案为 $\frac{5}{2}$.

【点睛】本题考查翻折变换、矩形的判定和性质、勾股定理等知识, 解题的关键是添加辅助线, 利用勾股定理解决问题, 学会转化的思想, 把问题转化为方程解决, 属于中考常考题型.

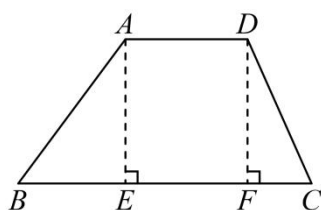
18. 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = 8\text{cm}$, $CD = 7\text{cm}$, $AD = 5\text{cm}$, $\angle B = 60^\circ$, 则 BC 的长为 _____ cm .

【答案】8 或 10

【解析】

【分析】本题考查了梯形的性质, 勾股定理, 含 30° 角的直角三角形的性质; 作 $AE \perp BC$, $DF \perp BC$, 垂足分别为 E, F , 利用勾股定理和矩形的性质求解, 注意分 $\angle C$ 为锐角或 $\angle C$ 为钝角两种情况进行讨论.

【详解】解: 如图所示, 作 $AE \perp BC$, $DF \perp BC$, 垂足分别为 E, F ,



在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中

$$\therefore \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = 30^\circ,$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2} AB = 4$$

$$\therefore AE = 4\sqrt{3}$$

$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是矩形

$$\therefore EF = AD = 5, \quad DF = AE = 4\sqrt{3}$$

在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中, 根据勾股定理得 $CF^2 = CD^2 - DF^2$

$$\therefore CF^2 = 7^2 - (4\sqrt{3})^2 = 1$$

解得: $CF = 1$

当 $\angle C$ 为锐角时, $BC = 4 + 5 + 1 = 10(\text{cm})$.

当 $\angle C$ 为钝角时, $BC = 4 + 5 - 1 = 8(\text{cm})$.

$\therefore BC$ 的长为 10cm 或 8cm .

故答案为: 10 或 8 .

三.解答题 (本大题共 5 题, 共 40 分)

19. 解方程: $2\sqrt{x+5} + 10 = x$.

【答案】 $x = 20$

【解析】

【分析】 根据二次根式和乘方的性质, 得一元二次方程、一元一次不等式, 通过求解即可得到答案.

【详解】 $\because 2\sqrt{x+5} + 10 = x$

$$\therefore 2\sqrt{x+5} = x - 10$$

$$\therefore 4(x+5) = (x-10)^2, \text{ 且 } x+5 \geq 0, \quad x-10 \geq 0$$

$$\therefore (x-4)(x-20) = 0, \quad x \geq -5, \quad x \geq 10$$

$$\therefore x_1 = 4, \quad x_2 = 20, \quad x \geq -5, \quad x \geq 10$$

$\therefore x = 20$ 为方程的解.

【点睛】 本题考查了二次根式、乘方、一元二次方程、一元一次不等式的知识; 解题的关键是熟练掌握二次根式、乘方、一元二次方程、一元一次不等式的性质, 从而完成求解.

20. 解方程组:
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x^2 + 4xy + 4y^2 = 1 \end{cases}$$

【答案】 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 5 \\ y = -3 \end{cases}$

【解析】

【分析】 本题考查解二元二次方程组, 解题的关键是把原方程组降次, 化为两个二元一次方程组. 由

$x^2 + 4xy + 4y^2 = 1$ 得 $x + 2y = 1$ 或 $x + 2y = -1$, 故原方程组相当于 $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$, 进而解方程组, 即可求解.

【详解】解: $\because x^2 + 4xy + 4y^2 = 1$

$$\therefore (x + 2y)^2 = 1$$

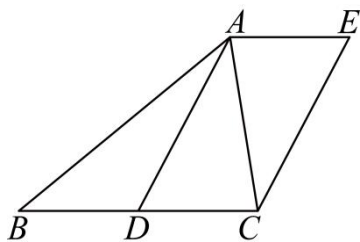
$$\therefore x + 2y = 1 \text{ 或 } x + 2y = -1,$$

$$\text{故原方程组相当于 } \begin{cases} x + y = 2 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x + y = 2 \\ x + 2y = -1 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 5 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$\therefore \text{方程组的解为: } \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 5 \\ y = -3 \end{cases}$$

21. 已知: 如图, 四边形 $ADCE$ 是平行四边形, B 、 D 、 C 三点共线, 点 D 是 BC 中点, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{b}$,



- (1) 写出与 $\overrightarrow{AE}$ 相等的向量: _____;
- (2) 用含有 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的式子表示: $\overrightarrow{DA} =$ _____;
- (3) 在图中求作 $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}$. (不要求写出作法, 只需写出结论即可.)

【答案】(1) $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{DC}$

(2) $-\vec{a} - \vec{b}$

(3) 见解析

【解析】

【分析】本题考查平行四边形的性质、平面向量, 解题的关键是理解题意, 灵活运用所学知识解决问题.

(1) 由题意得 $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC}$, 结合平行四边形的性质可得 $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AE}$, 进而可得答案.

(2) 由题意得 $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \vec{a} + \vec{b}$, 则可得 $\overrightarrow{DA} = -\overrightarrow{AD} = -\vec{a} - \vec{b}$.

(3) 以点 D 为圆心, AC 的长为半径画弧, 以点 C 为圆心, AD 的长为半径画弧, 两弧相交于点 F , 作 $\overrightarrow{AF}$ 即可.

【小问 1 详解】

解: $\because B$ 、 D 、 C 三点共线, 点 D 是 BC 中点,

$$\therefore \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC}.$$

$\because$ 四边形 $ADCE$ 是平行四边形,

$$\therefore \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AE},$$

$$\therefore \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC}.$$

故答案为: $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{DC}$.

【小问 2 详解】

解: 四边形 $ADCE$ 是平行四边形

$$\therefore DC = AE$$

$\because$ 点 D 是 BC 中点,

$$\therefore \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AE} = \vec{b}$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$\therefore \overrightarrow{DA} = -\overrightarrow{AD} = -\vec{a} - \vec{b}$$

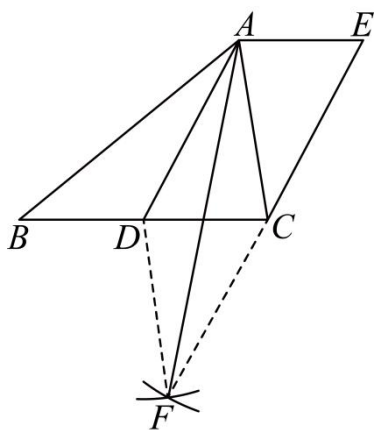
故答案为: $-\vec{a} - \vec{b}$.

【小问 3 详解】

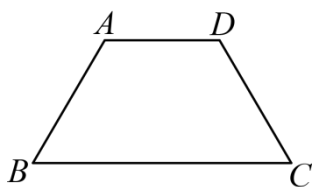
如图, 以点 D 为圆心, AC 的长为半径画弧, 以点 C 为圆心, AD 的长为半径画弧, 两弧相交于点 F , 作 $\overrightarrow{AF}$,

$$\text{此时 } \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AF},$$

则 $\overrightarrow{AF}$ 即为所求.



22. 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, 已知 $AD \parallel BC$, $AB = CD$, $\angle B = 60^\circ$, $AD = 8$, $BC = 18$, 求梯形 $ABCD$ 的腰 AB 的长和面积.

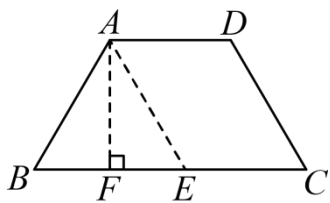


【答案】 梯形 $ABCD$ 的腰 AB 的长为 10; 梯形 $ABCD$ 的面积为 $65\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 此题考查平行四边形的判定与性质、等边三角形的判定与性质、勾股定理、梯形的面积公式等知识, 正确地添加辅助线是解题的关键. 作 $AE \parallel CD$ 交 BC 于点 E , $AF \perp BC$ 于点 F , 可证明四边形 $AECD$ 是平行四边形, 则 $AE = CD$, $CE = AD = 8$, 因为 $AB = CD$, 所以 $AE = AB$, 而 $BC = 18$, 则 $BE = BC - CE = 10$, 因为 $\angle B = 60^\circ$, 所以 $\triangle ABE$ 是等边三角形, 则 $AB = BE = 10$, $BF = EF = 5$, 勾股定理确定 AF , 进而根据梯形的面积公式, 即可求解.

【详解】 解: 作 $AE \parallel CD$ 交 BC 于点 E , $AF \perp BC$ 于点 F , 则 $\angle AFB = 90^\circ$,



$\because AD \parallel BC$,

$\therefore$ 四边形 $AECD$ 是平行四边形,

$\therefore AE = CD$, $CE = AD = 8$,

$\because AB = CD$, $BC = 18$,

$\therefore AE = AB$, $BE = BC - CE = 18 - 8 = 10$,

$$\because \angle B = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ABE$ 是等边三角形,

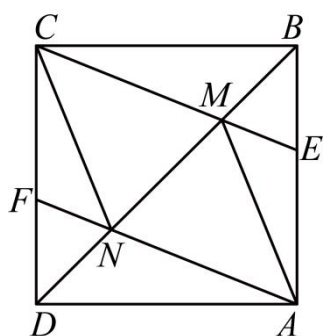
$$\therefore AB = BE = 10, \quad BF = EF = \frac{1}{2}BE = 5,$$

$$\therefore AF = \sqrt{AB^2 - BF^2} = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\text{梯形}ABCD} = \frac{1}{2} \times (8 + 18) \times 5\sqrt{3} = 65\sqrt{3}$$

$\therefore$ 梯形 $ABCD$ 的腰 AB 的长为 10; 梯形 $ABCD$ 的面积为 $65\sqrt{3}$

23. 已知: 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别在边 AB, CD 上, 且 $AF = CE$. 对角线 BD 分别交 EC, AF 于点 M, N , 联结 AM, CN . 求证: 四边形 $AMCN$ 是菱形;

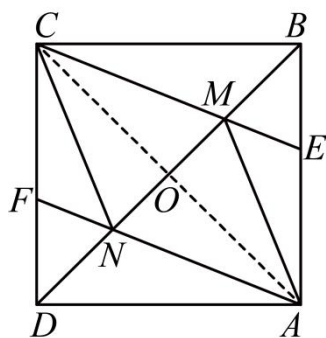


【答案】见解析

【解析】

【分析】此题主要考查了正方形的性质, 全等三角形的判定与性质, 菱形的判定, 理解正方形的性质, 熟练掌握全等三角形的判定与性质, 菱形的判定是解决问题的关键. 连接 AC 交 BD 于点 O , 先依据 “HL” 判定 $\text{Rt}\triangle ADF$ 和 $\text{Rt}\triangle CBE$ 全等得 $\angle DAN = \angle BCM$, 进而依据 “ASA” 判定 $\triangle DAN$ 和 $\triangle BCM$ 全等得 $DN = BM$, 由此得 $ON = OM$, 然后再根据 $OA = OC$, $AC \perp BD$ 即可判定四边形 $AMCN$ 是菱形.

【详解】证明: 连接 AC 交 BD 于点 O , 如图所示:



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AD = CB, \quad OA = OC, \quad OD = OB, \quad \angle ADF = \angle CBE = 90^\circ, \quad \angle ADN = \angle CBM = 45^\circ, \quad AC \perp BD,$$

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 和 $\text{Rt}\triangle CBE$ 中,

$$\begin{cases} AD = CB \\ AF = CE \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADF \cong \text{Rt}\triangle CBE (\text{HL}),$$

$$\therefore \angle DAN = \angle BCM,$$

在 $\triangle DAN$ 和 $\triangle BCM$ 中,

$$\begin{cases} \angle DAN = \angle BCM \\ AD = CB \\ \angle ADN = \angle CBM \end{cases},$$

$$\therefore \triangle DAN \cong \triangle BCM (\text{ASA}),$$

$$\therefore DN = BM,$$

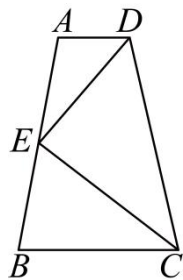
$$\therefore OD - DN = OB - BM,$$

$$\therefore ON = OM,$$

$$\text{又} \because OA = OC, AC \perp BD,$$

$\therefore$ 四边形 $AMCN$ 是菱形.

24. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 是 AB 的中点, 连接 EC 、 ED , $CE \perp DE$, CD 、 AD 与 BC 三条线段之间有什么样的数量关系? 请说明理由.



【答案】 $CD = AD + BC$, 理由见解析.

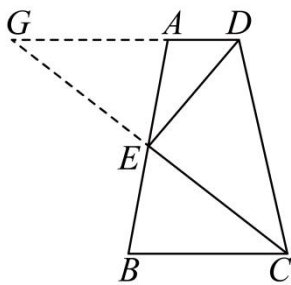
【解析】

【分析】 本题考查了梯形, 全等三角形的判定和性质, 垂直平分线的性质, 正确添加辅助线构造全等三角形解决问题是解题的关键.

延长 CE 交 DA 的延长线于点 G , 利用全等三角形的性质证明 $BC = AG$, $DC = DG$, 进而即可得出结论.

【详解】 解: $CD = AD + BC$, 理由如下:

如图, 延长 CE 交 DA 的延长线于点 G ,



$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle G = \angle ECB,$$

$$\because E \text{ 是 } AB \text{ 的中点},$$

$$\therefore AE = EB,$$

在 $\triangle AEG$ 和 $\triangle BEC$ 中,

$$\begin{cases} \angle G = \angle ECB \\ \angle AEG = \angle BEC, \\ AE = BE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AEG \cong \triangle BEC \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AG = BC, \quad EC = EG,$$

$$\because DE \perp CG,$$

$$\therefore CD = GD,$$

$$\because DG = AD + AG = AD + BC,$$

$$\therefore CD = AD + BC.$$