

初二第二学期数学第一次月考

班级

姓名

学号

一、单选题

1. 下列函数中，是一次函数的是（ ）

A. $y = x^2 + 1$

B. $y = \frac{1}{x} - 2$

C. $y = -5x$

D. $y = kx + b$ (k 、 b 是常数)

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的定义，一般地，形如 $y = kx + b$ ($k \neq 0$ ， k 、 b 是常数) 的函数，叫做一次函数，熟练掌握一次函数的定义是解题关键。根据一次函数的定义对各项进行分析即可得到答案。

【详解】解：A、 $y = x^2 + 1$ 中未知数的次数为 2，不是一次函数，不符合题意；

B、 $y = \frac{1}{x} - 2$ 中未知数的次数为 -1，不是一次函数，不符合题意；

C、 $y = -5x$ 是一次函数，符合题意；

D、 $y = kx + b$ (k 、 b 是常数) 中，若 $k = 0$ ，则不是一次函数，不符合题意；

故选：C.

2. 下列函数中，如果 $x > 0$ ， y 的值随 x 的值增大而增大，那么这个函数是（ ）

A. $y = -2x$

B. $y = \frac{2}{x}$

C. $y = -x + 1$

D. $y = -\frac{1}{x}$

【答案】D

【解析】

【分析】此题主要考查了一次函数、正比例函数以及反比例函数的性质等知识。分别利用一次函数和反比例函数的性质分析得出即可。

【详解】解：A、 $y = -2x$ ， y 随 x 的增大而减小，故本选项不符合题意；

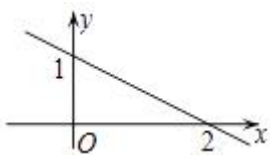
B、 $y = \frac{2}{x}$ ，当 $x > 0$ ，则 y 随 x 的增大而减小，故本选项不符合题意；

C、 $y = -x + 1$ ， y 值随 x 值的增大而减小，故本选项不符合题意；

D、 $y = -\frac{1}{x}$ ，当 $x > 0$ 时， y 值随 x 值的增大而增大，故本选项符合题意；

故选：D.

3. 已知一次函数 $y=kx+b$ ($k \neq 0$) 的图象如图所示, 则不等式 $kx+b > 1$ 的解集为 ()



- A. $x < 0$ B. $x > 0$ C. $x < 2$ D. $x > 2$

【答案】A

【解析】

【分析】根据图形得出 $k < 0$ 和直线与 y 轴交点的坐标为 $(0, 1)$, 即可得出不等式的解集.

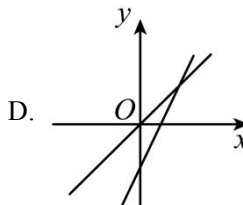
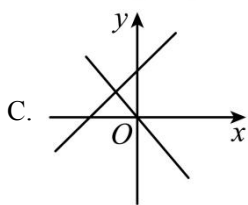
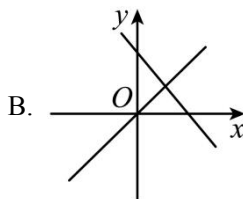
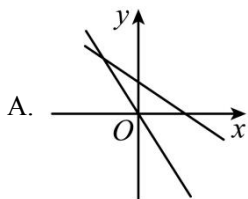
【详解】 $\because$ 从图象可知: $k < 0$, 直线与 y 轴交点的坐标为 $(0, 1)$,

$\therefore$ 不等式 $kx+b > 1$ 的解集是 $x < 0$,

故选 A.

【点睛】考查了一次函数与一元一次不等式, 能根据图形读出正确信息是解此题的关键.

4. 表示一次函数 $y = mx + n$ 与正比例函数 $y = mnx$ (m, n 是常数且 $mn \neq 0$) 图象是 ()



【答案】A

【解析】

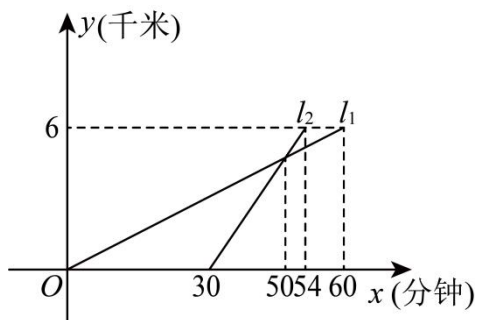
【分析】本题考查一次函数和正比例函数的图象. 根据函数的图象经过的象限得到 m, n, mn 的取值范围, 逐一判断即得.

【详解】图中 $y = mnx$ 的图象过原点, 另一条直线是 $y = mx + n$ 的图象,

- A. 由函数 $y = mx + n$ 的图象可得 $m < 0, n > 0$, 由函数 $y = mnx$ 的图象可得 $mn < 0$, A 正确;
 B. 由函数 $y = mx + n$ 的图象可得 $m < 0, n > 0$, 由函数 $y = mnx$ 的图象可得 $mn > 0$, 产生矛盾, B 错误;
 C. 由函数 $y = mx + n$ 的图象可得 $m > 0, n > 0$, 由函数 $y = mnx$ 的图象可得 $mn < 0$, 产生矛盾, C 错误;
 D. 由函数 $y = mx + n$ 的图象可得 $m > 0, n < 0$, 由函数 $y = mnx$ 的图象可得 $mn > 0$, 产生矛盾, D 错误.
 故选: A.

5. 某校七年级同学到距学校 6 千米的郊外春游, 一部分同学步行, 另一部分同学骑自行车, 如图, l_1, l_2 分

别表示步行和骑车的同学前往目的地所走的路程 y （千米）与所用时间 x （分钟）之间的函数图象，则以下判断错误的是（ ）



- A. 骑车的同学比步行的同学晚出发30分钟 B. 步行的速度是6千米/时
C. 骑车的同学从出发到追上步行的同学用了20分钟 D. 骑车的同学和步行的同学同时到达目的地

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的应用，根据一次函数的图象逐项判断即可求解，看到函数图象是解题的关键.

【详解】解：由函数图象可知，骑车的同学比步行的同学晚出发30分钟，故A正确，不合题意；

由函数图象可知，步行60分钟走了6千米，所以步行的速度是6千米/时，故B正确，不合题意；

由函数图象可知，骑车的同学从出发到追上步行的同学用了 $50 - 30 = 20$ 分钟，故C正确，不合题意；

由函数图象可知，骑车的同学比步行的同学提前 $60 - 54 = 6$ 分钟到达目的地，故D错误，符合题；

故选：D.

6. 在平面直角坐标系中，已知点 $A(-2,3)$, $B(4,9)$ ，直线 $y = kx - k (k \neq 0)$ 与线段 AB 有交点，则 k 的取值范围为（ ）

- A. $-1 \leq k \leq 3$ B. $-1 \leq k \leq 3$ 且 $k \neq 1$ C. $k \leq -1$ 或 $k \geq 3$ D. $k \leq -1$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了一次函数与线段相交求参数问题，理解经过 A, B 两点求得的是 k 的最值是解题的关键.

先确定直线 $y = kx - k (k \neq 0)$ 过定点 $(1,0)$ ，要使直线 $y = kx - k (k \neq 0)$ 与线段 AB 有交点，分别将 $A(-2,3)$, $B(4,9)$ 代入 $y = kx - k$ ，求得 k 的值，即可求解.

【详解】解： $\because$ 当 $x = 1$ 时， $y = 0$ ，即直线 $y = kx - k (k \neq 0)$ 过定点 $(1,0)$ ，

$\therefore$ 当直线 $y = kx - k (k \neq 0)$ 经过点 $A(-2,3)$ ，得： $3 = -2k - k$ ，

解得: $k = -1$,

当直线 $y = kx - k (k \neq 0)$ 经过点 $B(4, 9)$, 得: $9 = 4k - k$,

解得: $k = 3$,

$\therefore$ 当直线 $y = kx - k (k \neq 0)$ 与线段 AB 有交点,

$\therefore k \leq -1$ 或 $k \geq 3$,

故选: C.

二、填空题

7. 已知函数 $y = (m + 2)x^{m^2 - 3} + 2$ 是关于 x 的一次函数, 则 $m =$ _____.

【答案】 2

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数的定义, 一次函数 $y = kx + b$ 的定义条件是: k 、 b 为常数, $k \neq 0$, 自变量次数为 1. 根据一次函数的定义求解即可.

【详解】 解: 根据题意得: $m^2 - 3 = 1$ 且 $m + 2 \neq 0$,

解得: $m = 2$.

故答案为: 2.

8. 如果直线 $y = 2x + m$ 经过点 $(1, -3)$, 那么 $m =$ _____.

【答案】 -5

【解析】

【分析】 本题主要考查对一次函数图象上点的坐标特征, 解一元一次方程等知识点的理解和掌握, 能根据题意得到方程 $-3 = 2 + m$ 是解此题的关键. 把 $(1, -3)$ 代入 $y = 2x + m$ 得, 到关于 m 的方程, 求出方程的解即可.

【详解】 解: 把 $(1, -3)$ 代入 $y = 2x + m$ 得: $-3 = 2 + m$,

$\therefore m = -5$,

故答案为: -5.

9. 若直线 $y = mx - 1$ 经过点 $(1, 4)$, 则该直线与两坐标围成的三角形面积为 _____.

【答案】 $\frac{1}{10}$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数：先将点 $(1,4)$ 代入解析式，求出 m 的值，再分别求出直线与两坐标轴的交点，即可求出三角形的面积.

【详解】 解： 将点 $(1,4)$ 代入 $y = mx - 1$ ，得 $m - 1 = 4$ ，

解得： $m = 5$ ，

$$\therefore y = 5x - 1,$$

当 $x = 0$ 时， $y = -1$ ，

当 $y = 0$ 时， $x = \frac{1}{5}$ ，

$\therefore$ 该直线与两坐标轴围成的三角形的面积为 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \times 1 = \frac{1}{10}$ ，

故答案为： $\frac{1}{10}$.

10. 一次函数 $y = -2x - 1$ 可由一次函数 $y = -2(x - 1)$ 向下平移_____个单位得到.

【答案】 3

【解析】

【分析】 题考查的是一次函数图象的平移，直接根据“上加下减”的原则进行解答即可.

【详解】 解： $\because$ 原直线解析式为 $y = -2(x - 1)$ 即 $y = -2x + 2$ ，新直线的解析式为 $y = -2x - 1$ ，

$\therefore$ 将直线 $y = -2x + 2$ 向下平移 3 个单位长度得到直线 $y = -2x - 1$.

故答案为：3.

11. 经过点 $(0, -2)$ ，且与直线 $y = -3x + 8$ 平行的直线的解析式为_____.

【答案】 $y = -3x - 2$

【解析】

【分析】 本题考查了用待定系数法求一次函数的解析式. 首先根据在平面直角坐标系中如果两直线平行，那么这两条直线的 k 值相等，设出与已知直线平行的直线的解析式为 $y = -3x + b$ ，再把点 $(0, -2)$ 代入解析式中求出 b 的值即可.

【详解】 解： $\because$ 经过点 $(0, -2)$ 的直线与直线 $y = -3x + 8$ 平行，

设经过点 $(0, -2)$ 的直线的解析式为 $y = -3x + b$ ，

把点点 $(0, -2)$ 代入 $y = -3x + b$ ，

可得: $-2 = 0 \times (-3) + b$,

解得: $b = -2$,

$\therefore$ 所求直线的解析式为 $y = -3x - 2$.

故答案为: $y = -3x - 2$.

12. 已知直线 $y = (k+2)x + \frac{1-k}{2}$ 在 y 轴上的截距为 2, 那么该直线与 x 轴的交点坐标为_____.

【答案】 $(2, 0)$

【解析】

【分析】 本题考查一次函数的性质. 由条件可先求得 k 的值, 再令 $y = 0$, 可求得直线与 x 轴的交点坐标.

【详解】 解: $\because y = (k+2)x + \frac{1-k}{2}$ 在 y 轴上的截距为 2,

$$\therefore \frac{1-k}{2} = 2,$$

解得 $k = -3$,

$\therefore$ 直线解析式为 $y = -x + 2$,

令 $y = 0$, 可得 $0 = -x + 2$,

解得 $x = 2$,

$\therefore$ 直线与 x 轴的交点坐标为 $(2, 0)$,

故答案为: $(2, 0)$.

13. 函数 $y = (1-2a)x + 3a - 5$ 的图像不经过第一象限, 则 a 的取值范围是_____.

【答案】 $\frac{1}{2} < a \leq \frac{5}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数图象与系数的关系, 牢记 $k < 0, b \leq 0 \Leftrightarrow y = kx + b$ 的图象不经过第一象限是解题的关键. 由函数 $y = (1-2a)x + 3a - 5$ 的图像不经过第一象限, 利用一次函数图象与系数的关系, 可得出关于 a 的一元一次不等式组, 解之即可求出 a 的取值范围.

【详解】 解: $\because$ 函数 $y = (1-2a)x + 3a - 5$ 的图像不经过第一象限,

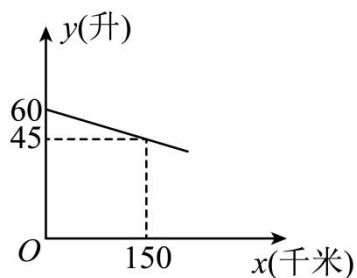
$$\therefore \begin{cases} 1-2a < 0 \\ 3a-5 \leq 0 \end{cases},$$

解得: $\frac{1}{2} < a \leq \frac{5}{3}$,

$\therefore a$ 的取值范围是 $\frac{1}{2} < a \leq \frac{5}{3}$.

故答案为: $\frac{1}{2} < a \leq \frac{5}{3}$.

14. 已知甲乙两地相距 500 千米, 一辆汽车加满 60 升油后由甲地开往乙地, 油箱中的剩余油量 y (升) 与行驶路程 x (千米) 之间是一次函数关系, 其部分图象如图所示. 当油箱中的剩余油量为 20 升时, 汽车距离乙地_____千米.



【答案】 100

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的应用, 掌握待定系数法是解题的关键.

先根据待定系数法求出函数解析式, 再求出当 $y = 20$ 时 x 的值, 最后求出剩余路程.

【详解】 解: 设函数解析式为: $y = kx + 60$,

则: $45 = 150k + 60$,

解得: $k = -0.1$,

$\therefore y = -0.1x + 60$,

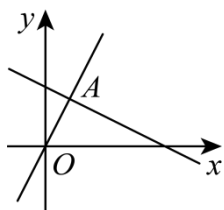
当 $y = 20$ 时, $20 = -0.1x + 60$,

解得: $x = 400$,

$\therefore 500 - 400 = 100$ (千米),

故答案为: 100.

15. 如图, 函数 $y = 2x$ 和 $y = ax + b$ ($a < 0$) 的图象交于点 $A(2, 4)$, 则关于 x 的不等式 $2x > ax + b$ 的解集为_____.



【答案】 $x > 2$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数与一次不等式的关系. 结合图象得出不等式的解集即可.

【详解】 解: $\because$ 函数 $y = 2x$ 和 $y = ax + b (a < 0)$ 的图象交于点 $A(2, 4)$,

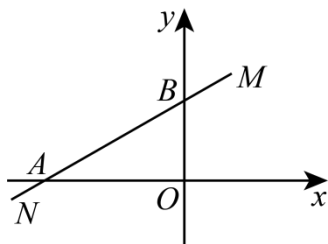
由图象得, 当 $x > 2$ 时, $y = 2x$ 的图象位于 $y = ax + b$ 图象上方,

$\therefore$ 关于 x 的不等式 $2x > ax + b$ 的解集为 $x > 2$.

故答案为: $x > 2$.

16. 如图, 已知直线 $MN: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 交 x 轴负半轴于点 A , 交 y 轴于点 B , 点 C 是 x 轴上的一点, 且

$OC = 2$, 则 $\angle MBC$ 的度数为_____.



【答案】 75° 或 165° ## 165° 或 75°

【解析】

【分析】 本题是一次函数综合题, 考查了一次函数图象上点的坐标特征、含 30° 度角的直角三角形、等腰直角三角形的判定与性质以及坐标与图形性质. 分类讨论思想的运用是解题的关键.

令 $y = 0$, 可得 $A(-2\sqrt{3}, 0)$, 令 $x = 0$, 可得 $B(0, 2)$, 利用勾股定理求出 $AB = 4$, 可得 $\angle MAO = 30^\circ$, 分两种情况考虑: ① C 点在 x 轴正半轴; ② C 点在 x 轴负半轴. 分别计算出 $\angle MBO$ 、 $\angle OBC$ 度数, 两个角的和差即为所求度数.

【详解】 解: $\because$ 直线 $MN: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 交 x 轴负半轴于点 A , 交 y 轴于点 B ,

令 $y = 0$, 则 $0 = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$, 解得 $x = -2\sqrt{3}$,

$$\therefore A(-2\sqrt{3}, 0),$$

令 $x = 0$, 则 $y = 2$,

$$\therefore B(0, 2),$$

$$\therefore AB = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = 4,$$

$$\therefore OB = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$$

取斜边 AB 的中点 D , 连接 OD ,

$$AD = BD = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore OD = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore OB = OD = BD,$$

$\therefore \triangle BOD$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle ABO = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle MAO = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle MBO = 120^\circ.$$

$$\therefore B(0, 2), \quad OC = 2,$$

$$\therefore OB = OC,$$

$$\therefore \angle CBO = 45^\circ,$$

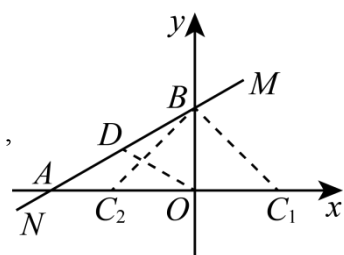
如图, 分两种情况考虑:

$$\textcircled{1} \text{ 当点 } C \text{ 在 } x \text{ 轴正半轴上时, } \angle C_1BO = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle MBC_1 = 120^\circ - 45^\circ = 75^\circ;$$

$$\textcircled{2} \text{ 当点 } C \text{ 在 } x \text{ 轴负半轴上时, } \angle C_2BO = 45^\circ,$$

$$\angle MBC_2 = 120^\circ + 45^\circ = 165^\circ.$$



故答案为： 75° 或 165° .

17. 将正比例函数 $y=kx$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的图象, 沿着 y 轴的一个方向平移 $|k|$ 个单位后与 x 轴、 y 轴围成一个三角形, 我们称这个三角形为正比例函数 $y=kx$ 的坐标轴三角形, 如果一个正比例函数的图象经过第一、三象限, 且它的坐标轴三角形的面积为 5, 那么这个正比例函数的解析式是__.

【答案】 $y=10x$

【解析】

【分析】 分别求出向上和向下平移时, 与坐标轴的交点坐标, 再根据它的坐标轴三角形的面积为 5, 求出 k 的值即可.

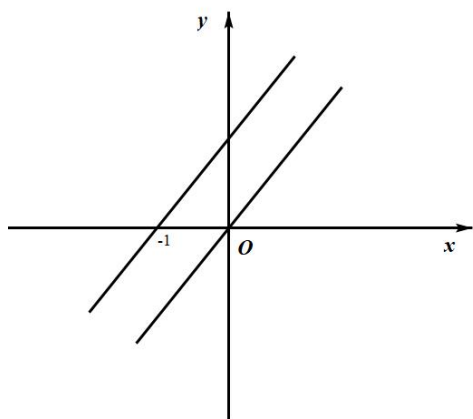
【详解】 解: $\because$ 正比例函数的图象经过第一、三象限,

$\therefore k > 0$,

$\therefore$ 当正比例函数 $y=kx$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的图象, 沿着 y 轴向上平移 $|k|$ 个单位时, 所得函数的解析式为

$y=kx+k$,

如图示:



$\therefore$ 与 x 轴的交点坐标为 $(-1, 0)$, 与 y 轴的交点坐标为 $(0, k)$,

$\because$ 它的坐标轴三角形的面积为 5,

$\therefore \frac{1 \times k}{2} = 5$,

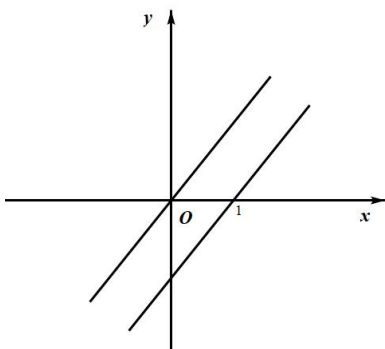
$\therefore k = 10$,

∴ 这个正比例函数的解析式是 $y = 10x$,

∵ 当正比例函数 $y = kx$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的图象, 沿着 y 轴向下平移 $|k|$ 个单位时, 所得函数的解析式为

$$y = kx - k,$$

如图示:



∴ 与 x 轴的交点坐标为 $(1,0)$, 与 y 轴的交点坐标为 $(0,-k)$,

∵ 它的坐标轴三角形的面积为 5,

$$\therefore \frac{1 \times k}{2} = 5,$$

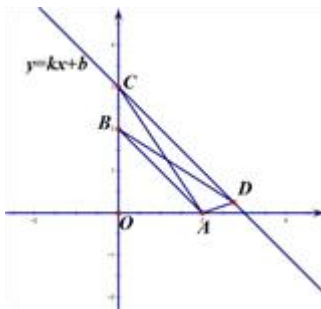
$$\therefore k = 10,$$

∴ 这个正比例函数的解析式是 $y = 10x$,

故答案为: $y = 10x$.

【点睛】 此题考查了一次函数, 用到的知识点是正比例函数、一次函数的图象与性质, 关键是求出与坐标轴的交点坐标, 注意分两种情况讨论.

18. 如图, 在直角坐标 xOy 系中, 点 A 的坐标是 $(2, 0)$ 、点 B 的坐标是 $(0, 2)$ 、点 C 的坐标是 $(0, 3)$, 若直线 CD 的解析式为 $y = -x + 3$, 则 $S_{\triangle ABD}$ 为_____.



【答案】 1

【解析】

【详解】 分析: 先求出直线 AB 的解析式, 根据直线 AB 与直线 CD 的 k 值相等可得出它们平行, 根据平行

线间的距离处处相等可得出 $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ABC}$ ，即可得出答案.

详解：设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$ ，

$\because A$ 的坐标是 $(2, 0)$ 、点 B 的坐标是 $(0, 2)$ 、

$$\therefore \begin{cases} 2k + b = 0 \\ b = 2 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -1 \\ b = 2 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y = -x + 2$ ，

$\therefore$ 直线 CD 的解析式为 $y = -x + 3$ ，

$\therefore AB \parallel CD$ ，

$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ABC}$ ，

$\therefore$ 点 A 的坐标是 $(2, 0)$ 、点 B 的坐标是 $(0, 2)$ 、点 C 的坐标是 $(0, 3)$ ，

$\therefore BC = 1$ ， $AO = 2$ ，

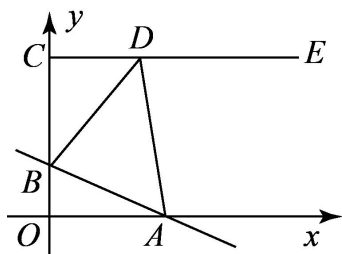
$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AC = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1,$$

$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ABC} = 1$.

故答案为 1.

点睛：本题考查了一次函数的性质及求平面直角坐标系中三角形的面积. 解题的关键在于利用转化思想将求 $\triangle ABD$ 的面积转化为求 $\triangle ABC$ 的面积的问题.

19. 如图，在平面直角坐标系中，点 $C(0, 4)$ ，射线 $CE \parallel x$ 轴，直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 交线段 OC 于点 B ，交 x 轴于点 A ， D 是射线 CE 上一点. 若存在点 D ，使得 $\triangle ABD$ 恰为等腰直角三角形，则 b 的值为_____.



【答案】 $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{8}{3}$ 或 2

【解析】

- 【分析】分三种情况讨论：①当 $\angle ABD=90^\circ$ 时，证得 $\triangle DBC \cong \triangle BAO$ ，得出 $BC=OA$ ，即 $4-b=2b$ ，求得 $b=\frac{4}{3}$ ；
 ②当 $\angle ADB=90^\circ$ 时，作 $AF \perp CE$ 于 F ，同理证得 $\triangle BDC \cong \triangle DAF$ ，得出 $BC=DF$ ，即 $2b-4=4-b$ ，求得 $b=\frac{8}{3}$ ；
 ③当 $\angle DAB=90^\circ$ 时，作 $DF \perp OA$ 于 F ，同理证得 $\triangle AOB \cong \triangle DFA$ ，得出 $OA=DF$ ，即 $2b=4$ ，解得 $b=2$.

【详解】解：①当 $\angle ABD=90^\circ$ 时，如图1，则 $\angle DBC + \angle ABO = 90^\circ$ ，

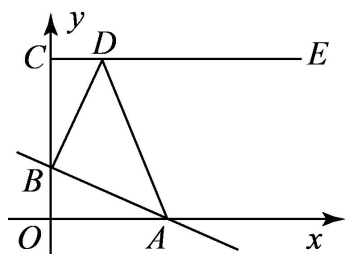


图1

$$\therefore \angle DBC = \angle BAO,$$

由直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 交线段 OC 于点 B ，交 x 轴于点 A 可知 $OB=b$ ， $OA=2b$ ，

$$\therefore \text{点 } C(0, 4),$$

$$\therefore OC=4,$$

$$\therefore BC=4-b,$$

在 $\triangle DBC$ 和 $\triangle BAO$ 中，

$$\begin{cases} \angle DBC = \angle BAO \\ \angle DCB = \angle AOB, \\ BD = AB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DBC \cong \triangle BAO \text{ (AAS)},$$

$$\therefore BC=OA,$$

$$\text{即 } 4-b=2b,$$

$$\therefore b=\frac{4}{3},$$

②当 $\angle ADB=90^\circ$ 时，如图2，作 $AF \perp CE$ 于 F ，

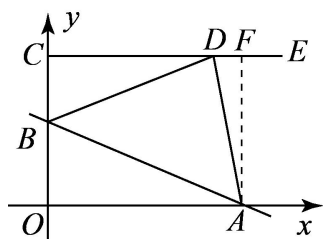


图2

同理证得 $\triangle BDC \cong \triangle DAF$ ，

$$\therefore CD=AF=4, \quad BC=DF,$$

$$\therefore OB=b, \quad OA=2b,$$

$$\therefore BC=DF=2b-4,$$

$$\therefore BC=4-b,$$

$$\therefore 2b-4=4-b,$$

$$\therefore b=\frac{8}{3};$$

③当 $\angle DAB=90^\circ$ 时, 如图 3, 作 $DF \perp OA$ 于 F ,

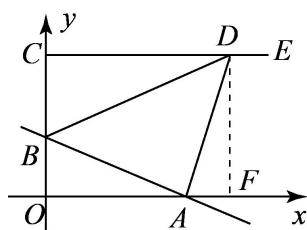


图3

同理证得 $\triangle AOB \cong \triangle DFA$,

$$\therefore OA=DF,$$

$$\therefore 2b=4,$$

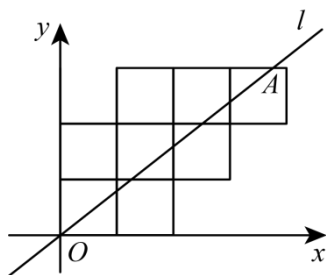
$$\therefore b=2;$$

综上, b 的值为 $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{8}{3}$ 或 2,

故答案为: $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{8}{3}$ 或 2.

【点睛】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 等腰直角三角形的性质, 三角形全等的判定和性质, 作出辅助性构建求得三角形上解题的关键.

20. 八个边长为 1 的正方形如图摆放在平面直角坐标系中, 经过原点的一条直线 l 将这八个正方形分成面积相等的两部分, 设直线 l 和八个正方形的最上面交点为 A , 则直线 l 的解析式是_____.



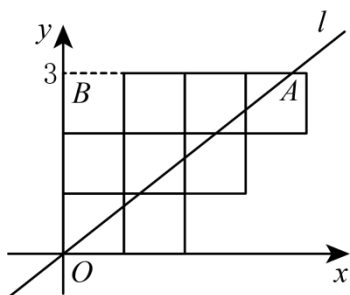
【答案】 $y = \frac{9}{10}x$

【解析】

【分析】本题考查了坐标与图形性质和待定系数法求函数解析式. 由割补法得 $S_{\triangle AOB} = 5$ 求分割点 A 的位置是解题关键.

如图, 利用正方形的性质得到 $B(0, 3)$, 由于直线 l 将这八个正方形分成面积相等的两部分, 则 $S_{\triangle AOB} = 5$, 然后根据三角形面积公式计算出 AB 的长, 从而可得 A 点坐标. 再由待定系数法求出直线 l 的解析式.

【详解】解: 如图,



∵ 经过原点的一条直线 l 将这八个正方形分成面积相等的两部分,

$$\therefore S_{\triangle AOB} = 4 + 1 = 5,$$

而 $OB = 3$,

$$\therefore \frac{1}{2} AB \cdot 3 = 5,$$

$$\therefore AB = \frac{10}{3},$$

$$\therefore A \text{ 点坐标为 } \left(\frac{10}{3}, 3\right).$$

设直线 l 的解析式为 $y = kx$,

$$\therefore \frac{10}{3}k = 3, \text{ 解得 } k = \frac{9}{10},$$

$$\therefore \text{直线 } l \text{ 的解析式为 } y = \frac{9}{10}x$$

故答案为 $y = \frac{9}{10}x$.

三、解答题

21. 已知一次函数图象经过点 $A(1, 7)$ 、点 $B(-1, 5)$.

(1) 求这个一次函数的解析式;

(2) 求这个一次函数图象、直线 $y = -x$ 与 x 轴围成的三角形面积.

【答案】(1) $y = x + 6$

(2) 9

【解析】

【分析】 本题主要考查了求一次函数的解析式，一次函数与 x 轴的交点，两直线的交点以及一次函数的几何应用.

(1) 用待定系数法求一次函数解析式即可.

(2) 根据题意作出图象，分解求出点 A , B , O 的坐标，然后计算 $S_{\triangle ABO}$ 即可.

【小问 1 详解】

解： 设一次函数的解析式为 $y = kx + b$,

$\therefore$ 一次函数图象经过点 $A(1, 7)$, 点 $B(-1, 5)$,

$$\therefore \begin{cases} k + b = 7 \\ -k + b = 5 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = 1 \\ b = 6 \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y = x + 6$.

【小问 2 详解】

根据题意作图如下:

令 $y = x + 6 = 0$, 解得: $x = -6$,

$\therefore$ 一次函数 $y = x + 6$ 与 x 轴的交点坐标为: $B(-6, 0)$

令 $y = -x = 0$, 解得: $x = 0$,

$\therefore$ 直线 $y = -x$ 与 x 轴为 $O(0, 0)$,

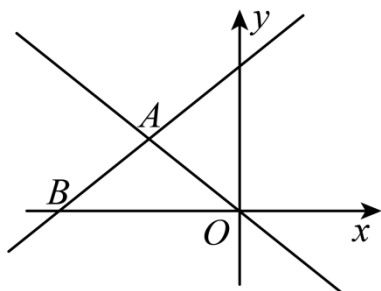
$\therefore OB = 6$,

$$\text{联立两直线: } \begin{cases} y = x + 6 \\ y = -x \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} x = -3 \\ y = 3 \end{cases},$$

$\therefore A(-3, 3)$.

$\therefore$ 点 A 到 x 轴的距离为 3.

$$\therefore S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9.$$



22. 已知一次函数 $y = kx + b$ 平行于直线 $y = -4x$ ，且与函数 $y = -\frac{4}{x}$ 有一个交点 $A(2, m)$ ，求：

(1) 一次函数的解析式.

(2) 此一次函数与两坐标轴围成的三角形面积.

【答案】(1) $y = -4x + 6$

(2) $\frac{9}{2}$

【解析】

【分析】本题主要考查了待定系数法求一次函数解析式，一次函数与反比例函数的交点问题，求一次函数与坐标轴围成的图形面积.

(1) 利用待定系数法求解即可；

(2) 先求得直线与坐标轴的交点坐标，再利用三角形面积公式求解即可.

【小问 1 详解】

解： $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 平行于直线 $y = -4x$ ，

$\therefore k = -4$ ，

把 $A(2, m)$ 代入 $y = -\frac{4}{x}$ 得： $m = -\frac{4}{2} = -2$ ，

$\therefore A(2, -2)$ ，

$\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 与函数 $y = -\frac{4}{x}$ 有一个交点 $A(2, -2)$ ，

$\therefore$ 把 $A(2, -2)$ 代入 $y = -4x + b$ 得： $-4 \times 2 + b = -2$ ，

解得： $b = 6$ ，

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y = -4x + 6$.

【小问 2 详解】

解： 令 $y = 0$ ，则 $-4x + 6 = 0$ ，解得： $x = \frac{3}{2}$ ，

令 $x=0$ ，则 $y=6$ ，

$\therefore$ 一函数 $y=-4x+6$ 与 y 轴的交点为 $(0,6)$ ，与 x 轴的交点为 $(\frac{3}{2},0)$ ，

$$\therefore S = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2}.$$

23. 已知函数 $y=(2m+1)x+m-3$

(1) 若函数图象经过原点，求 m 的值.

(2) 若这个函数是一次函数，且 y 随着 x 的增大而减小，求 m 的取值范围.

(3) 若函数图象经过第一，三，四象限，求 m 的取值范围.

【答案】 (1) $m=3$

(2) $m < -\frac{1}{2}$

(3) $-\frac{1}{2} < m < 3$

【解析】

【分析】 (1) 根据待定系数法，只需把原点代入即可求解；

(2) 直线 $y=kx+b$ 中， y 随 x 的增大而减小可得 $2m+1 < 0$ ，即可求解；

(3) 根据图象第一，三，四象限，可得到关于 m 的不等式组，即可求解.

【小问 1 详解】

解： $\because$ 函数图象经过原点，

$$\therefore m-3=0,$$

解得： $m=3$ ；

【小问 2 详解】

解： $\because$ 这个函数是一次函数，且 y 随着 x 的增大而减小，

$$\therefore 2m+1 < 0,$$

解得： $m < -\frac{1}{2}$ ；

【小问 3 详解】

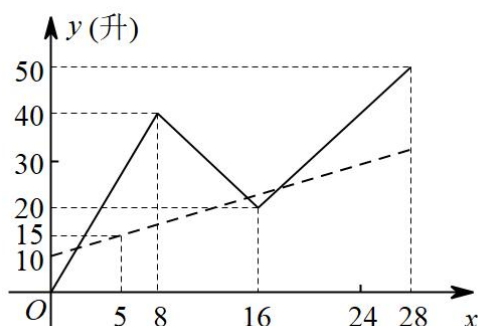
解： $\because$ 函数图象经过第一，三，四象限，

$$\therefore \begin{cases} 2m+1 > 0 \\ m-3 < 0 \end{cases},$$

解得: $-\frac{1}{2} < m < 3$.

【点睛】本题考查了一次函数的性质,能够熟练运用待定系数法确定待定系数的值,还要熟悉在直线 $y=kx+b$ 中,当 $k>0$ 时, y 随 x 的增大而增大;当 $k<0$ 时, y 随 x 的增大而减小、能够根据 k, b 的符号正确判断直线所经过的象限.

24. 有甲乙两个均装有进水管和出水管的容器,初始时,两容器同时开进水管,甲容器到8分钟时,关闭进水管打开出水管;到16分钟时,又打开了进水管,此时既进水又出水,到28分钟时,同时关闭两容器的进水管.两容器每分钟进水量与出水量均为常数,容器的水量 y (升)与时间 x (分)之间的函数关系如图所示,解答下列问题:



(1) 甲容器的进水管每分钟进水_____升,出水管每分钟出水_____升.

(2) 求乙容器内的水量 y 与时间 x 的函数关系式.

(3) 求从初始时刻到两容器最后一次水量相等时所需的时间.

【答案】(1) $5, \frac{5}{2}$

(2) $y = x + 10$;

(3) 20 分钟.

【解析】

【分析】(1) 根据函数图象及一次函数的性质即可得到解答;

(2) 根据函数图象及待定系数法即可得到函数解析式;

(3) 根据图象得到两直线的解析式进而列方程求解.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 根据甲容器水量与时间的函数图象可知: 当时间为 8 分钟时, 水量为 40 升,

$\therefore$ 甲容器的进水管每分钟进水 $\frac{40}{8} = 5$ 升,

$\therefore$ 根据甲容器水量与时间的函数图象可知: 当水量下降 20 升时, 时间为 $16 - 8 = 8$ 分,

∴ 甲容器的出水管每分钟出水 $\frac{20}{8} = \frac{5}{2}$ 升,

故答案为: $5, \frac{5}{2}$;

【小问 2 详解】

解: ∵ 根据乙容器水量与时间的函数图象可知, 直线经过 $(0, 10)$, $(5, 15)$,

∴ 设乙容器水量与时间的函数解析式为: $y = k_1x + b_1$,

$$\therefore \begin{cases} b_1 = 10 \\ 15 = 5k_1 + b_1 \end{cases},$$

$$\therefore \text{解得: } \begin{cases} b_1 = 10 \\ k_1 = 1 \end{cases},$$

∴ 乙容器内的水量 y 与时间 x 的函数关系式: $y = x + 10$;

【小问 3 详解】

解: 第 28 分钟时甲容器的水量为 $40 - 20 + (5 - \frac{5}{2}) \times (28 - 16) = 50$ (升)

∴ 甲容器 16 分钟后水量与时间的函数图象经过 $(16, 20)$, $(28, 50)$,

∴ 设 16 分钟后甲容器水量与时间的函数解析式为: $y = k_2x + b_2$,

$$\therefore \begin{cases} 20 = 16k_2 + b_2 \\ 50 = 28k_2 + b_2 \end{cases},$$

$$\therefore \text{解得: } \begin{cases} k_2 = \frac{5}{2} \\ b_2 = -20 \end{cases},$$

∴ 甲容器内的水量 y 与时间 x 的函数关系式: $y = \frac{5}{2}x - 20 (16 \leq x \leq 28)$,

∴ 乙容器内的水量 y 与时间 x 的函数关系式: $y = x + 10$,

∴ 从初始时刻到两容器最后一次水量相等得到: $x + 10 = \frac{5}{2}x - 20$,

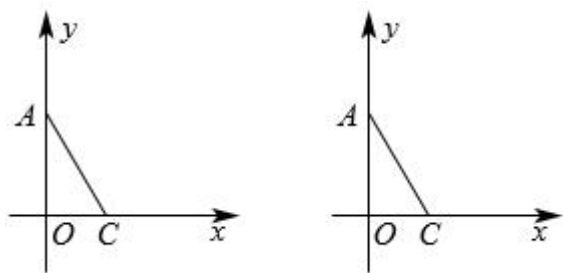
解得: $x = 20$,

∴ 从初始时刻到两容器最后一次水量相等时所需的时间 20 分钟;

【点睛】 本题考查了一次函数图象及解析式, 从函数图象中获取信息, 读懂函数图象是解题的关键.

25. 如图, 已知点 $A (0, 6)$, 点 $C (3, 0)$, 将线段 AC 绕点 C 顺时针旋转 90° , 点 A 落在点 B 处, 点 D 是

x 轴上一动点.



- (1) 求直线 BC 的解析式;
- (2) 联结 B 、 D . 若 $BD \parallel AC$, 求点 D 的坐标;
- (3) 联结 A 、 D 交线段 BC 于点 Q , 且 $\angle OAC = \angle CAQ$. 求 $\triangle BCD$ 的面积.

【答案】(1) $y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$;

(2) $D\left(\frac{21}{2}, 0\right)$.

(3) $S_{\triangle BCD} = \frac{15}{2}$

【解析】

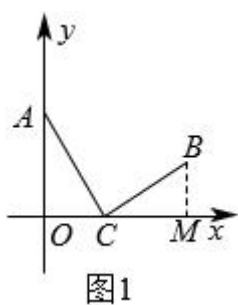
【分析】(1) 过 B 点作 $BM \perp x$ 轴交于 M , 证明 $\triangle ACO \cong \triangle CBM$ (AAS), 求出 $B(9, 3)$, 再由待定系数法求函数的解析式即可;

(2) 求出直线 AC 的解析式, 由 $BD \parallel AC$, 可设直线 BD 的解析式为 $y = -2x + f$, 将点 $B(9, 3)$ 代入求解, 从而可得答案;

(3) 作 O 点关于直线 AC 的对称点 E , 联结 AE 与 x 轴交于 D , 与线段 BC 交于 Q , 设 $CD = y$, $ED = x$, 由勾股定理得, $36 + (3+y)^2 = (6+x)^2$ ①, $y^2 = 9 + x^2$ ②, 联立①②可得 $x=4$, $y=5$, 即可求 $D(8, 0)$, 再求三角形的面积即可.

【小问 1 详解】

解: 如图, 过 B 点作 $BM \perp x$ 轴交于 M ,



$\because \angle ACB = 90^\circ$,

$$\therefore \angle ACO + \angle BCM = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACO + \angle OAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BCM = \angle OAC,$$

$$\therefore AC = BC, \quad \angle AOC = \angle CMB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ACO \cong \triangle CBM \quad (\text{AAS}),$$

$$\therefore BM = OC, \quad CM = AO,$$

$$\therefore A(0, 6), \quad C(3, 0),$$

$$\therefore BM = 3, \quad CM = 6,$$

$$\therefore B(9, 3),$$

设直线 CB 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\therefore \begin{cases} 9k + b = 3 \\ 3k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \end{cases},$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2};$$

【小问 2 详解】

设直线 AC 的解析式为 $y = mx + n$,

$$\therefore \begin{cases} n = 6 \\ 3m + n = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} m = -2 \\ n = 6 \end{cases},$$

$$\therefore y = -2x + 6,$$

$$\therefore BD \parallel AC,$$

设直线 BD 的解析式为 $y = -2x + f$,

$$\therefore B(9, 3),$$

$$\therefore -18 + f = 3,$$

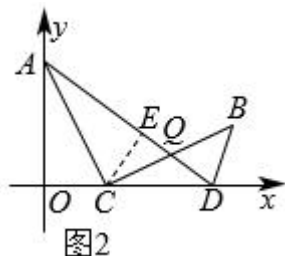
解得 $f = 21$,

$$\therefore y = -2x + 21,$$

$$\therefore D\left(\frac{21}{2}, 0\right).$$

【小问3 详解】

作 O 点关于直线 AC 的对称点 E ，联结 AE 与 x 轴交于 D ，与线段 BC 交于 Q ，



由对称性可知， $\angle OAC = \angle CAQ$ ，

$$\because A(0, 6), C(3, 0),$$

$$\therefore OA = AE = 6, OC = CE = 3,$$

设 $CD = y$ ， $ED = x$ ，

$$\therefore \begin{cases} 36 + (3 + y)^2 = (6 + x)^2 \\ y^2 = 9 + x^2 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 4 \\ y = 5 \end{cases}, \text{ (不合题意的根舍去)}$$

$$\therefore CD = 5,$$

$$\therefore D(8, 0),$$

$$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times 5 \times 3 = \frac{15}{2}.$$

【点睛】 本题考查一次函数的图象及性质，熟练掌握一次函数的图象及性质，三角形全等的判定及性质，角平分线的性质，勾股定理，一元二次方程的解法，二元二次方程组的解法是解题的关键.