

B.  $\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$  与  $\sqrt{3}$  是同类二次根式,

C.  $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$  与  $\sqrt{3}$  不是同类二次根式,

D.  $\sqrt{3a}$  与  $\sqrt{3}$  不是同类二次根式,

故选: B.

3. 下列函数中, 当  $x>0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大的是 ( )

A.  $y=-3x$

B.  $y=-x+3$

C.  $y=-\frac{5}{x}$

D.  $y=\frac{1}{2x}$

【答案】 C

【分析】 根据一次函数、反比例函数的增减性, 结合自变量的取值范围, 逐一判断.

【解析】 解: A、 $y=-3x$ ,  $k<0$ , 故  $y$  随着  $x$  增大而减小, 故该选项不符合题意;

B、 $y=-x+3$ ,  $k<0$ , 故  $y$  随着  $x$  增大而减小, 故该选项不符合题意;

C、 $y=-\frac{5}{x}$ ,  $k=-5<0$ , 在每个象限里,  $y$  随  $x$  的增大而增大, 故该选项符合题意;

D、 $y=\frac{1}{2x}$ ,  $k=\frac{1}{2}>0$ , 在每个象限里,  $y$  随  $x$  的增大而减小, 故该选项不符合题意;

故选: C.

【点睛】 本题综合考查了一次函数、反比例函数的增减性, 熟练掌握一次函数、反比例函数的性质是解题的关键.

4. 在  $ABC$  中,  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  的对边分别是  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 下列条件不能说明  $ABC$  是直角三角形的是 ( )

A.  $b^2=a^2-c^2$

B.  $\angle C=\angle A-\angle B$

C.  $\angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$

D.  $a:b:c=8:15:17$

【答案】 C

【分析】 本题考查了勾股定理及其逆定理, 三角形内角和, 解题的关键是熟练掌握并运用相关知识. 根据勾股定理及其逆定理可判断 A、D 选项, 根据三角形内角和可判断 B、C 选项, 从而解题.

【解析】 解答: 解:  $\because b^2=a^2-c^2$ ,

$$\therefore a^2=b^2+c^2,$$

故 A 能, 不符合题意;

$$\because \angle C=\angle A-\angle B, \angle A+\angle B+\angle C=180^\circ,$$

$$\therefore \angle A+\angle B+\angle A-\angle B=180^\circ,$$

$$\therefore \angle A=90^\circ,$$

故 B 能, 不符合题意;

$$\because \angle A:\angle B:\angle C=3:4:5, \angle A+\angle B+\angle C=180^\circ,$$

$$\therefore \angle C=180^\circ \times \frac{5}{3+4+5}=75^\circ,$$

故 C 不能, 符合题意;

$$\because a:b:c=8:15:17,$$

$$\therefore c^2 = a^2 + b^2,$$

故 D 能, 不符合题意.

故选: C.

5. 下列结论正确的是 ( )

A.  $\sqrt{(3-\pi)^2} = 3-\pi$

B.  $\sqrt{a^2-4}$  不是最简二次根式

C.  $\sqrt{-ab^2} (b < 0) = b\sqrt{-a}$

D.  $(\sqrt{12} + \sqrt{18}) \div \sqrt{3} = 2 + \sqrt{6}$

**【答案】** D

**【分析】** 本题主要考查了化简二次根式, 最简二次根式的定义, 二次根式的除法计算, 根据  $\sqrt{a^2} = |a|$  可判断 A、C; 被开方数不含有分母且被开方数不含有开得尽方的因数或因式, 这样的二次根式叫做最简二次根式, 据此可判断 B; 根据二次根式除法计算法则可判断 D.

**【解析】** 解: A、 $\sqrt{(3-\pi)^2} = \pi-3$ , 原结论错误, 不符合题意;

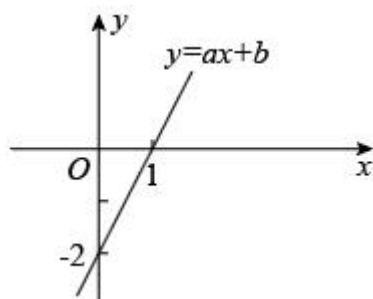
B、 $\sqrt{a^2-4}$  是最简二次根式, 原结论错误, 不符合题意;

C、 $\sqrt{-ab^2} (b < 0) = -b\sqrt{-a}$ , 原结论错误, 不符合题意;

D、 $(\sqrt{12} + \sqrt{18}) \div \sqrt{3} = (2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}) \div \sqrt{3} = 2 + \sqrt{6}$ , 原结论正确, 符合题意;

故选: D.

6. 在直角坐标平面内, 一次函数  $y = ax + b$  的图像如图所示, 那么下列说法正确的是 ( )



A. 当  $x < 0$  时,  $-2 < y < 0$

B. 方程  $ax + b = 0$  的解是  $x = -2$

C. 当  $y > -2$  时,  $x > 0$

D. 不等式  $ax + b < 0$  的解集是  $x < 0$

**【答案】** C

**【分析】** 根据函数的图象直接进行解答即可.

**【解析】** 解: 由函数  $y = ax + b$  的图象可知,

当  $x < 0$  时,  $y < -2$ , A 选项错误, 不符合题意;

方程  $ax + b = 0$  的解是  $x = 1$ , B 选项错误, 不符合题意;

当  $y > -2$  时,  $x > 0$ , 故 C 正确, 符合题意;

不等式  $ax + b < 0$  的解集是  $x < 1$ , 故 D 错误, 不符合题意.

故选: C.

【点睛】 本题考查的是一次函数的图象，利用数形结合求解是解答此题的关键.

## 二、填空题 (本大题共 12 小题，每小题 2 分，共 24 分.)

7. 若  $y = (m-1)x^{|m|-1}$  是关于  $x$  的一次函数，则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

【答案】  $\pm 2$

【分析】 由一次函数的定义得关于  $m$  的方程，解出方程即可.

【解析】 解：  $\because$  函数  $y = (m-1)x^{|m|-1}$  是关于  $x$  的一次函数，

$$\therefore |m| - 1 = 1, \quad m - 1 \neq 0,$$

解得：  $m = \pm 2$ .

故答案为：  $\pm 2$ .

【点睛】 本题主要考查一次函数的定义，解题的关键是掌握一次函数的定义，注意自变量  $x$  的系数不能等于 0 这个条件.

8. 已知一次函数  $f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$ ，则  $f(2) =$ \_\_\_\_\_.

【答案】  $-3$

【分析】 将  $x = 2$  代入函数解析式进行计算即可.

【解析】 解：  $\because f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$ ,

$$\therefore f(2) = -\frac{1}{2} \times 2 - 2 = -3,$$

故答案为：  $-3$ .

【点睛】 本题主要考查了一次函数图象上点的坐标特征，直线上任意一点的坐标都满足函数关系式  $y = kx + b$ .

9. 写出二次根式  $3\sqrt{x} - 4\sqrt{y}$  的一个有理化因式是\_\_\_\_\_.

【答案】  $3\sqrt{x} + 4\sqrt{y}$  (答案不唯一)

【分析】 本题考查了二次根式的有理化，根据二次根式的乘除法法则进行二次根式有理化.

二次根式的有理化的目的就是去掉根号，利用平方差公式可以得到  $3\sqrt{x} - 4\sqrt{y}$  的一个有理化因式是  $3\sqrt{x} + 4\sqrt{y}$ .

【解析】 解：  $\because (3\sqrt{x} - 4\sqrt{y})(3\sqrt{x} + 4\sqrt{y}) = 9x + 16y$ ,

$\therefore 3\sqrt{x} - 4\sqrt{y}$  的一个有理化因式是  $3\sqrt{x} + 4\sqrt{y}$ .

故答案为：  $3\sqrt{x} + 4\sqrt{y}$  (答案不唯一).

10. “角平分线上的点到角两边的距离相等”的逆命题是\_\_\_\_\_.

【答案】 到角的两边的距离相等的点在角平分线上

【分析】 把一个命题的题设和结论互换即可得到其逆命题.

**【解析】**“角平分线上的点到角两边的距离相等”的逆命题是“到角的两边的距离相等的点在角平分线上”.

故答案为: 到角的两边的距离相等的点在角平分线上.

**【点睛】**此题考查命题与定理, 解题关键在于掌握如果一个命题的条件和结论分别是另外一个命题的结论和条件, 那么这两个命题叫做互逆命题, 其中一个命题叫做原命题, 另外一个命题叫做原命题的逆命题.

11. 已知反比例函数  $y = \frac{3}{x} (x > 0)$  的图像上有两点  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ , 如果  $x_1 < x_2$  时, 那么  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$ . (填“>”或“<”)

**【答案】** >

**【分析】** 本题考查比较反比例函数的函数值大小, 根据反比例函数的增减性, 进行判断即可.

**【解析】** 解:  $\because y = \frac{3}{x} (x > 0)$ ,  $3 > 0$ ,

$\therefore$  当  $x > 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小,

$\because$  反比例函数  $y = \frac{3}{x} (x > 0)$  的图像上有两点  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ , 且  $x_1 < x_2$ ,

$\therefore y_1 > y_2$ ;

故答案为: >.

12. 若  $A(8, 4)$  和点  $B(5, k)$  间的距离是 5, 则  $k =$  \_\_\_\_\_.

**【答案】** 8 或 0

**【分析】** 根据两点的距离公式解答即可.

**【解析】** 根据两点的距离公式得  $(8-5)^2 + (k-4)^2 = 5^2$ , 解得  $k=8$  或  $0$ ,

故答案为: 8 或 0.

**【点睛】** 此题考查直角坐标系中点与点间距离的计算公式, 勾股定理, 正确掌握计算公式是解题的关键.

13. 函数  $y = (1-2a)x + 3a - 5$  的图像不经过第一象限, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

**【答案】**  $\frac{1}{2} < a \leq \frac{5}{3}$

**【分析】** 本题考查了一次函数图象与系数的关系, 牢记  $k < 0, b \leq 0 \Leftrightarrow y = kx + b$  的图象不经过第一象限是解题的关键. 由函数  $y = (1-2a)x + 3a - 5$  的图像不经过第一象限, 利用一次函数图象与系数的关系, 可得出关于  $a$  的一元一次不等式组, 解之即可求出  $a$  的取值范围.

**【解析】** 解:  $\because$  函数  $y = (1-2a)x + 3a - 5$  的图像不经过第一象限,

$$\therefore \begin{cases} 1-2a < 0 \\ 3a-5 \leq 0 \end{cases},$$

解得:  $\frac{1}{2} < a \leq \frac{5}{3}$ ,

$\therefore a$  的取值范围是  $\frac{1}{2} < a \leq \frac{5}{3}$ .

故答案为:  $\frac{1}{2} < a \leq \frac{5}{3}$ .

14. 在实数范围内因式分解:  $2x^2 - 4xy - y^2 =$ \_\_\_\_\_.

**【答案】**  $2\left(x - \frac{2+\sqrt{6}}{2}y\right)\left(x - \frac{2-\sqrt{6}}{2}y\right)$

**【分析】** 本题考查在实数范围内因式分解, 先令  $2x^2 - 4xy - y^2 = 0$ , 利用求根公式求出两个根, 根据  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$  分解即可.

**【解析】** 解: 令  $2x^2 - 4xy - y^2 = 0$ ,  
 $a = 2, b = -4y, c = -y^2$ ,  
 $b^2 - 4ac = 16y^2 - 4 \times 2 \times (-y^2) = 24y^2$ ,  
 $x = \frac{4y \pm \sqrt{24y^2}}{4} = \frac{4y \pm 2\sqrt{6}y}{4} = \frac{2y \pm \sqrt{6}y}{2}$ ,  
 $\therefore 2x^2 - 4xy - y^2 = 2\left(x - \frac{2+\sqrt{6}}{2}y\right)\left(x - \frac{2-\sqrt{6}}{2}y\right)$ ,  
故答案为:  $2\left(x - \frac{2+\sqrt{6}}{2}y\right)\left(x - \frac{2-\sqrt{6}}{2}y\right)$ .

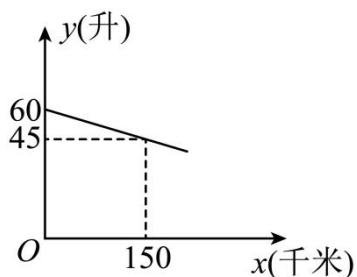
15. 已知直线  $y = kx + b$  平行于直线  $y = -2x + 1$ , 且在  $y$  轴上的截距是 5, 那么这条直线的表达式\_\_\_\_\_.

**【答案】**  $y = -2x + 5$

**【分析】** 本题考查了两直线平行问题, 解题的关键是掌握平行直线解析式的  $k$  值相等, 以及截距有正负. 根据平行得出  $k = -2$ , 根据与  $y$  轴截距为 5 得出  $b = 5$ , 即可解答.

**【解析】** 解:  $\because$  直线  $y = kx + b$  平行于直线  $y = -2x + 1$ ,  
 $\therefore k = -2$ ,  
 $\therefore$  在  $y$  轴上的截距是 5,  
 $\therefore b = 5$ ,  
 $\therefore$  这条直线的表达式为  $y = -2x + 5$ ,  
故答案为:  $y = -2x + 5$ .

16. 已知甲乙两地相距 500 千米, 一辆汽车加满 60 升油后由甲地开往乙地, 油箱中的剩余油量  $y$  (升) 与行驶路程  $x$  (千米) 之间是一次函数关系, 其部分图象如图所示. 当油箱中的剩余油量为 20 升时, 汽车距离乙地\_\_\_\_\_千米.



**【答案】** 100

**【分析】** 本题考查了一次函数的应用，掌握待定系数法是解题的关键.

先根据待定系数法求出函数解析式，再求出当  $y = 20$  时  $x$  的值，最后求出剩余路程.

**【解析】** 解：设函数解析式为：  $y = kx + 60$  ,

则：  $45 = 150k + 60$  ,

解得：  $k = -0.1$  ,

$\therefore y = -0.1x + 60$  ,

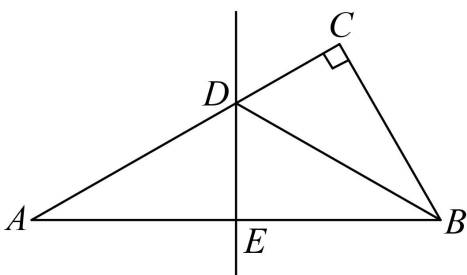
当  $y = 20$  时，  $20 = -0.1x + 60$  ,

解得：  $x = 400$  ,

$\therefore 500 - 400 = 100$  (千米),

故答案为： 100.

17. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，边  $AB$  的垂直平分线  $DE$  交  $AC$  于  $D$ ，若  $CD = 8\text{cm}$ ，则  $AD =$   $\text{cm}$ .



**【答案】** 16

**【分析】** 由直角三角形的两个锐角互余可得  $\angle ABC = 60^\circ$ ，再利用线段垂直平分线的性质可得  $AD = BD$ ，由等边对等角可得  $\angle DBA = \angle A = 30^\circ$ ，然后利用角的和差关系可得  $\angle CBD = 30^\circ$ ，在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中，由含  $30^\circ$  度角的直角三角形的性质可得  $BD = 2CD = 16\text{cm}$ ，于是得解.

**【解析】** 解：  $\because \angle C = 90^\circ$ ，  $\angle A = 30^\circ$  ,

$\therefore \angle ABC = 90^\circ - \angle A = 60^\circ$  ,

$\because DE$  是  $AB$  的垂直平分线,

$\therefore AD = BD$  ,

$\therefore \angle DBA = \angle A = 30^\circ$  ,

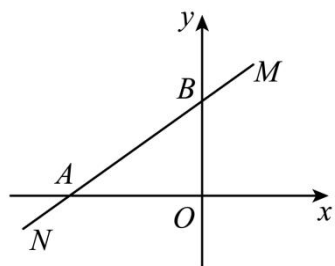
$\therefore \angle CBD = \angle ABC - \angle DBA = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$  ,

$$\begin{aligned}\because CD &= 8\text{cm}, \\ \therefore BD &= 2CD = 16\text{cm}, \\ \therefore AD &= BD = 16\text{cm}\end{aligned}$$

故答案为：16.

【点睛】本题考查了直角三角形的两个锐角互余，线段垂直平分线的性质，等边对等角，含30度角的直角三角形等知识点，熟练掌握含30度角的直角三角形的性质以及线段垂直平分线的性质是解题的关键.

18. 如图，已知直线  $MN: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$  交  $x$  轴负半轴于点  $A$ ，交  $y$  轴于点  $B$ ，点  $C$  是  $x$  轴上的一点，且  $OC = 2$ ，则  $\angle MBC$  的度数为\_\_\_\_\_.



【答案】  $75^\circ$  或  $165^\circ$

【分析】令  $y = 0$ ，可得  $A(-2\sqrt{3}, 0)$ ，令  $x = 0$ ，可得  $B(0, 2)$ ，利用勾股定理求出  $AB = 4$ ，可得  $\angle MAO = 30^\circ$ ，分两种情况考虑：①  $C$  点在  $x$  轴正半轴；②  $C$  点在  $x$  轴负半轴. 分别计算出  $\angle MBO$ 、 $\angle OBC$  度数，两个角的和差即为所求度数.

【解析】解： $\because$  直线  $MN: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$  交  $x$  轴负半轴于点  $A$ ，交  $y$  轴于点  $B$ ，

$$\text{令 } y = 0, \text{ 则 } 0 = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2, \text{ 解得 } x = -2\sqrt{3},$$

$$\therefore A(-2\sqrt{3}, 0),$$

$$\text{令 } x = 0, \text{ 则 } y = 2,$$

$$\therefore B(0, 2),$$

$$\therefore AB = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = 4,$$

$$\therefore AB = 2OB,$$

$$\because \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MAO = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABO = 60^\circ, \quad \angle MBO = 120^\circ.$$

$$\because B(0, 2), \quad OC = 2,$$

$$\therefore OB = OC,$$

$$\therefore \angle CBO = 45^\circ,$$

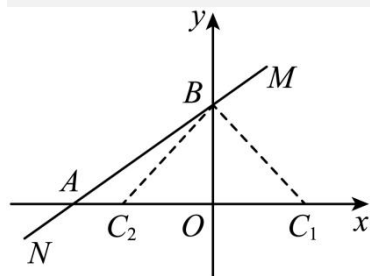
如图，分两种情况考虑：

①当点  $C$  在  $x$  轴正半轴上时， $\angle C_1BO = 45^\circ$ ，

$$\therefore \angle MBC_1 = 120^\circ - 45^\circ = 75^\circ;$$

②当点  $C$  在  $x$  轴负半轴上时， $\angle C_2BO = 45^\circ$ ，

$$\angle MBC_2 = 120^\circ + 45^\circ = 165^\circ.$$



**【点睛】** 本题是一次函数综合题，考查了一次函数图象上点的坐标特征、含  $30^\circ$  角的直角三角形、等腰直角三角形的判定与性质以及坐标与图形性质，分类讨论思想的运用是解题的关键。

三、解答题（第 19-21 题每小题 3 分，第 22-25 每小题 4 分，第 26-27 题 5 分，第 28 题 6 分，第 29 题 8 分，第 30 题 9 分，共 58 分）

19. 计算： $\sqrt{2} \times \sqrt{6} + \frac{2}{\sqrt{3}-1} - (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$ .

**【答案】**  $3\sqrt{3} + 2\sqrt{6} - 4$

**【分析】** 本题考查了二次根式的混合运算，根据二次根式的混合运算进行计算，即可求解。

**【解析】** 解：
$$\begin{aligned} & \sqrt{2} \times \sqrt{6} + \frac{2}{\sqrt{3}-1} - (\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 \\ &= 2\sqrt{3} + \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} (3-2\sqrt{6}+2) \\ &= 2\sqrt{3} + \sqrt{3} + 1 - 5 + 2\sqrt{6} \\ &= 3\sqrt{3} + 2\sqrt{6} - 4. \end{aligned}$$

20. (1) 解方程： $y^2 - 4y + 1 = 0$ ；

(2) 解方程： $3x(x-1) - 2 = 2x$ .

**【答案】** (1)  $y_1 = 2 + \sqrt{3}$ ,  $y_2 = 2 - \sqrt{3}$ ; (2)  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = -\frac{1}{3}$

**【分析】** (1) 用配方法解方程即可；

(2) 用公式法解方程即可。

本题考查了一元二次方程的解法，熟练掌握公式法解方程是关键。

**【解析】** 解：(1)  $\because y^2 - 4y + 1 = 0$ ;  
 $\therefore y^2 - 4y = -1$ ,

$$\text{则 } y^2 - 4y + 4 = -1 + 4,$$

$$\therefore (y-2)^2 = 3,$$

$$\therefore y-2 = \sqrt{3} \text{ 或 } y-2 = -\sqrt{3},$$

$$\therefore y_1 = 2 + \sqrt{3}, \quad y_2 = 2 - \sqrt{3}$$

$$(2) \because 3x(x-1) - 2 = 2x$$

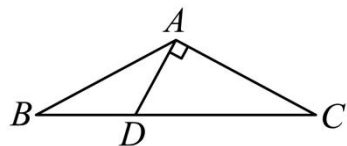
$$\therefore \text{整理得 } 3x^2 - 5x - 2 = 0,$$

$$\text{则 } \Delta = 25 - 4 \times 3 \times (-2) = 49,$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{6} = \frac{5 \pm 7}{6},$$

$$\therefore x_1 = 2, \quad x_2 = -\frac{1}{3}.$$

21. 已知如图, 在  $ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle B = 30^\circ$ ,  $AD \perp AC$ , 求证:  $CD = 2BD$ .



**【答案】** 证明见解析

**【分析】** 本题主要考查了等腰三角形的性质与判定, 三角形内角和定理, 含  $30^\circ$  度角的直角三角形的小侄子, 先根据等边对等角得到  $\angle C = \angle B = 30^\circ$ , 则由三角形内角和定理得到  $\angle BAC = 120^\circ$ , 由垂直的定义得到  $\angle DAC = 90^\circ$ , 则  $CD = 2AD$ ,  $\angle BAD = \angle BAC - \angle DAC = 30^\circ$ , 进一步证明  $\angle B = \angle BAD$ , 得到  $BD = AD$ , 则  $CD = 2BD$ .

**【解析】** 证明:  $\because$  在  $ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle B = 30^\circ$ ,  
 $\therefore \angle C = \angle B = 30^\circ$ ,  
 $\therefore \angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 120^\circ$ ,  
 $\because AD \perp AC$ ,  
 $\therefore \angle DAC = 90^\circ$ ,  
 $\therefore CD = 2AD$ ,  $\angle BAD = \angle BAC - \angle DAC = 30^\circ$ ,  
 $\therefore \angle B = \angle BAD$ ,  
 $\therefore BD = AD$ ,  
 $\therefore CD = 2BD$ .

22. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2x + m = 0$  有两个实数根.

(1) 求  $m$  的取值范围;

(2) 设  $a$  是方程的一个实数根, 且满足  $(a^2 - 2a + 5)(m + 1) = 8$ , 求  $m$  的值.

**【答案】** (1)  $m \leq 1$

(2)1

【分析】 本题考查了根的判别式，掌握方程根的情况与根的判别式的关系是解题的关键.

(1) 由方程根的情况，根据判别式可得到关于  $m$  的不等式，则可求得  $m$  的取值范围；

(2) 由方程根的定义，可用  $m$  表示出  $a$ ，代入已知等式可得到关于  $m$  的方程。则可求得  $m$  的取值范围.

【解析】 (1) 根据题意，得  $\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times m \geq 0$ ,

$$\therefore 4 - 4m \geq 0,$$

$$\therefore m \leq 1;$$

(2)  $\because a$  是方程的一个实数根，

$$\therefore a^2 - 2a + m = 0,$$

$$\text{则 } a^2 - 2a = -m,$$

$$\therefore (a^2 - 2a + 5)(m + 1) = 8,$$

$$\therefore (-m + 5)(m + 1) = 8,$$

$$\therefore m^2 - 4m + 3 = 0,$$

解得  $m = 1$  或  $m = 3$  (舍)

$$\therefore m = 1.$$

23. 去年某商店第一季度营业额为 120 万元，第二季度的营业额比第一季度增长了 25%，第三、第四季度营业额的增长率相同，且第四季度的营业额为 216 万元.

求：(1) 该店第二季度的营业额；

(2) 该店第三、第四季度营业额的增长率.

【答案】 (1) 150 万元；(2) 20%

【分析】 (1) 根据某商店第一季度营业额为 120 万元，第二季度的营业额比第一季度增长了 25%，可以计算出第二季度的营业额；

(2) 根据 (1) 中的结果和第三、第四季度营业额的增长率相同，且第四季度的营业额为 216 万元，可以得到方程  $150(1+x)^2 = 216$ ，然后求解即可.

【解析】 解：(1) 由题意可得，

$$\text{第二季度的营业额为：} 120 \times (1 + 25\%) = 120 \times \frac{5}{4} = 150 \text{ (万元)},$$

答：该店第二季度的营业额为 150 万元；

(2) 设该店第三、第四季度营业额的增长率为  $x$ ,

$$150(1+x)^2 = 216,$$

解得  $x_1 = 0.2$ ,  $x_2 = -2.2$  (舍去),

答：该店第三、第四季度营业额的增长率是 20%.

【点睛】 本题主要考查了一元二次方程的应用，明确题意，准确得到等量关系是解题的关键.

24. 求证：如果三角形一条边上的中线等于这条边的一半，那么这个三角形是直角三角形. (提示：求证命

题的步骤：1. 根据题意画出适当的图形；2. 根据图形写出已知：...， 求证：...；3. 写出证明过程.)

已知：

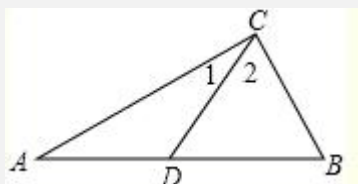
求证：

证明：

**【答案】** 见解析

**【分析】** 如图，根据等腰三角形的性质得， $\angle A = \angle 1$ ， $\angle 2 = \angle B$ ，根据三角形的内角和定理得出， $\angle 1 + \angle 2 + \angle A + \angle B = 180^\circ$ ，代入即可求出 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ，即可推出答案.

**【解析】**



已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $CD$ 是 $AB$ 边上的中线，且 $CD = \frac{1}{2}AB$ .

求证： $\triangle ABC$ 是直角三角形.

证明： $\because CD$ 是 $AB$ 边上的中线，

$$\therefore AD = BD = \frac{1}{2}AB,$$

$$\text{又 } CD = \frac{1}{2}AB,$$

$$\therefore AD = BD = CD,$$

$$\therefore \angle A = \angle 1, \quad \angle 2 = \angle B,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle A + \angle B,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle A + \angle B = 180^\circ,$$

$$\text{即 } 2(\angle 1 + \angle 2) = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ,$$

$$\text{即 } \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 是直角三角形.}$$

**【点睛】** 本题考查直角三角形的判定，掌握等腰三角形的性质以及三角形内角和定理是解题的关键.

25. 已知 $2y+1$ 与 $3x-3$ 成正比例，且 $x=6$ 时， $y=17$ .

(1)求 $y$ 与 $x$ 之间的函数关系式；

(2)将(1)中函数图象向上平移5个单位后得到直线 $l_1$ ，求直线 $l_1$ 对应的函数表达式，并回答：点 $P(4,3)$ 是否在直线 $l_1$ 上？

**【答案】** (1)  $y = \frac{7}{3}x - 4$

(2)  $y = \frac{7}{3}x + 1$ ，不在

**【分析】** 本题考查待定系数法求一次函数解析式，体现数学中的转化思想，掌握方法很重要：

(1) 根据  $2y+1$  与  $3x-3$  成正比例, 则  $2y+1=k(3x-3)$ , 将  $x=6$  时,  $y=17$  代入计算即可;

(2) 根据 (1) 中函数式和图象平移规律: “上加下减”写出直线  $l_1$  对应的函数表达式, 进行验证即可.

**【解析】** (1) 解:  $\because 2y+1$  与  $3x-3$  成正比例,

$$\therefore \text{设 } 2y+1=k(3x-3)(k \neq 0),$$

当  $x=6$  时,  $y=17$ ,

$$\text{所以 } 34+1=k(18-3),$$

$$\text{解得, } k=\frac{7}{3},$$

$$\therefore 2y+1=\frac{7}{3}(3x-3)$$

$$\therefore y=\frac{7}{2}x-4,$$

故  $y$  与  $x$  之间的函数关系式:  $y=\frac{7}{2}x-4$ ;

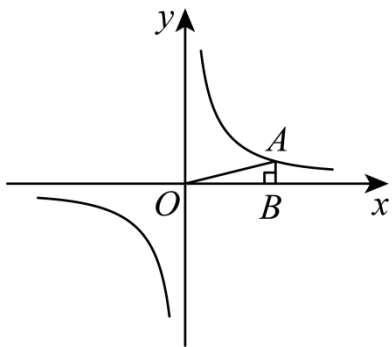
$$(2) \text{ 解: 由 (1) 知: } y=\frac{7}{2}x-4,$$

所以将图象向上平移 5 个单位后得到直线  $l_1$ ,

$$\therefore \text{直线 } l_1 \text{ 对应的函数解析式为 } y=\frac{7}{2}x-4+5, \text{ 即 } y=\frac{7}{2}x+1,$$

当  $x=4$  时,  $y=\frac{7}{2} \times 4+1=15 \neq 3$ , 故点  $P(4,3)$  不在直线  $l_1$  上.

26. 如图, 在直角坐标系中,  $O$  为坐标原点. 已知反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  ( $k>0$ ) 的图象经过点  $A(2, m)$ , 过点  $A$  作  $AB \perp x$  轴于点  $B$ , 且  $\triangle AOB$  的面积为  $\frac{1}{2}$ .



(1) 求  $k$  和  $m$  的值;

(2) 点  $C(x, y)$  在反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  的图象上, 求当  $1 \leq x \leq 3$  时, 函数值  $y$  的取值范围.

**【答案】** (1)  $k=1$ ,  $m=\frac{1}{2}$ ; (2)  $\frac{1}{3} \leq y \leq 1$ .

【分析】(1) 根据三角形的面积公式先得到  $m$  的值, 然后把点  $A$  的坐标代入  $y = \frac{k}{x}$ , 可求出  $k$  的值;

(2) 先分别求出  $x=1$  和  $3$  时,  $y$  的值, 再根据反比例函数的性质求解.

【解析】解: (1)  $\because A(2, m)$ ,

$$\therefore OB=2, AB=m,$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OB \cdot AB = \frac{1}{2} \times 2 \times m = \frac{1}{2},$$

$$\therefore m = \frac{1}{2},$$

$\therefore$  点  $A$  的坐标为  $(2, \frac{1}{2})$ , 把  $A(2, \frac{1}{2})$  代入  $y = \frac{k}{x}$ ,

$$\text{得 } \frac{1}{2} = \frac{k}{2},$$

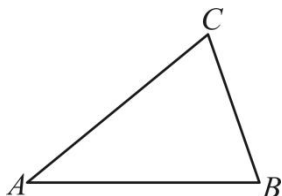
$$\therefore k=1;$$

(2)  $\because$  当  $x=1$  时,  $y=1$ ; 当  $x=3$  时,  $y=\frac{1}{3}$ ,

又  $\because$  反比例函数  $y = \frac{1}{x}$  在  $x > 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小,

$\therefore$  当  $1 \leq x \leq 3$  时,  $y$  的取值范围为  $\frac{1}{3} \leq y \leq 1$ .

27. 如图, 已知:  $\triangle ABC$ .



(1) 尺规作图: 在  $BC$  边上求作一点  $D$ , 使得点  $D$  到  $AB$ 、 $AC$  的距离相等 (不写作法, 保留作图痕迹);

(2) 在 (1) 的条件下, 若点  $D$  是  $BC$  的中点, 求证:  $\angle B = \angle C$ .

【答案】(1) 见详解

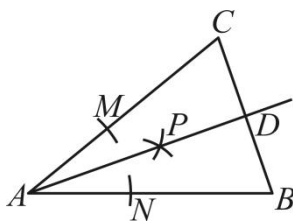
(2) 见详解

【分析】本题主要考查了尺规作图—作角平分线、角平分线的性质定理、全等三角形的判定与性质等知识, 熟练掌握相关知识是解题关键.

(1) 首先以点  $A$  为圆心, 以任意长度为半径作弧, 交  $AC$ 、 $AB$  于点  $M$ 、 $N$ , 再分别以点  $M$ 、 $N$  为圆心, 以大于  $\frac{1}{2}MN$  的长度为半径作弧, 交于点  $P$ , 作射线  $AP$  交  $BC$  于点  $D$ , 则  $AD$  为  $\angle BAC$  的角平分线, 根据角平分线的性质定理“角平分线上的点到这个角两边的距离相等”, 即可获得答案;

(2) 由 (1) 可知,  $AD$  为  $\angle BAC$  的角平分线, 过点  $D$  作  $DE \perp AC$ ,  $DF \perp AB$ , 垂足为  $E$ 、 $F$ , 结合点  $D$  是  $BC$  的中点, 证明  $\text{Rt}\triangle DCE \cong \text{Rt}\triangle DBF$ , 由全等三角形的性质可证明结论.

【解析】(1) 解: 如下图, 点  $D$  即为所求;



(2) 由 (1) 可知,  $AD$  为  $\angle BAC$  的角平分线,  
过点  $D$  作  $DE \perp AC, DF \perp AB$ , 垂足为  $E, F$ , 如图,

$$\therefore DE = DF,$$

$\therefore$  点  $D$  是  $BC$  的中点,

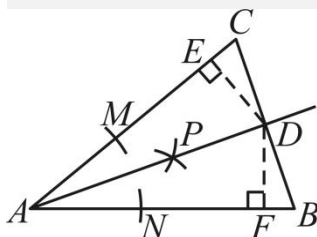
$$\therefore DC = DB,$$

在  $\text{Rt} \triangle DCE$  和  $\text{Rt} \triangle DBF$  中,

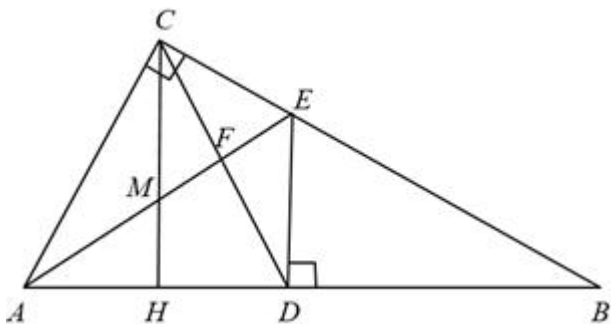
$$\begin{cases} DC = DB \\ DE = DF \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle DCE \cong \text{Rt} \triangle DBF (\text{HL}),$$

$$\therefore \angle B = \angle C.$$



28.  $\text{Rt} \triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ , 点  $D, E$  分别为边  $AB, BC$  上的点, 且  $CD = CA$ ,  $DE \perp AB$ , 联结  $AE$  交  $CD$  与点  $F$ , 点  $M$  是  $AE$  的中点, 联结  $CM$  并延长与  $AB$  交于点  $H$ .



(1) 点  $F$  是  $CD$  中点时, 求证:  $AE \perp CD$ ;

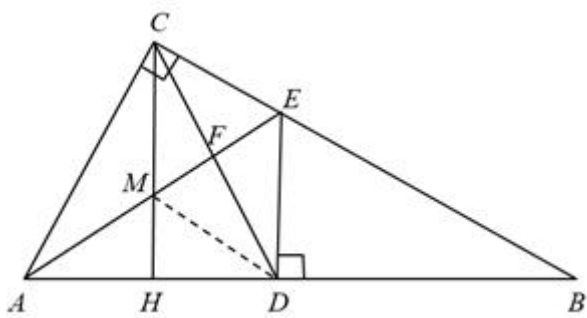
(2) 求证:  $MH^2 + HD^2 = AM^2$

**【答案】** (1) 见解析; (2) 见解析.

**【分析】** (1) 联结  $MD$ , 根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可得  $MC = MD$ , 根据点  $F$  是  $CD$  中点, 即可判断  $AE$  是  $CD$  的垂直平分线;

(2) 证明  $CH$  是  $AD$  的垂直平分线, 可得  $HA = HD$ , 进而在  $\text{Rt} \triangle MHA$  中,  $MH^2 + HA^2 = AM^2$ , 等量代换即可得  $MH^2 + HD^2 = AM^2$

【解析】(1) 证明：联结  $MD$ 。



$\because DE \perp AB$ ,

$\therefore \angle EDA = 90^\circ$

$\because$  点  $M$  是  $AE$  的中点,

$\therefore MD = \frac{1}{2} AE$ . 同理可证:  $CM = \frac{1}{2} AE$ ,

$\therefore CM = MD$ .

$\because$  点  $F$  是  $CD$  中点,

$\therefore AE \perp CD$ .

(2) 证明:  $\because DE \perp AB$ ,

$\therefore \angle DEA = 90^\circ$ .

$\because$  点  $M$  是  $AE$  的中点,

$\therefore MD = MA = \frac{1}{2} AE$ .

$\because CD = CA$ ,

$\therefore$  点  $M$ , 点  $C$  在线段  $AD$  的垂直平分线上.

$\therefore CM$  是线段  $AD$  的垂直平分线.

$\therefore CH \perp AD$ ,  $HA = HD$ .

$\therefore \angle MHA = 90^\circ$ .

$\therefore$  在  $Rt\triangle MHA$  中,  $MH^2 + HA^2 = AM^2$

$\therefore MH^2 + HD^2 = AM^2$ .

【点睛】 本题考查了垂直平分线的性质与判定, 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半, 勾股定理, 掌握垂直平分线的性质与判定是解题的关键.

29. 综合与实践—探究特殊三角形中的相关问题.

问题情境: 某校学习小组在探究学习过程中, 将两块完全相同的且含  $60^\circ$  角的直角三角板  $ABC$  和  $AFE$  按如图 1 所示位置放置. 现将  $Rt\triangle AEF$  绕  $A$  点按逆时针方向旋转  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ), 如图 2,  $AE$  与  $BC$  交于点  $M$ ,  $AC$  与  $EF$  交于点  $N$ ,  $BC$  与  $EF$  交于点  $P$ .

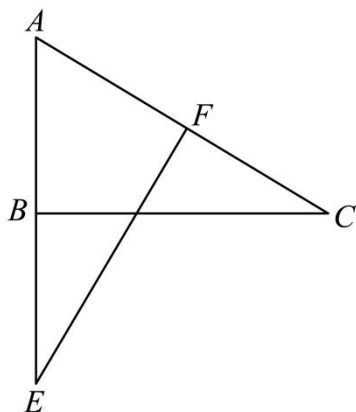


图1

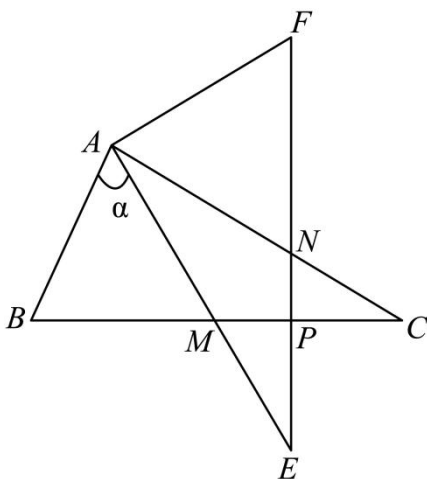


图2

- (1)初步探究：勤思小组的同学提出：当旋转角  $\alpha =$  时， $\triangle AMC$  是等腰三角形；
- (2)深入探究：敏学小组的同学提出：在旋转过程中，如果连接  $AP$ ， $CE$ ，那么  $AP$  所在的直线是线段  $CE$  的垂直平分线，请帮他们证明；
- (3)拓展延伸：在旋转过程中， $\triangle CPN$  是否能成为直角三角形？若能，请求出旋转角  $\alpha$  的度数；若不能，请说明理由。

**【答案】** (1)  $60^\circ$  或  $15^\circ$

(2) 见解析

(3) 能， $30^\circ$  或  $60^\circ$

**【分析】** (1) 分  $AM=CM$  和  $AC=CM$  两种情况进行讨论求解即可；

(2) 由题意可知， $AB=AF$ ， $\angle B=\angle F$ ， $\angle E=\angle C$ ， $AE=AC$ ，根据旋转的性质得到  $\angle BAM=\angle FAN$ ，根据全等三角形的性质得到  $AM=AN$ ，证明  $\triangle MPE \cong \triangle NPC$ ，得  $PE=PC$ ，由线段垂直平分线的性质即可得到结论；

(3) 当  $\angle CNP=90^\circ$  时，依据对顶角相等可求得  $\angle ANF=90^\circ$ ，然后依据  $\angle F=60^\circ$  可求得  $\angle FAN$  的度数，由旋转的定义可求得  $\alpha$  的度数；当  $\angle CPN=90^\circ$  时，由  $\angle C=30^\circ$ ， $\angle CPN=90^\circ$ ，可求得  $\angle CNP$  的度数，然后依据对顶角相等可得到  $\angle ANF$  的度数，然后由  $\angle F=60^\circ$ ，依据三角形的内角和定理可求得  $\angle FAN$  的度数，于是可得到  $\alpha$  的度数。

**【解析】** (1) 解：当  $AM=CM$ ，即  $\angle CAM=\angle C=30^\circ$  时， $\triangle AMC$  是等腰三角形；

$$\because \angle BAC=90^\circ,$$

$$\therefore \alpha=90^\circ-30^\circ=60^\circ;$$

当  $AC=CM$ ，即  $\angle CAM=\angle CMA$  时， $\triangle AMC$  是等腰三角形，

$$\because \angle C=30^\circ,$$

$$\therefore \angle CAM=\angle AMC=75^\circ,$$

$$\because \angle BAC=90^\circ,$$

$$\therefore \alpha=15^\circ,$$

综上所述，当旋转角  $\alpha=60^\circ$  或  $15^\circ$  时， $\triangle AMC$  是等腰三角形，

故答案为：60°或 15°；

(2) 证明：由题意可知， $AB=AF$ ， $\angle B=\angle F$ ， $\angle E=\angle C$ ， $AE=AC$ ，

$\therefore$  将  $Rt\triangle AEF$  绕  $A$  点按逆时针方向旋转  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ )，

$\therefore \angle BAM = \angle FAN$ ，

在  $\triangle ABM$  与  $\triangle AFN$  中，

$$\begin{cases} \angle B = \angle F \\ AB = AF \\ \angle BAM = \angle FAN \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle AFN (ASA)$ ，

$\therefore AM = AN$ ，

$\therefore AE = AC$ ，

$\therefore EM = CN$ ，

在  $\triangle MPE$  与  $\triangle NPC$  中，

$$\begin{cases} \angle MEP = \angle NCP \\ \angle MPE = \angle NPC \\ EM = CN \end{cases},$$

$\therefore \triangle MPE \cong \triangle NPC (AAS)$ ，

$\therefore PE = PC$ ，

$\therefore$  点  $P$  在  $CE$  的垂直平分线上，

$\therefore AE = AC$ ，

$\therefore$  点  $A$  在  $CE$  的垂直平分线上，

$\therefore AP$  所在的直线是线段  $CE$  的垂直平分线；

(3) 解： $\triangle CPN$  能成为直角三角形．

如图 1 所示：当  $\angle CNP = 90^\circ$  时，

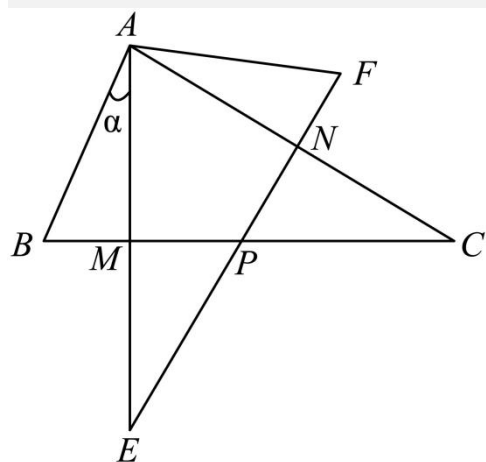


图1

$\therefore \angle CNP = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle ANF = 90^\circ.$$

$$\text{又} \because \angle AFN = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle FAN = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 30^\circ.$$

$$\therefore \alpha = 30^\circ.$$

如图 2 所示：当  $\angle CPN = 90^\circ$  时，

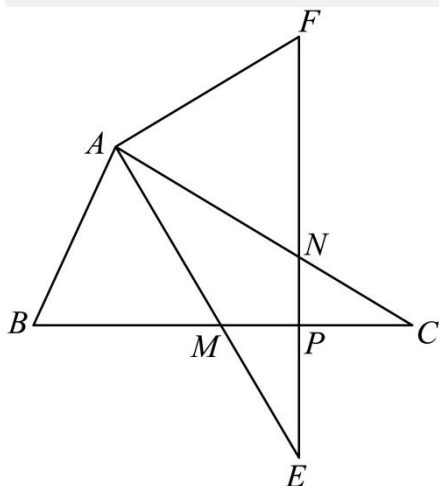


图2

$$\because \angle C = 30^\circ, \angle CPN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CNP = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ANF = 60^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle F = 60^\circ,$$

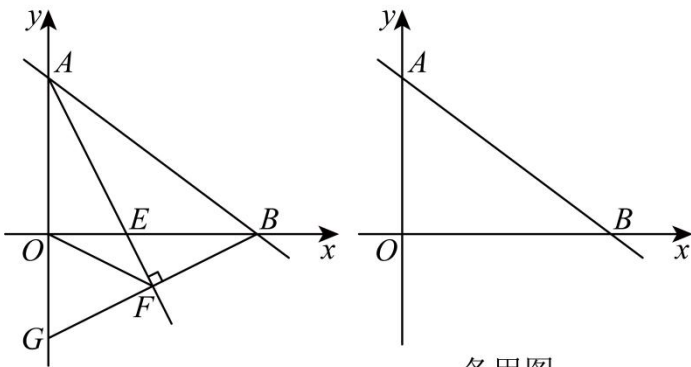
$$\therefore \angle FAN = 60^\circ,$$

$$\therefore \alpha = 60^\circ.$$

综上所述， $\alpha = 30^\circ$  或  $60^\circ$ 。

【点睛】本题是几何变换综合题，考查了旋转的性质、三角形的内角和定理、全等三角形的判定及性质、等边三角形的性质，解题的关键是学会用分类讨论的思想思考问题。

30. 已知一次函数  $y = -\frac{3}{4}x + 6$  的图像与坐标轴交于 A、B 点（如图），AE 平分  $\angle BAO$ ，交 x 轴于点 E。



(1) 求点 B 的坐标和点 E 的坐标；

(2)求直线  $AE$  的表达式;

(3)过点  $B$  作  $BF \perp AE$ , 垂足为  $F$ , 交  $y$  轴于点  $G$ , 连接  $OF$ , 试判断  $\triangle OFB$  的形状并证明你的结论.

(4)若将已知条件“ $AE$  平分  $\angle BAO$ , 交  $x$  轴于点  $E$ ”改变为“点  $E$  是线段  $OB$  上的一个动点 (点  $E$  不与点  $O$ 、 $B$  重合)”, 过点  $B$  作  $BF \perp AE$ , 垂足为  $F$ . 设  $OE = x$ ,  $BF = y$ , 试求  $y$  与  $x$  之间的函数关系式, 并写出函数的定义域.

**【答案】** (1)点  $B$  的坐标为  $(8,0)$ , 点  $E$  的坐标为  $(3,0)$

(2)  $y = -2x + 6$

(3)  $\triangle OFB$  是等腰三角形

(4)  $y = \frac{-6x+48}{\sqrt{6^2+x^2}}$ , 定义域为  $0 < x < 8$

**【分析】** 本题考查一次函数与几何图形的综合, 勾股定理, 三角形的面积, 掌握待定系数法求一次函数的解析式是解题的关键.

(1) 先求出直线与坐标轴的交点坐标, 然后利用勾股定理求出  $AB$  长, 再利用

$$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} OA \cdot OE + \frac{1}{2} AB \cdot EH \text{ 解题即可;}$$

(2) 利用待定系数法求函数解析式即可;

(3) 设点  $F$  的坐标为  $(x, -2x+6)$ , 利用勾股定理得到  $EF^2 + BF^2 = BE^2$ , 求出点  $F$  的坐标, 然后判断三角形的形状即可;

(4) 先利用勾股定理得到  $AE$  长, 然后根据  $S_{\triangle AEB} = \frac{1}{2} BE \cdot OA = \frac{1}{2} AE \cdot BF$  解题计算即可.

**【解析】** (1) 解: 令  $y = 0$ , 则  $-\frac{3}{4}x + 6 = 0$ , 解得  $x = 8$ ,

$\therefore$  点  $B$  的坐标为  $(8,0)$ ,

当  $x = 0$  时,  $y = 6$ ,

$\therefore$  点  $A$  的坐标为  $(0,6)$ ,

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

过点  $E$  作  $EH \perp AB$  于点  $H$ ,

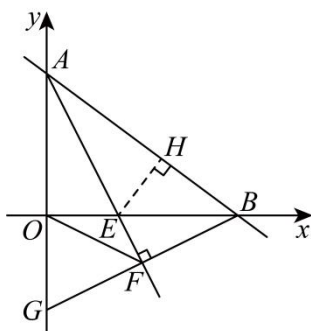
$\because AE$  平分  $\angle BAO$ ,

$\therefore EH = OE$ ,

$$\text{又} \because S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} OA \cdot OE + \frac{1}{2} AB \cdot EH = \frac{1}{2} OA \cdot OE + \frac{1}{2} AB \cdot OE,$$

$$\therefore OE = \frac{OA \cdot OB}{OA + AB} = \frac{6 \times 8}{6 + 10} = 3,$$

$\therefore$  点  $E$  的坐标为  $(3,0)$ ;



(2) 设直线  $AE$  的解析式为  $y = kx + b$ , 把  $(0, 6)$  和  $(3, 0)$  代入得:

$$\begin{cases} b = 6 \\ 3k + b = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -2 \\ b = 6 \end{cases},$$

$\therefore$  直线  $AE$  的解析式为  $y = -2x + 6$ ;

(3) 设点  $F$  的坐标为  $(x, -2x+6)$ ,

$$\therefore BF \perp AE,$$

$$\therefore EF^2 + BF^2 = BE^2, \text{ 即 } (x-0)^2 + (-2x+6-6)^2 + (x-8)^2 + (-2x+6)^2 = 100,$$

解得:  $x = 0$  (舍去) 或  $x = 4$ ,

$\therefore$  点  $F$  的坐标为  $(4, -2)$ ,

$$\therefore OF = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}, \quad BF = \sqrt{(8-4)^2 + 2^2} = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore OF = BF,$$

$\therefore \triangle OFB$  是等腰三角形;

(4) 解: 由勾股定理可得  $AE = \sqrt{OA^2 + OE^2} = \sqrt{6^2 + x^2}$ ,

$$\therefore OE = x,$$

$$\therefore BE = OB - OE = 8 - x,$$

$$\text{又} \because S_{\triangle AEB} = \frac{1}{2}BE \cdot OA = \frac{1}{2}AE \cdot BF,$$

$$\therefore (8-x) \cdot 6 = \sqrt{6^2 + x^2} \cdot y,$$

$$\text{即 } y = \frac{-6x + 48}{\sqrt{6^2 + x^2}},$$

∵ 点  $E$  是线段  $OB$  上的一个动点,

$$\therefore 0 < x < 8.$$