

2024-2025 学年八年级数学下学期第一次月考卷

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版八年级数学下册第 20~21 章 (一次函数、代数方程)。
5. 难度系数: 0.6。

第一部分 (选择题 共 18 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. 一次函数 $y = -\frac{1}{5}x + 3$ 的图像经过的象限是 ()

- A. 第一、二、三象限 B. 第二、三、四象限
C. 第一、二、四象限 D. 第一、三、四象限

【答案】C

【详解】解: $\because k = -\frac{1}{5} < 0, b = 3 > 0,$

$\therefore$ 一次函数 $y = -\frac{1}{5}x + 3$ 的图像经过的象限是第一、二、四象限,

故选 C.

2. 二项方程的 $\frac{1}{2}x^4 - 8 = 0$ 的实数根是 ()

- A. 2 B. 4 C. ± 2 D. ± 4

【答案】C

【详解】解: $\frac{1}{2}x^4 - 8 = 0,$

$$\frac{1}{2}x^4 = 8,$$

$$x^4 = 16,$$

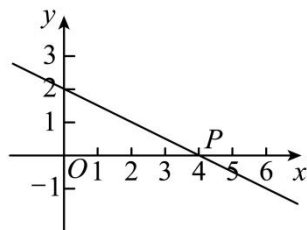
$$x = \pm\sqrt[4]{16},$$

即 $x = \pm 2,$

所以原方程的实数根是 $x = \pm 2$.

故选: C.

3. 若一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象如图所示, 则下列说法正确的是 ()



A. $k > 0$

B. $b = 4$

C. y 随 x 的增大而增大

D. 当 $x > 4$ 时, $y < 0$

【答案】D

【详解】由图象可得,

一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 图象过第一、二、四象限, 则 $k < 0$, 故选项 A 错误, 不符合题意;

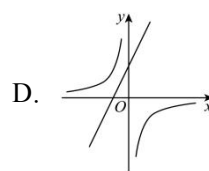
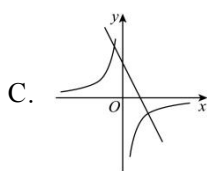
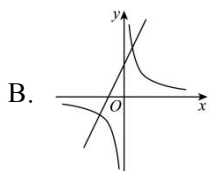
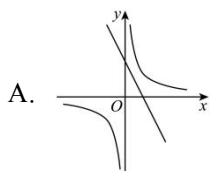
令 $x = 0$, 则 $y = b = 2$, 故选项 B 错误, 不符合题意;

y 随 x 的增大而减小, 故选项 C 错误, 不符合题意;

当 $x > 4$ 时, $y < 0$, 故选项 D 正确, 符合题意;

故选: D.

4. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 与一次函数 $y = -kx + k$ 在同一坐标系中的大致图像是 ()



【答案】A

【详解】解: A、由反比例函数得 $k > 0$, 由一次函数得 $-k < 0$, 即 $k > 0$, 则正确, 故符合题意;

B、由反比例函数得 $k > 0$, 由一次函数得 $-k > 0$, 即 $k < 0$, 则错误, 故不符合题意;

C、由反比例函数得 $k < 0$, 由一次函数得 $-k < 0$, 即 $k > 0$, 则错误, 故不符合题意;

D、由反比例函数得 $k < 0$, 由一次函数得 $-k > 0$, 即 $k < 0$, 则一次函数应交 y 轴负半轴, 则错误, 故不符合题意;

故选 A.

5. 甲乙两个工程队修建某段公路. 如果甲乙两队合作, 12 天可以完成; 如果甲队单独做 3 天后, 乙队加入. 两

队继续工作 6 天，共完成了总工作量的 $\frac{3}{5}$ 。设甲队单独完成这项工程需要 x 天，乙队单独完成这项工程需要 y 天，那么根据题意，可列方程组为（ ）

A. $\begin{cases} \frac{12}{x} + \frac{12}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} \frac{12}{x} + \frac{12}{y} = 1 \\ \frac{9}{x} + \frac{6}{y} = 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} \frac{12}{x} + \frac{12}{y} = 1 \\ \frac{9}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{5} \end{cases}$ D. $\begin{cases} \frac{12}{x} + \frac{12}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{5} \end{cases}$

【答案】C

【详解】解：∵甲乙两队合作，12 天可以完成，

$$\therefore \frac{12}{x} + \frac{12}{y} = 1;$$

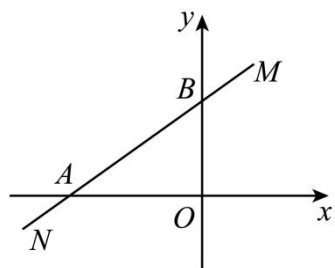
∵甲队独做 3 天后，乙队加入，两队继续工作了 6 天，共完成了总工作量的 $\frac{3}{5}$ ，

$$\therefore \frac{3+6}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{5}, \text{ 即 } \frac{9}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{5}.$$

∴根据题意可列出方程组 $\begin{cases} \frac{12}{x} + \frac{12}{y} = 1 \\ \frac{9}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{5} \end{cases}$.

故选：C.

6. 如图，已知直线 $MN: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 交 x 轴负半轴于点 A ，交 y 轴于点 B ，点 C 是 x 轴上的一点，且 $OC = 2$ ，则 $\angle MBC$ 的度数为（ ）



A. 45° 或 135°

B. 30° 或 150°

C. 60° 或 120°

D. 75° 或 165°

【答案】D

【详解】解：∵直线 $MN: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 交 x 轴负半轴于点 A ，交 y 轴于点 B ，

$$\text{令 } y = 0, \text{ 则 } 0 = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2, \text{ 解得 } x = -2\sqrt{3},$$

$$\therefore A(-2\sqrt{3}, 0),$$

$$\text{令 } x = 0, \text{ 则 } y = 2,$$

$$\therefore B(0, 2),$$

$$\therefore AB = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = 4,$$

$$\therefore AB = 2OB,$$

$$\therefore \angle AOB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle MAO = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABO = 60^\circ, \quad \angle MBO = 120^\circ.$$

$$\therefore B(0, 2), \quad OC = 2,$$

$$\therefore OB = OC,$$

$$\therefore \angle CBO = 45^\circ,$$

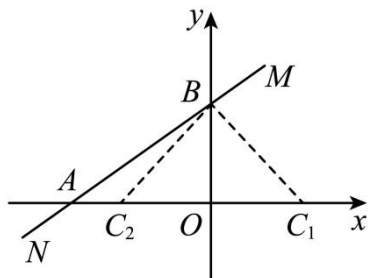
如图，分两种情况考虑：

$$\text{①当点 } C \text{ 在 } x \text{ 轴正半轴上时，} \angle C_1BO = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle MBC_1 = 120^\circ - 45^\circ = 75^\circ;$$

$$\text{②当点 } C \text{ 在 } x \text{ 轴负半轴上时，} \angle C_2BO = 45^\circ,$$

$$\angle MBC_2 = 120^\circ + 45^\circ = 165^\circ.$$



故选：D.

第二部分（非选择题 共 82 分）

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分）

7. 直线 $y = 3x - 2$ 的截距是_____.

【答案】 -2

【详解】解： $\because y = 3x - 2$ ，当 $x = 0$ 时， $y = -2$

$\therefore$ 直线 $y = 3x - 2$ 的截距是直线 $y = 3x - 2$ 的截距是 -2 ，

故答案为： -2 .

8. 把直线 $y = \frac{1}{3}x + 1$ 向下平移 4 个单位，所得的直线解析式为_____.

【答案】 $y = \frac{1}{3}x - 3$

【详解】解：直线 $y = \frac{1}{3}x + 1$ 向下平移 4 个单位长度，则平移后直线解析式为 $y = \frac{1}{3}x + 1 - 4$ ，即 $y = \frac{1}{3}x - 3$ 。

故答案为： $y = \frac{1}{3}x - 3$ 。

9. 方程 $x + \frac{1}{x+2} = 0$ 的解是_____。

【答案】 $x = -1$

【详解】解： $x + \frac{1}{x+2} = 0$

去分母得： $x(x+2) + 1 = 0$ ，

去括号得： $x^2 + 2x + 1 = 0$ ，即 $(x+1)^2 = 0$ ，

$\therefore x+1 = 0$ ，

解得： $x = -1$ ，

当 $x = -1$ 时， $x+2 \neq 0$ ，

$\therefore x = -1$ 是原分式方程的解，

故答案为： $x = -1$ 。

10. 方程 $\sqrt{x-4} \cdot \sqrt{x-1} = 0$ 的解是_____。

【答案】 $x = 4$

【详解】解： $\because \sqrt{x-4} \cdot \sqrt{x-1} = 0$ ，

$\therefore x-4 = 0$ 或 $x-1 = 0$ ，

解得： $x = 4$ 或 $x = 1$ ，

经检验 $x = 4$ 是原方程的解， $x = 1$ 时，等号左边 $\sqrt{x-4}$ 无意义，所以 $x = 1$ 不是原方程的解，

所以原方程的解是 $x = 4$ ，

故答案为： $x = 4$ 。

11. 方程组 $\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 = 0 \\ y - x = m \end{cases}$ 有两组相等的实数解，则 m 的值为_____。

【答案】 $\pm\sqrt{2}$

【详解】 $\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 = 0 \textcircled{1} \\ y - x = m \textcircled{2} \end{cases}$

由 $\textcircled{2}$ 得 $y = x + m \textcircled{3}$ ，

将 $\textcircled{3}$ 代入 $\textcircled{1}$ 得： $x^2 + (x+m)^2 - 1 = 0$ ，

整理得: $2x^2 + 2xm + m^2 - 1 = 0$,

∵ 原方程组有两组相等的实数解,

则 $\Delta = (2m)^2 - 4 \times 2 \times (m^2 - 1) = 0$,

解得 $m = \pm\sqrt{2}$.

故答案为: $\pm\sqrt{2}$.

12. 已知一次函数 $y = -x + b$ 的图像经过点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$, 如果 $x_1 < x_2$, 那么 y_1 _____ y_2 .

【答案】 $>$

【详解】解: ∵ 一次函数解析式为 $y = -x + b$, $k = -1 < 0$,

∴ y 随 x 增大而减小,

∵ 一次函数的图像经过点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$, 且 $x_1 < x_2$,

∴ $y_1 > y_2$,

故答案为: $>$.

13. 若直线 $y = mx - 1$ 经过点 $(1, 4)$, 则该直线与两坐标围成的三角形面积为_____.

【答案】 $\frac{1}{10}$ / 0.1

【详解】解: 将点 $(1, 4)$ 代入 $y = mx - 1$, 得 $m - 1 = 4$,

解得: $m = 5$,

∴ $y = 5x - 1$,

当 $x = 0$ 时, $y = -1$,

当 $y = 0$ 时, $x = \frac{1}{5}$,

∴ 该直线与两坐标轴围成的三角形的面积为 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \times 1 = \frac{1}{10}$,

故答案为: $\frac{1}{10}$.

14. 若关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x^2 - 1} + \frac{x}{x + 1} = \frac{k}{x - 1}$ 有增根 $x = 1$, 则 k 的值为_____

【答案】 1

【详解】解: 方程去分母, 得: $2 + x(x - 1) = k(x + 1)$,

∴ 方程有增根 $x = 1$,

∴把 $x=1$ 代入 $2+x(x-1)=k(x+1)$, 得: $2=k(1+1)$,

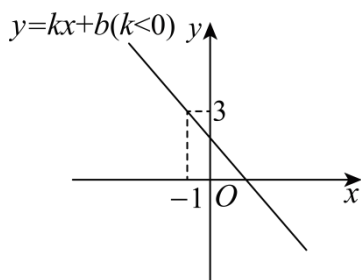
解得: $k=1$;

故答案为: 1.

15. 一次函数 $y=kx+b(k<0)$ 的图像经过点 $(-1,3)$, 那么关于 x 的一元一次不等式 $kx-3+b>0$ 的解集是_____.

【答案】 $x<-1$

【详解】解: 一次函数 $y=kx+b(k<0)$ 的图像经过点 $(-1,3)$, 如图所示:



由图像可知, 当 $x<-1$ 时, $y=kx+b>3$,

∴当 $x<-1$ 时, $kx+b-3>0$,

∴一元一次不等式 $kx-3+b>0$ 的解集是 $x<-1$.

故答案为: $x<-1$.

16. 已知某汽车油箱中的剩余油量 y (升) 与该汽车行驶里程数 x (千米) 是一次函数关系. 当汽车加满油后, 行驶 100 千米, 油箱中还剩油 138 升; 行驶 150 千米, 油箱中还剩油 132 升. 那么, 当这辆汽车行驶 350 千米时, 油箱中还剩油_____升.

【答案】 108

【详解】解: 设某汽车油箱中的剩余油量 y (升) 与该汽车行驶里程数 x (千米) 的函数关系式为 $y=kx+b(k\neq 0)$,

由题意, 得: $\begin{cases} 100k+b=138 \\ 150k+b=132 \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} k=-0.12 \\ b=150 \end{cases}$,

∴ $y=-0.12x+150$,

∴当 $x=350$ 时, $y=-0.12\times 350+150=108$,

∴当这辆汽车行驶 350 千米时, 油箱中还剩油 108 升;

故答案为: 108.

17. 请阅读: 小毛在解方程 $\sqrt{24-x}-\sqrt{8-x}=2$ 时采用了课本以外的方法:

$$\text{由 } (\sqrt{24-x}-\sqrt{8-x})(\sqrt{24-x}+\sqrt{8-x})=(\sqrt{24-x})^2-(\sqrt{8-x})^2=(24-x)-(8-x)=16,$$

$$\text{又有 } \sqrt{24-x}-\sqrt{8-x}=2, \text{ 可得 } \sqrt{24-x}+\sqrt{8-x}=8, \text{ 将这两式相加可得 } \begin{cases} \sqrt{24-x}=5 \\ \sqrt{8-x}=3 \end{cases},$$

将 $\sqrt{24-x}=5$ 两边平方可解得 $x=-1$ ，经检验 $x=-1$ 是原方程的解。

请你参考小毛独特的方法，解决下列问题：

已知 $\sqrt{22-a^2}-\sqrt{10-a^2}=2\sqrt{2}$ ，则 a 的值为_____。

【答案】 $\pm\frac{\sqrt{38}}{2}$

【详解】解： $\because \sqrt{22-a^2}-\sqrt{10-a^2}=2\sqrt{2}$ ①，

$$\text{又 } \because (\sqrt{22-a^2}-\sqrt{10-a^2})(\sqrt{22-a^2}+\sqrt{10-a^2})=(\sqrt{22-a^2})^2-(\sqrt{10-a^2})^2=12,$$

$$\therefore \sqrt{22-a^2}+\sqrt{10-a^2}=3\sqrt{2}$$
②，

将①+②得， $\sqrt{22-a^2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ，

$$\therefore \sqrt{10-a^2}=\frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore 10-a^2=\frac{1}{2},$$

解得 $a=\pm\frac{\sqrt{38}}{2}$ ，

故答案为： $\pm\frac{\sqrt{38}}{2}$ 。

18. 在平面直角坐标系 xOy 中，给出以下定义：对于 x 轴正半轴上的点 $M(a,0)$ 与 y 轴正半轴上的点 $P(0,b)$ ，如果坐标平面内存在一点 N ，使得 $\angle MPN=90^\circ$ ，且 $MP=NP$ ，那么称点 N 为 M 关于 P 的“垂转点”。例如 图 1，已知点 $M(1,0)$ 和点 $P(0,1)$ ，以 MP 为腰作等腰直角三角形 MPN ，可以得到 M 关于 P 的其中一个垂转点 $N(-1,0)$ 。如图 2，如果 $M(2,0)$ 关于 y 轴上一点 P 的垂转点 N 在一次函数 $y=2x-1$ 的图象上，那么垂转点 N 的坐标为_____。

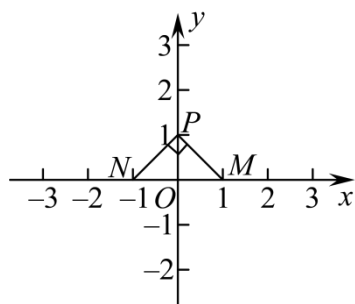


图1

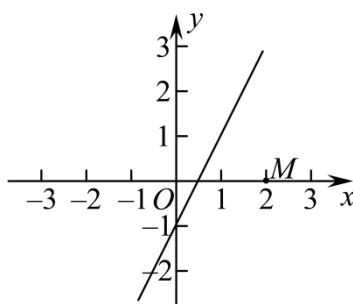
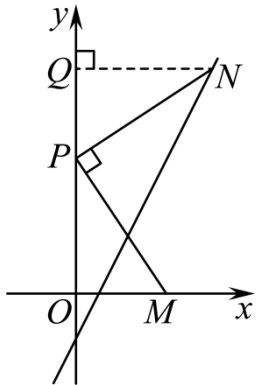


图2

【答案】 $N(3,5)$ 或 $N\left(-\frac{1}{3}, -\frac{5}{3}\right)$

【详解】解：如图所示，将 PM 绕点 P 逆时针旋转 90° ， N 点在 $y = 2x - 1$ 上时，
过点 N 作 $NQ \perp y$ 轴于点 Q ，



依题意， $PM = PN$ ， $\angle MPN = 90^\circ$

又 $\angle POM = \angle NQP = 90^\circ$

$\therefore \angle QPN = 90^\circ - \angle OPM = \angle OMP$

$\therefore \triangle QPN \cong \triangle OMP$

$\therefore OM = QP$ ， $QN = OP$

$\because M(2, 0)$ ，则 $OP = OM = 2$

设 $P(0, p)$ ，则 $Q(0, p + 2)$ ，

$\therefore N(p, p + 2)$

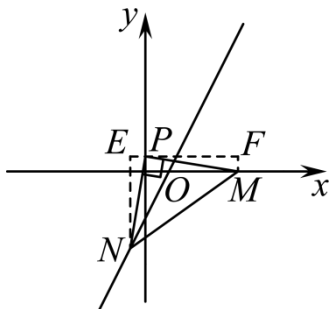
又 $\because N$ 在 $y = 2x - 1$ 上，

$\therefore p + 2 = 2p - 1$

解得： $p = 3$

$\therefore N(3, 5)$ ；

如图所示，将 PM 绕点 P 顺时针旋转 90° ， N 点在 $y = 2x - 1$ 上时，



同理可得 $EN = PF = OM = 2$, $FM = OP = p$

$$\therefore N(-p, p-2)$$

又 $\because N$ 在 $y = 2x - 1$ 上,

$$\therefore p - 2 = -2p - 1$$

解得: $p = \frac{1}{3}$

$$\therefore N\left(-\frac{1}{3}, -\frac{5}{3}\right)$$

综上所述, $N(3, 5)$ 或 $N\left(-\frac{1}{3}, -\frac{5}{3}\right)$

故答案为: $N(3, 5)$ 或 $N\left(-\frac{1}{3}, -\frac{5}{3}\right)$.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 58 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. (6 分) 解关于 x 的方程: $ax - a^2 = 2x - 4$.

【详解】解: $ax - a^2 = 2x - 4$,

$$\therefore ax - 2x = a^2 - 4,$$

$$\therefore x(a - 2) = (a + 2)(a - 2), \dots\dots (2 \text{ 分})$$

当 $a - 2 \neq 0$ 时, 即 $a \neq 2$ 时,

解得: $x = a + 2$, $\dots\dots (2 \text{ 分})$

当 $a = 2$ 时, 原方程为 $2x - 4 = 2x - 4$,

原方程有无数个解. $\dots\dots (2 \text{ 分})$

20. (6 分) 解方程组:
$$\begin{cases} 4x^2 - 9y^2 = 15 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$$

【详解】解:
$$\begin{cases} 4x^2 - 9y^2 = 15 \text{ ①} \\ 2x - 3y = 5 \text{ ②} \end{cases},$$

由①得, $(2x + 3y)(2x - 3y) = 15$, $\dots\dots (2 \text{ 分})$

将②代入, $2x + 3y = 3$ ③, $\dots\dots (1 \text{ 分})$

② + ③得, $4x = 8$, 解得: $x = 2$, $\dots\dots (1 \text{ 分})$

② - ③得, $-6y = 2$, 解得: $y = -\frac{1}{3}$, $\dots\dots (1 \text{ 分})$

则方程组的解为
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -\frac{1}{3} \end{cases} \dots\dots (1 \text{ 分})$$

21. (6分) 用换元法解方程组:
$$\begin{cases} \frac{2}{x-2} + \frac{3}{y} = -4 \\ \frac{6}{x-2} - \frac{1}{y} = 8 \end{cases}$$

【详解】解: 设 $\frac{1}{x-2} = u$, $\frac{1}{y} = v$, 则原方程组可化为 $\begin{cases} 2u + 3v = -4 \\ 6u - v = 8 \end{cases}$, (2分)

解得 $\begin{cases} u = 1 \\ v = -2 \end{cases}$, (1分)

于是, 得 $\begin{cases} \frac{1}{x-2} = 1 \\ \frac{1}{y} = -2 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$, (1分)

检验: 把 $x = 3$, $y = -\frac{1}{2}$ 代入原方程组中所含各分式的分母, 各分母的值不为零, (1分)

$\therefore$ 原方程组的解是 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$ (1分)

22. (8分) 修建 360 米长的一段高速公路, 甲工程队单独修建比乙工程队多用 10 天, 甲工程队每天比乙工程队少修建 6 米. 甲工程队每天修建的费用为 2 万元, 乙工程队每天修建的费用为 3.2 万元.

(1) 求甲、乙两个工程队每天各修建多少米;

(2) 为在 35 天内完成修建任务, 应请哪个工程队修建这段高速公路才能在按时完成任务的前提下所花费用较少? 并说明理由.

【详解】(1) 解: 设甲工程队每天修建 x 米, 则乙工程队每天修建 $(x+6)$ 米, 根据题意得: (1分)

$$\frac{360}{x} - \frac{360}{x+6} = 10$$
, (1分)

解得: $x_1 = 12$, $x_2 = -18$ (舍去), $12+6=18$ (天), (1分)

答: 甲工程队每天修建 12 米, 则乙工程队每天修建 18 米. (1分)

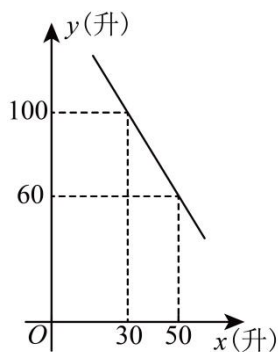
(2) 解: 甲工程队修建时间为: $\frac{360}{12} = 30$ (天), 需要花费: $30 \times 2 = 60$ (万元), (1分)

乙工程队修建时间为: $\frac{360}{18} = 20$ (天), 需要花费: $3.2 \times 20 = 64$ (万元), (1分)

$\therefore 20 < 30 < 35$, $\therefore$ 两个工程队都能在 35 天内完成, (1分)

$\therefore 60 < 64$, $\therefore$ 甲工程队所花费用较少. (1分)

23. (10分) 某学校为了加强常规和应急消毒工作, 计划购买甲、乙两种类型的消毒剂, 预计购进乙种类型的消毒剂 y (升) 与甲种类型的消毒剂 x (升) 之间的函数关系如图所示.



(1)求 y 关于 x 的函数解析式 (不需要写定义域) ;

(2)该学校用 2000 元选购了甲种类型的消毒剂, 用 2400 元选购了乙种类型的消毒剂, 甲种类型消毒剂的单价比乙种类型消毒剂的单价贵 20 元, 求选购的甲、乙两种类型的消毒剂分别是多少升?

【详解】 (1) 解: 设所求函数解析式为 $y = kx + b$, (1 分)

由图像知, 直线过 (30,100)、(50,60) 两点,

把这两点坐标分别代入 $y = kx + b$ 中, 得: $\begin{cases} 30k + b = 100 \\ 50k + b = 60 \end{cases}$, (1 分)

解得: $\begin{cases} k = -2 \\ b = 160 \end{cases}$, (1 分)

$\therefore y$ 关于 x 的函数解析式为 $y = -2x + 160$ (1 分)

(2) 解: 设甲种类型消毒剂购买了 x 升, 则乙种类型消毒剂购买了 $(-2x + 160)$ 升, (1 分)

根据题意, 得: $\frac{2000}{x} = \frac{2400}{-2x + 160} + 20$, (1 分)

整理得: $x^2 - 240x + 8000 = 0$,

解得: $x_1 = 40$, $x_2 = 200$, (1 分)

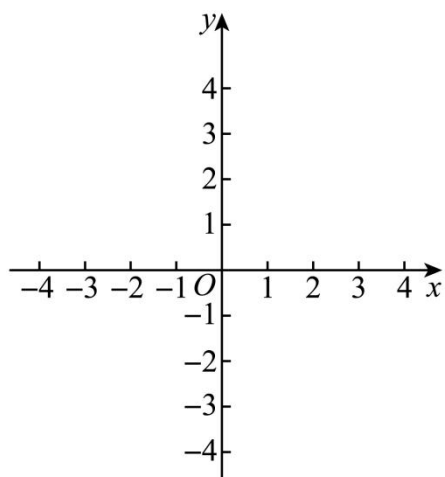
经检验, $x = 40$, $x = 200$ 都是原方程的解, 但当 $x = 200$ 时, $-2x + 160 = -240 < 0$, 与题意不符, $\therefore x = 40$,

(1 分)

$\therefore -2x + 160 = -2 \times 40 + 160 = 80$; (1 分)

答: 甲种类型消毒剂购买了 40 升, 乙种类型消毒剂购买了 80 升. (1 分)

24. (10 分) 已知一次函数图像与直线 $y = -\frac{4}{3}x + 5$ 平行, 且过点 (6, -4).



(1)求一次函数的解析式;

(2)求该一次函数与坐标轴围成的三角形的周长.

【详解】 (1) 解: 由一次函数图像与直线 $y = -\frac{4}{3}x + 5$ 平行,

设一次函数的解析式为 $y = -\frac{4}{3}x + b$, 把点 $(6, -4)$ 代入, (1 分)

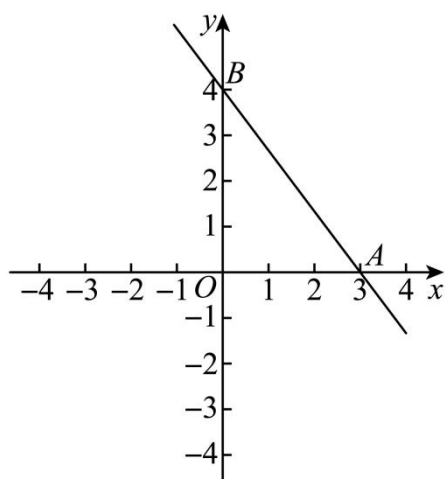
可得 $-\frac{4}{3} \times 6 + b = -4$, 解得 $b = 4$, (1 分)

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y = -\frac{4}{3}x + 4$; (1 分)

(2) 解: 由 $y = -\frac{4}{3}x + 4$, 令 $x = 0$, 解得 $y = 4$ (1 分)

令 $y = 0$, 解得 $x = 3$ (1 分)

如图, 设一次函数与 x , y 轴分别交于点 A, B , 则 $A(3, 0), B(0, 4)$ (1 分)

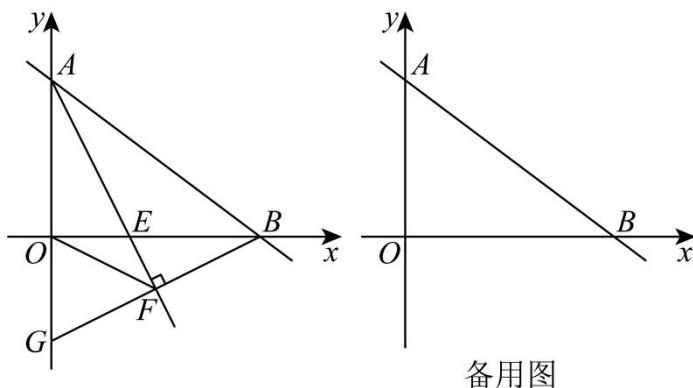


$\therefore OA = 3, OB = 4$ (1 分)

Rt $\triangle AOB$ 中, $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ (1 分)

∴一次函数图像与坐标轴围成的三角形的周长为 $OA+OB+AB=3+4+5=12$ (2分)

25. (12分) 已知一次函数 $y=-\frac{3}{4}x+6$ 的图像与坐标轴交于 A、B 点 (如图), AE 平分 $\angle BAO$, 交 x 轴于点 E.



(1)求点 B 的坐标和点 E 的坐标;

(2)求直线 AE 的表达式;

(3)过点 B 作 $BF \perp AE$, 垂足为 F, 交 y 轴于点 G, 连接 OF, 试判断 $\triangle OFB$ 的形状并证明你的结论.

(4)若将已知条件“AE 平分 $\angle BAO$, 交 x 轴于点 E”改变为“点 E 是线段 OB 上的一个动点 (点 E 不与点 O、B 重合)”, 过点 B 作 $BF \perp AE$, 垂足为 F. 设 $OE = x$, $BF = y$, 试求 y 与 x 之间的函数关系式, 并写出函数的定义域.

【详解】(1) 解: 令 $y=0$, 则 $-\frac{3}{4}x+6=0$, 解得 $x=8$,

∴点 B 的坐标为 $(8,0)$, (2分)

当 $x=0$ 时, $y=6$,

∴点 A 的坐标为 $(0,6)$,

∴ $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$,

过点 E 作 $EH \perp AB$ 于点 H,

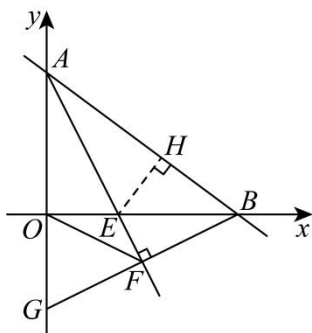
∵ AE 平分 $\angle BAO$,

∴ $EH = OE$,

又 ∵ $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2}OA \cdot OE + \frac{1}{2}AB \cdot EH = \frac{1}{2}OA \cdot OE + \frac{1}{2}AB \cdot OE$,

∴ $OE = \frac{OA \cdot OB}{OA + AB} = \frac{6 \times 8}{6 + 10} = 3$,

∴点 E 的坐标为 $(3,0)$; (2分)



(2) 设直线 AE 的解析式为 $y = kx + b$ ，把 $(0, 6)$ 和 $(3, 0)$ 代入得：

$$\begin{cases} b = 6 \\ 3k + b = 0 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = -2 \\ b = 6 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AE 的解析式为 $y = -2x + 6$ ；..... (2 分)

(3) 设点 F 的坐标为 $(x, -2x + 6)$ ，

$\because BF \perp AE$ ，

$$\therefore EF^2 + BF^2 = BE^2, \text{即} (x-0)^2 + (-2x+6-6)^2 + (x-8)^2 + (-2x+6)^2 = 100,$$

解得： $x = 0$ (舍去) 或 $x = 4$ ，

$\therefore$ 点 F 的坐标为 $(4, -2)$ ，

$$\therefore OF = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}, \quad BF = \sqrt{(8-4)^2 + 2^2} = 2\sqrt{5},$$

$\therefore OF = BF$ ，

$\therefore \triangle OFB$ 是等腰三角形；..... (3 分)

(4) 解：由勾股定理可得 $AE = \sqrt{OA^2 + OE^2} = \sqrt{6^2 + x^2}$ ，

$\because OE = x$ ，

$\therefore BE = OB - OE = 8 - x$ ，

$$\text{又} \because S_{\triangle AEB} = \frac{1}{2} BE \cdot OA = \frac{1}{2} AE \cdot BF,$$

$$\therefore (8-x) \cdot 6 = \sqrt{6^2 + x^2} \cdot y,$$

$$\text{即} y = \frac{-6x + 48}{\sqrt{6^2 + x^2}},$$

$\because$ 点 E 是线段 OB 上的一个动点，

$\therefore 0 < x < 8$ (3 分)