

娄山中学初二数学3月随堂练习

一、选择题：本题共6小题，每小题2分，共12分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知一次函数 $y = x + k + 1$ 的图像经过原点，则 k 的值为 ()

- A. 1 B. -1 C. 0 D. ± 1

【答案】B

【解析】

【分析】 本题考查的是一次函数图象上点的坐标特点，熟知一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 中，当 $b = 0$ 时函数图象经过原点是解答此题的关键。先根据一次函数 $y = x + k + 1$ 的图象经过原点得出关于 k 的方程，解方程即可。

【详解】 解： $\because$ 一次函数 $y = x + k + 1$ 的图像经过原点，

$$\therefore k + 1 = 0,$$

解得： $k = -1$.

故选： B.

2. 一次函数 $y = -2x + 4$ 经过的象限是 ()

- A. 第一、二、三象限 B. 第一、三、四象限
C. 第一、二、四象限 D. 第二、三、四象限

【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的图象性质，根据 $y = kx + b$ ($k \neq 0$)，当 $k < 0$ ， $b > 0$ 时，经过第一、二、四象限，据此即可作答。

【详解】 解： $\because$ 一次函数 $y = -2x + 4$ 的 $-2 < 0, 4 > 0$

$\therefore$ 该函数经过第一、二、四象限，

故选： C

3. 如果关于 x 的方程 $(m + 3)x = 6$ 有解，那么 m 的取值范围是 ()

- A. $m > -3$ B. $m = -3$ C. $m \neq -3$ D. 任意实数

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了解一元一次方程无解的情况，根据 $ax=b$ 中，当 $a=0$ 时，方程无解可知当 $m+3 \neq 0$ 时关于 x 的方程 $(m+3)x=6$ 有解.

【详解】解：由题意得：当 $m+3 \neq 0$ 时，关于 x 的方程 $(m+3)x=6$ 有解，
解得 $m \neq -3$ ，
故选：C.

4. 用换元法解方程 $\frac{x^2+1}{2x} - \frac{3x}{x^2+1} = 5$ ，设 $\frac{x^2+1}{x} = y$ ，则得到关于 y 的整式方程为 ()

A. $2y^2 - 5y - 3 = 0$

B. $6y^2 + 10y - 1 = 0$

C. $3y^2 + 5y - 2 = 0$

D. $y^2 - 10y - 6 = 0$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了换元法解分式方程，掌握换元法及正确把分式方程化成整式方程是解决问题的关键. 由

$\frac{x^2+1}{x} = y$ ，原方程可化为 $\frac{y}{2} - \frac{3}{y} = 5$ ，去分母把分式方程化成整式方程，即可得出答案.

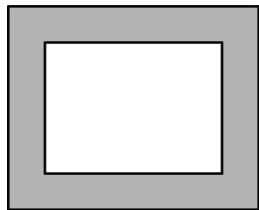
【详解】解：设 $\frac{x^2+1}{x} = y$ ，

$\therefore$ 分式方程 $\frac{x^2+1}{2x} - \frac{3x}{x^2+1} = 5$ 可化为 $\frac{y}{2} - \frac{3}{y} = 5$ ，

化为整式方程： $y^2 - 10y - 6 = 0$ ，

故选：D.

5. 如图，从一个长 10 分米、宽 8 分米的铁片中间截去一个面积为 60 平方分米的小长方形，使剩下长方形框四周宽度一样，如果设这个宽度为 x 分米，那么所列出的方程是 ()



A. $(10-x)(8-x) = 10 \times 8 - 60$

B. $(10-x)(8-x) = 60$

C. $(10-2x)(8-2x)=60$

D. $2(10-x)(8-x)=60$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题主要考查了一元二次方程的应用，解题的关键是设这个宽度为 x 分米，根据中间小长方形面积为 60 平方分米，列出方程即可.

【详解】 解： 设这个宽度为 x 分米， 则中间小长方形的长为 $(10-2x)$ 分米， 宽为 $(8-2x)$ 分米， 根据题意得： $(10-2x)(8-2x)=60$ ，

故选： C.

6. 如图 1， 在矩形 $ABCD$ 中， 动点 P 从点 B 出发， 沿 $B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ 的方向运动至点 A 处停止. 设点 P 的运动的路程为 x ， $\triangle ABP$ 的面积为 y ， 如果 y 关于 x 的函数图象如图 2 所示， 则矩形 $ABCD$ 的面积为 ()

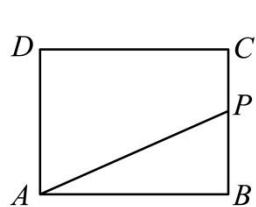


图1

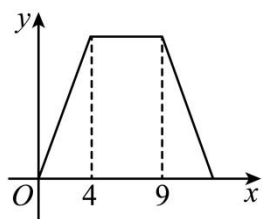


图2

A. 10

B. 20

C. 30

D. 36

【答案】 B

【解析】

【分析】 本题主要考查了动点问题的函数的图像， 解题的关键在于从函数图像中获取正确的信息. 由函数图像可知 $BC=4$ ， $CD=9-4=5$ ， 即可获得答案.

【详解】 解： 由题意可知， $BC=4$ ， $CD=9-4=5$ ，
 $\therefore$ 矩形 $ABCD$ 的面积是 $4 \times 5 = 20$.

故选： B.

二、 填空题： 本题共 12 小题， 每小题 3 分， 共 36 分.

7. 直线 $y=2(x-3)$ 在 y 轴上的截距_____.

【答案】 -6

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数图像与 x 轴、 y 轴交点， 解题的关键是掌握一次函数的性质.
 当 $x=0$ 时， 求出 y 的值， 即可.

【详解】解：当 $x=0$ 时， $y=-6$ ，

则直线 $y=2(x-3)$ 在 y 轴上的截距为 -6 ，

故答案为： -6 。

8. 当 $m=$ _____ 时， $y=(m+1)x^{m^2}-12$ 是一次函数。

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的定义，熟练掌握一次函数的定义是解题的关键。根据一次函数的定义可得 $m+1 \neq 0$ ， $m^2=1$ ，解之即可得到答案。

【详解】解： $\because$ 函数 $y=(m+1)x^{m^2}-12$ 是一次函数，

$\therefore m+1 \neq 0$ ， $m^2=1$ ，

解得： $m=1$ ，

$\therefore$ 当 $m=1$ 时，函数 $y=(m+1)x^{m^2}-12$ 是一次函数，

故答案为： 1。

9. 把直线 $y=\frac{1}{3}x+1$ 向下平移 4 个单位，所得的直线解析式为_____。

【答案】 $y=\frac{1}{3}x-3$

【解析】

【分析】 本题考查的是一次函数的图象与几何变换，熟知“上加下减”的原则是解答此题的关键。利用“上加下减”的平移规律求解即可。

【详解】解：直线 $y=\frac{1}{3}x+1$ 向下平移 4 个单位长度，则平移后直线解析式为 $y=\frac{1}{3}x+1-4$ ，即 $y=\frac{1}{3}x-3$ 。

故答案为： $y=\frac{1}{3}x-3$ 。

10. 一次函数 $y=kx+b$ 的图像位于第一、三、四，则 y 随 x 的增大而_____。

【答案】 增大

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数的性质，首先根据一次函数 $y=kx+b$ 的图像位于第一、三、四，得出 $k>0$ ，再根据 k 的符号即知道 y 随 x 的增大而增大。

【详解】解： $\because$ 一次函数 $y=kx+b$ 的图像位于第一、三、四，

$\therefore k > 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而增大.

故答案为: 增大.

11. 一次函数 $y = 2x - 7$ 和 $y = -3x + 3$ 相交于一点, 该点的坐标为_____.

【答案】 $(2, -3)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了求出一函数的交点坐标, 解方程组 $\begin{cases} y = 2x - 7 \\ y = -3x + 3 \end{cases}$, 可得交点坐标.

【详解】 解: 联立 $\begin{cases} y = 2x - 7 \\ y = -3x + 3 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$,

$\therefore$ 该点坐标为: $(2, -3)$.

故答案为: $(2, -3)$.

12. 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 中两个变量 x 、 y 的部分对应值如下表所示:

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	8	5	2	-1	-4	...

那么关于 x 的不等式 $kx + b \geq -1$ 的解集是_____.

【答案】 $x \leq 1$

【解析】

【分析】 由表格得到函数的增减性后, 再得出 $y = -1$ 时, 对应的 x 的值即可.

【详解】 解: 当 $x = 1$ 时, $y = -1$,

根据表可以知道函数值 y 随 x 的增大而减小,

$\therefore$ 不等式 $kx + b \geq -1$ 的解集是 $x \leq 1$.

故答案为: $x \leq 1$.

【点睛】 此题考查了一次函数与一元一次不等式, 认真体会一次函数与一元一次方程及一元一次不等式之间的内在联系, 理解一次函数的增减性是解决本题的关键.

13. 已知关于 x 的方程 $2x^2 + mx + 3 = 0$ 是二项方程, 那么 $m =$ _____.

【答案】 0

【解析】

【分析】 本题主要考查了二项方程的定义, 根据关于 x 的方程 $2x^2 + mx + 3 = 0$ 是二项方程, 即不含 mx 这一项, 可得 $m = 0$.

【详解】 解: $\because$ 关于 x 的方程 $2x^2 + mx + 3 = 0$ 是二项方程,

$\therefore m = 0$.

故答案为: 0.

14. 如果方程 $\frac{3-x}{x-2} = \frac{m}{x-2}$ 有增根, 那么 m 的值等于_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的增根, 增根问题可按如下步骤进行: .

①让最简公分母为 0 确定增根; .

②化分式方程为整式方程; .

③把增根代入整式方程即可求得相关字母的值.

增根是化为整式方程后产生的不适合分式方程的根. 所以应先确定增根的可能值, 让最简公分母 $x-2=0$, 得到 $x=2$, 然后代入化为整式方程的方程算出 m 的值.

【详解】 方程两边都乘 $(x-2)$, 得 $3-x=m$,

$\therefore$ 原方程有增根, .

$\therefore$ 最简公分母 $x-2=0$, 解得 $x=2$, .

当 $x=2$ 时, $m=1$. .

故答案为 1.

15. 若实数 x 满足 $(x^2+x)(x^2+x+1)=42$, 则 $x^2+x=$ _____.

【答案】 6

【解析】

【分析】 本题考查了换元法解一元二次方程, 正确掌握换元法是解决本题的关键. 设 $x^2+x=y$, 则原方程换元为 $y(y+1)=42$, 即 $y^2+y-42=0$, 可得 $y_1=6, y_2=-7$, 即可求解.

【详解】设 $x^2 + x = y$ ，则原方程换元为 $y(y+1) = 42$ ，即 $y^2 + y - 42 = 0$ ，

$$\therefore (y-6)(y+7) = 0,$$

解得： $y_1 = 6, y_2 = -7$ ，

即 $x^2 + x = 6$ 或 $x^2 + x = -7$ （无实数根，舍去），

$$\therefore x^2 + x = 6.$$

故答案为：6.

16. 若关于 x 的方程 $\frac{1}{x^2-x} + \frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{k}{x^2-2x} = 0$ 有无数多个解，则 $k =$ _____.

【答案】 -2

【解析】

【分析】 本题主要考查了解分式方程，将分式方程变为 $\frac{x-2+x+k(x-1)}{x(x-2)(x-1)} = 0$ ，根据分式为 0 的条件得出

$x-2+x+k(x-1) = 0$ ，化简得出 $(k+2)x-2-k = 0$ ，根据 $\frac{1}{x^2-x} + \frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{k}{x^2-2x} = 0$ 有无数多个解，得出 $k+2 = 0$ ，求出 k 的值即可.

【详解】 解： $\frac{1}{x^2-x} + \frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{k}{x^2-2x} = 0$ ，

$$\frac{1}{x(x-1)} + \frac{1}{(x-2)(x-1)} + \frac{k}{x(x-2)} = 0,$$

$$\frac{x-2+x+k(x-1)}{x(x-2)(x-1)} = 0,$$

$$\therefore x-2+x+k(x-1) = 0,$$

整理得： $(k+2)x-2-k = 0$ ，

$\therefore$ 方程 $\frac{1}{x^2-x} + \frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{k}{x^2-2x} = 0$ 有无数多个解，

$$\therefore k+2 = 0,$$

解得： $k = -2$.

故答案为： -2.

17. 一次函数 $y = 4x + b$ ，当 $m \leq x \leq n$ 时，函数值 y 的范围是 $c \leq y \leq d$ ，那么代数式 $\frac{n-m}{d-c}$ 的值是 _____.

【答案】 $\frac{1}{4}$ ## 0.25

【解析】

【分析】 本题考查了代数式求值，一次函数的图象与性质，当 $x=m$ 时， $4m+b=c$ ，当 $x=n$ 时， $4n+b=d$ ，可得 $d-c=4(n-m)$ 即可求解，掌握整体代入思想是解题的关键。

【详解】 解：由题意可知，当 $x=m$ 时， $4m+b=c$ ①，

当 $x=n$ 时， $4n+b=d$ ②，

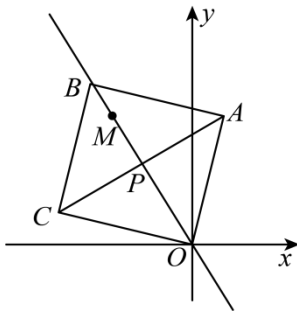
②-①得： $4n-4m=d-c$ ，

$\therefore d-c=4(n-m)$ ，

$$\therefore \frac{n-m}{d-c} = \frac{n-m}{4(n-m)} = \frac{1}{4},$$

故答案为： $\frac{1}{4}$ 。

18. 如图，点 $M(-3,4)$ ，点 P 从 O 点出发，沿射线 OM 方向 1 个单位/秒匀速运动，运动的过程中以 P 为对称中心， O 为一个顶点作正方形 $OABC$ ，当正方形面积为 128 时，则点 C 的坐标是_____。



【答案】 $\left(-\frac{56}{5}, \frac{8}{5}\right)$

【解析】

【分析】 根据题意可求出直线 OM 的解析式为 $y=-\frac{4}{3}x$ ，从而可设直线 AC 的解析式为 $y=\frac{3}{4}x+b$ 。过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D ，过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E ，易证 $\triangle OCE \cong \triangle AOD$ (AAS)，即得出

$OE=AD$ ， $CE=OD$ 。设 $A\left(t, \frac{3}{4}t+b\right)$ ，则可求 $C\left(-\frac{3}{4}t-b, t\right)$ 。将 C 点坐标代入 $y=\frac{3}{4}x+b$ ，解得：

$t=\frac{4}{25}b$ ，即得点 $A\left(\frac{4}{25}b, \frac{28}{25}b\right)$ ，从而可求出 $OA^2=\frac{32}{25}b^2$ 。再根据正方形面积为 128，即 $OA^2=128$ ，

可求出 b 的值, 进而得出 C 点坐标.

【详解】解: 设直线 OM 的解析式为 $y = kx (k \neq 0)$,

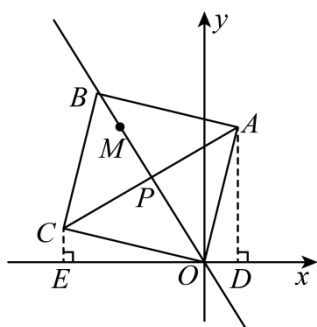
将 $M(-3, 4)$ 代入, 得 $4 = -3k$,

解得: $k = -\frac{4}{3}$,

$\therefore$ 直线 OM 的解析式为 $y = -\frac{4}{3}x$,

$\therefore$ 可设直线 AC 的解析式为 $y = \frac{3}{4}x + b$,

如图, 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D , 过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E ,



$\therefore \angle OEC = \angle ODA$, $OC = OA$,

$\therefore \angle OCE + \angle COE = 90^\circ$.

$\because$ 四边形 $OABC$ 为正方形,

$\therefore AO \perp OC$,

$\therefore \angle AOD + \angle COE = 90^\circ$,

$\therefore \angle OCE = \angle AOD$,

$\therefore \triangle OCE \cong \triangle AOD (AAS)$,

$\therefore OE = AD$, $CE = OD$,

设 $A\left(t, \frac{3}{4}t + b\right)$,

$\therefore OE = AD = \frac{3}{4}t + b$, $CE = OD = t$,

$\therefore C\left(-\frac{3}{4}t - b, t\right)$,

$\therefore t = \frac{3}{4}\left(-\frac{3}{4}t - b\right) + b$,

整理, 得: $t = \frac{4}{25}b$

$$\therefore A\left(\frac{4}{25}b, \frac{28}{25}b\right),$$

$$\therefore OA^2 = x_A^2 + y_A^2 = \left(\frac{4}{25}b\right)^2 + \left(\frac{28}{25}b\right)^2 = \frac{32}{25}b^2.$$

$\therefore$ 正方形面积为 128,

$$\therefore OA^2 = 128, \text{ 即 } \frac{32}{25}b^2 = 128,$$

解得: $b_1 = 10, b_2 = -10$ (舍),

$$\therefore t = \frac{4}{25}, b = \frac{8}{5},$$

$$\therefore C\left(-\frac{56}{5}, \frac{8}{5}\right).$$

故答案为: $\left(-\frac{56}{5}, \frac{8}{5}\right)$.

【点睛】 本题考查坐标与图形, 一次函数的实际应用, 正方形的性质, 三角形全等的判定和性质等知识, 综合性较强, 较难. 正确作出辅助线是解题关键.

三、解答题: 本题共 7 小题, 共 52 分.

19. 解关于 x 的方程: $3x^2 - b = 0 (b > 0)$.

【答案】 $x_1 = \frac{\sqrt{3b}}{3}, x_2 = -\frac{\sqrt{3b}}{3}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解一元二次方程, 先把常数项移到方程右边, 再把二次项系数化为 1, 最后开平方即可得到答案.

【详解】 解: $\because 3x^2 - b = 0 (b > 0),$

$$\therefore 3x^2 = b (b > 0),$$

$$\therefore x^2 = \frac{b}{3} (b > 0),$$

$$\text{解得 } x_1 = \frac{\sqrt{3b}}{3}, x_2 = -\frac{\sqrt{3b}}{3};$$

20. 解方程: $\frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$

【答案】 $x=1$

【解析】

【分析】 方程两边同时乘以 $(x+2)(x-2)$ 得到关于 x 的一元二次方程，解一元二次方程，最后检验即可求解.

【详解】 解: $\frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$

方程两边同时乘以 $(x+2)(x-2)$ 得,

$$x(x-2) + (x+2)^2 = 8$$

$$\therefore x^2 - 2x + x^2 + 4 + 4x = 8$$

$$\text{即 } x^2 + x - 2 = 0$$

$$\therefore (x+2)(x-1) = 0$$

$$\text{解得: } x_1 = 1, x_2 = -2$$

$$\therefore \text{当 } x = -2 \text{ 时, } (x+2)(x-2) = 0, \text{ 不合题意,}$$

$$\therefore x = 1$$

【点睛】 本题考查了解分式方程，解一元二次方程，去分母把分式方程化为一元二次方程是解题的关键.

21. 已知一次函数 $y = kx + b$ 平行于直线 $y = -4x$ ，且与函数 $y = -\frac{4}{x}$ 有一个交点 $A(2, m)$ ，求:

(1) 一次函数的解析式.

(2) 此一次函数与两坐标轴围成的三角形面积.

【答案】 (1) $y = -4x + 6$

(2) $\frac{9}{2}$

【解析】

【分析】 本题主要考查了待定系数法求一次函数解析式，一次函数与反比例函数的交点问题，求一次函数与坐标轴围成的图形面积.

(1) 利用待定系数法求解即可;

(2) 先求得直线与坐标轴的交点坐标，再利用三角形面积公式求解即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 平行于直线 $y = -4x$,

$$\therefore k = -4,$$

把 $A(2, m)$ 代入 $y = -\frac{4}{x}$ 得: $m = -\frac{4}{2} = -2$,

$$\therefore A(2, -2),$$

$\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 与函数 $y = -\frac{4}{x}$ 有一个交点 $A(2, -2)$,

$\therefore$ 把 $A(2, -2)$ 代入 $y = -4x + b$ 得: $-4 \times 2 + b = -2$,

解得: $b = 6$,

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y = -4x + 6$.

【小问 2 详解】

解: 令 $y = 0$, 则 $-4x + 6 = 0$, 解得: $x = \frac{3}{2}$,

令 $x = 0$, 则 $y = 6$,

$\therefore$ 一函数 $y = -4x + 6$ 与 y 轴的交点为 $(0, 6)$, 与 x 轴的交点为 $(\frac{3}{2}, 0)$,

$$\therefore S = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2}.$$

22. 当 m 取什么值时, 方程 $\frac{2}{x} - \frac{x-m}{x^2-x} = 1 + \frac{1}{x-1}$ 无实数解.

【答案】 $m < \frac{7}{4}$ 或 $m = 2$

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的解, 一元二次方程根的判别式, 掌握方程和不等式的解法是解答本题的关键. 把分式方程化为整式方程, 根据分式方程无解, 得出 m 的取值范围即可.

【详解】 解: $\frac{2}{x} - \frac{x-m}{x^2-x} = 1 + \frac{1}{x-1}$,

方程去分母得: $2(x-1) - (x-m) = x^2 - x + x$,

整理得: $x^2 - x + 2 - m = 0$,

$\because$ 方程 $\frac{2}{x} - \frac{x-m}{x^2-x} = 1 + \frac{1}{x-1}$ 无实数解,

$$\therefore \Delta = (-1)^2 - 4(2-m) < 0,$$

解得: $m < \frac{7}{4}$;

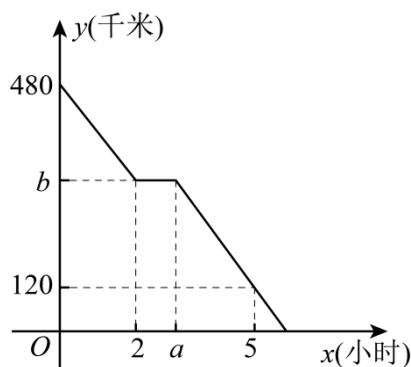
当 $x=0$, $x=1$ 时分式方程无意义,

把 $x=0$ 代入 $x^2 - x + 2 - m = 0$ 得 $m = 2$,

把 $x=1$ 代入 $x^2 - x + 2 - m = 0$ 得 $m = 2$;

综上所述可知: 当 $m < \frac{7}{4}$ 或 $m = 2$ 时方程 $\frac{2}{x} - \frac{x-m}{x^2-x} = 1 + \frac{1}{x-1}$ 无实数解.

23. 寒假期间, 小丽一家驾车去某地旅游, 早上 6:00 点出发, 以 80 千米/小时的速度匀速行驶一段时间后, 途经一个服务区休息了 1 小时, 再次出发时提高了车速. 如图, 这是她们离目的地的路程 y (千米) 与所用时间 x (小时) 的函数图像. 根据图像提供的信息回答下列问题:



- (1) 图中的 $a =$ _____, $b =$ _____;
- (2) 求提速后 y 关于 x 的函数解析式 (不用写出定义域);
- (3) 她们能否在中午 12:15 之前到达目的地? 请说明理由.

【答案】 (1) 3; 320;

(2) 提速后 y 关于 x 的函数解析式为 $y = -100x + 620$.

(3) 能. 理由见解析

【解析】

【分析】 本题主要考查了一次函数的实际应用, 从函数图像上获取信息是解题的关键.

- (1) 根据图象求出 a 的值, 根据 “离目的地的路程=家与目的地之间的距离-行驶的路程” 可计算 b 的数值;
- (2) 利用待定系数法求解即可;
- (3) 当 $y=0$ 时求出对应 x 的值, 计算出到达目的地的时间, 从而作出判断即可.

【小问 1 详解】

解: 由题意可得: $a = 2 + 1 = 3$,

$$b = 480 - 80 \times 2 = 320.$$

【小问 2 详解】

设提速后 y 关于 x 的函数解析式为 $y = kx + b$ (k 、 b 为常数, 且 $k \neq 0$).

将坐标 $(3, 320)$ 和 $(5, 120)$ 代入 $y = kx + b$,

$$\text{得} \begin{cases} 3k + b = 320 \\ 5k + b = 120 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -100 \\ b = 620 \end{cases},$$

$\therefore$ 提速后 y 关于 x 的函数解析式为 $y = -100x + 620$.

【小问 3 详解】

能. 理由如下:

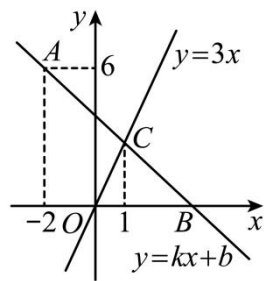
当她们到达目的地时, $y = 0$, 得 $-100x + 620 = 0$,

解得 $x = 6.2$,

6.2 小时 = 6 时 12 分,

$\therefore$ 她们于 12: 12 分到达目的地.

24. 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象经过点 $A(-2, 6)$, 且与 x 轴相交于点 B , 与正比例函数 $y = 3x$ 的图象相交于点 C , 点 C 的横坐标为 1.



(1) 求 k 、 b 的值;

(2) 若点 D 在 y 轴上, 且满足 $S_{\triangle COD} = \frac{1}{3} S_{\triangle BOC}$, 求点 D 的坐标.

【答案】 (1) $k = -1$, $b = 4$

(2) $D(0, \pm 4)$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的综合应用, 待定系数法求一次函数解析式直线与坐标轴围成的三角形面积;

(1) 利用一次函数图象上点的坐标特征, 可求出点 C 的坐标, 根据点 A 、 C 的坐标, 利用待定系数法即可求出 k 、 b 的值;

(2) 利用一次函数图象上点的坐标特征, 可求出点 B 的坐标, 设点 D 的坐标为 $(0, m)$, 根据三角形的面积公式结合 $S_{\triangle COD} = \frac{1}{3} S_{\triangle BOC}$, 即可得出关于 m 的一元一次方程, 解之即可得出 m 的值, 进而可得出点 D 的坐标.

【小问 1 详解】

解: 当 $x = 1$ 时, $y = 3x = 3$,

$\therefore$ 点 C 的坐标为 $(1, 3)$.

将 $A(-2, 6)$ 、 $C(1, 3)$ 代入 $y = kx + b$,

$$\text{得: } \begin{cases} -2k + b = 6 \\ k + b = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -1 \\ b = 4 \end{cases}.$$

【小问 2 详解】

当 $y = 0$ 时, 有 $-x + 4 = 0$,

解得: $x = 4$,

$\therefore$ 点 B 的坐标为 $(4, 0)$.

设点 D 的坐标为 $(0, m)$,

$$\because S_{\triangle COD} = \frac{1}{3} S_{\triangle BOC}, \text{ 即 } \frac{1}{2} \times 1 \times |m| = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 4 \times 3,$$

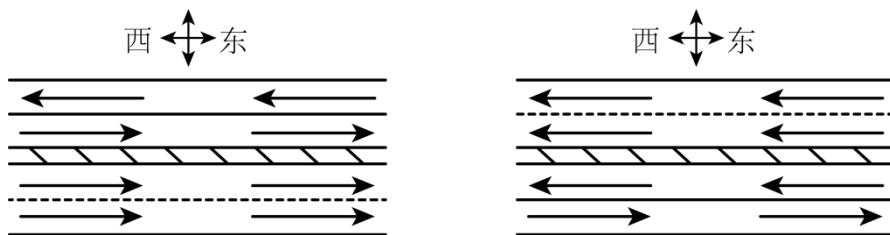
解得: $m = \pm 4$

$\therefore$ 点 D 的坐标为 $(0, \pm 4)$.

25. 某跨海大桥东西走向, 双向四条车道, 在旅游旺季经常拥堵, 交警部门为了缓解交通压力, 他们对该路段的汽车流量 (辆/分钟) 和时间进行了统计和分析, 得到以下表格, 发现时间和汽车流量的变化规律符合一次函数的特征.

时间 x	8 时	11 时	14 时	17 时	20 时
y_1 自东向西交通量 (辆/分钟)	200	320	440	560	680

y_2 自西向东交通量 (辆/分钟)	500	440	380	320	260
----------------------	-----	-----	-----	-----	-----



(1) 请用一次函数分别表示 y_1 与 x 、 y_2 与 x 之间的函数关系.

(2) 如图, 交警希望启用“潮汐式”通行方式来缓解交通压力, 根据汽车流量情况改变车道的行车方向: 大流量方向的汽车可在该路段借用相邻的对向机动车道通行, 对向机动车道实行双向通行. 单位时间内交

通总量为 $y_{\text{总}} = y_1 + y_2$, 车流量大的方向交通量为 y_m , 经查阅资料得: 当 $y_m \geq \frac{2}{3}y_{\text{总}}$, 需要使用“潮汐式”

通行方式以改善交通情况. 该路段从 8 时至 20 时, 如何设置“潮汐式”通行方式以缓解交通拥堵 (在何时间段借用何方向机动车道通行), 并说明理由.

【答案】 (1) $y_1 = 40x - 120$, $y_2 = -20x + 660$

(2) 见解析

【解析】

【分析】 本题考查一次函数的实际应用:

(1) 待定系数法求出函数解析式即可;

(2) 求出 $y_1 \geq \frac{2}{3}y_{\text{总}}$, $y_2 \geq \frac{2}{3}y_{\text{总}}$ 时 x 的范围, 进行分析即可.

【小问 1 详解】

解: 设 $y_1 = kx + b (k \neq 0)$, $y_2 = mx + n (m \neq 0)$,

把 $(8, 200)$, $(11, 320)$ 代入 $y_1 = kx + b (k \neq 0)$, 得:

$$\begin{cases} 8k + b = 200 \\ 11k + b = 320 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = 40 \\ b = -120 \end{cases}$$

$$\therefore y_1 = 40x - 120,$$

把 $(8, 500)$, $(11, 440)$ 代入 $y_2 = mx + n (m \neq 0)$, 得:

$$\begin{cases} 8m+n=500 \\ 11m+n=440 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} m=-20 \\ n=660 \end{cases},$$

$$\therefore y_2 = -20x + 660.$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } y_{\text{总}} = y_1 + y_2 = 20x + 540.$$

$$\text{当 } y_1 \geq \frac{2}{3}y_{\text{总}} \text{ 时, 即 } 40x - 120 \geq \frac{2}{3}(20x + 540), \text{ 解得 } x \geq 18;$$

$$\text{当 } y_2 \geq \frac{2}{3}y_{\text{总}} \text{ 时, 即 } -20x + 660 \geq \frac{2}{3}(20x + 540), \text{ 解得 } x \leq 9.$$

$\therefore$ 8 时到 9 时, 自西向东的车可借用自东向西的车道通行;

18 时到 20 时, 自东向西的车可借用自西向东的车道通行.