

2024-2025 学年上海市闵行区文来中学八年级（下）月考数学试卷（5 月份）

一、选择题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分．在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 下列方程中，是二项方程的是（ ）

- A. $x^2 + 3x = 0$ ； B. $x^4 + 2x^2 - 3 = 0$ ； C. $x^4 = 1$ ； D. $x(x^2 + 1) + 8 = 0$

【答案】C

【解析】

【分析】二项方程的左边只有两项，其中一项含未知数 x ，这项的次数就是方程的次数；另一项是非 0 常数项；结合选项进行判断即可．

【详解】A. $x^2 + 3x = 0$ 中两项都含未知数 x ，所以不是二项方程；

B. $x^4 + 2x^2 - 3 = 0$ 中有三项，所以不是二项方程；

C. $x^4 = 1$ 其中一项含未知数 x ，另一项是非 0 常数项，所以是二项方程；

D. $x(x^2 + 1) + 8 = 0$ 中有三项，所以不是二项方程．

故选 C．

【点睛】本题考查了二项方程的定义，注意二项方程只有两项，一项含未知数，一项是非 0 常数．

2. 下列关于 x 的方程，一定有实数根的是（ ）

- A. $\sqrt{x-1} + 4 = 0$ B. $\frac{2x+1}{x-1} = \frac{3}{x-1}$
C. $\sqrt{x} = -x$ D. $\sqrt{x-2} + \sqrt{2-x} = -1$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查二次根式的性质，解方程，分式方程，熟练掌握二次根式的性质是解题的关键．逐一分析各选项方程的解的情况，结合根式方程的非负性、分式方程分母不为零等条件判断即可．

【详解】解：选项 A: $\sqrt{x-1} + 4 = 0$ ．

$\because \sqrt{x-1} \geq 0$ ，故 $\sqrt{x-1} + 4 \geq 4$ ，不可能等于 0，无实数根，不符合题意．

选项 B: $\frac{2x+1}{x-1} = \frac{3}{x-1}$ ．

∵ 分母 $x-1 \neq 0$ ，即 $x \neq 1$ 。

则两边分子相等得 $2x+1=3$ ，解得 $x=1$ ，但 $x=1$ 使分母为 0，无解，不符合题意。

选项 C: $\sqrt{x} = -x$ 。

∵ $\sqrt{x} \geq 0$ ，而 $-x \geq 0$ 需 $x \leq 0$ 。结合 $\sqrt{x}$ 的定义域 $x \geq 0$ ，得 $x=0$ 。

满足 $\sqrt{x} = -x$ ，成立，故有实数根，符合题意。

选项 D: $\sqrt{x-2} + \sqrt{2-x} = -1$ 。

∵ $\sqrt{x-2}$ 要求 $x \geq 2$ ， $\sqrt{2-x}$ 要求 $x \leq 2$ ，故 $x=2$ 。

代入式子得 $\sqrt{0} + \sqrt{0} = 0 \neq -1$ ，无解，不符合题意。

综上，选项 C 一定有实数根。

故选：C。

3. 下列说法中正确的是（ ）

- A. 对角线相等的四边形是矩形
- B. 对角线互相垂直的矩形是正方形
- C. 顺次联结矩形各边中点所得四边形是正方形
- D. 平行四边形是轴对称图形

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了命题与定理：判断一件事情的语句，叫做命题。命题都是由题设和结论两部分组成，题设是已知事项，结论是由已知事项推出的事项，一个命题可以写成“如果那么”形式。有些命题的正确性是用推理证实的，这样的真命题叫做定理。

根据矩形的判定方法对 A 进行判断；根据正方形的判定方法对 B 进行判断；根据矩形的性质、三角形中位线定理以及菱形的判定方法对 C 进行判断；根据轴对称图形的定义对 D 进行判断。

【详解】解：A. 对角线相等的四边形不一定是矩形，例如等腰梯形对角线相等但非矩形。矩形的定义需满足平行四边形且对角线相等，故 A 错误。

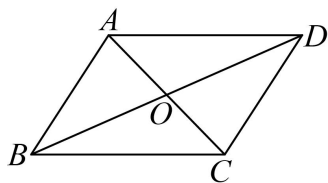
B. 矩形若对角线互相垂直，则其四边相等且四个角为直角，符合正方形的定义，故 B 正确。

C. 顺次连接矩形各边中点，所得四边形各边平行于原矩形对角线且长度为对角线的一半。因矩形对角线相等，故中点四边形四边相等，为菱形而非正方形，故 C 错误。

D. 平行四边形一般不是轴对称图形（除特殊情形如矩形、菱形），故 D 错误。

故选：B。

4. 如图平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 交于点 O ，下列等式中成立的是 ()



A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

B. $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{OB}$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查平面向量，平行四边形的性质.

利用平行四边形的性质结合平面向量一一判断即可.

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB = CD, AB \parallel CD, OB = OD, BC = AD, BC \parallel AD,$$

$$\therefore \overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD}, \text{故选项 A 错误, 不符合题意;}$$

$$\therefore \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BO}, \text{故选项 B 错误, 不符合题意;}$$

$$\therefore \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}, \text{故选项 C 正确, 符合题意;}$$

$$\therefore \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}, \text{故选项 D 错误, 不符合题意.}$$

故选：C.

5. 袋中有 5 个红球，有 m 个白球，这些球除颜色外其他都相同，从中任意取一个球，恰为白球的概率是 $\frac{2}{3}$ ，则 m 为 ()

A. 10

B. 16

C. 20

D. 18

【答案】A

【解析】

【分析】此题考查概率的求法：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种可能，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

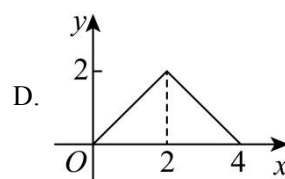
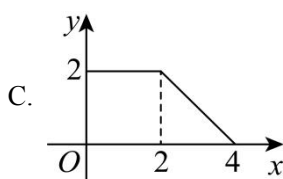
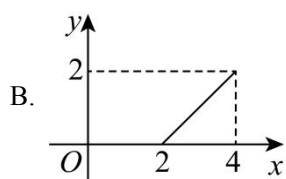
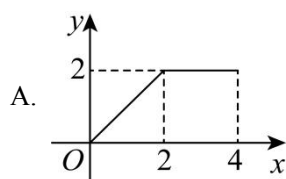
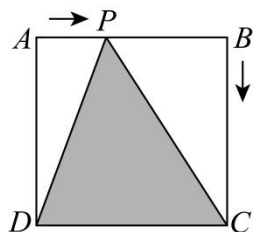
根据概率公式，白球的概率等于白球数量除以总球数，建立方程求解即可.

【详解】解：由题意得 $\frac{m}{5+m} = \frac{2}{3}$,

解得: $m = 10$,

故选: A.

6. 如图正方形 $ABCD$ 边长为 2, 点 P 沿折线 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 运动, 设 P 点离开 A 点的距离为 x , $\triangle CPD$ 的面积为 y , 下列图象中, 能表达 y 与 x 的函数关系的图象可能是 ()



【答案】C

【解析】

【分析】 本题考查了动点问题的函数图象, 一次函数, 正方形的性质, 三角形的面积等知识, 利用分类讨论思想解决问题是本题的关键.

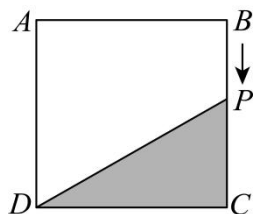
根据点 P 的运动, 表达 $\triangle PCD$ 的面积, 结合选项即可得出结论.

【详解】 解: ①当点 P 在 AB 上时,

即 $0 \leq x \leq 2$, 如题图,

$$\therefore y = \frac{1}{2} CD \cdot AD = 2.$$

②当点 P 在 BC 上时, 如图



即 $2 < x \leq 4$ 时,

$$y = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot CP = \frac{1}{2} \times 2 \times (2 - x) = 2 - x.$$

结合选项可知, 只有 C 符合题意;

故选: C.

二、填空题: 本题共 12 小题, 每小题 2 分, 共 24 分.

7. 如果关于 x 的方程 $(m+2)x=8$ 无解, 那么 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m = -2$

【解析】

【分析】 根据一元一次方程无解, 即未知数系数为 0, 即可求解.

【详解】 $\because$ 关于 x 的方程 $(m+2)x=8$ 无解,

$\therefore m+2=0$, 即 $m=-2$

故答案为: $m=-2$

【点睛】 此题考查了一元一次方程的解, 属于基础知识考查, 难度不大. 解题的关键是掌握一元一次方程无解时未知数的系数为 0. 此外方程的解即为能使方程左右两边相等的未知数的值.

8. 已知分式方程 $\frac{2}{x-2} - \frac{8}{x^2-4} = 1$, 则其解为_____.

【答案】 $x = 0$

【解析】

【分析】 本题考查解分式方程, 熟练掌握解方程的方法是解题的关键. 利用去分母将原方程化为整式方程, 解得 x 的值后进行检验即可.

【详解】 解: 原方程去分母得: $2(x+2)-8=(x+2)(x-2)$,

整理得: $x^2-2x=0$,

解得: $x=0$ 或 $x=2$,

经检验, $x=0$ 是分式方程的解, $x=2$ 是分式方程的增根,

故原方程的解为 $x=0$,

故答案为: $x=0$.

9. 已知点 P 在 x 轴上, 点 $A(3,1)$ 、点 $B(0,2)$, 且 $PA+PB=2\sqrt{5}$, 则点 P 的坐标_____.

【答案】 $(1,0)$ 或 $(\frac{31}{11},0)$

【解析】

【分析】 本题主要考查了两点距离计算公式, 解无理方程, 设点 P 的坐标为 $(m,0)$, 根据两点距离计算公式和已知条件可得 $\sqrt{(m-3)^2+(0-1)^2} + \sqrt{(m-0)^2+(0-2)^2} = 2\sqrt{5}$, 解方程即可得到答案.

【详解】 解: 设点 P 的坐标为 $(m,0)$,

$$\begin{aligned}
&\because \text{点 } A(3,1) \text{、点 } B(0,2), \text{ 且 } PA+PB=2\sqrt{5}, \\
&\therefore \sqrt{(m-3)^2+(0-1)^2}+\sqrt{(m-0)^2+(0-2)^2}=2\sqrt{5}, \\
&\therefore \sqrt{m^2-6m+10}+\sqrt{m^2+4}=2\sqrt{5}, \\
&\therefore m^2-6m+10+m^2+4+2\sqrt{m^2-6m+10}\sqrt{m^2+4}=20, \\
&\therefore 2m^2-6m-6=-2\sqrt{m^2-6m+10}\sqrt{m^2+4}, \\
&\therefore m^2-3m-3=-\sqrt{m^2-6m+10}\sqrt{m^2+4}, \\
&\therefore (m^2-3m-3)^2=(m^2-6m+10)(m^2+4), \\
&\therefore m^4-6m^3-6m^2+9m^2+18m+9=m^4-6m^3+10m^2+4m^2-24m+40, \\
&\therefore 11m^2-42m+31=0, \\
&\therefore (11m-31)(m-1)=0, \\
&\text{解得 } m=1 \text{ 或 } m=\frac{31}{11}, \\
&\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } (1,0) \text{ 或 } \left(\frac{31}{11},0\right), \\
&\text{故答案为: } (1,0) \text{ 或 } \left(\frac{31}{11},0\right).
\end{aligned}$$

10. 若多边形的每个内角都是 140° ，则这个多边形的边数为_____.

【答案】9

【解析】

【分析】本题考查了正多边形的内角和与外角和问题，熟练掌握多边形的外角和等于 360° 是解题关键. 先求出这个多边形的每个外角都是 40° ，再根据多边形的外角和等于 360° 求解即可得.

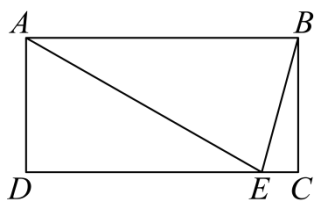
【详解】解： $\because$ 这个多边形的每个内角都是 140° ，

$\therefore$ 这个多边形的每个外角都是 $180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ ，

$\therefore$ 这个多边形的边数为 $360^\circ \div 40^\circ = 9$ ，

故答案为：9.

11. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB=2BC$ ，点 E 在 CD 上，且 $AE=AB$ ，则 $\angle ABE =$ _____.



【答案】 75° ##75 度

【解析】

【分析】 本题考查了矩形的性质，三角形内角和定理，平行线性质的性质，解决本题的关键是利用矩形的性质求出 $\angle AED = 30^\circ$. 根据矩形的性质求出 $\angle AED = 30^\circ$, 再利用三角形内角和定理即可求出 $\angle ABE$ 的度数.

【详解】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AB = CD, AD = BC,$$

$$\because AB = 2BC, AE = AB,$$

$$\therefore AE = 2AD,$$

$$\because \angle ADE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AED = 30^\circ,$$

$$\because AB \parallel DC,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle AED = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle AEB = \frac{1}{2}(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ.$$

故答案为: 75° .

12. 已知平行四边形 $ABCD$ 中, $AC = 24$, $BD = 10$, 且 $AC \perp BD$, 则平行四边形 $ABCD$ 的周长为_____.

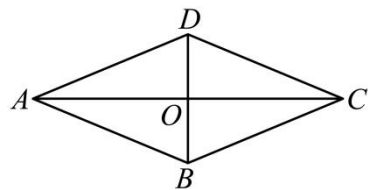
【答案】 52

【解析】

【分析】 本题考查平行四边形的性质、菱形的判定和性质、勾股定理等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识.

根据题意推出四边形 $ABCD$ 是菱形，由勾股定理即可求得 AB 的长，继而求得菱形 $ABCD$ 的周长.

【详解】 解: 如图, AC 、 BD 交于点 O ,



$$\because \text{平行四边形 } ABCD \text{ 中, } BD = 10, AC = 24, AC \perp BD,$$

$$\therefore OB = \frac{1}{2}BD = 5, OA = \frac{1}{2}AC = 12, \text{ 四边形 } ABCD \text{ 是菱形,}$$

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 13,$$

$$\therefore \text{菱形 } ABCD \text{ 的周长} = 4AB = 52,$$

故答案为: 52.

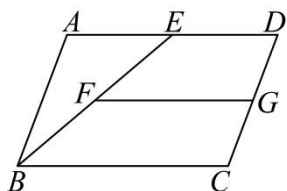
13. 已知平行四边形 $ABCD$ 中, $BC = 6\text{cm}$, E 、 F 、 G 分别是 AD 、 BE 、 CD 的中点, 则 $FG =$ _____ cm .

【答案】 4.5

【解析】

【分析】 本题考查平行四边形的性质, 梯形中位线定理. 由平行四边形的性质推出 $AD \parallel BC$, $AD = BC = 6\text{cm}$, 由线段的中点定义求出 $DE = \frac{1}{2}AD = 3(\text{cm})$, 由梯形中位线定理得到 $FG = \frac{1}{2}(DE + BC)$, 据此求解即可.

【详解】 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,



$$\therefore AD \parallel BC, \quad AD = BC = 6\text{cm},$$

$\because E$ 是 AD 的中点,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AD = 3(\text{cm}),$$

$\because F$ 、 G 分别是 BE 、 CD 的中点,

$\therefore FG$ 是梯形 $EBCD$ 的中位线,

$$\therefore FG = \frac{1}{2}(DE + BC) = \frac{1}{2} \times (3 + 6) = 4.5(\text{cm}).$$

故答案为: 4.5.

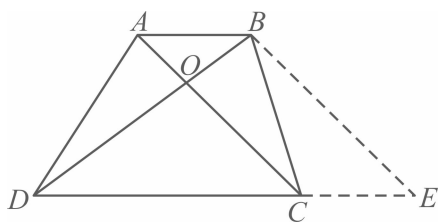
14. 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, AC 、 BD 交于 O , 若 $AC = 5$, $BD = 12$, 中位线长为 6.5, 则梯形 $ABCD$ 的面积_____.

【答案】 30

【解析】

【分析】 本题考查了梯形的中位线、平行四边形的判定和性质, 勾股定理及逆定理, 过点 B 作 $BE \parallel AC$, 交 BC 的延长线于 E , 根据平行四边形的性质得到 $BE = AC = 5$, $AB = CE$, 根据梯形中位线定理求出 BE , 根据勾股定理的逆定理得到 $\angle DBE = 90^\circ$, 根据三角形面积公式计算即可, 掌握相关知识的应用是解题的关键.

【详解】解：如图，过点 B 作 $BE \parallel AC$ ，交 BC 的延长线于 E ，



$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore$ 四边形 $ACEB$ 为平行四边形,

$\therefore BE = AC = 5$, $AB = CE$,

$\therefore$ 梯形中位线长为 6.5,

$\therefore AB + CD = 6.5 \times 2 = 13$,

$\therefore DE = CD + CE = CD + AB = 13$,

在 BDE 中, $BE^2 + BD^2 = 5^2 + 12^2 = 169$, $DE^2 = 13^2 = 169$,

$\therefore BE^2 + BD^2 = DE^2$,

$\therefore \angle DBE = 90^\circ$,

$\therefore BDE$ 的面积为: $\frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$,

$\therefore AB = CE$, $AB \parallel DE$,

$\therefore \triangle CBE$ 的面积 $= \triangle ADB$ 的面积,

$\therefore$ 梯形 $ABCD$ 的面积 $= \triangle BDE$ 的面积 $= 30$,

故答案为: 30.

15. 甲乙两人骑自行车, 从相距 60 千米的 A、B 两地同时出发, 相向而行, 甲从 A 地出发至 2 千米时, 想起有东西忘在 A 地, 既返回去取, 又立即从 A 地向 B 地行进, 甲乙两人恰好在 AB 的中点相遇. 已知甲的速度比乙的速度快 2.5 千米/小时. 求甲乙两人的速度? 设乙的速度是 x 千米/小时, 则所列方程是_____.

【答案】 $\frac{34}{x+2.5} = \frac{30}{x}$

【解析】

【分析】 本题考查由实际问题抽象出分式方程, 解答本题的关键是明确题意, 列出相应的方程. 根据题意和题目中的数据, 可以列出相应的分式方程.

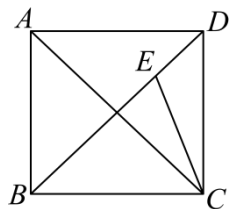
【详解】解: 由题意可得,

$$\frac{2+2+60 \div 2}{x+2.5} = \frac{60 \div 2}{x},$$

化简得: $\frac{34}{x+2.5} = \frac{30}{x}$,

故答案为: $\frac{34}{x+2.5} = \frac{30}{x}$.

16. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 连接 AC 、 BD , CE 平分 $\angle ACD$ 交 BD 于点 E , 则 $DE = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】 $\sqrt{2} - 1$

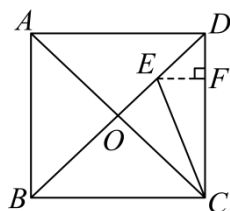
【解析】

【分析】 本题考查正方形的性质、全等三角形的判定与性质、勾股定理及角平分线的性质, 熟练掌握相关知识, 证明 $\text{Rt}\triangle ECO \cong \text{Rt}\triangle ECF$ 是解题的关键. 过点 E 作 $EF \perp DC$ 于点 F , 根据正方形的性质可得

$AC \perp BD$, 再根据角平分线的性质可得 $EO = EF$, 证明 $\text{Rt}\triangle ECO \cong \text{Rt}\triangle ECF$ (HL), 可得 $CO = CF$, 利

用勾股定理求得 $AC = \sqrt{2}$, 可得 $CO = CF = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $EO = EF = DF = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$, 即可求解.

【详解】 解: 过点 E 作 $EF \perp DC$ 于点 F , 如图,



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AC \perp BD$,

$\because CE$ 平分 $\angle ACD$,

$\therefore EO = EF$,

在 $\text{Rt}\triangle ECO$ 和 $\text{Rt}\triangle ECF$ 中,

$$\begin{cases} EO = EF \\ EC = EC \end{cases}$$

$\therefore \text{Rt}\triangle ECO \cong \text{Rt}\triangle ECF$ (HL),

$\therefore CO = CF$,

$\because$ 正方形 $ABCD$ 的边长为 1,

$$\therefore AC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2},$$

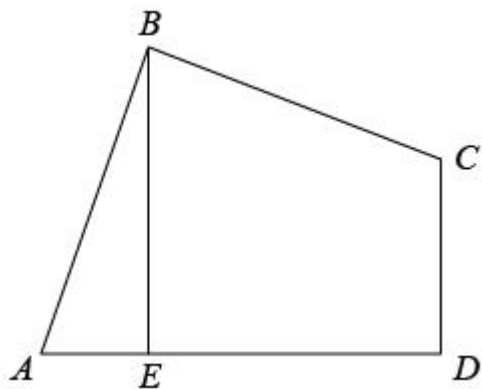
$$\therefore CO = CF = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore EO = EF = DF = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore DE = DO - OE = \frac{\sqrt{2}}{2} - \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2} - 1.$$

故答案为: $\sqrt{2} - 1$.

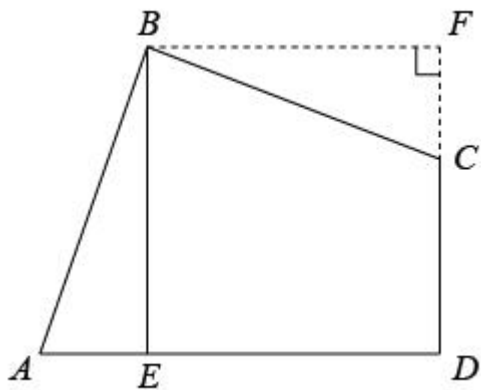
17. 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AB = BC$, $\angle ABC = \angle CDA = 90^\circ$, $BE \perp AD$ 于点 E , 且四边形 $ABCD$ 的面积为 8, 则 $BE =$ _____.



【答案】 $2\sqrt{2}$

【解析】

【详解】 解: 过 B 作 BF 垂直 DC 的延长线于点 F ,



$$\because \angle ABC = \angle CDA = 90^\circ, \quad BF \perp CD,$$

$$\therefore \angle ABE + \angle EBC = \angle CBF + \angle EBC,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle CBF;$$

又 $\because BE \perp AD, BF \perp DF$, 且 $AB = BC$,

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBF,$$

$$\therefore BE = BF;$$

$$\because BE \perp AD, \angle CDA = 90^\circ, BE = BF,$$

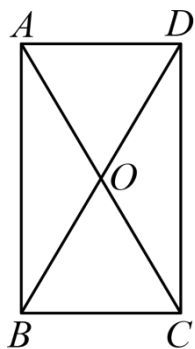
$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 为正方形;

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的面积等于正方形 $BEDF$ 的面积, 即等于 9,

$$\therefore BE^2 = 8, \text{ 即 } BE = 2\sqrt{2}$$

故答案是: $2\sqrt{2}$

18. 在矩形 $ABCD$ 中, $AD = 3$, 对角线 AC 、 BD 交于 O , P 为 AB 的中点, 将 $\triangle ADP$ 绕点 A 顺时针旋转, 使点 D 恰好落在点 O 处, 点 P 落在点 P' , 那么 $P'B =$ _____.

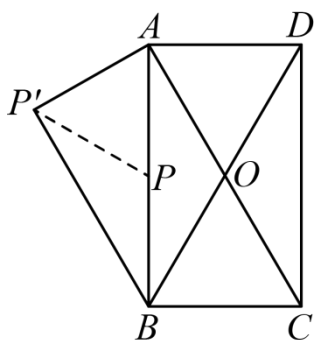


【答案】 $\frac{9}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了旋转的性质. 矩形的性质, 勾股定理, 灵活运用这些性质解决问题是解题的关键. 由旋转的性质和矩形的性质可证 $\triangle AOD$ 为等边三角形, 可得 $AD = AO = OD = 3$, 由勾股定理可求 AB 的长, 通过证明 $\triangle ABP'$ 为直角三角形, 由勾股定理可求解.

【详解】 解: 如图所示,



由旋转的性质可知 $AD = AO$,

由矩形的性质可知 $AO = OD$,

$\therefore \triangle AOD$ 为等边三角形,

$\therefore AD = AO = OD = 3$,

$\therefore BD = 6$,

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 由勾股定理得, $AB = \sqrt{BD^2 - AD^2} = 3\sqrt{3}$,

$\therefore AP' = AP = \frac{1}{2}AB = \frac{3\sqrt{3}}{2}$,

又 $\because$ 旋转角 $\angle P'AP = \angle DAO = 60^\circ$,

$\therefore PP' = PA = PB = \frac{3\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore \angle PAP' = \angle PP'A, \angle PBP' = \angle PP'B$,

且 $\angle PAP' + \angle PP'A + \angle PBP' + \angle PP'B = 180^\circ$,

$\therefore \angle AP'B = \angle PP'B + \angle PP'A = 90^\circ$,

$\therefore \triangle ABP'$ 为直角三角形,

在 $\text{Rt}\triangle ABP'$ 中, $P'B = \sqrt{AB^2 - P'A^2} = \frac{9}{2}$,

故答案为: $\frac{9}{2}$.

三、解答题: 本题共 8 小题, 共 58 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

19. 解方程组:
$$\begin{cases} (x-y)^2 = 16 \\ x^2 + 2xy = 25 - y^2 \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x = \frac{9}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = -\frac{9}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{9}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -\frac{9}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解二元一次方程组, 平方根等知识点, 熟练掌握解二元一次方程组的步骤和平方根是解题的关键.

先利用求一个数的平方根求出 $x-y$ 和 $x+y$ 的值, 再组成四个二元一次方程组, 分别求解即可.

【详解】解：
$$\begin{cases} (x-y)^2 = 16 \text{①} \\ x^2 + 2xy = 25 - y^2 \text{②} \end{cases}$$

由①得， $x-y=4$ 或 $x-y=-4$ ，

由②得， $x^2 + 2xy + y^2 = 25$ ，

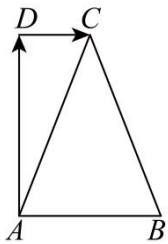
$$(x+y)^2 = 25,$$

$x+y=5$ 或 $x+y=-5$ ，

由①②得 $\begin{cases} x-y=4 \\ x+y=5 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x-y=4 \\ x+y=-5 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x-y=-4 \\ x+y=5 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x-y=-4 \\ x+y=-5 \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x=\frac{9}{2} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-\frac{1}{2} \\ y=-\frac{9}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{9}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-\frac{9}{2} \\ y=-\frac{1}{2} \end{cases}$.

20. 如图已知直角梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel DC$ ， $\angle D = 90^\circ$ ， $CA = CB$ ， 设 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$ 。



(1) 试用 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{CB} =$ _____；

(2) 请在原图中作出：表示 $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB}$ 的和向量。

【答案】(1) $-\vec{a} + \vec{b}$

(2) 见解析

【解析】

【分析】 本题考查作图-复杂作图， 直角梯形， 平面向量， 解题的关键是掌握相关知识解决问题。

(1) 过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H ， 再根据 $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CH} + \overrightarrow{HB}$ 求解；

(2) 如图， 延长 DC 到 T ， 使得 $CT = AB$ ， 根据 $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CT} = \overrightarrow{AT}$ 即可解答。

【小问1 详解】

解： 过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H 。

$$\because AB \parallel CD, \angle D = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB = 180^\circ - \angle D = 90^\circ,$$

$$\because CH \perp AB,$$

$$\therefore \angle CHA = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $AHCD$ 是矩形,

$$\therefore CD = AH, AD = CH,$$

$$\because CA = CB, CH \perp AB,$$

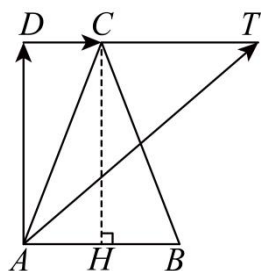
$$\therefore AH = BH = CD,$$

$$\therefore \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CH} + \overrightarrow{HB} = -\vec{a} + \vec{b};$$

故答案为: $-\vec{a} + \vec{b}$

【小问 2 详解】

解: 如图, 延长 DC 到 T , 使得 $CT = AB$, 连接 AT ,



$$\because AB \parallel DT, AB = CT,$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CT} = \overrightarrow{AT},$$

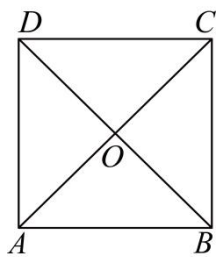
则 $\overrightarrow{AT}$ 即为所求作.

21. 如图, 正方形的边长为 2, 中心为 O, 从 O、A、B、C、D 五点中任取两点.

(1) 求取到的两点间的距离为 2 的概率;

(2) 求取到的两点间的距离为 $2\sqrt{2}$ 的概率;

(3) 求取到的两点间的距离为 $\sqrt{2}$ 的概率.



【答案】(1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{1}{5}$ (3) $\frac{2}{5}$

【解析】

【详解】试题分析: $AB=BC=CD=AD=2$, $AC=BD=2\sqrt{2}$, $OD=OC=OA=OB=\sqrt{2}$, 求取到的两点间的距离为 2、 $\sqrt{2}$ 、 $2\sqrt{2}$ 的概率, 也就是求取到这些相等线段的概率, 总共有 10 条线段.

试题解析: 解: (1) 从 O、A、B、C、D 五点中任取两点, 所有等可能出现的结果有:

AB、AC、AD、BC、BD、CD、OA、OB、OC、OD, 共有 10 种,

满足两点间的距离为 2 的结果有 AB、BC、CD、AD 这 4 种,

$$\text{则 } P(\text{两点间的距离为 } 2) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}.$$

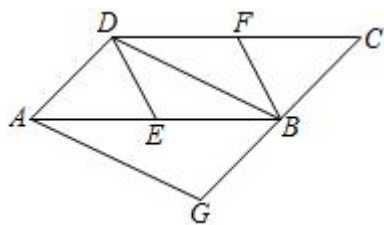
(2) 满足两点间的距离为 $2\sqrt{2}$ 的结果有 AC、BD 这 2 种.

$$\text{则 } P(\text{两点间的距离为 } 2\sqrt{2}) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}.$$

(3) 满足两点间的距离为 $\sqrt{2}$ 的结果有 OA、OB、OC、OD 这 4 种.

$$\text{则 } P(\text{两点间的距离为 } \sqrt{2}) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}.$$

22. 如图, 在平行四边形 ABCD 中, E、F 分别为边 AB、CD 的中点, BD 是对角线, 过 A 点作 $AG \parallel DB$ 交 CB 的延长线于点 G.



(1) 求证: $DE \parallel BF$.

(2) 若 $\angle G = 90^\circ$, 求证: 四边形 DEBF 是菱形.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 根据平行四边形的性质可知 $DF \parallel BE$ ， $DC = AB$ ．由 E 、 F 分别为边 AB 、 CD 的中点可推出 $DF = BE$ ．即可利用一组对边平行且相等的四边形为平行四边形，证明四边形 $DEBF$ 是平行四边形，即得出 $DE \parallel BF$ ．

(2) 由 $\angle G = 90^\circ$ ， $AG \parallel DB$ 可推出 $\angle DBC = 90^\circ$ ，根据直角三角形斜边中线的性质，可推出 $BF = DF = CF = \frac{1}{2}CD$ ，所以平行四边形 $DEBF$ 是菱形．

【小问 1 详解】

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$ ， $DC \parallel AB$ ， $DC = AB$ ，

$\because E$ 、 F 分别为边 AB 、 CD 的中点，

$\therefore DF = BE$ ， $DF \parallel BE$ ．

$\therefore$ 四边形 $DEBF$ 是平行四边形，

$\therefore DE \parallel BF$ ．

【小问 2 详解】

$\because AG \parallel DB$ ， $\angle G = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle DBC = 90^\circ$ ．

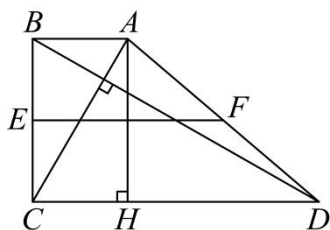
又 $\because F$ 分别为边 CD 的中点，

$\therefore BF = \frac{1}{2}CD = DF$ ．

$\therefore$ 平行四边形 $DEBF$ 是菱形．

【点睛】本题考查平行四边形的判定和性质，直角三角形斜边中线的性质，菱形的判定．熟练掌握特殊四边形的判定方法是解题的关键．

23. 已知：如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel DC$ ，中位线 $EF = 7\text{cm}$ ，对角线 $AC \perp BD$ ， $\angle BDC = 30^\circ$ ．求梯形的高 AH ．



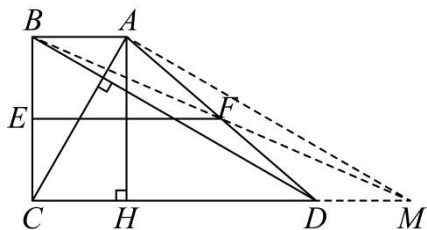
【答案】 $\frac{7}{2}\sqrt{3}\text{cm}$

【解析】

【分析】本题主要考查了平行四边形的判定与性质，梯形的中位线，直角三角形的性质及勾股定理．过 A 作

$AM \parallel BD$ ，交 CD 的延长线于 M ，连接 BM ，易证四边形 $ABDM$ 是平行四边形， $\angle AMC = \angle BDC = 30^\circ$ ，进而推出 EF 是 $\triangle BCM$ 的中位线，求出 CM ，再根据对角线垂直的条件结合直角三角形的性质求得 AC, CH 的长度，利用勾股定理即可求解。

【详解】解：过 A 作 $AM \parallel BD$ ，交 CD 的延长线于 M ，连接 BM ，



$\because AB \parallel DC, AM \parallel BD$,

$\therefore$ 四边形 $ABDM$ 是平行四边形， $\angle AMC = \angle BDC = 30^\circ$ ，

又 $\because$ 在梯形 $ABCD$ 中，中位线 $EF = 7\text{cm}$ ，即点 E, F 分别是 BC, AD 的中点，

$\therefore$ 点 F 是 BM 的中点，

$\therefore EF$ 是 $\triangle BCM$ 的中位线，

$\therefore CM = 2EF = 14\text{cm}$ ，

又 $\because AC \perp BD$ ，

$\therefore AC \perp AM$ ，

$\therefore AC = \frac{1}{2}CM = 7\text{cm}$ 。

$\because AH \perp CD, \angle ACD = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle CAH = 30^\circ$ ，

$\therefore CH = \frac{1}{2}AC = \frac{7}{2}\text{cm}$ ，

$\therefore AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \frac{7}{2}\sqrt{3}\text{cm}$ 。

24. 如图 1，在正方形 $ABCD$ 中， P 是对角线 BD 上的一点，点 E 在 AD 的延长线上，且 $PA = PE$ ， PE 交 CD 于 F ，

(1) 证明： $PC = PE$ ；

(2) 求 $\angle CPE$ 的度数；

(3) 如图 2，把正方形 $ABCD$ 改为菱形 $ABCD$ ，其他条件不变，当 $\angle ABC = 120^\circ$ 时，连接 CE ，试探究线段 AP 与线段 CE 的数量关系，并说明理由。

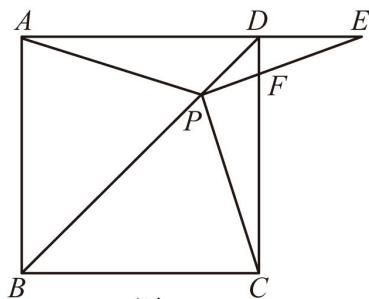


图1

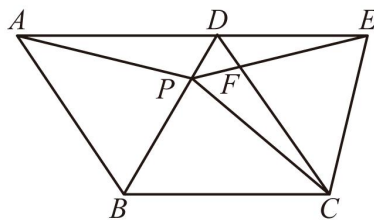


图2

【答案】 (1) 证明见解析; (2) 90° ; (3) $AP=CE$, 理由见解析

【解析】

【分析】 (1) 根据正方形得出 $AB=BC$, $\angle ABP=\angle CBP=45^\circ$, 结合 $PB=PB$ 得出 $\triangle ABP \cong \triangle CBP$, 从而得出结论;

(2) 根据全等得出 $\angle BAP=\angle BCP$, $\angle DAP=\angle DCP$, 根据 $PA=PE$ 得出 $\angle DAP=\angle E$, 即 $\angle DCP=\angle E$, 易得答案;

(3) 首先证明 $\triangle ABP$ 和 $\triangle CBP$ 全等, 然后得出 $PA=PC$, $\angle BAP=\angle BCP$, 然后得出 $\angle DCP=\angle DEP$, 从而得出 $\angle CPF=\angle EDF=60^\circ$, 然后得出 $\triangle EPC$ 是等边三角形, 从而得出 $AP=CE$.

【详解】 (1) 证明: 在正方形 $ABCD$ 中, $AB=BC$, $\angle ABP=\angle CBP=45^\circ$,

又 $\because PB=PB$,

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle CBP$ (SAS),

$\therefore PA=PC$,

$\because PA=PE$,

$\therefore PC=PE$;

(2) 解: 由 (1) 知, $\triangle ABP \cong \triangle CBP$,

$\therefore \angle BAP=\angle BCP$,

$\therefore \angle DAP=\angle DCP$,

$\because PA=PE$,

$\therefore \angle DAP=\angle E$,

$\therefore \angle DCP=\angle E$,

$\because \angle CFP=\angle EFD$ (对顶角相等),

$\therefore 180^\circ - \angle PFC - \angle PCF = 180^\circ - \angle DFE - \angle E$, 即 $\angle CPF=\angle EDF=90^\circ$;

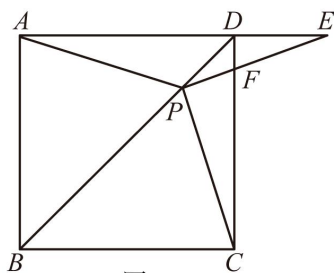


图1

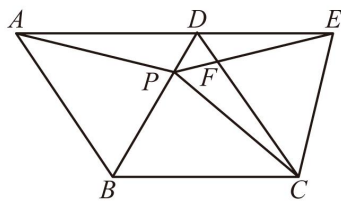


图2

(3) $AP = CE$

理由是：在菱形 $ABCD$ 中， $AB = BC$ ， $\angle ABP = \angle CBP$ ，

在 $\triangle ABP$ 和 $\triangle CBP$ 中，又 $\because PB = PB$ ，

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle CBP$ (SAS)，

$\therefore PA = PC$ ， $\angle BAP = \angle BCP$ ，

$\because PA = PE$ ，

$\therefore PC = PE$ ，

$\therefore \angle DAP = \angle DCP$ ，

$\because PA = PE$ ，

$\therefore \angle DAP = \angle DEP$ ，

$\therefore \angle DCP = \angle DEP$ ，

$\because \angle CFP = \angle EFD$ (对顶角相等)，

$\therefore 180^\circ - \angle PFC - \angle PCF = 180^\circ - \angle DFE - \angle DEP$ ，

即 $\angle CPF = \angle EDF = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ ，

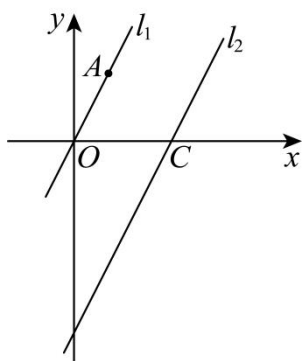
$\therefore \triangle EPC$ 是等边三角形，

$\therefore PC = CE$ ，

$\therefore AP = CE$ 。

25. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l_1 经过 $O(0,0)$ 、 $A(1,2)$ 两点，将直线 l_1 向下平移 6 个单位得到

直线 l_2 ，交 x 轴于点 C ， B 是直线 l_2 上一点，且四边形 $ABCO$ 是平行四边形。



(1) 求直线 l_2 的表达式及 B 点的坐标;

(2) 若 D 是平面直角坐标系内的一点, 且以 O 、 A 、 C 、 D 四个点为顶点的四边形是等腰梯形, 求点 D 的坐标.

【答案】 (1) $y = 2x - 6$, $B(4, 2)$;

(2) 点 D 的坐标为 $\left(\frac{14}{5}, -\frac{2}{5}\right)$ 或 $(2, 2)$ 或 $(1, -1)$

【解析】

【分析】 本题主要考查对用待定系数法求一次函数、一次函数与几何变换等知识点的理解和掌握, 能用待定系数法正确求函数的解析式是解此题的关键.

(1) 根据一次函数的平移和平行四边形的性质解答即可;

(2) 根据等腰梯形的性质和坐标特点解答即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 直线 l_1 经过 $O(0, 0)$ 、 $A(1, 2)$ 两点,

设直线 l_1 为 $y = kx$, 可得 $k = \frac{2}{1} = 2$

$\therefore l_1: y = 2x$,

$\because$ 将直线 l_1 向下平移 6 个单位得到直线 l_2 ,

$\therefore l_2: y = 2x - 6$,

$\because$ 四边形 $ABCO$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel OC$,

$\because$ 点 B 在直线 l_2 上, $A(1, 2)$,

设点 $B(t, 2)$,

$$\therefore 2t - 6 = 2, \text{ 解得 } t = 4,$$

$$\therefore B(4, 2);$$

【小问 2 详解】

解: 若 $AO \parallel CD$,

$\therefore D$ 点在直线 l_2 上,

设 $D(m, 2m - 6)$,

$$\therefore OC = AD = 3,$$

$$\therefore \sqrt{(m-1)^2 + (2m-6-2)^2} = 3,$$

$$\therefore m_1 = 4, m_2 = \frac{14}{5},$$

$$\therefore D(4, 2), D\left(\frac{14}{5}, -\frac{2}{5}\right),$$

$\therefore D(4, 2)$ 与点 B 重合, 舍去,

$$\therefore D\left(\frac{14}{5}, -\frac{2}{5}\right);$$

若 $AD \parallel OC$, $AO = CD = \sqrt{5}$, 点 D 在直线 AB 上, 设 $D(n, 2)$

$$\therefore \sqrt{(n-3)^2 + 4} = \sqrt{5},$$

$$\therefore n_1 = 4, n_2 = 2,$$

$$\therefore D(4, 2), D(2, 2),$$

$\therefore D(4, 2)$ 与点 B 重合, 舍去,

$$\therefore D(2, 2);$$

若 $OD \parallel AC$, $DC = AO$, 点 D 在直线 OD 上,

$\therefore$ 直线 AC 的表达式为 $y = -x + 3$,

$\therefore$ 直线 OD 的表达式为 $y = -x$,

$\therefore$ 设 $D(p, -p)$,

$$\therefore \sqrt{(p-3)^2 + p^2} = \sqrt{5},$$

$$\therefore p_1 = 1, p_2 = 2,$$

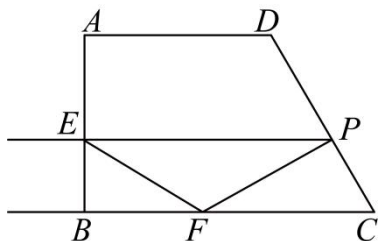
$$\therefore D(1, -1), D(2, -2),$$

$\because D(2, -2)$ 在直线 l_2 上, 不符合题意, 舍去,

$$\therefore D(1, -1);$$

综上所述, 点 D 的坐标为 $\left(\frac{14}{5}, -\frac{2}{5}\right)$ 或 $(2, 2)$ 或 $(1, -1)$.

26. 已知: 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $BC = 9$, $\angle C = 60^\circ$, 将一个 30° 角的顶点 P 放在 DC 边上在滑动 (P 不与 D 、 C 重合), 保持 30° 角的一边平行于 BC , 与边 AB 交于点 E , 30° 角的另一边与射线 CB 交于点 F , 联结 EF .



(1) 当点 F 与点 B 重合时, 求 CP 的长;

(2) 当点 F 在 CB 边上时, 设 $CP = x$, $PE = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出函数定义域;

(3) 当 $EF = CP$ 时, 求 CP 的长.

【答案】 (1) $\frac{9}{2}$;

$$(2) y = 9 - \frac{1}{2}x \left(0 \leq x \leq \frac{9}{2} \right);$$

(3) CP 的长为 $\frac{18}{5}$ 或 6

【解析】

【分析】 本题是四边形综合题, 考查了直角梯形的性质, 平行四边形的性质和判定, 全等三角形的判定与性质, 矩形的性质, 熟练掌握平行四边形的判定与性质是解题的关键.

(1) 证明 $\angle BPC = 90^\circ$, 根据含 30° 的直角三角形的性质求出 CP 的长;

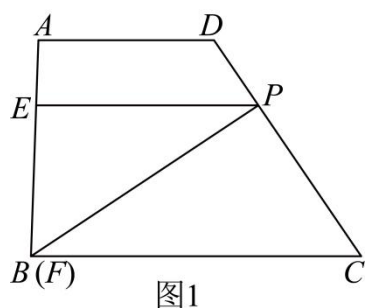
(2) 作 $FH \perp EP$ 于 H , 根据直角三角形的性质求出 FC 、 PF 的长, 根据勾股定理和含 30° 角的直角三角形性质可求出 PH 的长, 根据矩形的性质求出 EH , 得到 y 关于 x 的函数解析式;

(3) 分两种情况讨论: 设 $CP = x$, ①当点 F 在 CB 边上时, 作 $PG \perp BC$ 于 G , 证明 $\text{Rt}\triangle EBF \cong \text{Rt}\triangle PGC$, 得到 $\angle EFB = \angle C$, 得到四边形 $EFCP$ 是平行四边形, 根据平行四边形的性质计算即可; ②当点 F 在 CB

延长线上时，作 $PH \perp BC$ 于 H ，四边形 $EFCP$ 是等腰梯形，则 $CH = BF = \frac{1}{2}x$ ，可得 $9 + \frac{1}{2}x = 2x$ ，求解即可。

【小问 1 详解】

解：当点 F 与点 B 重合时，如图 1，



$$\therefore EP \parallel BC,$$

$$\therefore \angle PBC = \angle EPB = 30^\circ,$$

$$\text{又 } \angle C = 60^\circ,$$

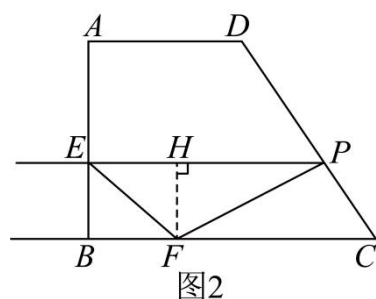
$$\therefore \angle BPC = 90^\circ,$$

$$\therefore CP = \frac{1}{2}BC = \frac{9}{2};$$

【小问 2 详解】

解：如图 2，作 $FH \perp EP$ 于 H ，则四边形 $EBFH$ 是矩形，

$$\therefore \angle FPC = 90^\circ, \angle C = 60^\circ, CP = x,$$



$$\therefore FC = 2x,$$

$$\therefore FP = \sqrt{3}x,$$

$$\text{又 } \angle EPF = 30^\circ,$$

$$\therefore PF = 2FH, PH = \sqrt{3}FH,$$

$$\therefore \sqrt{3}x = 2FH,$$

$$\therefore FH = \frac{\sqrt{3}}{2}x,$$

$$\therefore PH = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{3}{2}x,$$

$\because$ 四边形 $EBFH$ 是矩形,

$$\therefore EH = BF = 9 - 2x,$$

$$\therefore y = \frac{3}{2}x + 9 - 2x = 9 - \frac{1}{2}x \left(0 \leq x \leq \frac{9}{2} \right);$$

【小问 3 详解】

解: 分两种情况讨论: ① 当点 F 在 CB 边上时, 当 $EF = CP$ 时, 设 $CP = x$, 如图 3,

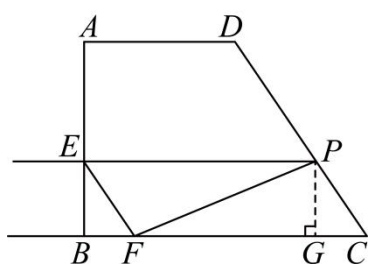


图3

作 $PG \perp BC$ 于 G ,

在 $\text{Rt}\triangle EBF$ 和 $\text{Rt}\triangle PGC$ 中,

$$\begin{cases} EB = PG \\ EF = PC \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle EBF \cong \text{Rt}\triangle PGC (\text{HL}),$$

$$\therefore \angle EFB = \angle C = 60^\circ,$$

$$\therefore EF \parallel PC, \text{ 又 } EP \parallel BC,$$

$\therefore$ 四边形 $EFCP$ 是平行四边形,

$$\therefore EP = FC,$$

$$\text{即 } 9 - \frac{1}{2}x = 2x,$$

$$\text{解得 } x = \frac{18}{5};$$

② 当点 F 在 CB 的延长线上时, 设 $CP = x$, 作 $PH \perp BC$ 于 H , 如图 4,

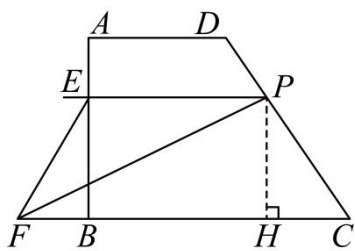


图4

由题意四边形 $EFCP$ 是等腰梯形，则 $CH = BF = \frac{1}{2}x$ ，

$$\therefore FH = BC = 9,$$

$$\text{则 } 9 + \frac{1}{2}x = 2x,$$

解得 $x = 6$ ，

则 $EF = CP$ 时， CP 的长为 $\frac{18}{5}$ 或 6.