

八年级第二学期数学第一阶段检测试卷

(完成时间: 100 分钟, 满分: 120 分)

一、选择题 (本大题共 6 题, 满分 18 分)

1. 在下列函数中, y 是 x 的一次函数的是 ()

A. $y = kx + b$ (k 、 b 是常数)

B. $2x + 7y = 1$

C. $y = \frac{1}{x} + 4$

D. $y = 2x^2 - 1$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的定义 (识别一次函数), 熟练掌握一次函数的定义及一般形式是解题的关键:

1、一次函数的一般形式为 $y = kx + b$, 其中 k , b 为常数, $k \neq 0$; 2、一次函数的一般形式的结构特征:

(1) $k \neq 0$, (2) x 的次数是 1, (3) 常数 b 可以为任意实数; 3、注意: ①正比例函数是一次函数, 但一次函数不一定是正比例函数; ②一般情况下, 一次函数的自变量的取值范围是全体实数; ③如果一个函数是一次函数, 那么含有自变量 x 的式子是一次的, 系数 k 不等于 0, 而 b 可以为任意实数; ④判断一个函数是不是一次函数, 就是判断它是否能化成 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的形式; ⑤一次函数的一般形式可以转化为含 x 、 y 的二元一次方程.

根据一次函数的定义及一般形式逐项分析判断即可.

【详解】解: A. $y = kx + b$ (k 、 b 是常数), 当 $k = 0$ 时, y 不是 x 的一次函数, 故选项 A 不符合题意;

B. $2x + 7y = 1$, 可化为 $y = -\frac{2}{7}x + \frac{1}{7}$, y 是 x 的一次函数, 故选项 B 符合题意;

C. $y = \frac{1}{x} + 4$, y 不是 x 的一次函数, 故选项 C 不符合题意;

D. $y = 2x^2 - 1$, y 不是 x 的一次函数, 故选项 D 不符合题意;

故选: B.

2. 下列各有序实数对表示的点不在函数 $y = -2x + 1$ 图象上的是 ()

A. (0, 1)

B. (1, -1)

C. $(-\frac{1}{2}, 0)$

D. (-1, 3)

【答案】C

【解析】

【详解】A. 当 $x = 0$ 时, $y = 1$, 此点在一次函数 $y = -2x + 1$ 的图象上, 故本选项错误;

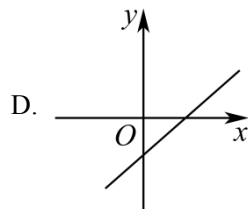
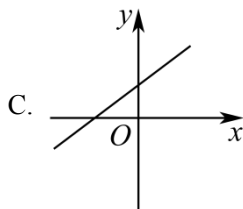
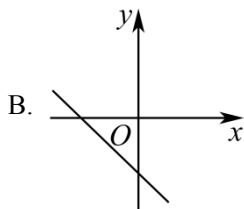
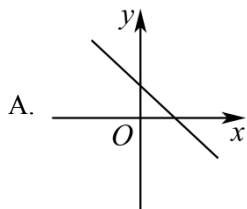
B. 当 $x = 1$ 时, $y = -1$, 此点在一次函数 $y = -2x + 1$ 的图象上, 故本选项错误;

C. 当 $x = -\frac{1}{2}$ 时, $y = 2 \neq 0$, 此点不在一次函数 $y = -2x + 1$ 的图象上, 故本选项正确;

D. 当 $x = -1$ 时, $y = 3$, 此点在一次函数 $y = -2x + 1$ 的图象上, 故本选项错误.

故选 C.

3. 已知一次函数 $y = kx + b$, y 随着 x 的增大而减小, 且 $kb < 0$, 则在直角坐标系内它的大致图象是 ()



【答案】A

【解析】

【分析】利用一次函数的性质进行判断.

【详解】解: $\because$ 一次函数 $y = kx + b$, y 随着 x 的增大而减小,

$$\therefore k < 0,$$

$$\text{又} \because kb < 0,$$

$$\therefore b > 0,$$

$\therefore$ 此一次函数图象过第一, 二, 四象限.

故选: A.

【点睛】本题考查了一次函数的性质. $k > 0$, 图象过第一, 三象限; $k < 0$, 图象过第二, 四象限. $b > 0$, 图象与 y 轴正半轴相交; $b = 0$, 图象过原点; $b < 0$, 图象与 y 轴负半轴相交.

4. 函数 $y = (m+1)x - (4m-3)$ 的图像经过一、二、四象限, 则 m 的取值范围是 ()

A. $m < \frac{3}{4}$

B. $-1 < m < \frac{3}{4}$

C. $m < -1$

D. $m > -1$

【答案】C

【解析】

【分析】函数 $y = (m+1)x - (4m-3)$ 的图象在第一、二、四象限, 可得 $m+1 < 0$, 截距 $-(4m-3) > 0$, 解不等式组可得答案.

【详解】解: 由已知得, 函数 $y = (m+1)x - (4m-3)$ 的图象在第一、二、四象限,

$$\text{有} \begin{cases} m+1 < 0 \\ -(4m-3) > 0 \end{cases},$$

解之得: $m < -1$.

故选: C.

【点睛】本题考查了学生对函数图象与坐标系的位置关系和解不等式组, 解题的关键是列出不等式.

5. 在直线 $y = x + 4$ 上, 到坐标轴的距离为 2 个单位的点有 ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意可分到 x 轴的距离为 2 和到 y 轴的距离为 2, 然后分类求解即可.

本题考查了一次函数的性质, 掌握一次函数的性质是解题的关键.

【详解】解: $\because$ 到坐标轴的距离为 2 个单位,

$$\therefore |x| = 2 \text{ 或 } |y| = 2,$$

当 $x = 2$ 时, $y = 6$, 即点 $(2, 6)$;

当 $x = -2$ 时, $y = 2$, 即点 $(-2, 2)$;

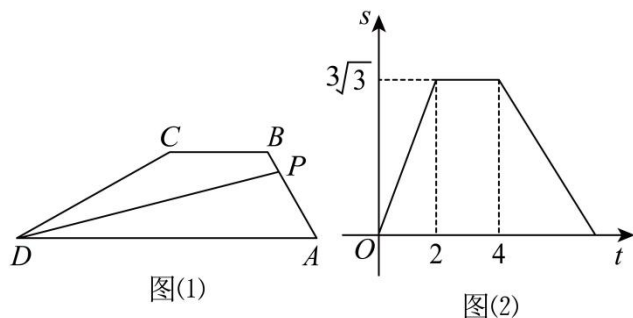
当 $y = 2$ 时, $x = -2$, 即点 $(-2, 2)$;

当 $y = -2$ 时, $x = -6$, 即点 $(-6, -2)$;

$\therefore$ 到坐标轴的距离为 2 个单位的点有 $(2, 6)$ 或 $(-2, 2)$ 或 $(-6, -2)$, 共 3 个,

故选: C.

6. 如图 (1) 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle A = 60^\circ$, 动点 P 从 A 点出发, 以 1cm/s 的速度沿着 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 的方向不停移动, 直到点 P 到达点 D 后才停止. 已知 $\triangle PAD$ 的面积 S (单位: cm^2) 与点 P 移动的时间 t (单位: s) 的函数关系如图 (2) 所示, 则点 P 从开始移动到停止移动一共用了 () s .



A. 6

B. 7

C. $4 + 3\sqrt{3}$

D. $4 + 2\sqrt{3}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了动点问题的函数图象，勾股定理，矩形的判定与性质，掌握知识点的应用是解题的关键.

根据图（2）判断出 AB 、 BC 的长度，过点 B 作 $BE \perp AD$ 于点 E ，然后求出梯形 $ABCD$ 的高 BE ，再根据 $t = 2$ 时 $\triangle PAD$ 的面积求出 AD 的长度，过点 C 作 $CF \perp AD$ 于点 F ，然后求出 DF 的长度，利用勾股定理列式求出 CD 的长度，然后求出 AB 、 BC 、 CD 的和，再根据时间 = 路程 $\div$ 速度计算即可得解.

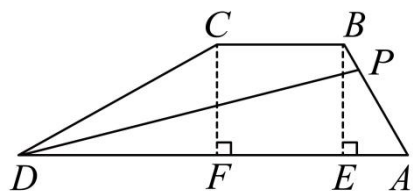
【详解】解：由图（2）可知， t 在 2 到 4 秒时， $\triangle PAD$ 的面积不发生变化，

$\therefore$ 在 AB 上运动的时间是 2 秒，在 BC 上运动的时间是 $4 - 2 = 2$ （秒），

$\therefore$ 动点 P 的运动速度是 1cm/s ，

$\therefore AB = 2\text{cm}$ ， $BC = 2\text{cm}$ ，

如图，过点 B 作 $BE \perp AD$ 于点 E ，过点 C 作 $CF \perp AD$ 于点 F ，



$\therefore \angle BEF = \angle CFE = \angle BEA = \angle DFC = 90^\circ$ ，

$\therefore AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle BEF + \angle CBE = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle BEF = \angle CFE = \angle CBE = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 $BCFE$ 是矩形，

$\therefore BE = CF$ ， $BC = EF = 2\text{cm}$ ，

$\therefore \angle A = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle ABE = 30^\circ$ ，

$\therefore AE = \frac{1}{2} AB = 1\text{cm}$ ，

$\therefore BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}(\text{cm})$ ，

$\therefore \frac{1}{2} \times AD \times BE = 3\sqrt{3}$ ，即 $\frac{1}{2} \times AD \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ ，

$\therefore AD = 6\text{cm}$ ，

$\therefore DF = AD - AE - EF = 6 - 1 - 2 = 3(\text{cm})$ ，

在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中, $CD = \sqrt{CF^2 + DF^2} = \sqrt{3+9} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$,

$\therefore$ 动点 P 运动的总路程为 $AB + BC + CD = 2 + 2 + 2\sqrt{3} = 4 + 2\sqrt{3}(\text{cm})$,

$\therefore$ 动点 P 的运动速度是 1cm/s ,

$\therefore$ 点 P 从开始移动到停止移动一共用了 $(4 + 2\sqrt{3}) \div 1 = 4 + 2\sqrt{3}$ (秒),

故选: D.

二、填空题 (每小题 3 分, 共 36 分)

7. 当 m _____ 时, 函数 $y = (m-3)x + m + 2$ 是一次函数.

【答案】 $\neq 3$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的定义, 正确理解一次函数的定义是解题的关键.

根据函数 $y = (m-3)x + m + 2$ 是一次函数, 则 $m-3 \neq 0$, 然后求解即可.

【详解】 解: $\because$ 函数 $y = (m-3)x + m + 2$ 是一次函数,

$\therefore m-3 \neq 0$,

$\therefore m \neq 3$,

故答案为: $\neq 3$.

8. 直线 $y = -2(x+3)$ 的截距是_____.

【答案】 -6

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 截距的定义, 牢记直线上任意一点的坐标都满足函数关系式 $y = kx + b$ 是解题的关键. 代入 $x = 0$ 求出 y 值, 此题得解.

【详解】 解: 当 $x = 0$ 时, $y = -2 \times (0+3) = -6$,

$\therefore$ 直线 $y = -2(x+3)$ 的截距是 -6 .

故答案为: -6 .

9. 直线 $y = kx - 3$ 与直线 $y = 2x + 1$ 交于点 $(2, t)$, 则 $k =$ _____.

【答案】 4

【解析】

【分析】 本题主要考查了求一次函数解析式, 解一元一次方程等知识点, 熟练掌握待定系数法求一次函数

解析式是解题的关键.

将点 $(2, t)$ 代入直线 $y = 2x + 1$, 得 $t = 5$, 将点 $(2, 5)$ 代入直线 $y = kx - 3$, 得 $5 = 2k - 3$, 解方程即可求出 k 的值.

【详解】解: 将点 $(2, t)$ 代入直线 $y = 2x + 1$, 得:

$$t = 2 \times 2 + 1 = 5,$$

将点 $(2, 5)$ 代入直线 $y = kx - 3$, 得:

$$5 = 2k - 3,$$

解得: $k = 4$,

故答案为: 4.

10. 一次函数 $y = kx + b$ 与 $y = 2x + 1$ 平行, 且经过点 $(-3, 4)$, 则表达式为: _____.

【答案】 $y = 2x + 10$

【解析】

【分析】由两函数图象平行可得 $k = 2$, 又 $y = 2x + b$ 经过点 $(-3, 4)$, 由此能求出该一次函数的表达式.

【详解】解: $\because$ 一次函数 $y = kx + b$ 与 $y = 2x + 1$ 平行,

$$\therefore k = 2, \text{ 即 } y = 2x + b,$$

$$\because y = 2x + b \text{ 经过点 } (-3, 4),$$

$$\therefore 4 = 2 \times (-3) + b,$$

解得 $b = 10$,

$$\therefore \text{该一次函数为: } y = 2x + 10.$$

故答案为: $y = 2x + 10$.

【点睛】本题考查一次函数的表达式的求法, 是基础题, 解题时要注意两个一次函数平行的性质的合理运用.

11. 直线 $y = -5x + 5$ 与坐标轴围成的三角形的面积为_____.

【答案】 $\frac{5}{2}$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的性质，三角形的面积等知识，求出直线与坐标轴的交点坐标即可解决问题，解题的关键是熟练掌握一次函数的性质.

【详解】 解：由直线 $y = -5x + 5$ 得：当 $x = 0$ 时， $y = 5$ ，当 $y = 0$ 时， $x = 1$ ，

∴ 直线与坐标轴的交点为 $(0, 5)$ 和 $(1, 0)$ ，

∴ 与坐标轴围成的三角形的面积为 $\frac{1}{2} \times 5 \times 1 = \frac{5}{2}$ ，

故答案为： $\frac{5}{2}$.

12. 直线 $y = -3x + 6$ 可以由 $y = -3(x + 1)$ 向_____ (填“上”或“下”) 平移_____个单位后得到.

【答案】 ①. 上 ②. 9

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数图象平移问题，熟练掌握一次函数图象的平移规律是解题的关键：左加右减，上加下减.

设把直线 $y = -3(x + 1)$ 向上平移 a 个单位可得直线 $y = -3x + 6$ ，则 $y = -3x - 3 + a = -3x + 6$ ，即 $-3 + a = 6$ ，解方程即可求出 a 的值.

【详解】 解： $y = -3(x + 1) = -3x - 3$ ，

设把直线 $y = -3(x + 1)$ 向上平移 a 个单位可得直线 $y = -3x + 6$ ，则：

$$y = -3x - 3 + a = -3x + 6,$$

即： $-3 + a = 6$ ，

解得： $a = 9$ ，

故答案为：上，9.

13. 已知直线 $y = -2x + m$ 与 x 轴交于点 $(-4, 0)$ ，则关于 x 的不等式 $-2x + m < 0$ 的解集是_____.

【答案】 $x > -4$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数与一元一次不等式（根据两条直线的交点求不等式的解集），熟练掌握根据两条直线的交点求不等式解集的方法是解题的关键.

由直线 $y = -2x + m$ 与 x 轴交于点 $(-4, 0)$ 及一次函数的图象与性质可知，当 $x > -4$ 时， $y < 0$ ，即

$-2x + m < 0$ ，由此即可得出关于 x 的不等式 $-2x + m < 0$ 的解集.

【详解】解：∵直线 $y = -2x + m$ 与 x 轴交于点 $(-4, 0)$,

∴当 $x > -4$ 时, $y < 0$, 即 $-2x + m < 0$,

∴关于 x 的不等式 $-2x + m < 0$ 的解集是 $x > -4$,

故答案为: $x > -4$.

14. 已知点 $A(-4, a)$, $B(-2, b)$ 在一次函数 $y = x + k$ (k 为常数) 的图象上, 则 a 与 b 的大小关系是_____.

【答案】 $a < b$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数 $y = kx + b$ 的性质: 当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大; 当 $k < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小. 根据一次函数的性质解答即可.

【详解】解: ∵直线 $y = x + k$ 中, $1 > 0$,

∴此函数 y 随 x 的增大而增大,

∵ $-4 < -2$,

∴ $a < b$.

故答案为: $a < b$.

15. 在平面直角坐标系中, 原点到直线 $y = -\frac{4}{3}x + 8$ 的距离为_____.

【答案】 4.8

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数与坐标轴的交点问题, 三角形面积, 勾股定理, 掌握这些知识点的应用是解题的关键.

设直线 $y = -\frac{4}{3}x + 8$ 与 x 轴交点为 A , 与 y 轴交点为 B , 原点到直线的距离为 h , 求出 $B(0, 8)$ 和 $A(6, 0)$,

然后由勾股定理得出 $AB = 10$, 再通过 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}OA \times OB = \frac{1}{2}AB \times h$ 即可求解.

【详解】解: 设直线 $y = -\frac{4}{3}x + 8$ 与 x 轴交点为 A , 与 y 轴交点为 B , 原点到直线的距离为 h ,

当 $x = 0$ 时, $y = 8$, 当 $y = 0$ 时, $x = 6$,

∴ $B(0, 8)$ 和 $A(6, 0)$,

∴ $OA = 6$, $OB = 8$,

∴ $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}OA \times OB = \frac{1}{2}AB \times h,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 10h,$$

解得： $h = 4.8$,

故答案为： 4.8 .

16. 已知直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 经过第一、三、四象限，那么直线 $y = -kx - b$ ($k \neq 0$) 经过第_____象限.

【答案】 一、二、四

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的图象（已知函数经过的象限求参数范围，根据一次函数解析式判断其经过的象限），熟练掌握 k 、 b 的符号与一次函数图象经过的象限之间的关系是解题的关键：对于一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$)，当 $k > 0$ 时，一次函数图象必过一、三象限；当 $k < 0$ 时，一次函数图象必过二、四象限；当 $b > 0$ 时，一次函数图象与 y 轴交于正半轴；当 $b < 0$ 时，一次函数图象与 y 轴交于负半轴；或者说：当 $k > 0$ ， $b > 0$ 时，一次函数图象经过第一、二、三象限；当 $k > 0$ ， $b < 0$ 时，一次函数图象经过第一、三、四象限；当 $k < 0$ ， $b > 0$ 时，一次函数图象经过第一、二、四象限；当 $k < 0$ ， $b < 0$ 时，一次函数图象经过第二、三、四象限.

根据 k 、 b 的符号与一次函数图象经过的象限之间的关系进行判断即可得出答案.

【详解】 解： $\because$ 直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 经过第一、三、四象限，

$$\therefore k > 0, b < 0,$$

$$\therefore -k < 0, -b > 0,$$

$$\therefore \text{直线 } y = -kx - b \text{ } (k \neq 0) \text{ 经过第一、二、四象限,}$$

故答案为： 一、二、四.

17. 已知直线 $y = -3x + b$ 不经过第一象限，则 b 的取值范围是_____.

【答案】 $b < 0$

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的图象（已知函数经过的象限求参数范围），熟练掌握 k 、 b 的符号与一次函数图象经过的象限之间的关系是解题的关键：对于一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$)，当 $k > 0$ 时，一次函数图象必过一、三象限；当 $k < 0$ 时，一次函数图象必过二、四象限；当 $b > 0$ 时，一次函数图象与 y 轴交于正半轴；当 $b < 0$ 时，一次函数图象与 y 轴交于负半轴；或者说：当 $k > 0$ ， $b > 0$ 时，一次函数图象经过第一、二、三象限；当 $k > 0$ ， $b < 0$ 时，一次函数图象经过第一、三、四象限；当 $k < 0$ ， $b > 0$ 时，一次函数图

象经过第一、二、四象限；当 $k < 0$ ， $b < 0$ 时，一次函数图象经过第二、三、四象限.

根据 k 、 b 的符号与一次函数图象经过的象限之间的关系进行求解即可得出答案.

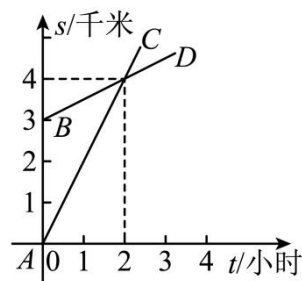
【详解】解：∵ 直线 $y = -3x + b$ 不经过第一象限，

∴ 直线 $y = -3x + b$ 经过第二、三、四象限，

∴ $k < 0$ ， $b < 0$ ，

故答案为： $b < 0$.

18. 如图，已知 A 地在 B 地正南方 3 千米处，甲、乙两人同时分别从 A 、 B 两地向正北方向匀速直行，他们与 A 地的距离 S （千米）与所行时间 t （小时）之间的函数关系图象如图所示的 AC 和 BD 给出，当他们行走 3 小时后，他们之间的距离为_____千米.



【答案】1.5## $\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】根据图分别求出甲乙行走时的路程与时间的函数关系，从坐标图中可以读出两函数过的点，将坐标点代入函数表达式中即可找到两函数关系式，求出时间为 3 小时甲乙到 A 地的距离，其差为两人之间的距离.

【详解】由题，图可知甲走的是 AC 路线，乙走的是 BD 路线，设 $s = kt + b$ ($t > 0$)，因为 AC 过 $(0,0)$ ， $(2,4)$

所以代入函数得： $k=2$ ， $b=0$ ，所以 $s_1 = 2t$ ；因为 BD 过 $(2,4)$ ， $(0,3)$ 所以代入函数得： $k = \frac{1}{2}$ ， $b=3$ ，所以

$s_2 = \frac{1}{2}t + 3$. 当 $t = 3$ 时， $s_1 = 6$ ， $s_2 = 4.5$ ，所以 $s = s_1 - s_2 = 1.5$.

故答案为：1.5

【点睛】本题考查得是一元函数在实际生活中的应用，数形结合，求其解析式，可根据题意解出符合题意的解，很常见的中档题类型.

三、简答题（本大题共 4 小题，19，20 题 10 分、21，22 每小题 8 分，共 36 分）

19. 解方程：

$$(1) \quad x + 1 = \frac{-1}{2x - 1};$$

(2) $ax^2 - 4x^2 = 1$.

【答案】(1) $x = 0$ 或 $x = -\frac{1}{2}$;

(2) ① 当 $a > 4$ 时, $x = \pm \frac{\sqrt{a-4}}{a-4}$; ② 当 $a = 4$ 时, 方程无解; ③ 当 $a < 4$ 时, 方程无实数根.

【解析】

【分析】(1) 先把分式方程转化为一元二次方程, 然后根据解一元二次方程的方法求解, 最后检验即可;

(2) 先把方程化为 $(a-4)x^2 = 1$, 然后分 ① 当 $a > 4$ 时, ② 当 $a = 4$ 时, ③ 当 $a < 4$ 时三种情况求解即可;

本题考查了解分式方程, 一元二次方程, 熟练掌握方程解法及分类讨论思想是解题的关键.

【小问 1 详解】

解: $x + 1 = \frac{-1}{2x-1}$

$$(x+1)(2x-1) = -1$$

$$2x^2 + x = 0$$

$$x(2x+1) = 0$$

$$x = 0 \text{ 或 } x = -\frac{1}{2},$$

经检验: $x = 0$ 或 $x = -\frac{1}{2}$ 是原方程的解,

$\therefore$ 原方程的解为: $x = 0$ 或 $x = -\frac{1}{2}$;

【小问 2 详解】

解: $(a-4)x^2 = 1$,

① 当 $a > 4$ 时, $x^2 = \frac{1}{a-4}$,

$$\therefore x = \pm \sqrt{\frac{1}{a-4}} = \pm \frac{\sqrt{a-4}}{a-4};$$

② 当 $a = 4$ 时, 方程无解;

③ 当 $a < 4$ 时, 方程无实数根.

20. (1) 已知一次函数的图象过点 $(3, -3)$ 和 $(-1, 5)$, 求函数解析式; 并求图象与坐标轴的交点坐标.

(2) 已知直线 $y = kx + b$ 平行于 $y = -\frac{1}{2}x + 5$ 的图象, 且直线过点 $(3, 0)$, 求直线的解析式; 并画出函数图象.

【答案】 (1) 一次函数解析式为 $y = -2x + 3$, 与 x 轴交点为 $(\frac{3}{2}, 0)$, 与 y 轴交点为 $(0, 3)$; (2) 直线的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$, 画函数图象见解析.

【解析】

【分析】 本题考查了待定系数法求解析式, 一次函数的性质, 画函数图象的方法, 掌握知识点的应用是解题的关键.

(1) 把已知点的坐标代入函数解析式, 通过解方程组求得系数的值则求出解析式, 然后通过当 $x = 0$ 和 $y = 0$ 即可求出图象与坐标轴的交点坐标;

(2) 由题意可得 $k = -\frac{1}{2}$, 然后再把点 $(3, 0)$ 代入解析式即可求解, 再利用画函数图象的方法画出图象即可.

【详解】 解: (1) 设一次函数解析式为 $y = mx + n$,

$\because$ 一次函数的图象过点 $(3, -3)$ 和 $(-1, 5)$,

$$\therefore \begin{cases} 3m + n = -3 \\ -m + n = 5 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} m = -2 \\ n = 3 \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数解析式为 $y = -2x + 3$,

当 $x = 0$, $y = 3$, 即与 y 轴交点为 $(0, 3)$,

当 $y = 0$, $x = \frac{3}{2}$, 即与 x 轴交点为 $(\frac{3}{2}, 0)$;

(2) $\because$ 直线 $y = kx + b$ 平行于 $y = -\frac{1}{2}x + 5$ 的图象,

$$\therefore k = -\frac{1}{2},$$

$\therefore$ 直线的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + b$,

$\because$ 直线过点 $(3, 0)$,

$$\therefore 0 = -\frac{1}{2} \times 3 + b, \text{ 解得: } b = \frac{3}{2},$$

$\therefore$ 直线的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$,

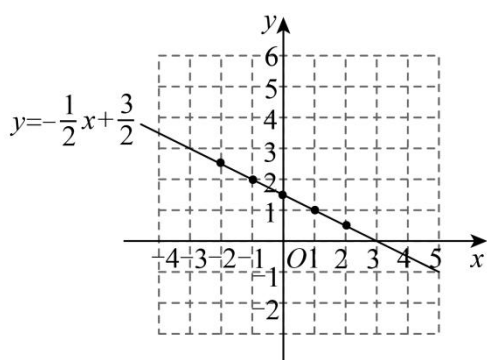
列表:

x		-2	-1	0	1	2	
$y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$		$\frac{5}{2}$	2	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	

描点:

连线:

如图,



21. 已知函数 $y = (2m+3)x + m - 1$, 根据下列条件, 求 m 的取值范围.

- (1) 函数值 y 随 x 的值的增大而减小;
- (2) 图象经过一、三、四象限;
- (3) 图象不经过第二象限.

【答案】(1) $m < -\frac{3}{2}$;

(2) $-\frac{3}{2} < m < 1$;

(3) $-\frac{3}{2} < m \leq 1$.

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的性质, 熟知一次函数的图象与系数的关系是解题的关键.

- (1) 根据一次函数的性质列出关于 m 的不等式求出 m 的取值范围即可;
- (2) 根据一次函数的性质列出关于 m 的不等式求出 m 的取值范围即可;
- (3) 根据一次函数的性质列出关于 m 的不等式求出 m 的取值范围即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 函数值 y 随 x 的值的增大而减小,

$$\therefore 2m+3 < 0,$$

$$\text{解得: } m < -\frac{3}{2};$$

【小问 2 详解】

解: $\because$ 函数 $y = (2m+3)x + m-1$ 图象经过一、三、四象限,

$$\therefore \begin{cases} 2m+3 > 0 \\ m-1 < 0 \end{cases},$$

$$\therefore -\frac{3}{2} < m < 1;$$

【小问 3 详解】

解: $\because$ 函数 $y = (2m+3)x + m-1$ 图象不经过第二象限,

$$\therefore \begin{cases} 2m+3 > 0 \\ m-1 \leq 0 \end{cases},$$

$$\therefore -\frac{3}{2} < m \leq 1.$$

22. 某皮革厂承接 A 、 B 两种型号 800 双皮鞋的加工任务, 其中 A 型皮鞋不得少于 40%. 经测算, 加工 A 型皮鞋, 每双可获利 250 元; 加工 B 型皮鞋, 每双可获利 300 元.

(1) 设生产 A 型皮鞋的双数为 x 双, 生产两种皮鞋所获得的总利润为 y 元, 求 y (元) 与 x (双) 之间的函数解析式.

(2) 安排生产 A 型、 B 型皮鞋各多少双时, 才能使该皮革厂获得最大的利润? 最大利润是多少元?

【答案】(1) $y = -50x + 240000 (320 \leq x \leq 800)$

(2) 生产 A 型皮鞋 320 双, B 型皮鞋 480 双时, 才能使该皮革厂获得最大的利润, 且最大利润是 224000 元

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的应用, 解题时首先正确理解题意, 然后利用题目的数量关系列出函数解析式.

(1) 设生产 A 型皮鞋的双数为 x 双, 则生产 B 型皮鞋 $(800-x)$ 双, 根据加工 A 型皮鞋, 每双可获利 250 元; 加工 B 型皮鞋, 每双可获利 300 元列出关系式即可;

(2) 首先利用不等式组得出 x 的取值范围, 再根据一次函数的性质可得最大利润.

【小问 1 详解】

解: 设生产 A 型皮鞋的双数为 x 双, 则生产 B 型皮鞋 $(800-x)$ 双, 根据题意得:

$$y = 250x + 300(800-x) = -50x + 240000,$$

$\because A$ 型皮鞋不得少于 40%,

$$\therefore x \geq 800 \times 40\%,$$

$$\text{即 } x \geq 320,$$

$$\therefore y \text{ (元) 与 } x \text{ (双) 之间的函数解析式为 } y = -50x + 240000 (320 \leq x \leq 800),$$

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \because y = -50x + 240000 (320 \leq x \leq 800) \text{ 中, } -50 < 0,$$

$$\therefore y \text{ 随 } x \text{ 的增大而减小,}$$

$$\therefore \text{当 } x = 320 \text{ 时, 获得利润最大, 且最大值为:}$$

$$y = -50 \times 320 + 240000 = 224000 \text{ (元),}$$

$$800 - 320 = 480 \text{ (双),}$$

答: 生产 A 型皮鞋 320 双, B 型皮鞋 480 双时, 才能使该皮革厂获得最大的利润, 且最大利润是 224000 元.

四、解答题 (本大题共 3 小题, 23 题 10, 24 题 8 分, 25 题 12 分, 共 30 分)

23. 一次函数图像与 x 轴交点为 $A(a, 0)$, 与 y 轴交点为 $B(0, \beta)$, 其中 a 、 β 是关于 x 的方程

$$x^2 - 3mx + 2m^2 = 0 \text{ 的两个根, 且 } a > \beta, A、B \text{ 两点间的距离为 } \sqrt{5}, \text{ 求 } m \text{ 的值和一次函数解析式.}$$

$$\text{【答案】 } m = \pm\sqrt{5}, \text{ 一次函数解析式为: } y = -\frac{1}{2}x + \sqrt{5} \text{ 或 } y = -2x - 2\sqrt{5}.$$

【解析】

【分析】 本题主要考查根与系数的关系, 求一次函数解析式, 解一元二次方程, 两点间距离公式, 解题的关键是熟练掌握根与系数的关系, 求出 m 的值. 先根据根与系数的关系, 求出 $a + \beta = 3m$, $a\beta = 2m^2$,

根据两点间距离公式得出 $\sqrt{a^2 + \beta^2} = 5$, 求出 $m = \pm\sqrt{5}$, 分两种情况分别求出一一次函数解析式即可.

【详解】 解: $\because a$ 、 β 是关于 x 的方程 $x^2 - 3mx + 2m^2 = 0$ 的两个根,

$$\therefore a + \beta = 3m, \quad a\beta = 2m^2,$$

$$\because \text{一次函数图像与 } x \text{ 轴交点为 } A(a, 0), \text{ 与 } y \text{ 轴交点为 } B(0, \beta), A、B \text{ 两点间的距离为 } \sqrt{5},$$

$$\therefore \sqrt{a^2 + \beta^2} = 5,$$

$$\therefore a^2 + \beta^2 = 25,$$

$$\therefore (a + \beta)^2 - 2a\beta = 25,$$

$$(3m)^2 - 2 \times 2m^2 = 25,$$

解得: $m = \pm\sqrt{5}$,

当 $m = \sqrt{5}$ 时, 方程 $x^2 - 3mx + 2m^2 = 0$ 为 $x^2 - 3\sqrt{5}x + 2 \times (\sqrt{5})^2 = 0$,

解得: $x_1 = 2\sqrt{5}$, $x_2 = \sqrt{5}$,

$\therefore a > \beta$,

$\therefore a = 2\sqrt{5}$, $\beta = \sqrt{5}$,

$\therefore A(2\sqrt{5}, 0)$, $B(0, \sqrt{5})$,

设一次函数解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$, 把 $A(2\sqrt{5}, 0)$, $B(0, \sqrt{5})$ 代入得:

$$\begin{cases} 2\sqrt{5}k + b = 0 \\ b = \sqrt{5} \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = \sqrt{5} \end{cases}$,

$\therefore$ 此时一次函数解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + \sqrt{5}$;

当 $m = -\sqrt{5}$ 时, 方程 $x^2 - 3mx + 2m^2 = 0$ 为 $x^2 + 3\sqrt{5}x + 2 \times (\sqrt{5})^2 = 0$,

解得: $x_1 = -2\sqrt{5}$, $x_2 = -\sqrt{5}$,

$\therefore a > \beta$,

$\therefore a = -\sqrt{5}$, $\beta = -2\sqrt{5}$,

$\therefore A(-\sqrt{5}, 0)$, $B(0, -2\sqrt{5})$,

设一次函数解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$, 把 $A(-\sqrt{5}, 0)$, $B(0, -2\sqrt{5})$ 代入得:

$$\begin{cases} -\sqrt{5}k + b = 0 \\ b = -2\sqrt{5} \end{cases},$$

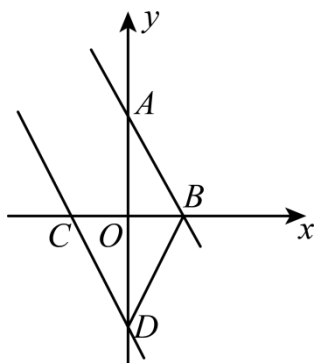
解得: $\begin{cases} k = -2 \\ b = -2\sqrt{5} \end{cases}$,

$\therefore$ 此时一次函数解析式为 $y = -2x - 2\sqrt{5}$;

综上所述可知: $m = \pm\sqrt{5}$, 一次函数解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + \sqrt{5}$ 或 $y = -2x - 2\sqrt{5}$.

24. 已知一条直线经过点 $A(0, 4)$, 点 $B(2, 0)$, 将这条直线向左平移与 x 轴负半轴、 y 轴负半轴分别交于

点 C 、点 D ，使 $DB = DC$ 。



(1) 求以直线 CD 为图象的解析式；

(2) 过 AOB 顶点的直线 l 将 AOB 的面积平分，请直接写出直线 l 的解析式。

【答案】 (1) 直线 CD 为图象的解析式 $y = -2x - 4$ ；

(2) 直线 l 的解析式为 $y = -4x + 4$ 或 $y = -x + 2$ 或 $y = 2x$ 。

【解析】

【分析】 (1) 利用待定系数法求直线 AB 解析式为 $y = -2x + 4$ ，再通过等腰三角形的性质求出点 $C(-2, 0)$ ，又 AB 这条直线向左平移与 x 轴负半轴、 y 轴负半轴分别交于点 C 、点 D ，则设直线 CD 为图象的解析式为 $y = -2x + n$ ，然后把点 $C(-2, 0)$ 代入即可求解；

(2) 设 OB 中点为 E ， OA 中点为 F ， AB 中点为 G ，分别求出 $E(1, 0)$ ， $F(0, 2)$ ， $G(1, 2)$ ，然后利用待定系数法求解析式即可；

本题考查了待定系数法求解析式，一次函数平移，等腰三角形的性质，三角形中线的性质，掌握知识点的应用是解题的关键。

【小问 1 详解】

解：设直线 AB 解析式为 $y = kx + b$ ，且过点 $A(0, 4)$ ，点 $B(2, 0)$ ，

$$\therefore \begin{cases} 2k + b = 0 \\ b = 4 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = -2 \\ b = 4 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AB 解析式为 $y = -2x + 4$ ，

$\because DB = DC \quad OD \perp BC$ ，

$\therefore OB = OC$ ，

$\therefore$ 点 $B(2, 0)$ ，

$\therefore$ 点 $C(-2, 0)$ ，

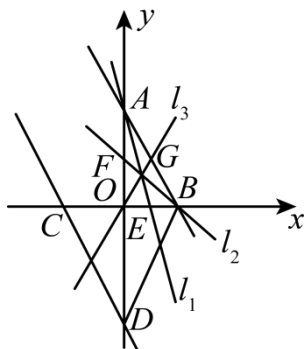
$\therefore$ 将 AB 这条直线向左平移与 x 轴负半轴、 y 轴负半轴分别交于点 C 、点 D ，
 设直线 CD 为图象的解析式为 $y = -2x + n$ ，

$$\therefore 0 = -2 \times (-2) + n, \text{ 解得: } n = -4,$$

$\therefore$ 直线 CD 为图象的解析式 $y = -2x - 4$;

【小问 2 详解】

解：如图，设 OB 中点为 E ， OA 中点为 F ， AB 中点为 G ，



$$\therefore S_{\triangle OAE} = S_{\triangle BAE}, \quad S_{\triangle OBF} = S_{\triangle ABF}, \quad S_{\triangle OAG} = S_{\triangle OBG},$$

$\therefore$ 点 $A(0,4)$ ，点 $B(2,0)$ ，点 $O(0,0)$ ，

$\therefore E(1,0)$ ， $F(0,2)$ ， $G(1,2)$ ，

$\therefore$ 设直线 AE 即直线 l_1 解析式为 $y = k_1x + b_1$ ，

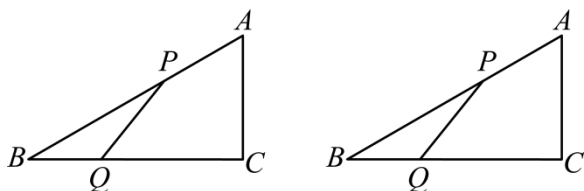
$$\therefore \begin{cases} k_1 + b_1 = 0 \\ b_1 = 4 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k_1 = -4 \\ b_1 = 4 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 l_1 解析式为 $y = -4x + 4$ ，

同理：直线 l_2 解析式为 $y = -x + 2$ ，直线 l_3 解析式为 $y = 2x$ ，

综上所述：直线 l 的解析式为 $y = -4x + 4$ 或 $y = -x + 2$ 或 $y = 2x$ 。

25. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 3\text{cm}$ ， $BC = 3\sqrt{3}\text{cm}$ ，设 P 、 Q 分别为 AB 、 BC 上的动点，在点 P 自点 A 沿 AB 方向向点 B 作匀速移动的同时，点 Q 自点 B 沿 BC 方向向点 C 作速移动，它们移动的速度均为每秒 1cm ，当点 Q 到达点 C 时， P 点就停止运动。设 P 、 Q 移动时间为 x 秒。



备用图

(1) 设 $\triangle PBQ$ 的面积为 $y(\text{cm}^2)$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出函数定义域.

(2) 是否存在点 P , 使 $\triangle PBQ$ 成为等腰三角形? 若存在, 请求出 x 的值; 若不存在, 请说明理由.

【答案】 (1) $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x (0 \leq x \leq 3\sqrt{3})$

(2) 存在, $x = 3$ 或 $3\sqrt{3} - 3$ 或 $9 - 3\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 (1) 由勾股定理可得 $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 6\text{cm}$, 取 AB 的中点 D , 连接 CD , 过点 P 作 $PE \perp BC$ 于点 E , 则 $\angle PEB = 90^\circ$, 由直角三角形斜边中线等于斜边的一半可得 $CD = \frac{1}{2}AB = AD = BD = 3\text{cm}$, 进而可得 $CD = AD = AC = 3\text{cm}$, 由此可得 $\triangle ADC$ 为等边三角形, 于是可得 $\angle A = 60^\circ$, 由直角三角形的两个锐角互余可得 $\angle B = 90^\circ - \angle A = 30^\circ$, 由题意得 $AP = x\text{cm}$, 则 $BP = AB - AP = (6 - x)\text{cm}$, 由含 30° 角的直角三角形的性质可得 $PE = \frac{1}{2}BP = \left(3 - \frac{1}{2}x\right)\text{cm}$, 再结合 $BQ = x\text{cm}$, 由三角形的面积公式可得 $S_{\triangle BPQ} = y = \frac{1}{2}BQ \cdot PE$, 由此即可得出 y 关于 x 的函数解析式及函数的定义域;

(2) 由 (1) 得, $AP = x\text{cm}$, $BP = (6 - x)\text{cm}$, $PE = \left(3 - \frac{1}{2}x\right)\text{cm}$, $BQ = x\text{cm}$, $\angle B = 30^\circ$, 然后分三种情况讨论: ①当 $BP = BQ$ 时; ②当 $BQ = PQ$ 时; ③当 $BP = PQ$ 时; 分别列方程求解即可; 综合以上, 即可求出 x 的值.

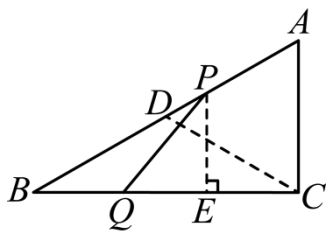
【小问 1 详解】

解: $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3\text{cm}$, $BC = 3\sqrt{3}\text{cm}$,

$\therefore$ 根据勾股定理可得:

$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + (3\sqrt{3})^2} = 6\text{cm},$$

如图, 取 AB 的中点 D , 连接 CD , 过点 P 作 $PE \perp BC$ 于点 E ,



$$\therefore \angle PEB = 90^\circ,$$

$\because \angle C = 90^\circ$, D 为 AB 的中点,

$$\therefore CD = \frac{1}{2}AB = AD = BD = 3\text{cm},$$

$$\therefore CD = AD = AC = 3\text{cm},$$

$\therefore \triangle ADC$ 为等边三角形,

$$\therefore \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 90^\circ - \angle A = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\because AP = x\text{cm},$$

$$\therefore BP = AB - AP = (6 - x)\text{cm},$$

$$\because \angle B = 30^\circ, \angle PEB = 90^\circ,$$

$$\therefore PE = \frac{1}{2}BP = \frac{1}{2}(6 - x) = \left(3 - \frac{1}{2}x\right)\text{cm},$$

$$\because BQ = x\text{cm},$$

$$\therefore S_{\triangle BPQ} = y = \frac{1}{2}BQ \cdot PE = \frac{1}{2}x \left(3 - \frac{1}{2}x\right) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x \quad (0 \leq x \leq 3\sqrt{3});$$

【小问 2 详解】

解: 存在, $x = 3$ 或 $3\sqrt{3} - 3$ 或 $9 - 3\sqrt{3}$, 理由如下:

由 (1) 得: $AP = x\text{cm}$, $BP = (6 - x)\text{cm}$, $PE = \left(3 - \frac{1}{2}x\right)\text{cm}$, $BQ = x\text{cm}$, $\angle B = 30^\circ$,

分三种情况讨论:

①当 $BP = BQ$ 时,

$$\text{即: } 6 - x = x,$$

$$\text{解得: } x = 3;$$

②当 $BQ = PQ$ 时,

则 $\angle QPB = \angle B = 30^\circ$,

$$\therefore \angle PQE = \angle QPB + \angle B = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\because \angle PEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle QPE = 90^\circ - \angle PQE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore QE = \frac{1}{2}PQ,$$

$$\because \angle B = 30^\circ, \quad \angle PEB = 90^\circ,$$

$$\therefore PE = \frac{1}{2}BP,$$

$$\therefore BE = \sqrt{BP^2 - PE^2} = \sqrt{BP^2 - \left(\frac{1}{2}BP\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}BP = \frac{\sqrt{3}}{2}(6-x)\text{cm},$$

$$\therefore QE = BE - BQ = \left[\frac{\sqrt{3}}{2}(6-x) - x \right] \text{cm},$$

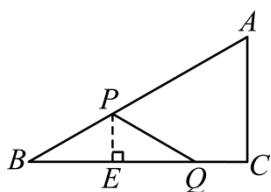
$$\because PQ = BQ = x\text{cm}, \quad QE = \frac{1}{2}PQ,$$

$$\therefore \left[\frac{\sqrt{3}}{2}(6-x) - x \right] = \frac{1}{2}x,$$

$$\text{解得: } x = 3\sqrt{3} - 3;$$

③当 $BP = PQ$ 时,

如图, 过点 P 作 $PE \perp BC$ 于点 E ,



$$\therefore \angle PEB = 90^\circ,$$

$$\because BP = PQ, \quad PE \perp BC,$$

$$\therefore BE = QE = \frac{1}{2}BQ = \frac{1}{2}x,$$

在 $\text{Rt}\triangle PEB$ 中, 根据勾股定理可得:

$$BE^2 + PE^2 = BP^2,$$

$$\text{即: } \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + \left(3 - \frac{1}{2}x\right)^2 = (6-x)^2,$$

解得: $x = 9 - 3\sqrt{3}$ 或 $9 + 3\sqrt{3}$ (不合题意, 故舍去),

$\therefore x = 9 - 3\sqrt{3}$;

综上, $x = 3$ 或 $3\sqrt{3} - 3$ 或 $9 - 3\sqrt{3}$,

答: 存在点 P , 使 $\triangle PBQ$ 成为等腰三角形, 此时 $x = 3$ 或 $3\sqrt{3} - 3$ 或 $9 - 3\sqrt{3}$.

【点睛】 本题主要考查了勾股定理, 等边三角形的判定与性质, 一元一次方程的应用 (几何问题), 含 30° 角的直角三角形, 三角形的面积公式, 直角三角形斜边中线等于斜边的一半, 直角三角形的两个锐角互余, 等边对等角, 三角形外角的性质, 三线合一, 公式法解一元二次方程等知识点, 熟练掌握相关知识点并能加以综合运用是解题的关键.