

2024-2025 学年八年级数学下学期第三次月考卷

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版(上海)第 20 章一次函数~第 22 章四边形。
5. 难度系数: 0.65。

第一部分 (选择题 共 12 分)

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 直线 $y=kx+b$ 不经过第三象限, 则 k 、 b 应满足 ()

- A. $k < 0, b \leq 0$ B. $k > 0, b \geq 0$ C. $k < 0, b > 0$ D. $k < 0, b \geq 0$

【答案】D

【详解】解: $\because$ 直线 $y=kx+b$ 不经过第三象限,

$\therefore y=kx+b$ 的图象经过第一、二、四象限或第二、四象限,

$\therefore$ 直线必经过二、四象限,

$\therefore k < 0$,

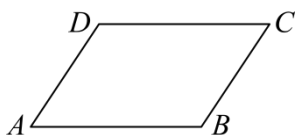
当图象过一、二四象限, 直线与 y 轴正半轴相交时: $b > 0$,

当图象过原点时: $b = 0$,

$\therefore b \geq 0$,

故选: D.

2. 如图, 能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是 ()



A. $AB \parallel CD, AD = BC$

B. $\angle A = \angle B, \angle C = \angle D$

C. $AB=CD$, $AD=BC$

D. $AB=AD$, $CB=CD$

【答案】C

【详解】解：A、由 $AB \parallel CD$, $AD=BC$ 不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形，不符合题意；

B、由 $\angle A=\angle B$, $\angle C=\angle D$ 不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形，例如等腰梯形符合此条件，不符合题意；

C、由 $AB=CD$, $AD=BC$ 可以根据两组对边分别相等的四边形是平行四边形判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形，符合题意；

D、由 $AB=AD$, $CB=CD$ 不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形，不符合题意；

故选：C.

3. 顺次联结四边形 $ABCD$ 各边中点所成图形是菱形，则四边形 $ABCD$ 的对角线 ()

A. 互相平分

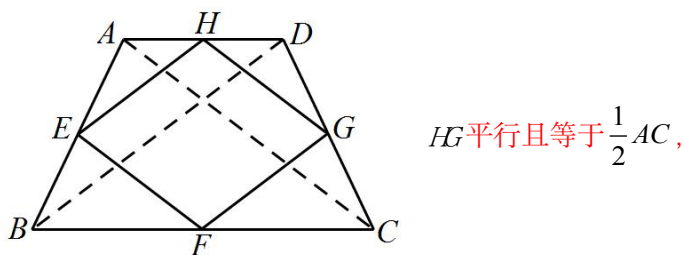
B. 相等

C. 互相垂直

D. 夹角为 60° 度

【答案】B

【详解】解：顺次连接四边形 $ABCD$ 的各边中点所围成的图形是平行四边形，如图，



EF 平行且等于 $\frac{1}{2}AC$,

故 HG 平行且等于 EF ,

HE 平行且等于 $\frac{1}{2}BD$,

GF 平行且等于 $\frac{1}{2}BD$,

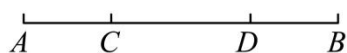
故 HE 平行且等于 FG ,

若 $EFGH$ 为菱形，则必须 $HE=HG$,

$\therefore AC=BD$.

故选：B.

4. 如图，点 C 、 D 在线段 AB 上， $AC=BD$ ，那么下列结论中，正确的是 ()



A. $\overrightarrow{AC}$ 与 $\overrightarrow{BD}$ 是相等向量

B. $\overrightarrow{AD}$ 与 $\overrightarrow{BD}$ 是平行向量

C. $\overrightarrow{AD}$ 与 $\overrightarrow{BD}$ 是相反向量

D. $\overrightarrow{AD}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 是相等向量

【答案】B

【详解】A、 $\because AC=BD$,

$\therefore \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{BD}$, 该选项错误;

B、 $\because$ 点 C、D 是线段 AB 上的两个点,

$\therefore \overrightarrow{AD}$ 与 $\overrightarrow{BD}$ 是平行向量, 该选项正确;

C、 $\because AC=BC$,

$\therefore AD \neq BD$,

$\therefore \overrightarrow{AD}$ 与 $\overrightarrow{BD}$ 不是相反向量, 该选项错误;

D、 $\because AC=BD$,

$\therefore AD=BC$,

$\therefore \overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{BC}$, 该选项错误;

故选: B.

5. 某校修建一条 400 米长的跑道, 开工后每天比原计划多修 10 米, 结果提前 2 天完成了任务. 设原计划每天修 x 米, 那么根据题意可列出方程 ()

A. $\frac{400}{x-10} - \frac{400}{x} = 2$

B. $\frac{400}{x+10} - \frac{400}{x} = 2$

C. $\frac{400}{x} - \frac{400}{x-10} = 2$

D. $\frac{400}{x} - \frac{400}{x+10} = 2$

【答案】D

【详解】设原计划每天修 x 米, 由题意得

$$\frac{400}{x} - \frac{400}{x+10} = 2.$$

故选 D.

6. 下面命题正确的个数是 ()

①对角线互相平分的四边形是平行四边形

②对角线相等且互相平分的四边形是矩形

③对角线互相垂直平分的四边形是菱形

④对角线相等且互相垂直平分的四边形是正方形

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】D

【详解】解: ①对角线互相平分的四边形是平行四边形, 是真命题;

②对角线相等且互相平分的四边形是矩形, 是真命题;

③对角线互相垂直平分的四边形是菱形, 是真命题;

④对角线相等且互相垂直平分的四边形是正方形, 是真命题;

故选：D.

第二部分（非选择题 共 88 分）

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 3 分，满分 36 分）

7. 已知直线 $y = (k+2)x + \frac{1-k}{2}$ 的截距为 1，则 $k =$ _____.

【答案】 -1

【详解】解： $\because y = (k+2)x + \frac{1-k}{2}$ 的截距为 1，

$$\therefore \frac{1-k}{2} = 1,$$

解得 $k = -1$,

故答案为：-1.

8. 已知一次函数 $y = (1-6m)x - 20 + m$ ，函数值 y 随自变量 x 的值增大而减小，则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m > \frac{1}{6}$

【详解】解：由题意得， $1-6m < 0$,

解得， $m > \frac{1}{6}$;

故答案为： $m > \frac{1}{6}$.

9. 方程 $\sqrt{2 - \frac{1}{x}} = 2$ 的解是_____.

【答案】 $x = -\frac{1}{2}$

【详解】解：方程 $\sqrt{2 - \frac{1}{x}} = 2$ 的两边平方得， $2 - \frac{1}{x} = 4$,

$$2x - 1 = 4x,$$

$$2x - 4x = 1,$$

$$-2x = 1,$$

$$x = -\frac{1}{2},$$

经检验， $x = -\frac{1}{2}$ 是原分式方程的解，

$\therefore$ 方程的解是 $x = -\frac{1}{2}$,

故答案为： $x = -\frac{1}{2}$.

10. 用换元法解分式方程 $\frac{3x-2x^2}{x} = 5 + \frac{x}{2x^2-3x}$, 如果设 $\frac{3x-2x^2}{x} = y$, 那么原方程可化为关于 y 的整式方程是_____.

【答案】 $y^2 - 5y + 1 = 0$

【详解】解: 若设 $\frac{3x-2x^2}{x} = y$,

则 $\frac{x}{2x^2-3x} = -\frac{1}{y}$,

则原方程可化为 $y = 5 - \frac{1}{y}$,

即 $y^2 - 5y + 1 = 0$,

故答案为: $y^2 - 5y + 1 = 0$.

11. 一个正多边形的内角和是外角和的 3 倍, 则这个正多边形的一个内角的度数是_____度.

【答案】 135

【详解】设多边形的边数为 n .

因为正多边形内角和为 $(n-2) \cdot 180^\circ$, 正多边形外角和为 360° ,

根据题意得: $(n-2) \cdot 180^\circ = 360^\circ \times 3$,

解得: $n = 8$.

$\therefore$ 这个正多边形的每个外角 $= \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$,

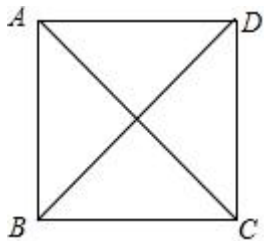
则这个正多边形的每个内角是 $180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$,

故答案为: 135.

12. 已知正方形的一条对角线长为 $2\sqrt{2}$ cm, 则该正方形的面积为_____cm².

【答案】 4

【详解】解: 如图,



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形

$\therefore AB = BC, \angle ABC = 90^\circ$

$\therefore AC = 2\sqrt{2}$ cm,

$$\therefore AB = \frac{\sqrt{2}}{2} AC = 2\text{cm},$$

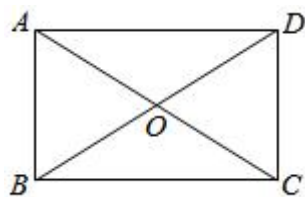
$$\therefore S_{\text{正方形}ABCD} = AB^2 = 2^2 = 4 \text{ (cm}^2\text{)}$$

故答案为：4.

13. 一个矩形的一条对角线与一条边的夹角是 60° ，若这条对角线长 8cm ，则这个矩形的较小的一条边长 $\underline{\hspace{1cm}}$ cm .

【答案】4

【详解】解：如图，由题意可知， $BD=8\text{cm}$ ， $\angle ABD=60^\circ$



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\because \angle ABD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = 30^\circ$$

$$\therefore AB = \frac{1}{2} BD = 4\text{cm},$$

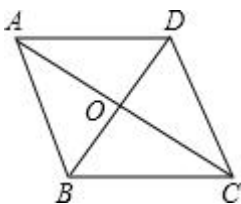
即：这个矩形的较小的一条边长 $AB = 4\text{cm}$.

故答案为：4.

14. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为 5，其中一条对角线长为 6，则该菱形的另一条对角线长是 $\underline{\hspace{1cm}}$.

【答案】8

【详解】解：如图，当 $BD=6$ 时，



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore AC \perp BD, AO=CO, BO=DO=3,$$

$$\because AB=5,$$

$$\therefore AO = \sqrt{AB^2 - OB^2} = 4,$$

$$\therefore AC=8,$$

故答案为：8.

15. 等腰梯形的周长为 30cm ，中位线长为 8cm ，则腰长为____ cm .

【答案】7.

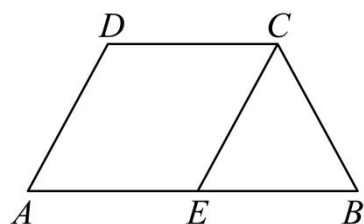
【详解】 $\because$ 上底+下底+两腰=周长，中位线长 $=\frac{1}{2}$ （上底+下底），

$$\therefore 2 \times 8 + 2 \text{腰长} = 30,$$

$$\therefore \text{腰长} = 7\text{cm},$$

故答案为：7.

16. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ，点 E 在 AB 上， $EC \parallel AD$ ，则 $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BE} =$ _____



【答案】 $\overrightarrow{BC}$

【详解】解： $\because$ 在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ，点 E 在 AB 上， $EC \parallel AD$ ，

$$\therefore \overrightarrow{AE} = -\overrightarrow{CD},$$

$$\therefore \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BE}$$

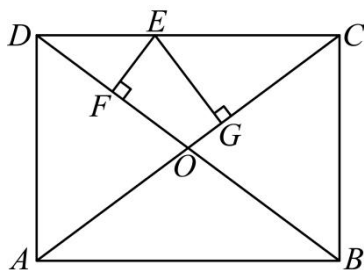
$$= -\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BE}$$

$$= \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{EC}$$

$$= \overrightarrow{BC},$$

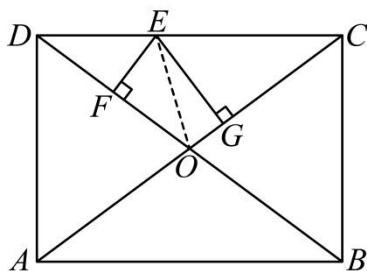
故答案为： $\overrightarrow{BC}$.

17. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， E 为边 CD 上任意一点（不与点 C 、 D 重合），过点 E 作 $EF \perp BD$ ， $EG \perp AC$ ，垂足分别为 F 、 G ，若 $AB=8$ ， $BC=6$ ，则 $EF+EG=$ _____.



【答案】 $\frac{24}{5}$

【详解】解：如图，连接 OE ，



∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ, \quad OA = OC = \frac{1}{2}AC, \quad OB = OD = \frac{1}{2}BD, \quad AC = BD,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10,$$

$$\therefore S_{\text{矩形}ABCD} = AB \cdot BC = 48, \quad S_{\triangle DOC} = \frac{1}{4}S_{\text{矩形}ABCD} = 12, \quad OD = OC = 5,$$

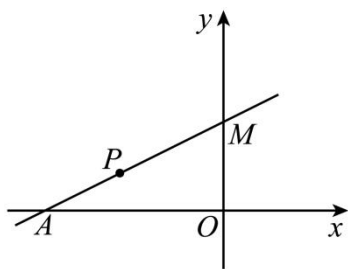
$$\therefore S_{\triangle DOC} = S_{\triangle DOE} + S_{\triangle COE} = \frac{1}{2}OD \cdot EF + \frac{1}{2}OC \cdot EG = \frac{1}{2}OD(FE + EG),$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 5 \times (FE + EG) = 12,$$

$$\therefore EF + EG = \frac{24}{5}.$$

故答案为: $\frac{24}{5}$.

18. 直线 $y = \frac{1}{2}x + 6$ 交 x 轴于 A 、 y 轴于 M , P 是线段 AM 上一动点, OP 将 $\triangle AOM$ 分成面积比是 3:4 的两部分, 则点 P 坐标为_____.



【答案】 $\left(-\frac{48}{7}, \frac{18}{7}\right)$ 或 $\left(-\frac{36}{7}, \frac{24}{7}\right)$

【详解】解: 在 $y = \frac{1}{2}x + 6$ 中,

令 $x = 0$, 则 $y = 6$,

令 $y = 0$, 则 $x = -12$,

$$\therefore A(-12, 0), \quad M(0, 6),$$

∵ OP 将 $\triangle AOM$ 分成面积比是 3:4 的两部分,

$$\therefore AP = \frac{3}{4}PM \text{ 或 } MP = \frac{3}{4}AP,$$

$$\text{设 } P\left(a, \frac{1}{2}a + 6\right),$$

$$\text{则 } \sqrt{(-12-a)^2 + \left(\frac{1}{2}a + 6\right)^2} = \frac{3}{4}\sqrt{a^2 + \left(\frac{1}{2}a + 6 - 6\right)^2}$$

$$\text{或 } \sqrt{a^2 + \left(\frac{1}{2}a + 6 - 6\right)^2} = \frac{3}{4}\sqrt{(-12-a)^2 + \left(\frac{1}{2}a + 6\right)^2},$$

$$\text{解得: } a = -48 \text{ (舍) 或 } a = -\frac{48}{7} \text{ 或 } a = 36 \text{ (舍) 或 } a = -\frac{36}{7},$$

$$\therefore P\left(-\frac{48}{7}, \frac{18}{7}\right) \text{ 或 } \left(-\frac{36}{7}, \frac{24}{7}\right),$$

$$\text{故答案为: } \left(-\frac{48}{7}, \frac{18}{7}\right) \text{ 或 } \left(-\frac{36}{7}, \frac{24}{7}\right).$$

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 52 分)

19. (本题满分 6 分)

$$\text{解方程 } \frac{1}{1-x} - 2 = \frac{3x-x^2}{1-x^2}.$$

【详解】解: 方程的两边同乘 $(1+x)(1-x)$, 得,

$$(1+x) - 2(1-x^2) = 3x - x^2,$$

$$\text{即 } 3x^2 - 2x - 1 = 0,$$

$$\therefore (3x+1)(x-1) = 0,$$

$$\therefore x-1=0 \text{ 或 } 3x+1=0,$$

$$\text{解得: } x=1 \text{ 或 } x=-\frac{1}{3}$$

$$\text{检验: 当 } x=1 \text{ 时, } (1+x)(1-x) = 0,$$

$\therefore x=1$ 是原方程的增根, 舍去.

$$\text{当 } x=-\frac{1}{3} \text{ 时, } (1+x)(1-x) = \frac{8}{9} \neq 0,$$

$$\therefore \text{原方程的解为: } x = -\frac{1}{3}. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

20. (本题满分 6 分)

$$\text{解方程组: } \begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \text{ ①} \\ x^2 - 6xy + 9y^2 = 25 \text{ ②} \end{cases}$$

【详解】解： $\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \text{①} \\ x^2 - 6xy + 9y^2 = 25 \text{②} \end{cases}$ ，由②得： $x - 3y = 5$ 或 $x - 3y = -5$ ，

$\therefore x = 3y + 5$ 或 $x = 3y - 5$ ，

当 $x = 3y + 5$ 时，代入①中，

得 $(3y + 5)^2 + (3y + 5)y - 2y^2 = 0$ ，

解得： $y = -\frac{5}{2}$ 或 $y = -1$ ；

此时对应 x 值为 $x = -\frac{5}{2}$ 或 $x = 2$ ；

当 $x = 3y - 5$ 时，代入①中，

得 $(3y - 5)^2 + (3y - 5)y - 2y^2 = 0$ ，

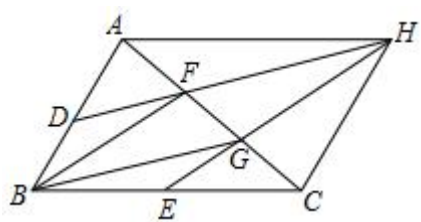
解得： $y = \frac{5}{2}$ 或 $y = 1$ ；

此时对应 x 值为 $x = \frac{5}{2}$ 或 $x = -2$ ；

$\therefore$ 方程组的解为： $\begin{cases} x = -\frac{5}{2} \\ y = -\frac{5}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ 6 分

21. (本题满分 6 分)

已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别是边 AB 、 BC 的中点，点 F 、 G 是边 AC 的三等分点， DF 、 EG 的延长线相交于点 H 。



(1) 求证：四边形 $FBGH$ 是平行四边形；

(2) 如果 AC 平分 $\angle BAH$ ，求证：四边形 $ABCH$ 是菱形。

【详解】(1) 证明： $\because$ 点 F 、 G 是边 AC 的三等分点，

$\therefore AF = FG = GC$ ，

即点 F 为 AG 的中点，

又 $\because$ 点 D 是边 AB 的中点，

$\therefore DF$ 为 $\triangle ABG$ 的中位线，

$\therefore DH \parallel BG$,

同理: $EH \parallel BF$,

$\therefore$ 四边形 $FBGH$ 是平行四边形;3 分

(2) 如图, 连接 BH , 交 AC 于点 O ,

$\therefore$ 四边形 $FBGH$ 是平行四边形,

$\therefore BO = HO, FO = GO$.

又 $\because AF = FG = GC$,

$\therefore AF + FO = GC + GO$. 即: $AO = CO$.

$\therefore$ 四边形 $ABCH$ 是平行四边形.

$\therefore AH \parallel BC$.

$\therefore \angle HAC = \angle BCA$.

$\because AC$ 平分 $\angle BAH$,

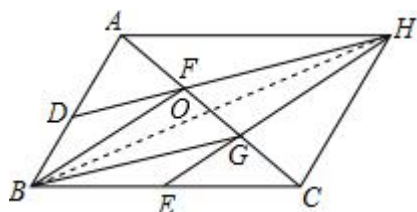
$\therefore \angle HAC = \angle BAC$.

$\therefore \angle BAC = \angle BCA$.

$\therefore AB = BC$.

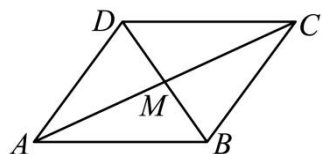
又 $\because$ 四边形 $ABCH$ 是平行四边形,

$\therefore$ 四边形 $ABCH$ 是菱形.3 分



22. (本题满分 6 分)

如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, AC 与 BD 交于点 M . 设 $\overrightarrow{DB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$



(1) $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} =$ _____

(2) $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC} =$ _____

(3) 在图中求作: $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DM}$

【详解】(1) 解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC},$$

$$\therefore \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} = \vec{b},$$

故答案为: $\vec{b}$;2 分

$$(2) \text{ 解: } \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DB} = \vec{a},$$

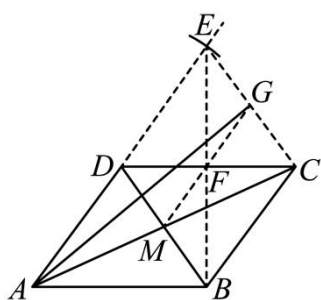
故答案为: $\vec{a}$ 2 分

(3) 解: 如图所示, $\overrightarrow{AG}$ 即为所求;

如图所示, 作平行四边形 $BDEC$, 连接 BE 交 DC 于 F , 连接 MF 并延长, 交 CE 于 G , 连接 AG ,

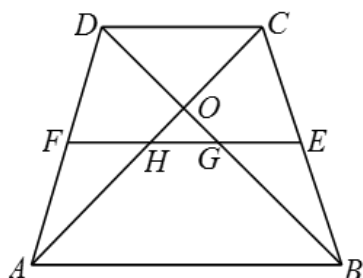
由作图方法可知 $\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{DM}$,

$$\therefore \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AG}. \quad \text{.....2 分}$$



23. (本题满分 8 分)

如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $AB = 26$, $DC = 18$, 中位线 FE 交 BD 于 G , 交 AC 于 H .



(1) 求 EF 、 GH 的长度.

(2) 对角线 $AC \perp BD$, 垂足为点 O , 求梯形 $ABCD$ 的面积.

【详解】(1) 解: $\because$ 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $AB = 26$, $DC = 18$, 中位线 FE 交 BD 于 G , 交 AC 于 H ,

$$\therefore EF = \frac{1}{2}(AB + CD) = 22, \quad EF \parallel CD \parallel AB,$$

$\therefore E$ 、 F 分别为 AD 、 BC 的中点,

$$\therefore FH = GE = \frac{1}{2}CD = 9,$$

$$\therefore HG = EF - FH - GE = 4; \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 解: 如图所示, 过点 C 作 $CM \parallel BD$ 交 AB 延长线于 M ,

$$\because AB \parallel DC, \text{ 即 } CD \parallel BM,$$

$\therefore$ 四边形 $CDBM$ 是平行四边形,

$$\therefore CD = BM = 18, \quad CM = BD, \quad S_{\triangle BCD} = S_{\triangle BCM},$$

$$\text{又} \because S_{\triangle BCD} = S_{\triangle ACD},$$

$$\therefore S_{\triangle ACD} = S_{\triangle BCM},$$

$$\therefore S_{\text{梯形}ABCD} = S_{\triangle ACM},$$

$\therefore$ 梯形 $ABCD$ 是等腰梯形,

$$\therefore AC = BD,$$

$$\therefore AC = CM,$$

$$\because AC \perp BD,$$

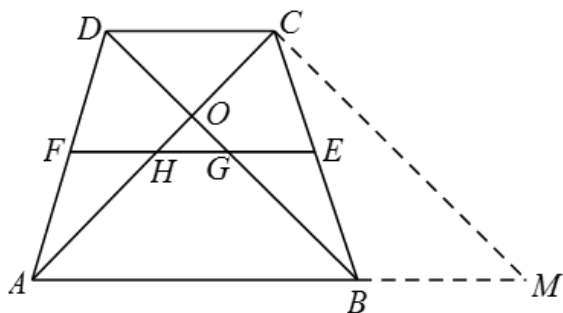
$$\therefore AC \perp CM,$$

$\therefore \triangle ACM$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore AM = AB + BM = 44,$$

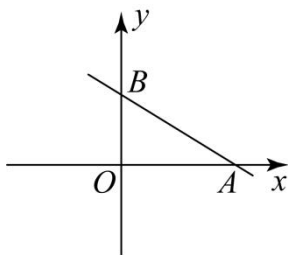
$$\therefore AC = CM = \frac{\sqrt{2}}{2} AM = 22\sqrt{2},$$

$$\therefore S_{\text{梯形}ABCD} = S_{\triangle ACM} = \frac{1}{2} AC \cdot CM = 484. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$



24. (本题满分 10 分)

已知一次函数 $y = -\frac{3}{4}x + 3$



(1)求图像与 x 轴、 y 轴的交点 A 、 B 的坐标.

(2)求点 O 到直线 AB 的距离.

(3)点 P 在 x 轴, 四边形 A 、 B 、 P 、 Q 是菱形, 求出 Q 点的坐标.

【详解】(1) 解: 在 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 中, 令 $x = 0$, 则 $y = 3$, 令 $y = -\frac{3}{4}x + 3 = 0$, 则 $x = 4$,

$\therefore A(4,0)$, $B(0,3)$;2 分

(2) 解: 设点 O 到直线 AB 的距离为 h ,

$\therefore A(4,0)$, $B(0,3)$,

$\therefore OA = 4$, $OB = 3$,

$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = 5$,

$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2}AB \cdot h$,

$\therefore h = \frac{OA \cdot OB}{AB} = \frac{12}{5}$;3 分

(3) 解: 设点 P 的坐标为 $(m,0)$,

当 BQ 为对角线时, 则 $BQ \perp PA$, 即 $BQ \perp x$ 轴,

$\therefore$ 点 Q 在 y 轴上, 且 BQ 被 x 轴垂直平分,

$\therefore Q(0,-3)$;

当 BP 为对角线时, 则 $BQ = AB = 5$, $BQ \parallel PA$, 即 $BQ \parallel x$ 轴,

$\therefore$ 点 Q 的坐标为 $(-5,3)$ 或 $(5,3)$;

当 BA 为对角线时, 则 $PA = PB$,

$\therefore |m-4|^2 = m^2 + 3^2$,

解得 $m = \frac{7}{8}$,

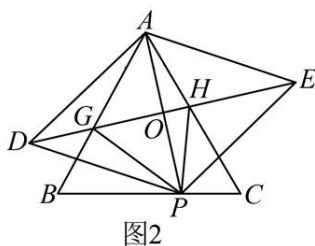
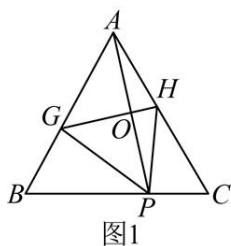
$\therefore BQ = PA = 4 - \frac{7}{8} = \frac{25}{8}$,

∴点 Q 的坐标为 $\left(\frac{25}{8}, 3\right)$;

综上所述, 点 Q 的坐标为 $(0, -3)$ 或 $(-5, 3)$ 或 $(5, 3)$ 或 $\left(\frac{25}{8}, 3\right)$5 分

25. (本题满分 10 分)

如图, 等边 ABC 的边长是 2, 点 P 是边 BC 上的任意一点 (不与点 B 点 C 重合), 连接 AP , 将 ABC 翻折, 使顶点 A 与 P 重合, 折痕分别交边 AB 、 AC 于 G 、 H , 折痕交 AP 于 O .



(1) 当 $GO = \frac{1}{2}AP$ 时, 求证: $\angle AGP = 90^\circ$

(2) 设 $BP = x$, $AP = y$, 求 y 关于 x 的函数关系式及定义域.

(3) 如图 2 在直线 GH 上找点 D (点 D 在 ABC 外), 满足 $\angle DAB = \angle PAC$, 连接 AD 、 DP , 过点 P 作 $PE \parallel AD$ 交直线 GH 于 E , 连接 AE 、 PE .

①求证: 四边形 $ADPE$ 是菱形,

②当四边形 $ADPE$ 与 ABC 重叠部分面积是 $\frac{13}{16}\sqrt{3}$ 时, 求 BP 的值,

【详解】(1) 证明: 由折叠的性质可得 $OA = OP = \frac{1}{2}AP$,

$$\because GO = \frac{1}{2}AP,$$

$$\therefore OG = OA = OP,$$

$$\therefore \angle OGP = \angle OPG, \angle OGA = \angle OAG,$$

$$\because \angle OGP + \angle OPG + \angle OGA + \angle OAG = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle OGP + \angle OGA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AGP = 90^\circ; \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 解: 如图所示, 过点 A 作 $AK \perp BC$ 于 K ,

$\because ABC$ 是边长为 2 厘米的等边三角形,

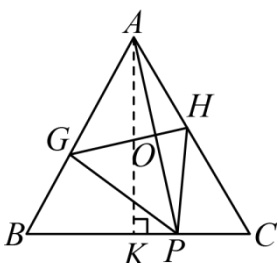
$$\therefore BK = \frac{1}{2}BC = 1, AB = 2,$$

$$\therefore AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} = \sqrt{3},$$

$$\because BP = x,$$

$$\therefore AP = \sqrt{AK^2 + PK^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{x^2 - 2x + 4},$$

$$\therefore y = \sqrt{x^2 - 2x + 4} \quad (0 < x < 2); \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$



(3) 解: ①由折叠的性质可得 $OA=OP$, $AP \perp DE$,

$\therefore DE$ 垂直平分 AP ,

$$\therefore DA = DP, \quad AE = PE.$$
 $\therefore PE \parallel AD,$
$$\therefore \angle ODA = \angle OEP, \quad \angle OAD = \angle OPE,$$
$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle POE \text{ (AAS)},$$
$$\therefore AD = PE,$$
$$\therefore AD = PE = DP = AE,$$

$\therefore$ 四边形 $ADPE$ 是菱形;

②如图所示，设 AB 、 DP 交于 M ， AC 、 PE 交于 N ，则四边形 $AMPN$ 的面积即为四边形 $ADPE$ 与 ABC 重叠部分的面积，

$$\therefore \angle DAB = \angle PAC,$$
$$\therefore \angle DAP = \angle BAC = 60^\circ,$$

又 $\because AD = PD$,

$\therefore \triangle ADP$ 是等边三角形,

$$\therefore AP = AD = PE = AE,$$

$\therefore APE$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle APN = \angle ADM = 60^\circ,$$
$$\therefore \triangle ADM \cong \triangle APN \text{ (ASA)},$$
$$\therefore S_{\triangle ADM} = S_{\triangle APN} ,$$

