

2024-2025 学年上海市位育中学八年级（下）巩固练习数学试卷（一）

一、选择题（每题 3 分，共 18 分）

1. 下列关于 x 的方程： $\frac{2x}{a^2+1}-\frac{1}{3}=7$, $\frac{2x}{x}+\frac{1}{2}=x^2$, $\frac{1}{x+3}+\frac{x}{\sqrt{2-x}}=\sqrt{3}$, $\frac{4}{x^5}+\sqrt{x+1}=2$ 中，是分式方程的有 () 个.

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 下列方程有实数根的是 ()

- A. $\frac{x}{x-3}=\frac{3}{x-3}$ B. $\sqrt{4x+1}+1=0$ C. $\sqrt{x-3}+\sqrt{3-x}=1$ D. $\sqrt{2x-5}\cdot\sqrt{x-2}=0$

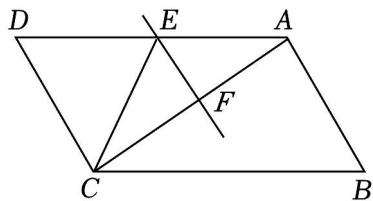
3. 用换元法解关于方程 $\frac{2x}{x-1}-\frac{5x-5}{x}+3=0$ ，如果设 $\frac{x}{x-1}=t$ ，那么原方程可化为 ()

- A. $2t^2-5t+3=0$ B. $2t^2+3t-5=0$ C. $t^2+3t-5=0$ D. $t^2-5t+3=0$

4. 如果平行四边形的两条对角线长分别是 8 和 12，那么它的边长不能是 ()

- A. 10 B. 8 C. 7 D. 6

5. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB=4$ ， $BC=10$ ， AC 的垂直平分线交 AD 于点 E ，则 $\triangle CDE$ 的周长是 ()



- A. 9 B. 10 C. 13 D. 14

6. 下列说法错误的个数是 ()

- ①关于 x 的方程 $ax=b$ 的解是 $x=\frac{b}{a}$ ；
②关于 x 的方程 $x^2=-a^2+1$ 无解；
③关于 x 的方程 $(a^2+1)x=b$ 有唯一解；
④关于 x 的方程 $x^4=25$ 的根是 $x=\pm 5$ 。

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题（每题 3 分，共 36 分）

7. 方程 $x^3-64=0$ 的根是_____.

8. 方程 $2\sqrt{x-3}=x-6$ 的根是_____.

9. 方程组 $\begin{cases} x+y=8 \\ xy=15 \end{cases}$ 的解是_____.

10. 关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x-2} + \frac{mx}{(x+1)(x-2)} = \frac{3}{x+1}$ 有增根, 则 m 的值是_____.

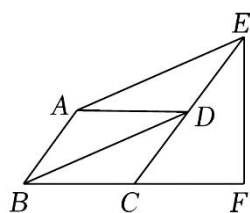
11. 关于 x 的分式方程 $\frac{x-1}{x-2} = \frac{m}{x-2} + 2$ 的根是正实数, 则 m 的取值范围是 _____.

12. 甲乙两人同时从某地出发, 步行 5 千米来到游乐园, 已知甲比乙每小时多走 1 千米, 结果比乙早到 15 分钟, 问甲乙两人每小时各走多少千米, 若设甲每小时走 x 千米, 则可列方程: _____.

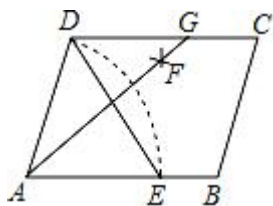
13. 如果一个多边形的每一个外角度数都是 40° , 那么这个多边形的内角和度数是 _____.

14. 若 $\square ABCD$ 的周长为 40 厘米, $\triangle BCD$ 的周长是 25 厘米, 则对角线 BD 的长为_____厘米.

15. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = 120^\circ$, E 、 F 分别在 CD 和 BC 的延长线上, $AE \parallel BD$, $EF \perp BC$, $EF = 3\sqrt{3}$, 则 AB 的长是 _____.

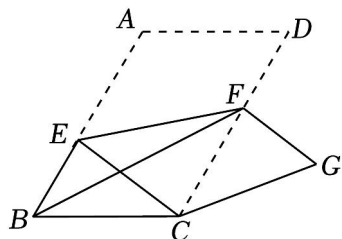


16. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 用直尺和圆规作 $\angle BAD$ 的平分线 AG , 若 $AD = 5$, $DE = 6$, 则 AG 的长是_____.



17. 我们把对角线与一边垂直的平行四边形叫做“优美平行四边形”. 如果一个“优美平行四边形”的一组邻边长为 $2\sqrt{2}$ 和 4, 那么它的较长的对角线长为 _____.

18. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB = 6$, $BC = 4$, $\angle ABC = 60^\circ$, 点 E 是 AB 上的一点, 点 F 是边 CD 上一点, 将平行四边形 $ABCD$ 沿 EF 折叠, 得到四边形 $EFGC$, 点 A 的对应点为点 C , 点 D 的对应点为点 G , 则 CF 的长度为_____.



三、解方程(组)(每题 5 分, 共 20 分)

19. 解方程: $\frac{4}{x^2-4} - 2 = \frac{3-x}{x-2}$.

20. 解方程组：
$$\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \text{①} \\ x^2 - 6xy + 9y^2 = 25 \text{②} \end{cases}$$

21. 解方程： $\sqrt{x+8} + \sqrt{2-x} - 4 = 0$.

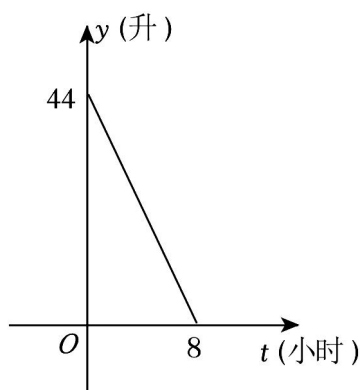
22. 解方程： $x^2 + 3x + \sqrt{x^2 + 3x} = 6$

四、解答题（第 23 题 8 分，第 24 题 8 分，共 16 分）

23. 在行驶完某段全程 600 千米的高速公路时，李师傅对张师傅说：“你的车速太快了，平均每小时比我多跑 20 千米，比我少用 1.5 小时就跑完了全程.”

（1）已知这段高速公路全程限速 110 千米/小时，如果两人全程匀速行驶，那么张师傅超速了吗？请说明理由；

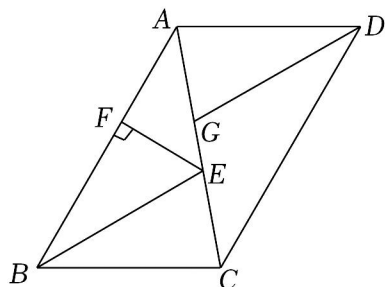
（2）张师傅所行驶的车内油箱余油量 y （升）与行驶时间 t （小时）的函数关系如图所示，当张师傅行驶完这段高速公路时，求油箱里的剩余油量.



24. 如图，在 $\square ABCD$ 中， BE 、 DG 分别平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ADC$ ，交 AC 于点 E 、 G .

（1）求证： $\triangle AGD \cong \triangle CEB$ ；

（2）过点 E 作 $EF \perp AB$ ，垂足为 F . 若平行四边形 $ABCD$ 的周长为 48， $EF = 8$ ，求 $\square ABCD$ 的面积.



五、综合题

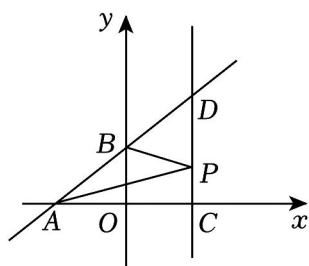
25. 如图，直线 $AB: y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$ 与坐标轴交于 A 、 B 两点，点 C 与点 A 关于 y 轴对称. $CD \perp x$ 轴与直线 AB 交于点 D .

(1) 求点 A 和点 B 的坐标；

(2) 点 P 在直线 CD 上，且 $\triangle ABP$ 的面积为 $\frac{9}{2}$ ，

① 求出点 P 的坐标；

② 点 Q 为平面内一点，当点 P 在直线 AB 下方时，以点 A 、 B 、 P 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形，请直接写出所有符合要求的点 Q 坐标．



参考答案

一、选择题（共 6 小题）

题号	1	2	3	4	5	6
答案	C	D	B	A	D	C

一、选择题（每题 3 分，共 18 分）

1. 下列关于 x 的方程： $\frac{2x}{a^2+1}-\frac{1}{3}=7$, $\frac{2x}{x}+\frac{1}{2}=x^2$, $\frac{1}{x+3}+\frac{x}{\sqrt{2-x}}=\sqrt{3}$, $\frac{4}{x^5}+\sqrt{x+1}=2$ 中，是分式方程的有 () 个.

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

解：关于 x 的方程 $\frac{2x}{a^2+1}-\frac{1}{3}=7$ 中，分母不含未知数，不是分式方程；

关于 x 的方程 $\frac{2x}{x}+\frac{1}{2}=x^2$ 中，分母中含未知数，是分式方程；

关于 x 的方程 $\frac{1}{x+3}+\frac{x}{\sqrt{2-x}}=\sqrt{3}$ 中，分母中含未知数，是分式方程；

关于 x 的方程 $\frac{4}{x^5}+\sqrt{x+1}$ 中，分母中含未知数，是分式方程.

故选：C.

2. 下列方程有实数根的是 ()

- A. $\frac{x}{x-3}=\frac{3}{x-3}$ B. $\sqrt{4x+1}+1=0$ C. $\sqrt{x-3}+\sqrt{3-x}=1$ D. $\sqrt{2x-5}\cdot\sqrt{x-2}=0$

解：由题意，对于 A，去分母得， $x=3$ ，又 $x=3$ 时，分母无意义，

$\therefore$ 此时原方程无解，故 A 不合题意.

对于 B，方程左边是非负数 +1，不可能为 0，故此时方程无解，不合题意.

对于 C，由 $x-3 \geq 0$ ，且 $3-x \geq 0$ ，故 $x=3$ ，方程左边 = 0 $\neq$ 右边 = 1，故此时方程无解，不合题意.

对于 D，由题意， $2x-5=0$ 或 $x-2=0$ ，又 $2x-5 \geq 0$ ，故 $x=2.5$ ，($x=2$ 不合题意，舍去)，故此时方程有实数根 $x=2.5$.

故选：D.

3. 用换元法解关于方程 $\frac{2x}{x-1}-\frac{5x-5}{x}+3=0$ ，如果设 $\frac{x}{x-1}=t$ ，那么原方程可化为 ()

- A. $2t^2-5t+3=0$ B. $2t^2+3t-5=0$ C. $t^2+3t-5=0$ D. $t^2-5t+3=0$

解：由题意，方程可化为 $2t-\frac{5}{t}+3=0$ ，

$$\therefore 2t^2 + 3t - 5 = 0.$$

故选：B.

4. 如果平行四边形的两条对角线长分别是 8 和 12，那么它的边长不能是()

- A. 10 B. 8 C. 7 D. 6

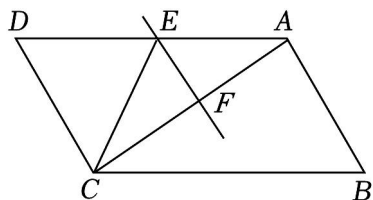
解：根据平行四边形的性质，得对角线的一半分别是 4 和 6.

再根据三角形的三边关系，得 $2 < x < 10$.

故它的边长不能是 10.

故选：A.

5. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB = 4$ ， $BC = 10$ ， AC 的垂直平分线交 AD 于点 E ，则 $\triangle CDE$ 的周长是()



- A. 9 B. 10 C. 13 D. 14

解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $AB = 4$ ， $BC = 10$ ，

$$\therefore CD = AB = 4, \quad AD = BC = 10,$$

$\because AC$ 的垂直平分线交 AD 于点 E ，

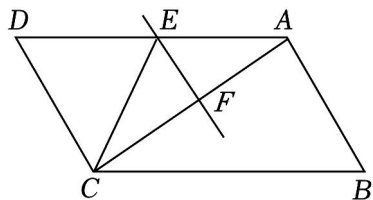
$$\therefore CE = AE,$$

$$\therefore DE + CE = DE + AE = AD = 10,$$

$$\therefore CD + DE + CE = 4 + 10 = 14,$$

$$\therefore \triangle CDE \text{ 的周长是 } 14,$$

故选：D.



6. 下列说法错误的个数是()

①关于 x 的方程 $ax = b$ 的解是 $x = \frac{b}{a}$;

②关于 x 的方程 $x^2 = -a^2 + 1$ 无解;

③关于 x 的方程 $(a^2 + 1)x = b$ 有唯一解;

④关于 x 的方程 $x^4 = 25$ 的根是 $x = \pm 5$.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

解: ①方程 $ax = b$, 当 $a = 0$ 时, 若 $b \neq 0$, 方程左边恒为 0, 右边不为 0, 方程无解; 若 $b = 0$, 方程变为 $0x = 0$, 此时此时 x 可以取任意实数, 只有当 $a \neq 0$ 时, 方程的解才是 $x = \frac{b}{a}$, 故①错误, ①符合题意;

②方程 $x^2 = -a^2 + 1$, 因为 $a^2 \geq 0$, 所以 $-a^2 \leq 0$, $-a^2 + 1 \leq 1$, 当 $-a^2 + 1 \geq 0$, 即 $-1 \leq a \leq 1$ 时, $x = \pm \sqrt{1 - a^2}$, 方程有解; 当 $-a^2 + 1 < 0$ 时, 方程在实数范围内无解, 故②错误, ②符合题意;

③因为 $a^2 \geq 0$, 所以 $a^2 + 1 > 0$, 对于方程 $(a^2 + 1)x = b$, 两边同时除以 $a^2 + 1$, 可得 $x = \frac{b}{a^2 + 1}$, 有唯一解, 故③正确, ③不符合题意;

④对于方程 $x^4 = 25$, 可变形为 $(x^2)^2 = 25$, 则 $x^2 = 5(x^2 = -5$ 舍去, 因为实数范围内平方数非负), 所以 $x = \pm \sqrt{5}$, 而不是 $x = \pm 5$, 故④错误, ④符合题意;

由此正确的是①②④.

故选: C .

二、填空题 (每题 3 分, 共 36 分)

7. 方程 $x^3 - 64 = 0$ 的根是 $x = 4$.

解: $\because x^3 - 64 = 0$,

$\therefore x^3 = 64$,

则 $x = 4$,

故答案为: $x = 4$.

8. 方程 $2\sqrt{x-3} = x-6$ 的根是 $x = 12$.

解: $2\sqrt{x-3} = x-6$

$4(x-3) = x^2 - 12x + 36$

整理得 $x^2 - 16x + 48 = 0$

解得: $x_1 = 4$, $x_2 = 12$

代入 $x-3 > 0$, 当 $x = 4$ 时, 等式右边为负数,

所以原方程的解为 $x = 12$.

故答案为: $x = 12$.

9. 方程组 $\begin{cases} x+y=8 \\ xy=15 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}$.

解：由题意， $\therefore \begin{cases} x+y=8 \\ xy=15 \end{cases}$,

$\therefore x, y$ 可以看作是方程 $z^2 - 8z + 15 = 0$ 的两个实数根.

又 $\because$ 方程 $z^2 - 8z + 15 = 0$ 的两个实数根为 $z = 3$ 或 $z = 5$,

$\therefore$ 方程组 $\begin{cases} x+y=8 \\ xy=15 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}$.

故答案为： $\begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases}$.

10. 关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x-2} + \frac{mx}{(x+1)(x-2)} = \frac{3}{x+1}$ 有增根，则 m 的值是 -3 或 9 .

解：将分式方程两边都乘以 $(x+1)(x-2)$ 得，

$$2(x+1) + mx = 3(x-2),$$

$$\text{即 } (1-m)x = 8,$$

$\therefore$ 原分式方程有增根，

$$\therefore (x+1)(x-2) = 0,$$

$$\therefore x = 2 \text{ 或 } x = -1,$$

当 $x = 2$ 时， $(1-m) \times 2 = 8$ ，所以 $m = -3$ ，

当 $x = -1$ 时， $(1-m) \times (-1) = 8$ ，所以 $m = 9$ ，

$\therefore m$ 的值是 -3 或 9 .

故答案为： -3 或 9 .

11. 关于 x 的分式方程 $\frac{x-1}{x-2} = \frac{m}{x-2} + 2$ 的根是正实数，则 m 的取值范围是 $m < 3$ 且 $m \neq 1$.

解： $\frac{x-1}{x-2} = \frac{m}{x-2} + 2$,

去分母得： $x-1 = m + 2(x-2)$,

去括号得： $x-1 = m + 2x-4$,

移项，合并同类项得： $x = 3 - m$,

$\therefore$ 分式方程的解为正实数，

$$\therefore x > 0 \text{ 且 } x-2 \neq 0,$$

$$\therefore 3-m > 0 \text{ 且 } 3-m-2 \neq 0,$$

解得： $m < 3$ 且 $m \neq 1$.

故答案为： $m < 3$ 且 $m \neq 1$.

12. 甲乙两人同时从某地出发，步行 5 千米来到游乐园，已知甲比乙每小时多走 1 千米，结果比乙早到 15 分钟，问甲乙两人每小时各走多少千米，若设甲每小时走 x 千米，则可列方程： $\frac{5}{x-1} - \frac{5}{x} = \frac{1}{4}$.

解： $\because$ 甲比乙每小时多走 1 千米，且设甲每小时走 x 千米，

$\therefore$ 乙每小时走 $(x-1)$ 千米.

根据题意得： $\frac{5}{x-1} - \frac{5}{x} = \frac{15}{60}$,

即 $\frac{5}{x-1} - \frac{5}{x} = \frac{1}{4}$.

故答案为： $\frac{5}{x-1} - \frac{5}{x} = \frac{1}{4}$.

13. 如果一个多边形的每一个外角度数都是 40° ，那么这个多边形的内角和度数是 1260° .

解：设这个多边形的边数为 n ,

依题意得： $n \times 40^\circ = 360^\circ$,

解得： $n = 9$,

$\therefore$ 这个多边形的内角和度数是： $(9-2) \times 180^\circ = 1260^\circ$.

故答案为： 1260° .

14. 若 $\square ABCD$ 的周长为 40 厘米， $\triangle BCD$ 的周长是 25 厘米，则对角线 BD 的长为 5 厘米.

解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，它的周长为 40 厘米，

$\therefore AB = CD$, $AD = CB$, 且 $AB + CB + CD + AD = 40$ 厘米，

$\therefore 2CD + 2CB = 40$ 厘米，

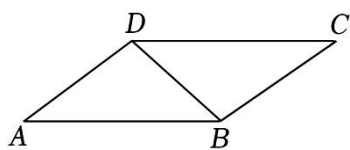
$\therefore CD + CB = 20$ 厘米，

$\because \triangle BCD$ 的周长是 25 厘米，

$\therefore BD + CD + CB = 25$ 厘米，

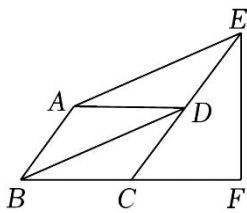
$\therefore BD = 25 - (CD + CB) = 25 - 20 = 5$ (厘米)，

故答案为： 5 .



15. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle BAD = 120^\circ$ ， E 、 F 分别在 CD 和 BC 的延长线上， $AE \parallel BD$ ， $EF \perp BC$ ，

$EF = 3\sqrt{3}$ ，则 AB 的长是 3。



解：∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AB \parallel DC, \quad AB = CD,$$

$$\therefore AE \parallel BD,$$

∴ 四边形 $ABDE$ 是平行四边形，

$$\therefore AB = DE,$$

$$\therefore AB = DE = CD,$$

即 D 为 CE 中点，

$$\therefore EF \perp BC,$$

$$\therefore \angle EFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle ECF = 60^\circ,$$

故设 $CE = 2x$ ， $CF = x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle CEF$ 中有： $CE^2 = EF^2 + CF^2$ ，

$$\therefore (3\sqrt{3})^2 + x^2 = (2x)^2,$$

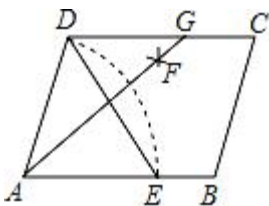
解得 $x = 3$ （负值舍去），

$$\therefore CE = 6,$$

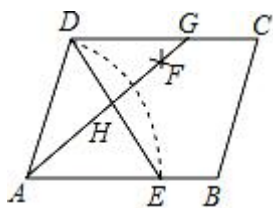
$$\therefore AB = \frac{1}{2}CE = 3,$$

故答案为：3。

16. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，用直尺和圆规作 $\angle BAD$ 的平分线 AG ，若 $AD = 5$ ， $DE = 6$ ，则 AG 的长是 8。



解：如图设 AG 交 BD 于 H .



由题意 AG 垂直平分线段 DE ,

$$\therefore DH = EH = 3 ,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形 ,

$$\therefore CD \parallel AB ,$$

$$\therefore \angle AGD = \angle GAB ,$$

$$\because \angle DAG = \angle GAB ,$$

$$\therefore \angle DAG = \angle DGA ,$$

$$\therefore DA = DG , \because DE \perp AG ,$$

$$\therefore AH = GH ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADH \text{ 中, } AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 ,$$

$$\therefore AG = 2AH = 8 .$$

故答案为 8 .

17. 我们把对角线与一边垂直的平行四边形叫做“优美平行四边形”. 如果一个“优美平行四边形”的一组邻边长为 $2\sqrt{2}$ 和 4 , 那么它的较长的对角线长为 $2\sqrt{10}$.

解：如图， $\square ABCD$ 中， $AC \perp AB$, $AB = 2\sqrt{2}$, $BC = 4$,

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ ,$$

$$\therefore AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 2\sqrt{2} ,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形 ,

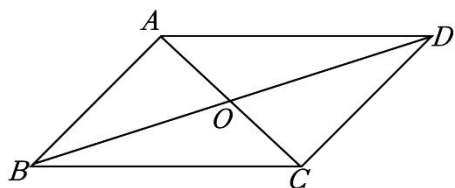
$$\therefore AO = \frac{1}{2}AC = \sqrt{2} , \quad BD = 2OB ,$$

$$\because OB = \sqrt{AB^2 + AO^2} = \sqrt{10} ,$$

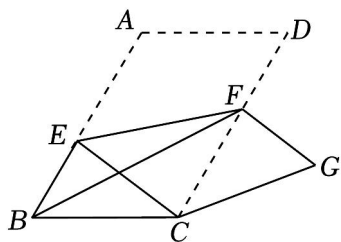
$$\therefore BD = 2OB = 2\sqrt{10} .$$

$$\therefore \text{平行四边形的较长的对角线长为 } 2\sqrt{10} .$$

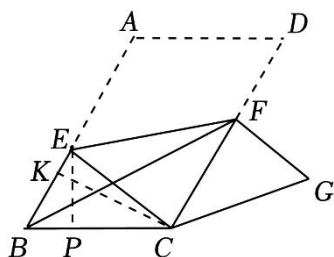
故答案为： $2\sqrt{10}$.



18. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB = 6$ ， $BC = 4$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，点 E 是 AB 上的一点，点 F 是边 CD 上一点，将平行四边形 $ABCD$ 沿 EF 折叠，得到四边形 $EFGC$ ，点 A 的对应点为点 C ，点 D 的对应点为点 G ，则 CF 的长度为 $\frac{7}{2}$.



解：如图，作 $CK \perp AB$ 于 K ，过 E 点作 $EP \perp BC$ 于 P .



$\because \angle ABC = 60^\circ$ ， $BC = 4$ ，

$\therefore \angle BCK = 30^\circ$ ，

$\therefore BK = 2$ ， $CK = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ ，

$\because C$ 到 AB 的距离和 E 到 CD 的距离都是平行线 AB 、 CD 间的距离，

$\therefore$ 点 E 到 CD 的距离是 $2\sqrt{3}$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD = BC$ ， $\angle D = \angle ABC$ ， $\angle A = \angle BCD$ ，

由折叠可知， $AD = CG$ ， $\angle D = \angle G$ ， $\angle A = \angle ECG$ ，

$\therefore BC = GC$ ， $\angle ABC = \angle G$ ， $\angle BCD = \angle ECG$ ，

$\therefore \angle BCE = \angle GCF$ ，

在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle GCF$ 中，

$$\begin{cases} \angle ABC = \angle G \\ \angle BCE = \angle GCF, \\ BC = GC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle BCE \cong \triangle GCF(ASA);$$

$$\therefore CE = CF,$$

$$\because \angle ABC = 60^\circ, \quad \angle EPB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEP = 30^\circ,$$

$$\therefore BE = 2BP,$$

$$\text{设 } BP = m, \text{ 则 } BE = 2m,$$

$$\therefore EP = \sqrt{BE^2 - BP^2} = \sqrt{3}m,$$

$$\text{由折叠可知, } AE = CE,$$

$$\because AB = 6,$$

$$\therefore AE = CE = 6 - 2m,$$

$$\because BC = 4,$$

$$\therefore PC = 4 - m,$$

$$\text{在 } Rt \triangle ECP \text{ 中,}$$

$$\text{由勾股定理得 } (4 - m)^2 + (\sqrt{3}m)^2 = (6 - 2m)^2,$$

$$\text{解得 } m = \frac{5}{4},$$

$$\therefore EC = 6 - 2m = 6 - 2 \times \frac{5}{4} = \frac{7}{2},$$

$$\therefore CF = EC = \frac{7}{2}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{7}{2}.$$

三、解方程(组)(每题5分,共20分)

$$19. \text{解方程: } \frac{4}{x^2 - 4} - 2 = \frac{3 - x}{x - 2}.$$

$$\text{解: } \frac{4}{x^2 - 4} - 2 = \frac{3 - x}{x - 2},$$

$$\text{去分母, 方程的两边同时乘以 } (x + 2)(x - 2),$$

$$4 - 2(x^2 - 4) = (3 - x)(x + 2),$$

$$4 - 2x^2 + 8 = -x^2 + 6 + 3x - 2x,$$

$$-x^2 - x + 6 = 0 ,$$

$$(x-2)(x+3) = 0 ,$$

$$\therefore x_1 = 2 , \quad x_2 = -3 ,$$

经检验： $x = -3$ 是原分式方程的解， $x = 2$ 不是原分式方程的解，

$$\therefore x = -3 .$$

20. 解方程组：
$$\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \textcircled{1} \\ x^2 - 6xy + 9y^2 = 25 \textcircled{2} \end{cases}$$

解：
$$\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \textcircled{1} \\ x^2 - 6xy + 9y^2 = 25 \textcircled{2} \end{cases}$$
，由②得： $x - 3y = 5$ 或 $x - 3y = -5$ ，

$$\therefore x = 3y + 5 \text{ 或 } x = 3y - 5 ,$$

当 $x = 3y + 5$ 时，代入①中，

$$\text{得 } (3y+5)^2 + (3y+5)y - 2y^2 = 0 ,$$

$$\text{解得： } y = -\frac{5}{2} \text{ 或 } y = -1 ;$$

$$\text{此时对应 } x \text{ 值为 } x = -\frac{5}{2} \text{ 或 } x = 2 ;$$

当 $x = 3y - 5$ 时，代入①中，

$$\text{得 } (3y-5)^2 + (3y-5)y - 2y^2 = 0 ,$$

$$\text{解得： } y = \frac{5}{2} \text{ 或 } y = 1 ;$$

$$\text{此时对应 } x \text{ 值为 } x = \frac{5}{2} \text{ 或 } x = -2 ;$$

$$\therefore \text{方程组的解为： } \begin{cases} x = -\frac{5}{2} \\ y = -\frac{5}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} .$$

21. 解方程： $\sqrt{x+8} + \sqrt{2-x} - 4 = 0 .$

解：由题意， $\therefore \sqrt{x+8} + \sqrt{2-x} - 4 = 0 ,$

$$\therefore \sqrt{x+8} = 4 - \sqrt{2-x} .$$

$$\therefore x+8 = 16 - 8\sqrt{2-x} + 2 - x .$$

$$\therefore 8\sqrt{2-x} = 10 - 2x .$$

$$\therefore 64(2-x) = 4(5-x)^2.$$

$$\therefore x^2 + 6x - 7 = 0.$$

$$\therefore (x+7)(x-1) = 0.$$

$$\therefore x = -7 \text{ 或 } x = 1.$$

经检验, $x = -7$ 或 $x = 1$ 是原方程的解.

22. 解方程: $x^2 + 3x + \sqrt{x^2 + 3x} = 6$

解: 设 $y = \sqrt{x^2 + 3x}$, 则原方程为 $y^2 + y = 6$,

整理, 得 $y^2 + y - 6 = 0$,

解得 $y = -3$ 或 2 .

当 $y = -3$ 时, $\sqrt{x^2 + 3x} = -3$, 此方程无解;

当 $y = 2$ 时, $\sqrt{x^2 + 3x} = 2$, 解得 $x = -4$ 或 1 .

经检验, 它们都是原方程的解.

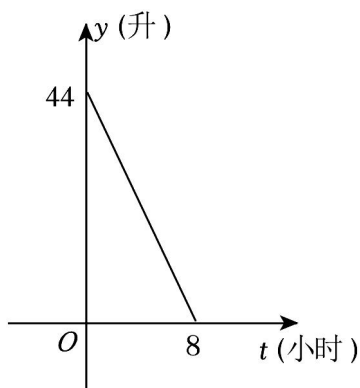
故原方程的解是 $x = 1$ 或 -4 .

四、解答题 (第 23 题 8 分, 第 24 题 8 分, 共 16 分)

23. 在行驶完某段全程 600 千米的高速公路时, 李师傅对张师傅说: “你的车速太快了, 平均每小时比我多跑 20 千米, 比我少用 1.5 小时就跑完了全程.”

(1) 已知这段高速公路全程限速 110 千米/小时, 如果两人全程匀速行驶, 那么张师傅超速了吗? 请说明理由;

(2) 张师傅所行驶的车内油箱余油量 y (升) 与行驶时间 t (小时) 的函数关系如图所示, 当张师傅行驶完这段高速公路时, 求油箱里的剩余油量.



解: (1) 张师傅没有超速,

理由：设张师傅的速度为 x 千米/时，

$$\frac{600}{x} + 1.5 = \frac{600}{x - 20}.$$

$$\therefore x_1 = -80 \text{ (舍去)}, x_2 = 100.$$

经检验， $x = 100$ 是原分式方程的解.

$$\because 100 < 110,$$

$\therefore$ 张师傅没有超速.

(2) 由函数图象可得，张师傅每小时耗油量为： $44 \div 8 = 5.5$ (升)，

$$\therefore \text{行驶完这段高速公路，张师傅至少需要：} \frac{600}{100} \times 5.5 = 33 \text{ (升)}.$$

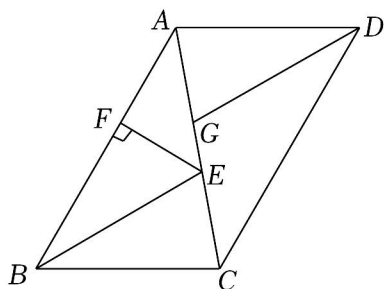
$\therefore$ 即行驶完这段高速公路，他至少需要 33 升.

$\therefore$ 当张师傅行驶完这段高速公路时，油箱里的剩余油量 $= 44 - 33 = 11$ (升).

24. 如图，在 $\square ABCD$ 中， BE 、 DG 分别平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ADC$ ，交 AC 于点 E 、 G .

(1) 求证： $\triangle AGD \cong \triangle CEB$ ；

(2) 过点 E 作 $EF \perp AB$ ，垂足为 F . 若平行四边形 $ABCD$ 的周长为 48， $EF = 8$ ，求 $\square ABCD$ 的面积.



【解答】(1) 证明： $\because BE$ 、 DG 分别平分 $\angle ABC$ 、 $\angle ADC$ ，交 AC 于点 E 、 G ，

$$\therefore \angle ADG = \frac{1}{2} \angle ADC, \quad \angle CBE = \frac{1}{2} \angle ABC,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore \angle ADC = \angle ABC, \quad AD \parallel CB, \quad AD = CB,$$

$$\therefore \angle ADG = \angle CBE, \quad \angle DAG = \angle BCE,$$

在 $\triangle AGD$ 和 $\triangle CEB$ 中，

$$\begin{cases} \angle ADG = \angle CBE \\ AD = CB \\ \angle DAG = \angle BCE \end{cases},$$

$$\therefore \triangle AGD \cong \triangle CEB (ASA).$$

(2) 解：作 $EH \perp BC$ 于点 H ，

$\therefore BE$ 分别平分 $\angle ABC$, $EF \perp AB$ 于点 F ,

$$\therefore EH = EF = 8,$$

$\therefore AB = CD$, $BC = DA$, 且平行四边形 $ABCD$ 的周长为 48,

$$\therefore 2AB + 2BC = 48,$$

$$\therefore AB + BC = 24,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle CBE} = \frac{1}{2} AB \cdot EF + \frac{1}{2} BC \cdot EH = \frac{1}{2} \times 8 (AB + BC) = \frac{1}{2} \times 8 \times 24 = 96,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDA$ 中,

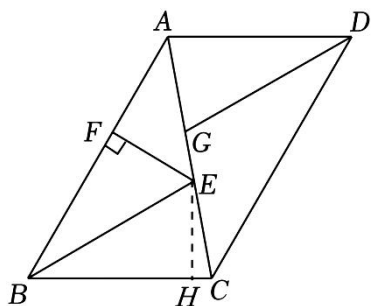
$$\begin{cases} AB = CD \\ BC = DA, \\ AC = CA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA (SSS),$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle CDA} = 96,$$

$$\therefore S_{\square ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle CDA} = 96 + 96 = 192,$$

$\therefore \square ABCD$ 的面积是 192.



五、综合题

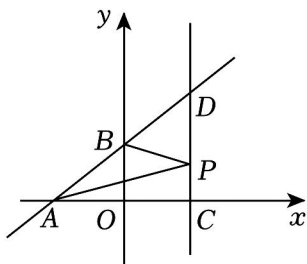
25. 如图, 直线 $AB: y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$ 与坐标轴交于 A 、 B 两点, 点 C 与点 A 关于 y 轴对称. $CD \perp x$ 轴与直线 AB 交于点 D .

(1) 求点 A 和点 B 的坐标;

(2) 点 P 在直线 CD 上, 且 $\triangle ABP$ 的面积为 $\frac{9}{2}$,

①求出点 P 的坐标;

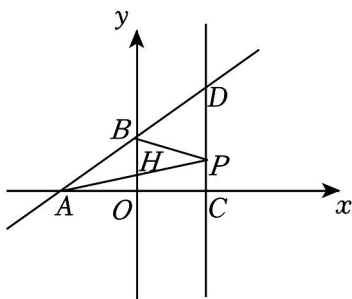
②点 Q 为平面内一点, 当点 P 在直线 AB 下方时, 以点 A 、 B 、 P 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形, 请直接写出所有符合要求的点 Q 坐标.



解：（1）对于 $y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$ ，令 $x = 0$ ，则 $y = \frac{3}{2}$ ，令 $y = 0$ ，解得 $x = -2$ ，

故点 A 、 B 的坐标分别为 $(-2, 0)$ 、 $(0, \frac{3}{2})$ ；

（2）①设直线 AP 交 y 轴于点 H ，



设直线 AP 的表达式为： $y = k(x + 2)$ ，

当 $x = 0$ 时， $y = 2k$ ，当 $x = 2$ 时， $y = 4k$ ，

即点 H 、 P 的坐标分别为 $(0, 2k)$ ， $(2, 4k)$ ，

则 $\triangle ABP$ 的面积 $= S_{\triangle HBP} + S_{\triangle HBA} = \frac{1}{2} AC \cdot BH = \frac{1}{2} \times 4(\frac{3}{2} - 2k) = \frac{9}{2}$ ，

解得： $k = -\frac{3}{8}$ ，

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(2, -\frac{3}{2})$ ；

②由（1）（2）知， $P(2, -\frac{3}{2})$ ， $A(-2, 0)$ ， $B(0, \frac{3}{2})$ ，设点 $Q(s, t)$ ，

$\because$ 点 A 、 B 、 P 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形，

$\therefore$ ① I、以 AP 为对角线，由中点坐标公式得 $\begin{cases} 2 - 2 = 0 + s \\ -\frac{3}{2} + 0 = \frac{3}{2} + t \end{cases}$ ，

$\therefore \begin{cases} s = 0 \\ t = -3 \end{cases}$ ，

$\therefore$ 点 $Q(0, -3)$ ，

II、以 AB 为对角线，由中点坐标公式得
$$\begin{cases} -2 = 2 + s \\ \frac{3}{2} = -\frac{3}{2} + t \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} s = -4 \\ t = 3 \end{cases},$$

$\therefore$ 点 $Q(-4, 3)$;

III、以 AQ 为对角线，由中点坐标公式得
$$\begin{cases} -2 + s = 2 \\ t = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2} \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} s = 4 \\ t = 0 \end{cases},$$

$\therefore Q(4, 0)$,

综上所述，以点 A 、 B 、 P 、 Q 为顶点的四边形是平行四边形，点 Q 坐标为 $(0, -3)$ 或 $(-4, 3)$ 或 $(4, 0)$.