

华盛怀少学校 2024 学年第二学期第一次阶段练习

八年级数学

2025.3

(考试时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 下列方程组中, 属于二元二次方程组的为 ()

A.
$$\begin{cases} x+y=0 \\ x-y=2 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 3 \\ \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = -4 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x + \sqrt{y} = 1 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 3x = 2 \\ xy = 4 \end{cases}$$

【答案】D

【解析】

【分析】根据一元一次方程组的定义对 A 进行判断; 根据整式方程组的定义对 B、C 进行判断; 根据二元二次方程组的定义对 D 进行判断.

【详解】解: A、两个方程都是二元一次方程, 所组成的方程组为二元一次方程组, 所以 A 选项不正确;
B、两个方程都是分式方程, 所组成的方程组为分式方程组, 所以 B 选项不正确;
C、有一个方程是无理方程, 所组成的方程组不是二元二次方程组, 所以 C 选项不正确;
D、有一个方程是二元二次方程, 另一个是一元一次方程, 所组成的方程组为二元二次方程组, 所以 D 选项正确.
故选 D.

【点睛】本题考查二元二次方程组: 有两个二元二次方程或一个二元二次方程, 一个一元一次方程所组成的方程组称为二元二次方程组.

2. 下列说法错误的是 ()

A. $3xy = 2$ 是二元二次方程

B. $x^2 - x = 0$ 是二项方程

C. $\frac{x+1}{x-1} = 2$ 是分式方程

D. $\sqrt{x} - 1 = 2x$ 是无理方程

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了无理方程、高次方程、分式方程、二项方程的定义, 解题的关键是熟悉这些方程的定义. 利用无理方程、高次方程、分式方程、二项方程的定义分别进行判断即可得到答案.

【详解】解: A、含有两个未知数, 且未知数的最高次数是 2, 故是二元二次方程, 故正确;

B、 $x^2 - x = 0$ 是一元二次方程，不是二项方程，故错误；

C、 $\frac{x+1}{x-1} = 2$ 是分式方程，故正确；

D、 $\sqrt{x} - 1 = 2x$ 是无理方程，故正确，

故选：B.

3. 下列方程中，有实数解的方程是 ()

A. $x^2 + 2 = 0$ B. $\frac{2x}{x-2} = \frac{x+2}{x-2}$ C. $x^3 + 2 = 0$ D. $\sqrt{x-3} + 2 = 0$

【答案】C

【解析】

【分析】根据平方根立方根的定义解方程，解分式方程，解无理方程逐一进行判断即可.

【详解】A、 $x^2 + 2 = 0$ ， $x^2 = -2$ ，方程无实数解，不符合题意；

B、 $\frac{2x}{x-2} = \frac{x+2}{x-2}$ ，解得： $x=2$ ，当 $x=2$ ，分式的分母为零，是方程的增根，方程无实数解，不符合题意；

C、 $x^3 + 2 = 0$ ，解得： $x = \sqrt[3]{-2}$ ，符合题意；

D、 $\sqrt{x-3} + 2 = 0$ ， $\sqrt{x-3} = -2$ ，方程无实数解，不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查方程解的情况. 熟练掌握解方程的方法是解题的关键.

4. 某灾区恢复生产，计划在一定时间内种 60 亩蔬菜，实际播种时每天比原计划多种 3 亩，因此提前一天完成任务，问实际种了几天？现设实际种了 x 天，则可列出方程 ()

A. $\frac{60}{x} - \frac{60}{x+1} = 3$ B. $\frac{60}{x-1} - \frac{60}{x} = 3$ C. $\frac{60}{x} - \frac{60}{x+3} = 1$ D. $\frac{60}{x-3} - \frac{60}{x} = 1$

【答案】A

【解析】

【分析】设实际种了 x 天，则原计划需要 $(x+1)$ 天，根据题意，实际每天种的亩数=原计划每天种的亩数=3，列分式方程即可.

【详解】设实际种了 x 天，则原计划需要 $(x+1)$ 天，根据题意，得

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+1} = 3.$$

故选 A.

【点睛】本题考查了分式方程的应用，根据题意列出分式方程是解题的关键.

5. 已知平行四边形的一条边长为 14，下列各组数中，能分别作它的两条对角线长的是 ()

A. 10 与 16

B. 12 与 16

C. 20 与 22

D. 10 与 18

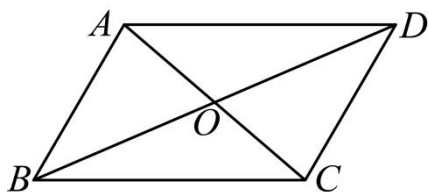
【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了平行四边形的性质, 构成三角形的条件, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 交于点 O , $AB = 14$, 则 $OA = \frac{1}{2}AC$, $OB = \frac{1}{2}BD$, 令对角线的长等于对应选项中的值, 进而得到 OA , OB 的长, 再判断能否构成三角形 AOB 即可得到答案.

【详解】解: 如图所示, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 交于点 O , $AB = 14$, 则

$$OA = \frac{1}{2}AC, OB = \frac{1}{2}BD,$$



A、当 $AC = 10$, $BD = 16$ 时, 则 $OA = 5$, $OB = 8$,

$\therefore OA + OB = 13 < AB$, 即此时不能构成三角形 AOB , 故此选项不符合题意;

B、当 $AC = 12$, $BD = 16$ 时, 则 $OA = 6$, $OB = 8$,

$\therefore OA + OB = 14 = AB$, 即此时不能构成三角形 AOB , 故此选项不符合题意;

C、当 $AC = 20$, $BD = 22$ 时, 则 $OA = 10$, $OB = 11$,

$\therefore OA + OB = 21 > AB$, 即此时能构成三角形 AOB , 故此选项符合题意;

D、当 $AC = 10$, $BD = 18$ 时, 则 $OA = 5$, $OB = 9$,

$\therefore OA + OB = 14 = AB$, 即此时不能构成三角形 AOB , 故此选项不符合题意;

故选: C.

6. 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 和 BD 相交于点 O , $AB = CD$, 添加下列条件后能判定这个四边形是平行四边形的是 ()

A. $AD \parallel BC$

B. $AO = CO$

C. $\angle BAC = \angle ACD$

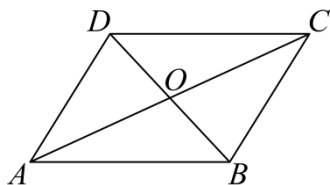
D. $\angle ABC = \angle ADC$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了平行四边形的判定, 全等三角形的判定和性质, 熟练掌握平行四边形的判定定理是解题的关键. 根据平行四边形的判定定理判断即可.

【详解】解：如图：



A、 $\because AB = CD, AD \parallel BC$,

$\therefore$ 不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形；故该选项是错误的；

B、 $\because AO = CO, AB = CD$,

$\therefore$ 不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形；故该选项是错误的；

C、 $\because AB = CD, \angle BAC = \angle ACD, \angle AOB = \angle COD$,

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD (\text{AAS})$,

$\therefore OB = OD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形；故该选项是正确的；

D、 $\because \angle ABC = \angle ADC, AB = CD$,

$\therefore$ 不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形；故该选项是错误的；

故选：C.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 3 分，满分 36 分）

7. 二项方程 $\frac{1}{2}x^5 - 16 = 0$ 的实数根是_____.

【答案】 $x = 2$

【解析】

【分析】先移项得到 $\frac{1}{2}x^5 = 16$ ，推出 $x^5 = 32$ ，根据 $2^5 = 32$ 即可求出答案.

【详解】 $\frac{1}{2}x^5 - 16 = 0$,

$$\frac{1}{2}x^5 = 16,$$

$$x^5 = 32,$$

$$\because 2^5 = 32,$$

$$\therefore x = 2,$$

故答案为： $x = 2$.

【点睛】此题考查解高次方程，掌握解方程的步骤，正确计算数的高次方是解题的关键.

8. 方程 $\sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x+2} = 0$ 的根是_____.

【答案】 $x = 2$

【解析】

【分析】 此题考查二次根式，一元一次不等式组，掌握知识点是解题的关键；

根据等式得到， $\sqrt{x-2} = 0$ 或 $\sqrt{x+2} = 0$ ，且 $\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases}$ ，计算即可.

【详解】 解： $\because \sqrt{x-2} \cdot \sqrt{x+2} = 0$,

$\therefore \sqrt{x-2} = 0$ 或 $\sqrt{x+2} = 0$,

解得 $x = \pm 2$,

又 $\because \begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \end{cases}$,

$\therefore x \geq 2$,

$\therefore x = 2$.

故答案为： $x = 2$.

9. 用换元法解方程 $\frac{x^2}{2x-1} + \frac{2x-1}{2x^2} = \frac{1}{2}$ 时，设 $y = \frac{x^2}{2x-1}$ ，可以把原方程化为关于 y 的整式方程是

_____.

【答案】 $2y^2 - y + 1 = 0$

【解析】

【分析】 本题考查换元法解分式方程，理解换元法的意义是正确解答的关键.

原方程变为 $\frac{x^2}{2x-1} + \frac{1}{2} \times \frac{2x-1}{x^2} = \frac{1}{2}$ ，将 $y = \frac{x^2}{2x-1}$ 代入得 $y + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$ ，再去分母化为整式方程，即可解

答.

【详解】 解： $\frac{x^2}{2x-1} + \frac{2x-1}{2x^2} = \frac{1}{2}$,

即 $\frac{x^2}{2x-1} + \frac{1}{2} \times \frac{2x-1}{x^2} = \frac{1}{2}$,

$\because y = \frac{x^2}{2x-1}$,

$$\therefore \text{原方程化为 } y + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{y} = \frac{1}{2},$$

$$\text{即 } 2y^2 + 1 = y.$$

$$\therefore 2y^2 - y + 1 = 0$$

$$\text{故答案为: } 2y^2 - y + 1 = 0.$$

$$10. \text{ 方程组 } \begin{cases} x^2 + y = 5 \\ x^2 = 4 \end{cases} \text{ 的解是 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\text{【答案】 } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$$

【解析】

【分析】 本题考查解二元二次方程组，一元二次方程，代入消元法，掌握知识点是解题的关键.

解②得 $x = \pm 2$ ，将方程②代入①先转化为一元一次方程，求出 y 的值，再进行求解即可.

$$\text{【详解】 解: } \begin{cases} x^2 + y = 5 \text{ ①} \\ x^2 = 4 \text{ ②} \end{cases}$$

$$\text{解②得 } x = \pm 2,$$

将②代入①，得

$$4 + y = 5,$$

$$\text{解得 } y = 1$$

$$\therefore \text{原方程组的解是 } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}.$$

$$\text{故答案为: } \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}.$$

$$11. \text{ 若关于 } x \text{ 的方程 } \frac{3x-2}{x-1} = 2 + \frac{m}{1-x} \text{ 有增根, 则 } m \text{ 的值为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\text{【答案】 } -1$$

【解析】

【分析】 本题考查了分式方程的增根，正确理解分式方程增根的含义是解题的关键.

首先把所给的分式方程化为整式方程 $3x - 2 = 2(x - 1) - m$ ，然后根据分式方程有增根，得到 $x - 1 = 0$ ，据

此求出 $x=1$ ，代入整式方程求出 m 的值即可.

【详解】方程两边都乘以 $(x-1)$ ，得

$$3x-2=2(x-1)-m,$$

$$\text{即 } x=-m,$$

$$\therefore \text{方程 } \frac{3x-2}{x-1}=2+\frac{m}{1-x} \text{ 有增根,}$$

$$\therefore x-1=0,$$

$$\text{解得 } x=1,$$

$$\therefore x=1 \text{ 是整式方程 } x=-m \text{ 的根,}$$

$$\therefore m=-1.$$

故答案为: -1 .

12. 某工厂 2023 年的总产值为 500 万元, 2025 年总产值为 960 万元. 若该厂每年的平均增长率都是 x , 则可列出方程为_____.

$$\text{【答案】 } 500(1+x)^2=960$$

【解析】

【分析】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程, 根据某工厂 2023 年的总产值为 500 万元, 2025 年总产值为 960 万元, 列出一元二次方程即可.

$$\text{【详解】解: 根据题意得: } 500(1+x)^2=960,$$

$$\text{故答案为: } 500(1+x)^2=960.$$

13. 若一个正多边形的每个内角都是 120° , 则这个多边形是正_____边形.

【答案】六

【解析】

【分析】本题考查正多边形的内角问题, 设多边形有 n 条边, 利用多边形的内角和公式列方程解题即可.

【详解】解: 设正多边形有 n 条边,

$$\text{则 } 180(n-2)=120n,$$

$$\text{解得: } n=6;$$

故答案为: 六.

14. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle A=3\angle B$, 则 $\angle B$ 的度数是_____.

【答案】 45° 度

【解析】

【分析】先根据平行四边形的性质得出 $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ，再根据 $\angle A = 3\angle B$ ，可求出 $\angle B$ 的度数.

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ,$$

$$\because \angle A = 3\angle B,$$

$$\therefore 4\angle B = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 45^\circ,$$

故答案为： 45° .

【点睛】本题主要考查了平行四边形的基本性质，并利用性质解题. 平行四边形基本性质：①平行四边形两组对边分别平行；②平行四边形的两组对边分别相等；③平行四边形的两组对角分别相等；④平行四边形的对角线互相平分.

15. 菱形的一个锐角为 60° ，边长为 20 厘米，则此菱形较长的对角线的长等于_____厘米.

【答案】 $20\sqrt{3}$

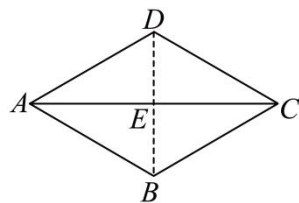
【解析】

【分析】此题重点考查菱形的性质、等边三角形的判定与性质、勾股定理等知识，正确地画出图形是解题的关键. 设菱形 $ABCD$ 的边长为 20 厘米， $\angle BAD = 60^\circ$ ，连接 BD 交 AC 于点 E ，则 $\triangle ABD$ 是等边三角形，所以 $BD = AB = 20$ 厘米，则 $BE = DE = \frac{1}{2}BD = 10$ 厘米，因为 $\angle AEB = 90^\circ$ ，所以

$CE = AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{20^2 - 10^2} = 10\sqrt{3}$ 厘米，则 $AC = 2AE = 20\sqrt{3}$ 厘米，于是得到问题的答案.

【详解】解：如图，菱形 $ABCD$ 的边长为 20 厘米， $\angle BAD = 60^\circ$ ，连接 BD 交 AC 于点 E ，

$$\because AB = AD, \angle BAD = 60^\circ,$$



$$\therefore \triangle ABD \text{ 是等边三角形,}$$

$$\therefore BD = AB = 20 \text{ 厘米,}$$

$$\therefore BE = DE = \frac{1}{2}BD = 10 \text{ 厘米,}$$

$$\therefore AC \perp BD,$$

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ,$$

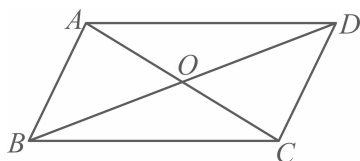
$$\therefore CE = AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{20^2 - 10^2} = 10\sqrt{3} \text{ (厘米)},$$

$$\therefore AC = 2AE = 20\sqrt{3} \text{ 厘米},$$

$$\therefore \text{此菱形较长的对角线的长等于 } 20\sqrt{3} \text{ 厘米},$$

故答案为: $20\sqrt{3}$.

16. 如图, 已知 $\square ABCD$ 的对角线相交于点 O , 它的周长为 28cm , $\triangle BCO$ 的周长比 $\triangle ABO$ 的周长多 4cm , 则 $CD = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$.



【答案】 5

【解析】

【分析】 本题考查三角形的周长, 平行四边形的性质: ①边: 平行四边形的对边相等. ②角: 平行四边形的对角相等. ③对角线: 平行四边形的对角线互相平分.

由平行四边形的周长可求得 $AB + BC$ 的长, 再根据平行四边形的性质及 $\triangle BCO$ 的周长比 $\triangle ABO$ 的周长多 4cm , 可得 $BC - AB$ 的值, 从而不难求得 AB 的值, 即可解答.

【详解】 解: $\because \square ABCD$ 的周长为 28cm .

$$\therefore AB + BC = \frac{1}{2} \times 28 = 14\text{cm},$$

$\because \triangle BCO$ 的周长比 $\triangle ABO$ 的周长多 4cm ,

$$\therefore BC + BO + CO = AB + AO + BO + 4,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AO = CO, \quad CD = AB,$$

$$\therefore BC - AB = 4\text{cm},$$

$$\text{即 } BC = AB + 4,$$

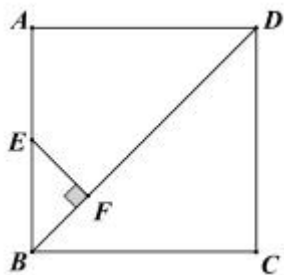
$$\therefore AB + AB + 4 = 14$$

解得 $AB = 5$,

$$\therefore CD = 5.$$

故答案为: 5.

17. 已知正方形 $ABCD$ 的边长等于 4cm , 那么边 AB 的中点 E 到对角线 BD 的距离等于 $\underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$.



【答案】 $\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 根据正方形的性质得到三角形 BEF 是等腰直角三角形，利用勾股定理即可求解.

【详解】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC = 45^\circ,$$

又 $\because$ 点 E 是边 AB 的中点,

$$\therefore BE = \frac{1}{2} AB = 2\text{cm},$$

在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中, $\angle ABD = 45^\circ$,

$$\therefore BF = EF,$$

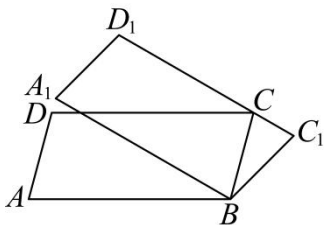
$$\because BE^2 = BF^2 + EF^2, \text{ 即 } 2^2 = 2EF^2,$$

解得: $EF = \sqrt{2}\text{cm}$ (负值已舍),

故答案为: $\sqrt{2}$.

【点睛】 本题考查了正方形的性质，等腰直角三角形的性质以及勾股定理，熟练掌握等腰直角三角形的性质是解题的关键.

18. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $\angle A = 70^\circ$ ，将 $\square ABCD$ 绕顶点 B 顺时针旋转到 $\square A_1BC_1D_1$ ，当 C_1D_1 首次经过顶点 C 时，旋转角 $\angle ABA_1 =$ _____ $^\circ$.



【答案】 40

【解析】

【分析】 本题考查了平行四边形的性质、旋转的性质、等腰三角形的判定和性质以及三角形的内角和定理，

解题的关键是证明三角形 CBC_1 是等腰三角形. 由旋转的性质可知 $BC = BC_1$, 由等腰三角形的性质得出

$\angle BCC_1 = \angle C_1$, 根据旋转角相等可得 $\angle ABA_1 = \angle CBC_1 = 40^\circ$.

【详解】解: $\because \square ABCD$ 绕顶点 B 顺时针旋转到 $\square A_1BC_1D_1$,

$$\therefore BC = BC_1,$$

$$\therefore \angle BCC_1 = \angle C_1,$$

$$\because \angle A = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle C = \angle C_1 = 70^\circ,$$

$$\therefore \angle BCC_1 = \angle C_1,$$

$$\therefore \angle CBC_1 = 180^\circ - 2 \times 70^\circ = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle ABA_1 = \angle CBC_1 = 40^\circ$$

故答案为: 40.

三、简答题 (本大题共 6 题, 每题 6 分, 满分 36 分)

19. 下面是小明同学解无理方程 $3 - \sqrt{2x-3} = x$ 的过程:

原方程可变形为 $3 - x = \sqrt{2x-3}$ …… (第一步)

两边平方, 得 $3 - x = 2x - 3$ …… (第二步)

整理, 得 $-3x = 6$ …… (第三步)

解得 $x = 2$ …… (第四步)

检验: 把 $x = 2$ 分别代入原方程的两边, 左边 $= 3 - \sqrt{2x-3} = 2$, 右边 $= 2$, 左边 = 右边, 可知 $x = 2$ 是原方程的解. …… (第五步)

所以, 原方程的解是 $x = 2$. …… (第六步)

请阅读上述小明的解题过程, 并完成下列问题:

(1) 以上小明的解题过程中, 从第 ____ 步开始出错;

(2) 请完成正确求解方程 $3 - \sqrt{2x-3} = x$ 的过程.

【答案】(1) 二; (2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 移项后两边平方即可;

(2) 先移项，再两边平方，求出方程的解，最后进行检验即可.

【详解】解：(1) 以上小明的解题过程中，从第二步开始出错，
故答案为：二；

$$(2) 3 - \sqrt{2x-3} = x,$$

移项，得 $3 - x = \sqrt{2x-3}$,

两边平方，得 $(3-x)^2 = 2x-3$,

整理得： $x^2 - 8x + 12 = 0$,

解得： $x_1 = 2$, $x_2 = 6$,

经检验： $x = 2$ 是原方程的解， $x = 6$ 不是原方程的解，

所以原方程的解是 $x = 2$.

【点睛】 本题考查了解无理方程，能把无理方程转化成有理方程是解此题的关键.

20. 解方程： $\frac{4x}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} = 1 - \frac{1}{x+2}$.

【答案】 $x = 1$

【解析】

【分析】 本题考查了解分式方程，熟练掌握该知识点是关键. 方程两边同时乘 $x^2 - 4$ 去分母化为一元二次方程再求解，最后检验即可得出结果.

【详解】 解： $\frac{4x}{x^2-4} - \frac{2}{x-2} = 1 - \frac{1}{x+2}$

去分母得： $4x - 2(x+2) = x^2 - 4 - (x-2)$

去括号，移项得： $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$\therefore (x-1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x-1=0 \text{ 或 } x-2=0,$$

$$\therefore x_1 = 1, \quad x_2 = 2;$$

检验：当 $x = 1$ 时， $x^2 - 4 \neq 0$ ；

当 $x = 2$ 时， $x^2 - 4 = 0$,

$\therefore$ 分式方程的解为 $x = 1$.

21. 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - 5xy - 6y^2 = 0 \\ x - 3y = 12 \end{cases}$$

【答案】
$$\begin{cases} x = 24 \\ y = 4 \end{cases} \text{ 和 } \begin{cases} x = 3 \\ y = -3 \end{cases}.$$

【解析】

【分析】 本题考查了二元二次方程组的求解，解题的关键是先对二元二次方程因式分解，将其转化为两个二元一次方程，再与另一个二元一次方程联立求解.

先把 $x^2 - 5xy - 6y^2 = 0$ 因式分解，得到两个二元一次方程，然后分别与 $x - 3y = 12$ 组成新的方程组，求解新方程组得到原方程组的解.

【详解】 解：对 $x^2 - 5xy - 6y^2 = 0$ 因式分解：

$$x^2 - 5xy - 6y^2 = (x - 6y)(x + y) = 0.$$

则 $x - 6y = 0$ 或 $x + y = 0$.

组成新方程组并求解：

当 $x - 6y = 0$ 时，与 $x - 3y = 12$ 组成方程组
$$\begin{cases} x - 6y = 0 \\ x - 3y = 12 \end{cases},$$

解得：
$$\begin{cases} x = 24 \\ y = 4 \end{cases};$$

当 $x + y = 0$ 时，与 $x - 3y = 12$ 组成方程组
$$\begin{cases} x + y = 0 \\ x - 3y = 12 \end{cases},$$

解得：
$$\begin{cases} x = 3 \\ y = -3 \end{cases}.$$

所以原方程组的解为
$$\begin{cases} x = 24 \\ y = 4 \end{cases} \text{ 和 } \begin{cases} x = 3 \\ y = -3 \end{cases}.$$

22. 某条高速铁路全长 720 千米，高铁列车与动车组列车在该高速铁路上运行时，高铁列车的平均速度比动车组列车每小时快 60 千米，因此全程少用 2 小时，求高铁列车全程的运行的平均速度.

【答案】 高铁列车全程的运行的平均速度为 180 千米/小时

【解析】

【分析】 本题考查分式方程的应用，找到等量关系是解题的关键.

设高铁列车全程的运行的平均速度为 x 千米/小时，根据题意列出分式方程，解出 x 的值，再检验是否符合

题意，即可解答.

【详解】解：设高铁列车全程的运行的平均速度为 x 千米/小时，依题意，得

$$\frac{720}{x} + 2 = \frac{720}{x - 60},$$

方程两边同乘 $x(x - 60)$ ，得

$$720(x - 60) + 2x(x - 60) = 720x,$$

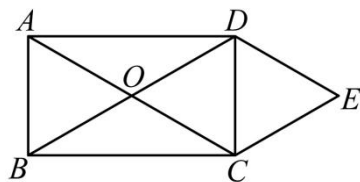
解得 $x_1 = 180, x_2 = -120$ (不符合题意，舍去).

经检验， $x = 180$ 是原方程的解.

答：高铁列车全程的运行的平均速度为 180 千米/小时.

23. 如图，矩形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O ， $DE \parallel AC$ ， $CE \parallel BD$ ，

求证：四边形 $OCED$ 是菱形.



【答案】见解析

【解析】

【分析】首先根据两对边互相平行的四边形是平行四边形证明四边形 $OCED$ 是平行四边形，再根据矩形的性质可得 $OC = OD$ ，即可利用一组邻边相等的平行四边形是菱形判定出结论.

【详解】证明： $\because DE \parallel AC, CE \parallel BD$,

$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是平行四边形.

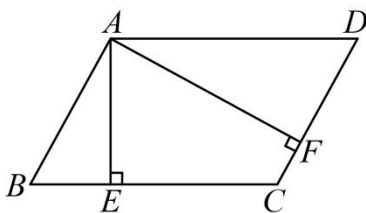
$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore OC = OD = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}BD$$

$\therefore$ 四边形 $OCED$ 是菱形.

【点睛】本题考查了平行四边形的判定及性质，菱形的判定及性质，熟练掌握性质定理是解题的关键

24. 如图，已知在 $\square ABCD$ 中， $\angle B = 60^\circ$ ， $AE \perp BC$ ， $AF \perp CD$ ，垂足分别为点 E 、 F .



- (1) 求 $\angle EAF$ 的度数;
(2) 如果 $AB=6$, 求线段 AE 的长.

【答案】 (1) 60° (2) $3\sqrt{3}$

【解析】

【分析】 (1) 利用平行四边形的邻角互补的知识先求出 $\angle C$ 的度数, 然后利用四边形的内角和定理即可求出 $\angle EAF$ 的度数.

(2) 求出 $\angle BAE$ 的度数, 然后在直角三角形中利用三角函数及勾股定理的知识求出 AE 的长.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

$$\because \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 120^\circ,$$

$$\because AE \perp BC, AF \perp CD,$$

$$\therefore \angle AEC = \angle AFC = 90^\circ,$$

$$\because \text{在四边形 } AECF \text{ 中, } \angle EAF + \angle AEC + \angle C + \angle AFC = 360^\circ,$$

$$\therefore \angle EAF = 60^\circ.$$

【小问 2 详解】

解: 在 $Rt\triangle ABE$ 中, $\angle AEB = 90^\circ$, $AB = 6$,

$$\because \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = 30^\circ,$$

$$\therefore BE = \frac{1}{2}AB = 3,$$

由勾股定理, 得

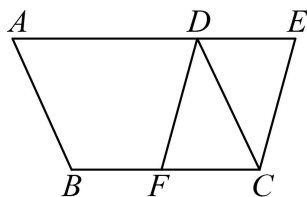
$$AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore AE = 3\sqrt{3}.$$

【点睛】 此题考查了平行四边形及三角函数的知识, 要求我们掌握平行四边形的邻角互补及锐角三角函数、勾股定理在直角三角形的表示形式, 难度一般.

四、解答题 (本大题共 2 题, 每题 8 分, 满分 16 分)

25. 如图, 将 $\square ABCD$ 的 AD 边延长至点 E , 使 $DE = \frac{1}{2}AD$, 连接 CE , F 是 BC 边的中点, 联结 FD .



(1) 求证: 四边形 $CEDF$ 是平行四边形;

(2) 若 $AD = 8$, $\angle A = 60^\circ$, $CE = 2\sqrt{7}$, 求 $\square ABCD$ 的面积.

【答案】(1) 见解析 (2) $24\sqrt{3}$

【解析】

【分析】此题重点考查平行四边形的判定与性质、直角三角形中 30° 角所对的直角边等于斜边的一半、勾股定理等知识, 正确地添加辅助线是解题的关键.

(1) 由平行四边形的性质得 $BC \parallel AD$, 且 $BC = AD$, 根据 F 是 BC 的中点, 点 E 在 AD 的延长线上, 得出 $CF \parallel DE$, $CF = \frac{1}{2}BC$, 根据 $DE = \frac{1}{2}AD$, 得出 $CF = DE$, 即可得出结论;

(2) 作 $CH \perp DE$ 于点 H , 先求出 $\angle CDH = \angle A = 60^\circ$, 得出 $CD = 2DH$, 得出 $DE = \frac{1}{2}AD = 4$, 列出

$(\sqrt{3}DH)^2 + (4 - DH)^2 = (2\sqrt{7})^2$, 求解, 再得 $CH = \sqrt{3} \times 3 = 3\sqrt{3}$, 进而得出答案.

【小问 1 详解】

证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore BC \parallel AD$, 且 $BC = AD$,

$\because F$ 是 BC 的中点, 点 E 在 AD 的延长线上,

$\therefore CF \parallel DE$, $CF = \frac{1}{2}BC$,

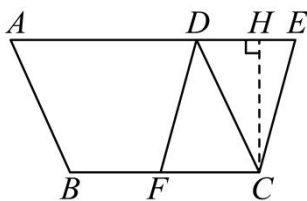
$\because DE = \frac{1}{2}AD$,

$\therefore CF = DE$,

$\therefore$ 四边形 $CEDF$ 是平行四边形.

【小问 2 详解】

解: 作 $CH \perp DE$ 于点 H , 则 $\angle CHD = \angle CHE = 90^\circ$,



$$\therefore CD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle CDH = \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DCH = 90^\circ - \angle CDH = 30^\circ,$$

$$\therefore CD = 2DH,$$

$$\therefore CH = \sqrt{CD^2 - DH^2} = \sqrt{(2DH)^2 - DH^2} = \sqrt{3}DH,$$

$$\therefore AD = 8,$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2}AD = 4,$$

$$\therefore CH^2 + EH^2 = CE^2, \text{ 且 } EH = 4 - DH, \quad CE = 2\sqrt{7},$$

$$\therefore (\sqrt{3}DH)^2 + (4 - DH)^2 = (2\sqrt{7})^2,$$

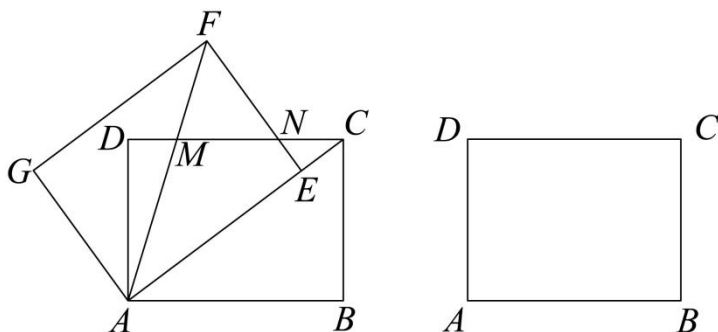
解得 $DH = 3$ 或 $DH = -1$ (不符合题意, 舍去),

$$\therefore CH = \sqrt{3} \times 3 = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\square ABCD} = AD \cdot CH = 8 \times 3\sqrt{3} = 24\sqrt{3},$$

$$\therefore \square ABCD \text{ 的面积是 } 24\sqrt{3}.$$

26. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, $AD = 6$, 将矩形 $ABCD$ 绕点 A 逆时针旋转得到矩形 $AEFG$.



(备用图)

(1) 当点 E 落在对角线 AC 上时, AF 、 EF 分别交 DC 于点 M 、 N .

①求证: $MA = MC$;

②求 MN 的长;

(2) 在旋转过程中, 若直线 AE 经过线段 BG 的中点 P , 请直接写出线段 PE 的长度.

【答案】(1) ①证明见解析；② $\frac{15}{4}$

(2) $8-\sqrt{7}$ 或 $8+\sqrt{7}$

【解析】

【分析】(1) ①利用矩形性质和旋转性质证明 $\angle MAC = \angle MCA$ ，再根据等腰三角形的等角对等边即可证得结论；②先利用勾股定理求得 AM 、 AC ，进而求得 MF ，再证明 $\angle MFN = \angle MNF$ 得到 $MN = MF$ 即可求解；

(2) 先利用勾股定理求得 AP ，分情况画图，由 $PE = AP + AE$ 和 $PE = AE - AP$ 进行求解即可。

【小问1详解】

①证明：∵ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $AB \parallel CD$ ， $CD = AB = 8$ ， $BC = AD = 6$ ，

∴ $\angle MCA = \angle CAB$ ，

由旋转性质得 $\angle CAB = \angle MAC$ ，

∴ $\angle MAC = \angle MCA$ ，∴ $MA = MC$ ；

②解：设 $MA = MC = x$ ，则 $DM = 8 - x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADM$ 中，由勾股定理得： $6^2 + (8 - x)^2 = x^2$ ，

解得： $x = \frac{25}{4}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ ，

旋转性质得： $AF = AC = 10$ ， $\angle AEF = \angle B = 90^\circ$ ，

∴ $FM = AF - AM = \frac{15}{4}$ ， $\angle MAC + \angle AFE = 90^\circ$ ， $\angle CNE + \angle MCE = 90^\circ$ ，

∴ $\angle MAC = \angle MCE$ ， $\angle MNF = \angle CNE$ ，

∴ $\angle AFE = \angle MNF$ ，即 $\angle MFN = \angle MNF$ ，

∴ $MN = MF = \frac{15}{4}$ 。

【小问2详解】

解：分情况讨论，

①如图1，过点 B 作 $BH \perp AC$ 于 H ，则 $\angle GAP = \angle BHP = 90^\circ$ ，

∵ 点 P 为 GB 的中点，

∴ $GP = BP$ ，又 $\angle APG = \angle HPB$ ，

∴ $\triangle APG \cong \triangle HPB$ (AAS)，

∴ $AP = HP$ ， $AG = BH = 6$ ，

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle AHB \text{ 中, } AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7},$$

$$\therefore AP=PH=\frac{1}{2}AH=\sqrt{7},$$

$$\therefore PE=AE-AP=8-\sqrt{7};$$

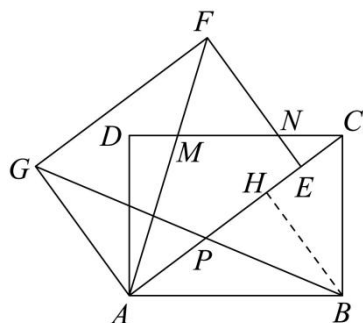


图1

②如图 2, 过点 B 作 $BK \perp EA$ 交 EA 延长线于 K , 则 $\angle GAP = \angle BKP = 90^\circ$,

$\therefore$ 点 P 为 GB 的中点,

$\therefore GP=BP$, 又 $\angle APG = \angle KPB$,

$\therefore \triangle APG \cong \triangle KPB$ (AAS),

$\therefore AP=KP$, $AG=BK=6$,

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle AKB \text{ 中, } AK = \sqrt{AB^2 - BK^2} = \sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7},$$

$$\therefore AP=KP=\frac{1}{2}AK=\sqrt{7},$$

$$\therefore PE=AE+AP=8+\sqrt{7},$$

综上, 线段 PE 的长度为 $8-\sqrt{7}$ 或 $8+\sqrt{7}$

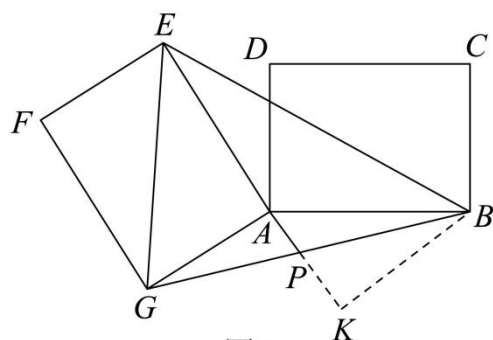


图2

【点睛】 本题考查矩形的性质、旋转的性质、等腰三角形的判定、全等三角形的判定与性质、勾股定理等知识, 熟练掌握相关知识的联系与运用是解答的关键, 注意分类讨论思想的运用.