

上海市宝山区宝莲中学 2025 — 2026 学年

八年级下学期 3 月月考数学试卷

八年级数学练习卷

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，满分 12 分）

1. 下列说法不正确的是（ ）

- A. 平行四边形的对边相等
- B. 菱形的对角相等
- C. 矩形的对角线互相垂直
- D. 正方形的四条边均相等

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查平行四边形的性质，正方形的性质，菱形的性质，矩形的性质，根据平行四边形、菱形、矩形、正方形的性质，逐一判断各选项的正误

【详解】解：∵ 平行四边形的对边相等，∴ A 选项说法正确

∵ 菱形是特殊的平行四边形，平行四边形对角相等，∴ 菱形的对角相等，B 选项说法正确

∵ 矩形的对角线相等且互相平分，不一定互相垂直，∴ C 选项说法不正确

∵ 正方形的四条边均相等，∴ D 选项说法正确

故选：C.

2. 在平面直角坐标系中，点 $P(m^2 + 2026, -1)$ 一定在（ ）

- A. 第一象限
- B. 第二象限
- C. 第三象限
- D. 第四象限

【答案】D

【解析】

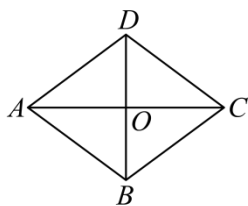
【分析】确定点 P 的横纵坐标的符号，进行判断即可.

【详解】解：∵ $m^2 + 2026 > 0, -1 < 0$,

∴ 点 P 在第四象限.

3. 中国结寓意团圆美满，以独特的东方神韵体现中国人民的智慧和深厚的文化底蕴. 其示意图如图所示，

菱形 $ABCD$ 的对角线 $AC = 16\text{cm}$ 、 $BD = 12\text{cm}$ ，则菱形边长应为（ ）



A. 10 cm

B. 12 cm

C. 13 cm

D. 24 cm

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题考查了菱形的性质，勾股定理，熟记菱形的对角线互相垂直平分并求出边长是解题的关键．根据菱形的对角线互相垂直平分求出两对角线的一半，再利用勾股定理列式求出边长 AB 即可．

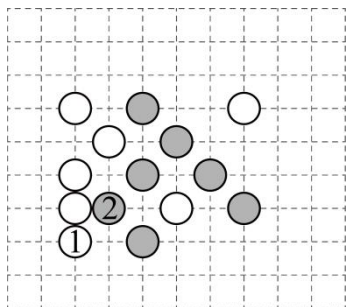
【详解】 解： $\because AC = 16\text{cm}$ ， $BD = 12\text{cm}$ ，

$\therefore$ 两对角线的一半分别为 8cm ， 6cm ，

由勾股定理得，边长 $AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\text{cm}$ ，

故选： A．

4. 五子棋的比赛规则： 率先在棋盘上形成横、纵或斜线的连续五颗同色棋子为获胜方． 在如图所示的一盘棋中，若①的位置是 $(1, -1)$ ，②的位置是 $(2, 0)$ ，现轮到黑棋走，小明认为黑棋放在 $(2, 4)$ 位置胜利；小亮认为黑棋放在 $(7, -1)$ 位置胜利． 下列说法正确的是 ()



A. 小明、小亮均正确

B. 小明、小亮均错误

C. 小明正确，小亮错误

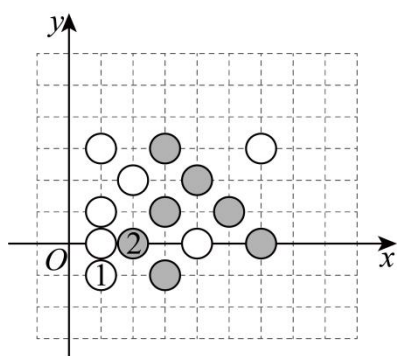
D. 小明错误，小亮正确

【答案】 A

【解析】

【分析】 本题主要考查了用坐标系确定位置，根据题意建立适当平面直角坐标系进行求解是解决本题的关键．根据题意白棋①的位置是 $(1, -1)$ ，黑棋② $(2, 0)$ 建立坐标系可确定原点的位置，依据题目所给规则进行判定即可得出答案．

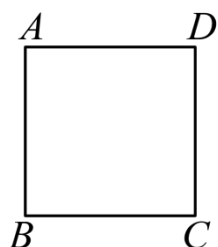
【详解】解：建立如图所示平面直角坐标系，由图可知，黑棋放在 $(2,4)$ 或 $(7,-1)$ 位置就胜利了.



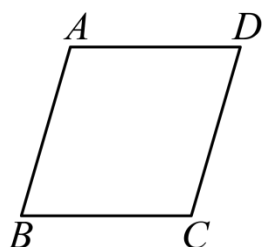
$\therefore$ 小明、小亮均正确,

故选: A.

5. 将四根长度相等的细木条首尾相接, 用钉子钉成四边形 $ABCD$, 转动这个四边形, 使它形状改变. 当 $\angle B = 90^\circ$ 时, 如图①, 测得 $AC = 2$. 当 $\angle B = 60^\circ$ 时, 如图②, $AC =$ ()



图①



图②

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. 6

D. $2\sqrt{2}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查了正方形的性质与判定, 等边三角形的性质与判定, 解题的关键在于能够熟练掌握相关知识进行求解.

如图①先根据题意得到四边形 $ABCD$ 是正方形, 连接 AC , 利用勾股定理求出 AB 的长, 如图②根据 $\angle B = 60^\circ$, 证明三角形 ABC 为等边三角形即可得到答案.

【详解】解: 如图① $\because AB = BC = CD = DA$, $\angle B = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

连接 AC , 则 $AB^2 + BC^2 = AC^2$,

$$\therefore AB = BC = \frac{\sqrt{2}}{2} AC = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2 = \sqrt{2},$$

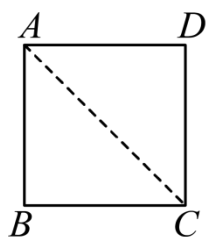
如图②, $\angle B = 60^\circ$, 连接 AC ,

$\therefore AB = BC$

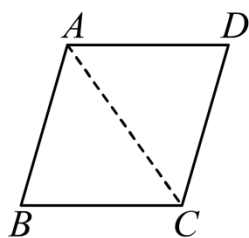
$\therefore ABC$ 为等边三角形,

$$\therefore AC = AB = BC = \sqrt{2}.$$

故选 A.



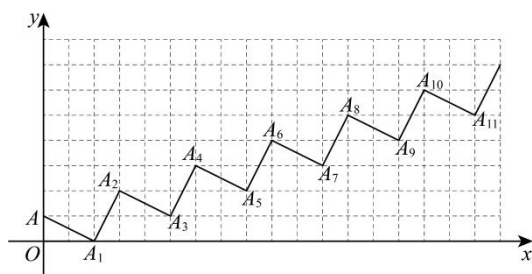
图①



图②

6. 如图, 一些点按照一定的规律排列: 点 $A(0,1)$, 点 $A_1(2,0)$, 点 $A_2(3,2)$, 点 $A_3(5,1)$, 点 $A_4(6,3)$, $\dots$,

则点 A_{2025} 的坐标为 ()



A. $(3039,1013)$

B. $(3039,1014)$

C. $(3038,1012)$

D. $(3038,1013)$

【答案】 C

【解析】

【分析】 本题考查了图形坐标规律探索, 解决本题的关键是用代数式表示规律和分类思想.

通过发现特殊点的坐标与序号的关系, 得出横坐标, 纵坐标与点的序号之间关系, 从而确定规律求解即可.

【详解】 解: 观察图形可得: 点 $A_1(2,0)$, $A_3(5,1)$, $A_5(8,2) \dots A_{2n-1}(3n-1, n-1)$,

点 $A_2(3,2)$, $A_4(6,3)$, $A_6(9,4) \dots A_{2n}(3n, n+1)$,

$\therefore 2025$ 是奇数, 且 $2025 = 2n - 1$,

$\therefore n = 1013$,

$\therefore A_{2025}(3038, 1012)$,

故选: C.

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 满分 36 分)

7. 在 $\square ABCD$ 中, 若 $\angle B + \angle D = 3(\angle A + \angle C)$, 则 $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

【答案】 45

【解析】

【分析】 利用平行四边形对角相等、邻角互补及内角和为 360° 的性质，通过等量代换建立关系求解 $\angle A$ 的度数.

【详解】 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore \angle A = \angle C$ ， $\angle B = \angle D$ ， 且 $AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ$ （平行四边形邻角互补），

$\therefore \angle B + \angle D = 3(\angle A + \angle C)$ ，

又 $\because \angle B = \angle D$ ， $\angle A = \angle C$ ，

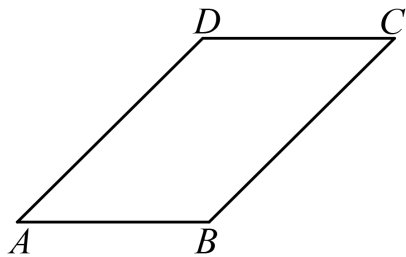
$\therefore 2\angle B = 3 \times 2\angle A$ ， 即 $\angle B = 3\angle A$ ，

将 $\angle B = 3\angle A$ 代入 $\angle A + \angle B = 180^\circ$ ，

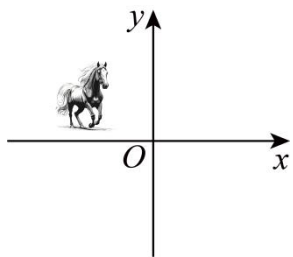
得： $\angle A + 3\angle A = 180^\circ$ ，

$4\angle A = 180^\circ$ ，

$\angle A = 45^\circ$.



8. 在平面直角坐标系中，有一个马的剪纸图案（如图），它盖住的点的坐标可能为_____。（写出一个满足条件的点即可）



【答案】 $(-4,4)$ （答案不唯一）

【解析】

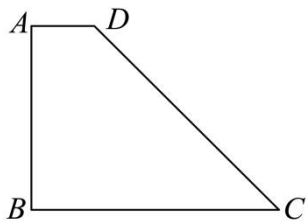
【分析】 本题考查点的坐标，根据第二象限内点的坐标特征解答即可

【详解】 解： $\because$ 马的剪纸图案在第二象限内，

∴ 马的剪纸图案盖住的点的坐标可能为 $(-4, 4)$ (答案不唯一),

故答案为: $(-4, 4)$ (答案不唯一).

9. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD = 2, AB = 4, BC = 6, AD \parallel BC, \angle B = 90^\circ$, 则 $CD =$ _____.

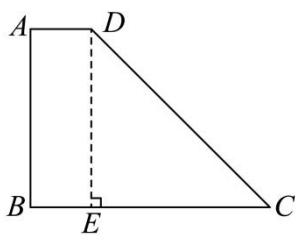


【答案】 $4\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 本题考查的是矩形的判定与性质及勾股定理的应用, 过点 D 作 $DE \perp BC$ 于 E , 证明四边形 $ABED$ 是矩形, 得出 $AD = BE = 2, AB = DE = 4$, 再根据勾股定理求出结论.

【详解】 解: 如图, 过点 D 作 $DE \perp BC$ 于点 E ,



∵ $AD \parallel BC, \angle B = 90^\circ$,

∴ $\angle A = \angle B = \angle BED = 90^\circ$,

∴ 四边形 $ABED$ 是矩形,

∴ $AD = BE = 2, AB = DE = 4$,

∵ $BC = 6$,

∴ $CE = BC - BE = 4$,

∵ $\angle DEC = 90^\circ$,

∴ $CD = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$,

故答案为: $4\sqrt{2}$.

10. 从某个多边形的一个顶点出发的所有对角线, 将其分成 8 个三角形, 则这是 _____ 边形.

【答案】 十##10

【解析】

【分析】本题主要考查了多边形对角线的性质，熟练掌握从 n 边形一个顶点出发的对角线将多边形分成 $(n-2)$ 个三角形这一规律是解题的关键. 利用多边形从一个顶点出发的对角线分成三角形个数的公式，建立方程求解多边形的边数.

【详解】解：设多边形为 n 边形，

$$\text{则 } n-2=8,$$

$$n=8+2,$$

$$n=10,$$

故答案为：十.

11. 如果点 P 在第二象限内，点 P 到 x 轴的距离是 3，到 y 轴的距离是 4，那么点 P 的坐标为_____.

【答案】 $(-4,3)$

【解析】

【分析】本题考查坐标系中点的坐标特征，掌握好点的坐标与点到坐标轴的关系是关键.

根据第二象限内点的坐标特征，横坐标为负，纵坐标为正；点到 x 轴的距离等于纵坐标的绝对值，点到 y 轴的距离等于横坐标的绝对值，由此求解.

【详解】解：点 P 到 x 轴的距离是 3，因此纵坐标的绝对值为 3，即 $|y|=3$ ；

点 P 到 y 轴的距离是 4，因此横坐标的绝对值为 4，即 $|x|=4$.

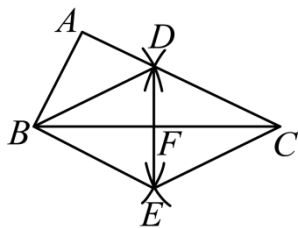
由于点 P 在第二象限，横坐标为负，纵坐标为正，

$$\text{故 } x=-4, \quad y=3,$$

即点 P 的坐标为 $(-4,3)$.

故答案为： $(-4,3)$.

12. 在 $\triangle ABC$ 中，分别以 B ， C 为圆心，大于 $\frac{1}{2}BC$ 的长为半径画弧，两弧交于点 D ， E ，且点 D 恰好落在 AC 边上. 直线 DE 与 BC 交于点 F . 连接 BD ， BE ， CE . 若 $CD=2$ ， $\angle ACB=30^\circ$ ，则四边形 $BECD$ 的面积为_____.



【答案】 $2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】此题考查了菱形的判定和性质、含 30° 角的直角三角形、勾股定理等知识. 由作图可得到 $DE \perp BC$, 四边形 $BECD$ 是菱形, 则 $BC = 2CF, DE = 2DF$, 再由含 30° 角的直角三角形和勾股定理求出 $DF = 1$, $CF = \sqrt{3}$, 即可得到 $BC = 2\sqrt{3}, DE = 2$, 即可得到四边形 $BECD$ 的面积.

【详解】解: 由题意可知, DE 垂直平分 BC , $BD = CD = BE = CE$

$\therefore DE \perp BC$, 四边形 $BECD$ 是菱形

$\therefore BC = 2CF, DE = 2DF$

$\because CD = 2, \angle ACB = 30^\circ$

$\therefore DF = \frac{1}{2}CD = 1$

$\therefore CF = \sqrt{CD^2 - DF^2} = \sqrt{3}$

$\therefore BC = 2CF = 2\sqrt{3}, DE = 2DF = 2$

$\therefore$ 四边形 $BECD$ 的面积为 $\frac{1}{2}BC \cdot DE = 2\sqrt{3}$.

故答案为: $2\sqrt{3}$.

13. 若一个多边形的内角和是外角和的四倍, 则这个多边形是_____边形.

【答案】 十

【解析】

【分析】本题主要考查了多边形内角和公式和外角和. 设多边形的边数为 n , 利用多边形内角和公式和外角和定理列方程求解.

【详解】解: 设多边形的边数为 n , 则内角和为 $(n-2) \times 180^\circ$,

$\therefore$ 一个多边形的内角和是外角和的四倍,

$\therefore (n-2) \times 180^\circ = 4 \times 360^\circ$,

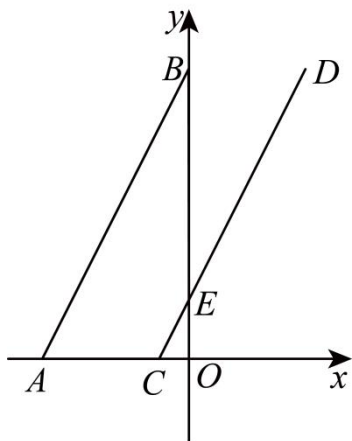
解得: $n = 10$,

即这个多边形是十边形.

故答案为: 十

14. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标为 $(-6, 0)$, 线段 AB 向右平移 4 个单位到线段 CD , 线段 CD

与 y 轴交于点 E ，若图中 $\triangle CEO$ 的面积为 4，则 E 点坐标为_____.



【答案】 $(0,4)$

【解析】

【分析】 本题考查坐标与平移，解题关键是根据平移得到 $C(-2,0)$ ，再根据 $\triangle CEO$ 的面积为 4，可求出 OE ，即可求出 E 点坐标.

【详解】 解： $\because$ 线段 AB 向右平移 4 个单位到线段 CD ，

$$\therefore C(-2,0), OC = 2,$$

$$\because S_{\triangle CEO} = \frac{1}{2} CO \times OE = 4,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 2 \times OE = 4, OE = 4,$$

$\because E$ 在 y 轴正半轴，

$$\therefore E(0,4),$$

故答案为： $(0,4)$.

15. 小明在计算多边形内角和时，把其中一个内角多加了一次，得到内角和为 500° ，则多加的这个内角的大小为_____.

【答案】 140°

【解析】

【分析】 本题考查了多边形内角和公式，理解题意，把一个内角多加一次即为整除之后的余数是解答本题的关键. 根据多边形内角和公式，内角和应是 180° 的倍数，且每个内角应大于 0° 而小于 180° ，根据这些条件进行分析求解.

【详解】 解： 由多边形内角和公式 $(n-2) \times 180^\circ$ 知，

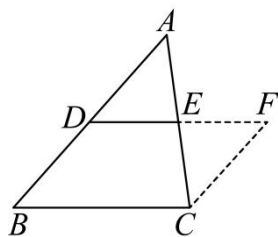
多边形的内角和是 180° 的倍数,

$\therefore$ 多加的一个内角是 $500 \div 180$ 的余数

即为 140°

故答案为 140°

16. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别是 AB, AC 的中点, 连接 DE 并延长至 F , 使 $EF = DE$, 连接 CF . 若 $\angle B = 45^\circ$, 则 $\angle F$ 的度数为_____.



【答案】 45°

【解析】

【分析】 此题主要考查了平行四边形的判定和性质, 三角形中位线定理, 熟练掌握三角形中位线定理, 平行四边形的判定和性质是解题的关键.

由条件可证得四边形 $BCFD$ 为平行四边形, 即可求解.

【详解】 解: $\because D, E$ 分别是 AB, AC 的中点,

$\therefore DE \parallel BC$, 且 $BC = 2DE$.

$\because EF = DE$,

$\therefore DF = 2DE$,

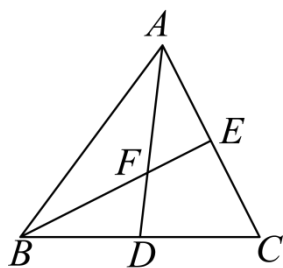
$\therefore DF = BC$,

$\therefore$ 四边形 $BCFD$ 为平行四边形,

$\therefore \angle F = \angle B = 45^\circ$.

故答案为: 45° .

17. 如图, 点 F 是 $\triangle ABC$ 的重心, AF 交 BC 于点 D , BF 交 AC 于点 E . 已知 $\triangle ABC$ 的面积为1, 则 $\triangle ABF$ 的面积为_____.



【答案】 $\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查三角形重心的定义及性质、由中线求三角形的面积等知识，熟记三角形重心的定义及性质、三角形中线等分面积等知识是解决问题的关键.

先由点 F 是 $\triangle ABC$ 的重心，得到 AD 是 $\triangle ABC$ 边 BC 上的中线，且 $AF = 2FD$ ，进而由三角形中线等分面积得到 $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}$ ，则得到 $S_{\triangle ABF} = \frac{2}{3}S_{\triangle ABD} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$.

【详解】 解： $\because$ 点 F 是 $\triangle ABC$ 的重心，

$\therefore AD$ 是 $\triangle ABC$ 边 BC 上的中线，且 $AF = 2FD$ ，

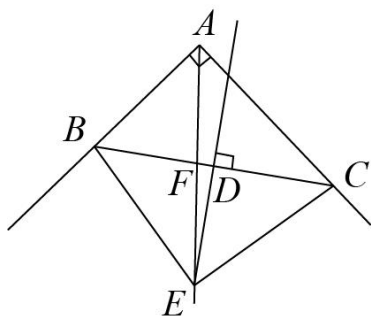
$\because \triangle ABC$ 的面积为 1，

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle ABF} = \frac{2}{3}S_{\triangle ABD} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3},$$

故答案为： $\frac{1}{3}$.

18. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $AB = 3$ ， $AC = 4$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ， BC 的中垂线 DE 与 $Rt\triangle ABC$ 的角平分线 AF 交于点 E ，则四边形 $ABEC$ 的面积为_____



【答案】 12.25

【解析】

【分析】 过点 E 作 $EG \perp AB$ 交射线 AB 于 G ，作 $EH \perp AC$ 于 H ，根据矩形的定义可得四边形 $AGEH$ 为矩形，然后根据角平分线的性质可得 $EG = EH$ ，从而证出四边形 $AGEH$ 为正方形，可得 $AG = AH$ ，然后利用 HL 证出 $Rt\triangle EGB \cong Rt\triangle EHC$ ，从而得出 $BG = HC$ ，列出方程即可求出 AG ，然后根据 $S_{\text{四边形 } ABEC} = S_{\text{四边形 } ABEH} + S_{\triangle EHC}$ 即可证出 $S_{\text{四边形 } ABEC} = S_{\text{正方形 } AGEH}$ ，最后根据正方形的面积公式求面积即可.

【详解】 解： 过点 E 作 $EG \perp AB$ 交射线 AB 于 G ，作 $EH \perp AC$ 于 H

的判定及性质和正方形的面积公式是解决此题的关键.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 满分 52 分)

19. 在平面直角坐标系中, 点 P 的坐标为 $(3a-13, a-3)$.

(1) 若点 P 位于第二象限, 且横、纵坐标都是整数, 求点 P 的坐标;

(2) 若将点 P 向右平移 3 个单位, 再向上平移 5 个单位, 恰好横纵坐标相等, 求点 P 的坐标.

【答案】 (1) $(-1, 1)$

(2) $P(5, 3)$

【解析】

【分析】 本题考查平面直角坐标系中点的坐标, 平移的性质, 正确掌握相关特征是解题的关键.

(1) 根据第二象限中点的符号特点, 列出不等式, 解得 a 的取值范围, 再根据横、纵坐标都是整数, 即可求解;

(2) 根据平移的性质, 易得平移后点的坐标为 $(3a-13+3, a-3+5)$, 再根据横纵坐标相等, 列出方程, 求出 a 的值即可求解.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 点 P 位于第二象限,

$$\therefore 3a-13 < 0, \quad a-3 > 0,$$

$$\therefore 3 < a < \frac{13}{3},$$

$\because$ 横、纵坐标都是整数,

$$\therefore a = 4,$$

$$\therefore 3a-13 = -1, \quad a-3 = 1,$$

$$\therefore P \text{ 的坐标为 } (-1, 1);$$

【小问 2 详解】

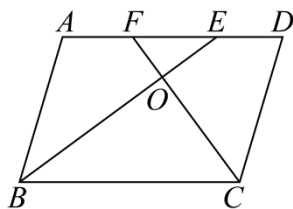
将点 P 向右平移 3 个单位, 再向上平移 5 个单位得到新的坐标为 $(3a-13+3, a-3+5)$

$\because (3a-13+3, a-3+5)$ 横纵坐标相等,

$$\therefore 3a-13+3 = a-3+5, \text{ 解得 } a = 6,$$

$$\therefore \text{点 } P(5, 3).$$

20. 如图, $\square ABCD$ 中, BE, CF 分别是 $\angle ABC$ 和 $\angle BCD$ 的平分线, BE, CF 相交于点 O .



(1) 求证: $BE \perp CF$;

(2) 若 $AB + BC = 8$, 求 $\square ABCD$ 的周长.

【答案】(1) 见解析 (2) 16

【解析】

【分析】本题考查了平行四边形的性质, 角平分线的定义, 三角形内角和性质, 正确掌握相关性质内容是解题的关键.

(1) 先结合平行四边形的性质, 得 $AB \parallel CD$, 故 $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$, 又因为 BE, CF 分别是 $\angle ABC$ 和 $\angle BCD$ 的平分线, 得 $\angle OBC + \angle OCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle BCD) = 90^\circ$, 即可作答.

(2) 先结合平行四边形的性质, 得 $CD = AB, AD = BC$, 则 $\square ABCD$ 的周长 $= 2(AB + BC)$, 把 $AB + BC = 8$ 代入计算, 即可作答.

【小问 1 详解】

证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 180^\circ,$$

又 $\because BE, CF$ 分别是 $\angle ABC$ 和 $\angle BCD$ 的平分线,

$$\therefore \angle OBC + \angle OCB = \frac{1}{2}\angle ABC + \frac{1}{2}\angle BCD = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle BCD) = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - (\angle OBC + \angle OCB) = 90^\circ,$$

$$\therefore BE \perp CF.$$

【小问 2 详解】

解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

$$\therefore CD = AB, AD = BC,$$

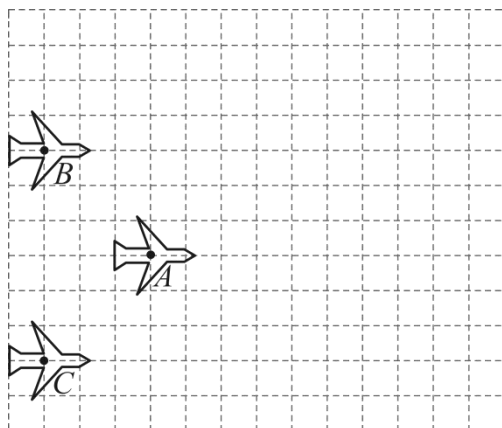
$$\therefore \square ABCD \text{ 的周长} = AB + BC + CD + AD = 2(AB + BC).$$

$$\because AB + BC = 8,$$

$$\therefore \square ABCD \text{ 的周长为 } 16.$$

21. 2025 年 9 月 3 日举行了纪念中国人民抗日战争暨世界反法西斯战争胜利 80 周年阅兵, 某校航空小组在

操场上用 5 架无人机模拟阅兵中的空中梯队飞行，在预设的平面直角坐标系下，其中三架无人机在某一时刻的坐标分别为 $A(-2,-1)$, $B(-5,2)$, $C(-5,-4)$ 。



- (1) 请你根据题目条件，在图中建立平面直角坐标系；
- (2) 已知另外的两架无人机 D, E 在这一时刻的坐标分别为 $D(4,2)$, $E(7,-1)$ ，请在图中标出 D, E 的位置。（用小实心圆表示）

【答案】 (1) 见详解 (2) 见详解

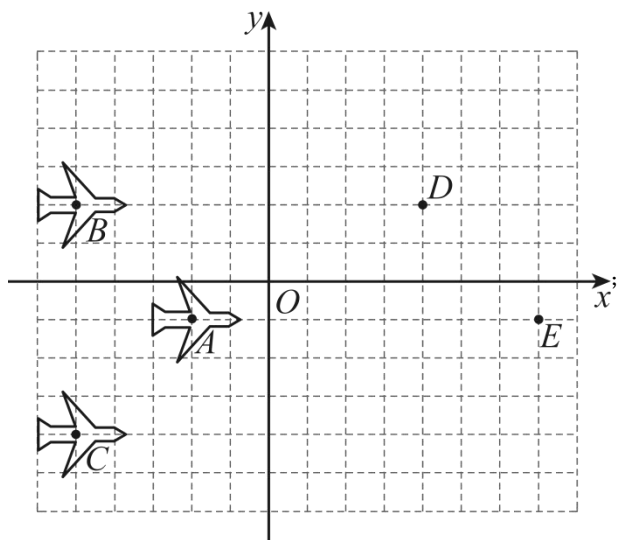
【解析】

【分析】 本题考查了用坐标表示位置等知识，熟知根据题意建立坐标系是解题关键。

- (1) 根据点 $A(-2,-1)$, $B(-5,2)$, $C(-5,-4)$ 确定原点，即可建立坐标系；
- (2) 根据点 $D(4,2)$, $E(7,-1)$ 即可得到点 D, E 的位置。

【小问 1 详解】

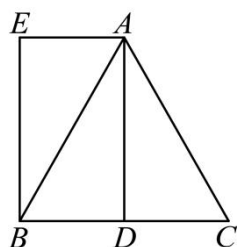
解：如图，建立平面直角坐标系如图：



【小问 2 详解】

解：如图，点 $D(4,2)$, $E(7,-1)$ 的位置如图.

22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 是 BC 的中点，过点 A 作 AE 平行于 BC ，且 $AE = CD$ ，连接 BE 。



(1) 求证：四边形 $AEBD$ 是矩形。

(2) 当 $\angle ABC = 45^\circ$ 时，求证：四边形 $AEBD$ 是正方形。

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】本题考查矩形的判定定理、正方形的判定定理、等腰三角形的性质，熟练掌握相关性质定理是解题的关键。

(1) 易证得四边形 $AEBD$ 是平行四边形，根据等腰三角形的性质得到 $AD \perp BC$ ，从而得出结论；

(2) 易证得 $\triangle ADB$ 是等腰直角三角形，进而得到 $BD = AD$ ，从而得出结论。

【小问 1 详解】

证明： $\because$ 点 D 是 BC 的中点，

$$\therefore BD = CD,$$

$$\because AE = CD,$$

$$\therefore AE = BD,$$

$$\because AE \parallel BC,$$

$\therefore$ 四边形 $AEBD$ 是平行四边形，

$\because AB = AC$ ，点 D 是 BC 的中点，

$$\therefore AD \perp BC,$$

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ,$$

$\therefore$ 平行四边形 $AEBD$ 是矩形；

【小问 2 详解】

解：由 (1) 知四边形 $AEBD$ 是矩形，

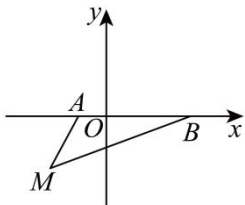
在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中， $\angle ABC = 45^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAD = 45^\circ = \angle ABD,$$

$$\therefore BD = AD,$$

$\therefore$ 矩形 $AEBD$ 是正方形.

23. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$, $M(-2, -2)$.



(1) 求出 $\triangle ABM$ 的面积.

(2) 在 y 轴上有一点 P , 使得 $\triangle ABP$ 的面积与 $\triangle ABM$ 的面积相等, 请求出点 P 的坐标.

【答案】 (1) 4 (2) $(0, -2)$ 或 $(0, 2)$

【解析】

【分析】 (1) 过点 M 作 $MN \perp x$ 轴于点 N , 根据 $S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} AB \cdot MN$ 列式求解即可;

(2) 设点 P 的坐标为 $(0, p)$, 则 $OP = |p|$, 根据三角形的面积公式可得 $\frac{1}{2} \times 4 |p| = 4$, 解方程即可得到答案.

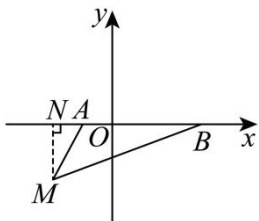
【小问 1 详解】

解: 如图所示, 过点 M 作 $MN \perp x$ 轴于点 N ,

$$\therefore A(-1, 0), B(3, 0), M(-2, -2),$$

$$\therefore AB = 3 - (-1) = 4, MN = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} AB \cdot MN = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4;$$



【小问 2 详解】

解: 设点 P 的坐标为 $(0, p)$, 则 $OP = |p|$,

$\therefore \triangle ABP$ 的面积与 $\triangle ABM$ 的面积相等,

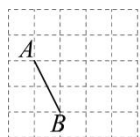
$$\therefore \frac{1}{2} AB \cdot OP = 4,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4 |p| = 4,$$

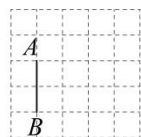
$$\therefore p = \pm 2,$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(0, -2)$ 或 $(0, 2)$.

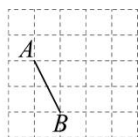
24. 如图, 在 5×5 正方形网格中, 每个小正方形的边长均为 1, 每个小正方形顶点称为格点, 线段 AB 的端点在格点上. 请按下列要求画出一个四边形 $ABCD$, 且四边形 $ABCD$ 的顶点都在格点上.



图①



图②



图③

(1) 在图①中, 画一个面积为 4 的平行四边形 $ABCD$;

(2) 在图②中, 画一个面积为 6 的矩形 $ABCD$;

(3) 在图③中, 画一个面积为 3 的菱形 $ABCD$.

【答案】 (1) 作图见详解 (2) 作图见详解 (3) 作图见详解

【解析】

【分析】 本题主要考查格点作图, 掌握平行四边形, 矩形, 菱形, 勾股定理等知识是关键.

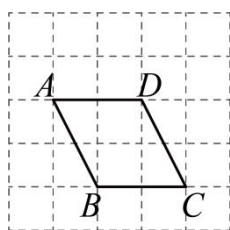
(1) 根据格点, 平行四边形的判定方法作图即可;

(2) 根据格点, 矩形的判定方法作图即可;

(3) 根据菱形, 勾股定理的计算作图即可.

【小问 1 详解】

解: 如图所示, 根据网格特点可得四边形 $AD = BC = 2, AD \parallel BC$, 点 A 到 BC 的距离为 2,

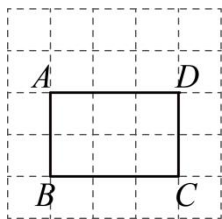


$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $S_{\text{平行四边形}ABCD} = 2 \times 2 = 4$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 即为所求图形;

【小问 2 详解】

解: 如图所示, 根据格点特点 $AB = CD = 2, AD = BC = 3, \angle A = \angle B = \angle C = 90^\circ$,



∴ 四边形 $ABCD$ 是矩形, $S_{\text{矩形}ABCD} = 2 \times 3 = 6$,

∴ 四边形 $ABCD$ 即为所求图形;

【小问 3 详解】

解: 如图所示, $AB = BC = CD = AD = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$, $AC = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$, $BD = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$,

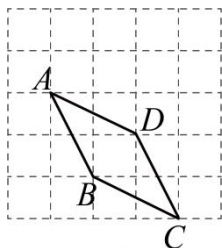
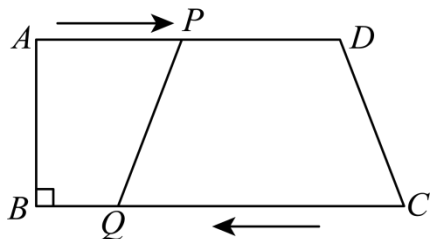


图 ③

∴ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 3$,

∴ 四边形 $ABCD$ 即为所求图形.

25. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = 90^\circ$, $AD = 24\text{cm}$, $BC = 26\text{cm}$, 动点 P 从点 A 出发沿 AD 方向向点 D 以 1cm/s 的速度运动, 动点 Q 从点 C 开始沿着 CB 方向向点 B 以 3cm/s 的速度运动. 点 P 、 Q 分别从点 A 和点 C 同时出发, 当其中一点到达端点时, 另一点随之停止运动.



(1) 若 $AP = t\text{cm}$, 则 $PD = \underline{\hspace{2cm}}$, $BQ = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 经过多长时间, 四边形 $PQCD$ 是平行四边形?

(3) 经过多长时间, 四边形 $PQBA$ 是矩形?

【答案】 (1) $(24 - t)\text{cm}$, $(26 - 3t)\text{cm}$

(2) 经过 6s , 四边形 $PQCD$ 是平行四边形

(3) 经过 6.5s , 四边形 $PQBA$ 是矩形

【解析】

【分析】此题主要考查平行四边形和矩形的性质：

- (1) 根据题意可得 $PD = (24 - t)\text{cm}$ ， $CQ = 3t\text{cm}$ ，
- (2) 设经过 $x\text{s}$ ，四边形 $PQCD$ 为平行四边形，根据 $PD = CQ$ ，列出方程进行求解；
- (3) 设经过 $y\text{s}$ ，四边形 $PQBA$ 为矩形，根据 $AP = BQ$ ，列出方程进行求解；

【小问 1 详解】

解：根据题意得： $PD = (24 - t)\text{cm}$ ， $CQ = 3t\text{cm}$ ，

$$\therefore BQ = (26 - 3t)\text{cm}；$$

故答案为： $(24 - t)\text{cm}$ ， $(26 - 3t)\text{cm}$

【小问 2 详解】

解：设经过 $x\text{s}$ ，四边形 $PQCD$ 为平行四边形，此时 $PD = CQ$ ，

$$\text{所以 } 24 - x = 3x，$$

解得： $x = 6$ ；

即经过 6s ，四边形 $PQCD$ 是平行四边形

【小问 3 详解】

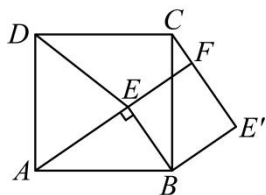
解：设经过 $y\text{s}$ ，四边形 $PQBA$ 为矩形，此时 $AP = BQ$ ，

$$\text{所以 } y = 26 - 3y，$$

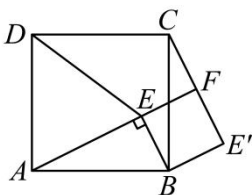
解得： $y = 6.5$ ，

即经过 6.5s ，四边形 $PQBA$ 是矩形。

26. 【问题情境】如图①，点 E 为正方形 $ABCD$ 内一点， $\angle AEB = 90^\circ$ ，将 $\text{Rt}\triangle ABE$ 绕点 B 按顺时针方向旋转 90° ，得到 $\triangle CBE'$ （点 A 的对应点为点 C ），延长 AE 交 CE' 于点 F 。



图①



图②

【猜想证明】

- (1) 试判断四边形 $BE'FE$ 的形状，并说明理由；
- (2) 如图②，若 $AD = DE$ ，请猜想线段 CF 与 FE' 的数量关系并加以证明。

【答案】(1) 四边形 $BE'FE$ 是正方形，详见解析

(2) $CF = E'F$ ，详见解析

【解析】

【分析】 本题考查的是正方形的判定与性质，全等三角形的判定与性质，

(1) 先证明四边形 $BE'FE$ 是矩形，即可证明结论；

(2) 过点 D 作 $DH \perp AE$ 于 H ，结合正方形性质证明 $\triangle ADH \cong \triangle BAE$ ，得出 $AH = BE = \frac{1}{2}AE$ ，根据

$BE = E'F$ 即可证明结论.

【小问 1 详解】

解：四边形 $BE'FE$ 是正方形，理由如下：

$\because$ 将 $\text{Rt}\triangle ABE$ 绕点 B 按顺时针方向旋转 90° ，

$\therefore \angle AEB = \angle CE'B = \angle EBE' = 90^\circ$ ， $BE = BE'$.

又 $\because \angle BEF = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 $BE'FE$ 是矩形.

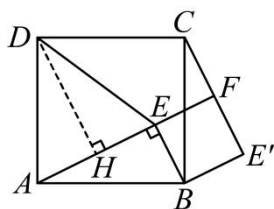
又 $\because BE = BE'$ ，

$\therefore$ 四边形 $BE'FE$ 是正方形.

【小问 2 详解】

$CF = E'F$ ；理由如下：

如图，过点 D 作 $DH \perp AE$ 于 H ，



$\because DA = DE$ ， $DH \perp AE$ ，

$\therefore AH = \frac{1}{2}AE$ ， $\angle ADH + \angle DAH = 90^\circ$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AD = AB$ ， $\angle DAB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle DAH + \angle EAB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ADH = \angle EAB$.

又 $\because AD = AB$ ， $\angle AHD = \angle AEB = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle ADH \cong \triangle BAE$ (AAS)，

$$\therefore AH = BE = \frac{1}{2} AE .$$

$\therefore$ 将 $\text{Rt}\triangle ABE$ 绕点 B 按顺时针方向旋转 90° ,

$$\therefore AE = CE' ,$$

$\therefore$ 四边形 $BE'FE$ 是正方形,

$$\therefore BE = E'F ,$$

$$\therefore E'F = \frac{1}{2} CE' = CF ,$$

$$\therefore CF = E'F .$$