

2025-2026 学年八年级数学下学期期末押题卷

(考试时间: 100 分钟 试卷满分: 150 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题(本大题共 6 题, 每题 4 分, 共 24 分, 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的, 请选出并在答题卡上将该项涂黑)

1. 一个多边形的每一个外角都为 45° , 那么这个多边形的内角和是 () 度
- A. 720 B. 900 C. 1080 D. 1440

【答案】C

【分析】利用任意多边形的外角和为 360° 求出边数, 再根据多边形内角和公式计算内角和, 即可选出正确答案;

【详解】解: $\because$ 任意多边形的外角和为 360° , 该多边形每一个外角都为 45° ,

$$\therefore \text{该多边形的边数为 } n = \frac{360^\circ}{45^\circ} = 8,$$

$$\therefore \text{该多边形内角和为 } (8-2) \times 180^\circ = 1080^\circ.$$

2. 下列四组条件中, 不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是 ()

- A. $AD = BC$, $AD \parallel BC$ B. $AD = BC$, $AB = DC$
- C. $AD \parallel BC$, $AB = DC$ D. $AD \parallel BC$, $\angle A = \angle C$

【答案】C

【详解】解: 如图,



A. $AD = BC$, $AD \parallel BC$, 根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形, 可判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 故 A 不符合题意.

B. $AD = BC$, $AB = DC$, 根据两组对边分别相等的四边形是平行四边形, 可判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 故 B 不符合题意.

C. $AD \parallel BC$, $AB = DC$, 一组对边平行, 另一组对边相等的四边形可能是等腰梯形, 不能判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 故 C 符合题意.

D. $\because AD \parallel BC$,

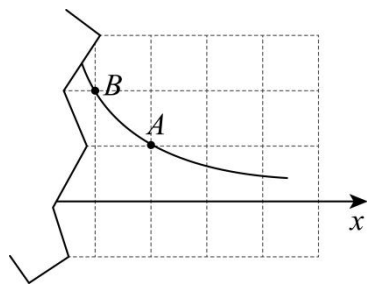
$$\therefore \angle A + \angle B = 180^\circ,$$

$$\because \angle A = \angle C,$$

$$\therefore \angle C + \angle B = 180^\circ,$$

$\therefore AB \parallel DC$, 两组对边分别平行的四边形是平行四边形, 可判定四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 故 D 不符合题意.

3. 如图, 在正方形网格上建立平面直角坐标系, x 轴、 y 轴都在网格线上, 其中每个小正方形的边长为 1. 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$ 的图象被撕掉了一部分, 已知点 A 、 B 在格点上, 则 k 的值为 ()



A. 2

B. 3

C. 4

D. 6

【答案】 A

【分析】 由图, 设 $B(m, 2)$, $A(m+1, 1)$, 根据反比例函数图象上的点的横纵坐标之积为定值, 列出方程求出 m 的值, 进而求出 k 值即可.

【详解】 解: 由图象和题意, 可设 $B(m, 2)$, $A(m+1, 1)$,

$\because$ 点 A, B 均在反比例函数的图象上,

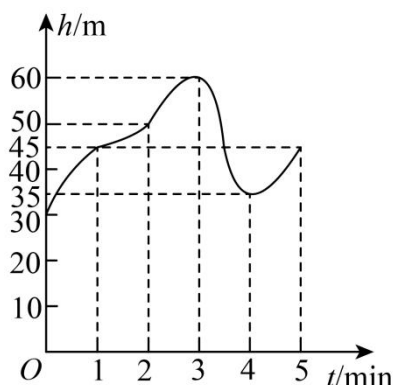
$$\therefore 2m = (m+1) \times 1,$$

$$\therefore m = 1,$$

$$\therefore B(1, 2),$$

$$\therefore k = 1 \times 2 = 2.$$

4. 如图的曲线表示一只风筝在五分钟内离地面的飞行高度 h (m) 随飞行时间 t (min) 的变化情况, 则下列说法错误的是 ()



- A. 风筝最初的高度为 30m
- B. 1min 时高度和 5min 时高度相同
- C. 3min 时风筝达到最高高度为 60m
- D. 2min 到 4min 之间, 风筝飞行高度持续上升

【答案】D

【分析】由图象获取信息, 逐项进行判断.

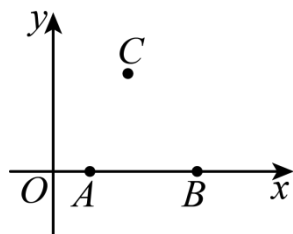
【详解】解: A. 由图可得, 风筝最初的高度为 30m, 该选项正确;

B. 由图可得, 1min 时高度和 5min 时高度相同, 都为 35m, 该选项正确;

C. 由图可得, 3min 时风筝达到最高高度为 60m, 该选项正确;

D. 由图可知, 2min 到 4min 之间, 风筝飞行高度先上升, 再下降, 该选项错误.

5. 如图, 在平面直角坐标系中, $A(1,0)$, $B(4,0)$, $C(2,3)$, D 是平面内一点, 若以 A 、 B 、 C 、 D 为顶点的四边形是平行四边形, 则点 D 不可能在 ()

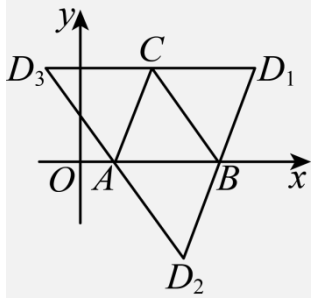


- A. 第一象限
- B. 第二象限
- C. 第三象限
- D. 第四象限

【答案】C

【分析】先根据题意画出符合条件的三种情况, 然后根据图形判断即可.

【详解】解: 如图, 分别过点 A 、 B 、 C 作对边的平行线, 分别交于点 D_1, D_2, D_3 ,



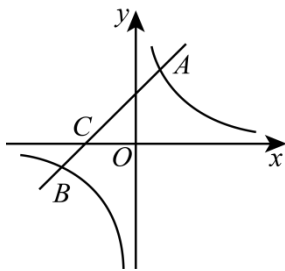
$\therefore$ 可得 $\square ABD_1C, \square ACBD_2, \square ABCD_3$,

由图可知, 点 D 不可能在第三象限.

6. 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y_1 = kx + b (k \neq 0)$ 的图象与反比例函数

$y_2 = \frac{m}{x} (m \neq 0)$ 的图象相交于第一、三象限内的点 $A(3, 5)$, $B(a, -3)$, 与 x 轴交于点 C . 在 y

轴上找一点 P 使 $PB - PC$ 最大, 则 $PB - PC$ 的最大值为 ()



A. $3\sqrt{2}$

B. $2\sqrt{3}$

C. 4

D. $2\sqrt{5}$

【答案】A

【分析】 求得直线 y_1 与 y 轴的交点即为 P 点, 此时, $PB - PC = BC$ 最大, 利用勾股定理即可求得最大值.

【详解】解: 把 $A(3, 5)$ 代入 $y_2 = \frac{m}{x} (m \neq 0)$,

得 $\frac{m}{3} = 5$,

$\therefore m = 15$,

$\therefore$ 反比例函数的解析式为 $y_2 = \frac{15}{x}$,

把点 $B(a, -3)$ 代入 $y_2 = \frac{15}{x}$,

得 $\frac{15}{a} = -3$,

解得: $a = -5$,

$$\therefore B(-5, -3),$$

把 $A(3, 5)$, $B(-5, -3)$ 代入 $y_1 = kx + b$,

$$\text{得} \begin{cases} 3k + b = 5 \\ -5k + b = -3 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k = 1 \\ b = 2 \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y_1 = x + 2$;

令 $x = 0$, 则 $y = 0 + 2 = 2$,

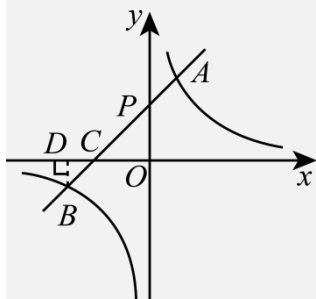
$\therefore$ 一次函数与 y 轴的交点为 $P(0, 2)$,

此时, $PB - PC = BC$ 最大, P 即为所求,

令 $y = 0$, 则 $x = -2$,

$$\therefore C(-2, 0),$$

如图, 过 B 点向 x 轴作垂线,



则 $D(-5, 0)$,

$$\therefore BD = 3, \quad CD = -2 - (-5) = 3,$$

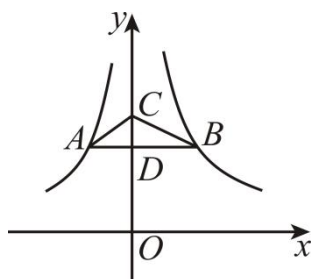
由勾股定理可得: $BC = \sqrt{CD^2 + BD^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$,

故所求 $PB - PC$ 的最大值为 $3\sqrt{2}$.

第 II 卷

二、填空题(本大题共 12 题, 每题 4 分, 共 48 分)

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 A, B 分别在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 和 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上， $AB \parallel x$ 轴，点 C 在 y 轴上， $S_{\triangle ADC} : S_{\triangle BCD} = 2 : 3$ ，则 $k =$ _____.



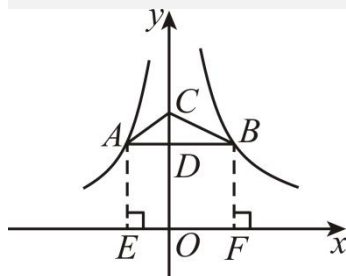
【答案】 -4

【分析】 根据 $S_{\triangle ADC} : S_{\triangle BCD} = 2 : 3$ ，得出 $AD : DB = 2 : 3$ ；再分别过点 A, B 作 x 轴的垂线，垂足分别为 E, F ，则 $S_{\text{四边形}AEOD} : S_{\text{四边形}BDOF} = 2 : 3$ ，继而可求得 k 的值。解题时要注意：反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象在第二象限，这是易错点。

【详解】 解： $\because S_{\triangle ADC} : S_{\triangle BCD} = 2 : 3$ ，

$\therefore AD : DB = 2 : 3$ 。

如图，分别过点 A, B 作 x 轴的垂线，垂足分别为 E, F ，



则 $S_{\text{四边形}AEOD} : S_{\text{四边形}BDOF} = 2 : 3$ ，

$\therefore |k| : 6 = 2 : 3$ ，

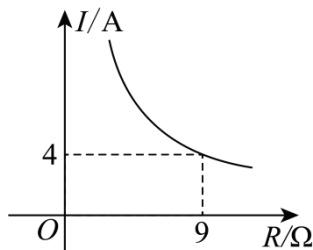
$\therefore |k| = 4$ ，

$\therefore k = \pm 4$ ，

$\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象在第二象限，

$\therefore k = -4$ 。

8. 蓄电池的电压为定值，使用蓄电池时，电流 I （单位：A）与电阻 R （单位： Ω ）是反比例函数关系，图象如图所示。当电阻 $R > 12\Omega$ 时，电流 I 的取值范围是 _____ A。



【答案】 $0 < I < 3$

【分析】 设该反比例函数解析式为 $I = \frac{k}{R} (k \neq 0)$ ，根据当 $R=9$ 时， $I=4$ ，可得该反比例函数解析式为 $I = \frac{36}{R}$ ，再把 $R > 12\Omega$ 代入，即可求出电流 I 的取值范围。

【详解】 解：设该反比例函数解析式为 $I = \frac{k}{R} (k \neq 0)$ ，

由题意可知，当 $R=9$ 时， $I=4$ ，

$$\therefore 4 = \frac{k}{9},$$

解得： $k=36$ ，

$\therefore$ 该反比例函数解析式为 $I = \frac{36}{R}$ ，

$\therefore$ 当 $R > 12\Omega$ 时， $I < \frac{36}{12} = 3$ ，

电流 I 的取值范围是 $0 < I < 3(\text{A})$ 。

9. 已知点 $(a+4, y_1)$ ， $(2a, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象上，若 $0 < y_1 < y_2$ ，则 a 的取值范围是_____。

【答案】 $0 < a < 4$

【分析】 根据反比例函数的性质， $k > 0$ 时，反比例函数在每个象限内 y 随 x 的增大而减小，结合 $0 < y_1 < y_2$ 可得两点都在第一象限，横坐标均为正，且横坐标满足不等关系 $a+4 > 2a > 0$ ，解不等式组即可得到 a 的取值范围。

【详解】 解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ ，

$\therefore$ 反比例函数图象位于第一、三象限，且每个象限内 y 随 x 的增大而减小。

$\because 0 < y_1 < y_2$ ，

$\therefore y_1, y_2$ 均为正数，两点都在第一象限，横坐标均为正数，且 $a+4 > 2a > 0$ ，

即
$$\begin{cases} 2a > 0 \\ a + 4 > 2a \end{cases}$$

解不等式 $2a > 0$ 得 $a > 0$,

解不等式 $a + 4 > 2a$ 得 $a < 4$,

因此 a 的取值范围是 $0 < a < 4$.

10. 当 $-2 \leq x \leq 2$ 时, 函数 $y = kx - k + 1$ (k 为常数且 $k < 0$) 的最大值是 7, 则函数的最小值为_____.

【答案】 -1

【分析】 根据 $k < 0$ 可判断函数的增减性, 得到函数取最大值时对应的 x 值, 代入求出 k 的值得到函数解析式, 再根据增减性求出函数的最小值即可.

【详解】 解: $\because k < 0$,

$\therefore y$ 随 x 的增大而减小,

$\because -2 \leq x \leq 2$,

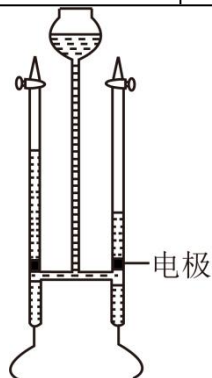
$\therefore$ 当 $x = -2$ 时, y 有最大值是 7,

$\therefore -2k - k + 1 = 7$, 解得 $k = -2$,

$\therefore y = -2x + 3$, 当 $x = 2$ 时, y 取最小值, 最小值为 $-2 \times 2 + 3 = -1$.

11. 氢气是一种绿色清洁能源, 可通过电解水获得. 实践小组通过实验发现, 在电解水的过程中, 生成物氢气的质量 y (g) 与分解的水的质量 x (g) 满足我们学过的某种函数关系. 表格是一组实验数据, 根据表中数据, y 与 x 的函数关系式为_____.

水的质量 x/g	4.5	9	18	36	45
氢气的质量 y/g	0.5	1	2	4	5



【答案】 $y = \frac{1}{9}x$

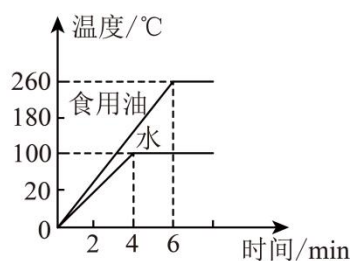
【分析】 观察表格数据，每组 $\frac{y}{x}$ 的比值为定值 $\frac{1}{9}$ ，则 y 与 x 成正比例关系，从而求出 y 与 x 的函数关系式。

【详解】 解：观察表格数据，计算每组 $\frac{y}{x}$ 的比值： $\frac{0.5}{4.5} = \frac{1}{9}$ 、 $\frac{1}{9} = \frac{1}{9}$ 、 $\frac{2}{18} = \frac{1}{9}$ 、 $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ 、 $\frac{5}{45} = \frac{1}{9}$ ，
则 y 与 x 成正比例关系，即 $\frac{y}{x} = \frac{1}{9}$ ，
整理得：函数关系式为： $y = \frac{1}{9}x$ 。

12. 如图（1）所示，用相同的实验装置分别加热质量相同的水和食用油，根据实验数据绘制了如图（2）所示的温度随时间变化的图象，则加热时间为6分钟时，水与食用油的温差为_____℃。



图（1）



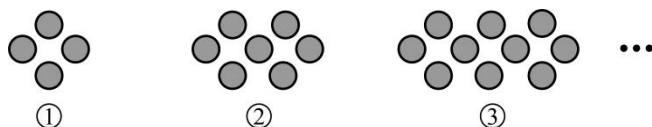
图（2）

【答案】 160

【分析】 观察图象可得加热时间为6分钟时，水的温度为100℃，食用油的温度为260℃，即可求解。

【详解】 解：观察图象得：加热时间为6分钟时，水的温度为100℃，食用油的温度为260℃，
所以加热时间为6分钟时，水与食用油的温差为 $260 - 100 = 160$ ℃。

13. 用同样大小的黑色棋子按如图所示的方式摆图形，按照这样的规律摆下去，第①个图形中的棋子数为4；第②个图形中的棋子数为7；第③个图形中的棋子数为10；如果 y 表示第 n 个图形的棋子数，则 y 与 n 之间的函数关系式为：_____（不必写出自变量的取值范围）；



【答案】 $y = 3n + 1$

【分析】 本题主要考查的知识点是找规律以及函数的解析式，根据图形的规律，发现从第1个图开始，每个图依次增加3个棋子，由此推导出第 n 个图的棋子数为 $3n + 1$ 。

【详解】 解：第1个图的棋子数为4；

第2个图的棋子数为 $4+3=7$;

第3个图的棋子数为 $4+3+3=10$;

第4个图的棋子数为 $4+3+3+3=13$;

第 n 个图的棋子数为 $4+3\times(n-1)=3n+1$;

$\therefore y=3n+1$.

14. A, B 两点的坐标分别为 $(2,4), (6,0)$, 点 P 是 x 轴上一点, 且三角形 ABP 的面积为 8, 则点 P 的坐标为_____.

【答案】 $(2,0)$ 或 $(10,0)$ / $(10,0)$ 或 $(2,0)$

【分析】 设点 P 坐标为 $(x,0)$. 利用点 A 的纵坐标可得三角形 ABP 的高为 4. 再根据三角形 ABP 的面积为 8 列含绝对值的方程, 求解得到 x 的值, 即可得到点 P 的坐标.

【详解】 解: 设 P 点坐标为 $(x,0)$.

$\because B$ 点坐标为 $(6,0)$, P 点在 x 轴上,

$\therefore BP$ 的长度为 $|6-x|$.

$\because A$ 点坐标为 $(2,4)$,

$\therefore$ 三角形 ABP 中, BP 边上的高为 A 点纵坐标的绝对值, 即高为 4.

根据三角形面积公式可得: $\frac{1}{2} \times 4 \times |6-x| = 8$,

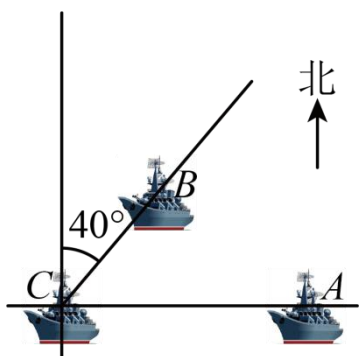
化简得 $|6-x| = 4$.

即 $6-x=4$ 或 $6-x=-4$.

解得 $x=2$ 或 $x=10$.

$\therefore P$ 点坐标为 $(2,0)$ 或 $(10,0)$.

15. 如图是三艘军舰的位置示意图, 已知 C 舰到 A 舰的图上距离为 4cm, 实际 A 舰在 C 舰的正东方向 40 千米处, B 舰到 C 舰的图上距离为 2cm, 请通过计算, 用方向和距离描述 B 舰相对于 C 舰的实际位置: _____.



【答案】北偏东 40° 方向，距离 C 舰 20 千米处

【分析】根据题意可得 BC 之间的距离为 20 千米，且 B 在 C 的北偏东 40° 方向，求解即可.

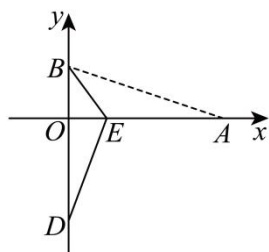
【详解】解：根据已知 C 舰到 A 舰的图上距离为 4cm，实际 A 舰在 C 舰的正东方向 40 千米处可得，1cm 代表的距离为 10 千米，

B 舰到 C 舰的图上距离为 2cm，则 BC 之间的距离为 20 千米，

根据图形可得， B 在 C 的北偏东 40° 方向，

则 B 舰相对于 C 舰的实际位置为北偏东 40° 方向，距离 C 舰 20 千米处.

16. 如图，在平面直角坐标系中， $\text{Rt}\triangle ABO$ 的直角边 OA ， OB 分别在 x 轴和 y 轴上，其中 $A(12,0)$ ， $B(0,5)$ ， $O(0,0)$ ， E 是 OA 上一点，将 $\triangle ABE$ 以 BE 为轴翻折，点 A 刚好落在 y 轴的点 D 处，则点 E 的坐标是_____.



【答案】 $\left(\frac{10}{3}, 0\right)$

【分析】先在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中，由勾股定理得 $AB = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ ，根据翻折性质， $BD = AB = 13$ ， $DE = AE$ ，算出 $OD = 8$. 设 $E(x, 0)$ ，在 $\text{Rt}\triangle ODE$ 中，由 $OE^2 + OD^2 = DE^2$ 列方程，解得 $x = \frac{10}{3}$ ，得到点 E 坐标.

【详解】解：在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中， $OA = 12$ ， $OB = 5$ ，

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13,$$

由翻折性质得： $BD = AB = 13$ ， $DE = AE$.

$\because B(0, 5)$ ， D 在 y 轴上，

$\therefore OD = BD - OB = 13 - 5 = 8$ ，即 $D(0, -8)$ 。

设 $E(x, 0)$ ，则 $OE = x$ ， $AE = 12 - x$ ，

$\therefore DE = 12 - x$ 。

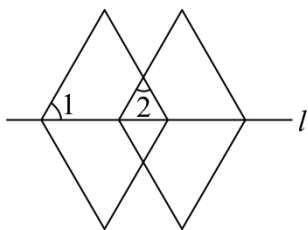
在 $\text{Rt}\triangle ODE$ 中， $OE^2 + OD^2 = DE^2$

即 $x^2 + 8^2 = (12 - x)^2$

解得 $x = \frac{10}{3}$ ，

$\therefore$ 点 E 的坐标为 $\left(\frac{10}{3}, 0\right)$ 。

17. 如图，将菱形沿着对角线所在的直线 l 平移，若 $\angle 1 = 65^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为_____。



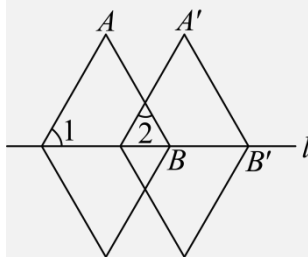
【答案】 50°

【分析】根据菱形对角线的性质可知对角线将菱形分为两个等腰三角形，三角形底角为 65° ，根据三角形内角和定理求出顶角，再根据平移和直线平行的性质可求 $\angle 2$ 。

【详解】解：由菱形的性质可知菱形对角相等，对角线平分对角，

$\therefore$ 对角线将菱形分为两个等腰三角形，

$\therefore \angle 1$ 是底角为 65° ，如图，



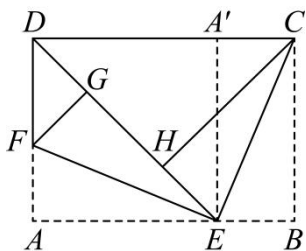
$\therefore$ 顶角为 $\angle A = 180^\circ - 2 \times 65^\circ = 50^\circ$ 。

根据平移可知， $\angle A' = \angle A$ ， $AB \parallel A'B'$ ，

$\therefore \angle 2 = \angle A' = 50^\circ$ 。

18. 如图，将一个矩形纸片 $ABCD$ 三次折叠：第一次沿折线 DE 折叠，使角 A 落在边 DC 的点 A' ；第二次展开后沿折线 EF 折叠，使角 A 落在折痕 DE 的点 G ；第三次沿折线 CE 折叠，

使角 B 恰好落在折痕 DE 的点 H 。已知折叠后 $AF = \sqrt{2}\text{cm}$ ，纸片无拉伸，则 $AB = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



【答案】 $(2 + 2\sqrt{2})\text{cm}$

【分析】 根据折叠的性质，推出四边形 $AEA'D$ 为正方形， $\triangle DFG$ 是等腰直角三角形，求出 DF 的长，证明 $\triangle AEF \cong \triangle BCE$ ，得到 $AF = BE$ ，再根据线段的和差关系进行求解即可。

【详解】 解： $\because$ 矩形纸片 $ABCD$ ，

$\therefore AD = BC, \angle A = \angle B = \angle ADA' = 90^\circ$ ，

$\because$ 折叠，

$\therefore AE = A'E, \angle DA'E = \angle A = 90^\circ, \angle AEF = \angle DEF, \angle BEC = \angle CEH, FG = AF = \sqrt{2}\text{cm}$ ，

$\angle FEG = \angle A = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle AEF + \angle DEF + \angle BEC + \angle CEH = 2(\angle DEF + \angle CEH) = 180^\circ$ ，四边形 $ADA'E$ 为正方形，

$\angle FGD = 90^\circ$ ，

$\therefore 2\angle CEF = 180^\circ, \angle FDG = 45^\circ, \angle DGF = 90^\circ, AE = AD = BC$ ，

$\therefore \angle CEF = 90^\circ, \triangle FGD$ 为等腰直角三角形，

$\therefore DF = \sqrt{2}FG = 2\text{cm}$ ，

$\therefore AD = AF + DF = (2 + \sqrt{2})\text{cm}$ ，

$\because \angle AEF = \angle BCE = 90^\circ - \angle CEB, \angle A = \angle B, AE = BC$ ，

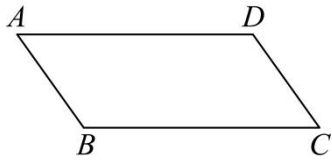
$\therefore \triangle AEF \cong \triangle BCE (\text{AAS})$ ，

$\therefore BE = AF = \sqrt{2}\text{cm}$ ，

$\therefore AB = AE + BE = (2 + 2\sqrt{2})\text{cm}$ 。

三、解答题:(本大题共 7 题，共 78 分，19-22 题每题 10 分，23-24 每题 12 分，25 题 14 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤)

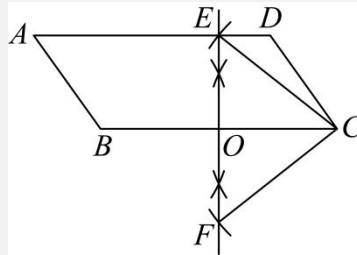
19. 如图，四边形 $ABCD$ 是平行四边形。



(1)尺规作图：作线段 BC 的垂直平分线 EF 交 AD 于点 E ，交 BC 于点 O ，过点 C 作 $CF = CE$ ，交 EO 延长线于点 F ；

(2)在 (1) 的条件下，连接 BE 、 BF ，求证：四边形 $BECF$ 为菱形.

【答案】(1)解：所作图形如图：



(2)证明： $\because EF$ 是线段 BC 的垂直平分线，

$$\therefore BE = CE, BF = CF,$$

$$\because CF = CE,$$

$$\therefore BE = CE = BF = CF,$$

$\therefore$ 四边形 $BECF$ 为菱形.

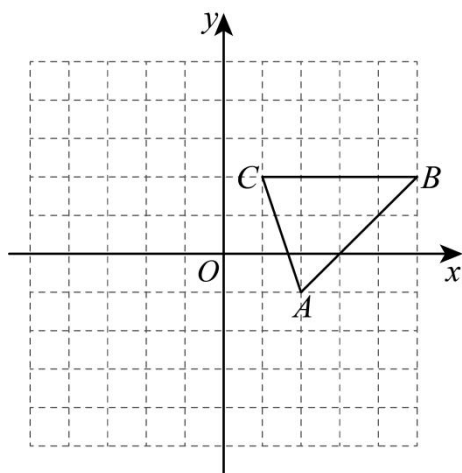
【分析】(1) 分别以点 B 、 C 为圆心，大于 $\frac{1}{2}BC$ 的长为半径画弧，两弧交于两点，过两点作直线，交 AD 于 E ，交 BC 于 O ，即得 BC 的垂直平分线 EF ；以点 C 为圆心， CE 长为半径画弧，交 EO 的延长线于点 F ，即得 $CF = CE$.

(2) 利用垂直平分线直接得到两组邻边相等，再结合 $CF = CE$ ，即可解答.

【详解】(1) 略

(2) 略

20. 如图，在平面直角坐标系中，三角形 ABC 的顶点都在格点上，其中 C 点坐标为 $(1,2)$.



(1)点 A 的坐标是_____，点 B 的坐标是_____.

(2)将三角形 ABC 平移得到三角形 $A'B'C'$ ，且点 B' 的坐标为 $(0,4)$ ，请画出平移后三角形.

(3)在平移过程中，直接写出线段 BC 扫过的面积.

【答案】 (1) $(2, -1)$ ， $(5, 2)$

(2)见解析

(3)8

【分析】 (1) 根据点的坐标的表示方法写出 A 、 B 点的坐标；

(2) 由 B' 的坐标确定平移方式，然后利用点平移的坐标变换规律写出 A' 、 C' 的坐标，然后描点即可得到三角形 $A'B'C'$ ；

(3) 根据平行四边形的面积公式求解即可.

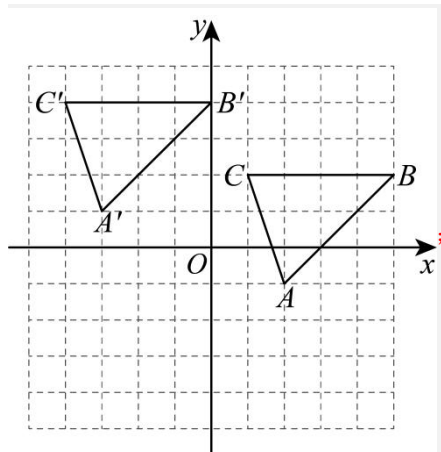
【详解】 (1) 解：由图可知： $A(2, -1)$ ， $B(5, 2)$ ；

(2) 解： $\because B(5, 2)$ 平移后对应点 B' 的坐标为 $(0, 4)$ ，

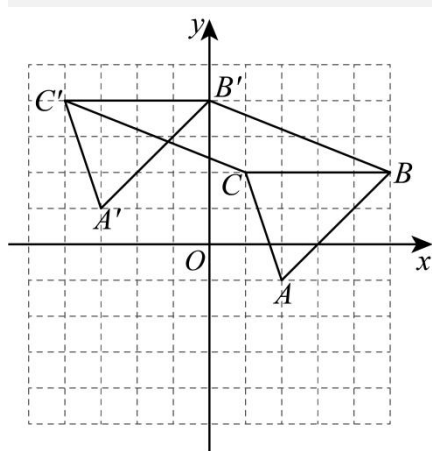
$\therefore$ 图形向左平移 5 个单位，再向上平移 2 个单位，

$\therefore$ 点 A 的对应点为 $A'(-3, 1)$ ，点 $C(1, 2)$ 的对应点为 $C'(-4, 4)$ ，

如图， $\triangle A'B'C'$ 即为所求，

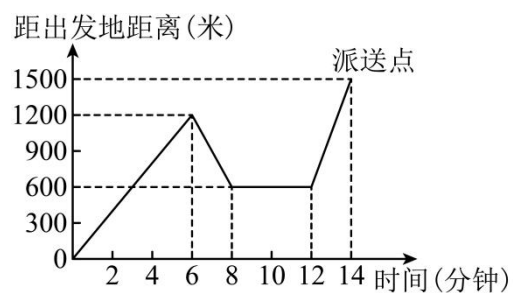


(3) 解：如图，



线段 BC 扫过的面积为 $4 \times 2 = 8$.

21. 某快递公司开展“快递员提升配送效率”活动，要求快递员也要注意安全驾驶. 快递员小李骑电动车去派送快递，他行驶了一段时间后，想起要去附近的便利店取个包裹，于是又折回到刚经过的便利店，取到包裹后继续前往派送点，直到抵达派送点. 如图是他本次所用的时间与出发地距离的关系示意图.



根据图中提供的信息回答下列问题：

- (1) 出发地到派送点的距离是____米，小李在便利店停留了____分钟；
- (2) 整个送快递的过程中，小李的最快速度是____米/分钟；
- (3) 当快递员小李距离派送点 600 米时，求小李所用时间.

【答案】(1)1500, 4;

(2)450;

(3)4.5 分钟或 7 分钟或 $12\frac{2}{3}$ 分钟.

【分析】(1) 根据函数图象进行回答即可;

(2) 根据图象可知 至 分钟速度最快;

(3) 分别求出在不同时段的速度, 再根据题意列方程解答即可.

【详解】(1) 解: 出发地到派送点的距离是1500 米, 小李在便利店停留了: $12-8=4$ (分钟);

(2) 解: 当 $0 \leq t \leq 6$ 时, 速度为 $1200 \div 6 = 200$ (米/分钟),

当 $6 < t \leq 8$ 时, 速度为 $(1200-600) \div (8-6) = 300$ (米/分钟),

当 $8 < t \leq 12$ 时, 速度为 0,

当 $12 < t \leq 14$ 时, 速度为 $(1500-600) \div (14-12) = 450$ (米/分钟),

$0 < 200 < 300 < 450$,

故整个送快递的过程中, 小李的最快速度是 450 米/分钟;

(3) 解: 设小李从家出发 t 分钟时, 离派送点的距离是 600 米,

当 $0 \leq t \leq 6$ 时, $200t = 1500 - 600$, 得 $t = 4.5$,

当 $6 < t \leq 8$ 时, $300(t-6) = 1200 - (1500 - 600)$, 得 $t = 7$,

当 $12 < t \leq 14$ 时, $1500 - 600 = 600 + 450(t-12)$, 得 $t = 12\frac{2}{3}$,

即小李出发 4.5 分钟或 7 分钟或 $12\frac{2}{3}$ 分钟时, 离派送点的距离是 600 米.

22. 商店计划从工厂购进大号、中号两种型号的春晚吉祥物“龙辰辰”. 已知 2 个大号“龙辰辰”和 3 个中号“龙辰辰”共需支付 230 元, 2 个大号“龙辰辰”和 1 个中号“龙辰辰”共需支付 150 元.

(1)求大号、中号两种型号“龙辰辰”的进价.

(2)该商店准备购进两种型号的“龙辰辰”共 60 个, 且大号“龙辰辰”的个数不少于中号的一半. 大号“龙辰辰”的定价为 70 元/个, 中号“龙辰辰”的定价为 60 元/个. 当购进大号“龙辰辰”多少个时, 销售总利润最大? 最大利润是多少?

【答案】(1)大号“龙辰辰”的进价为 55 元, 中号“龙辰辰”的进价为 40 元

(2)当购进大号“龙辰辰”20 个时, 销售总利润最大, 最大利润是 1100 元

【分析】(1) 设大号“龙辰辰”的进价为 a 元, 中号“龙辰辰”的进价为 b 元. 根据 2 个大号“龙

辰辰”和 3 个中号“龙辰辰”共需支付 230 元, 2 个大号“龙辰辰”和 1 个中号“龙辰辰”共需支付 150 元列方程组求解即可;

(2) 设购进大号“龙辰辰” x 个, 利润为 w 元, 求出 w 的函数解析式, 根据大号“龙辰辰”的个数不少于中号的一半求出 x 的取值范围, 进而根据一次函数的性质作答.

【详解】(1) 解: 设大号“龙辰辰”的进价为 a 元, 中号“龙辰辰”的进价为 b 元,

依题意, 得
$$\begin{cases} 2a + 3b = 230 \\ 2a + b = 150 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} a = 55 \\ b = 40 \end{cases},$$

答: 大号“龙辰辰”的进价为 55 元, 中号“龙辰辰”的进价为 40 元;

(2) 解: 设购进大号“龙辰辰” x 个, 利润为 w 元, 则购进中号“龙辰辰” $(60-x)$ 个, 依题意, 得 $w = (70-55)x + (60-40) \times (60-x) = -5x + 1200$.

$\therefore -5 < 0$,

$\therefore w$ 随着 x 的增大而减小.

$\therefore$ 大号“龙辰辰”的个数不少于中号的一半,

$\therefore x \geq \frac{1}{2}(60-x),$

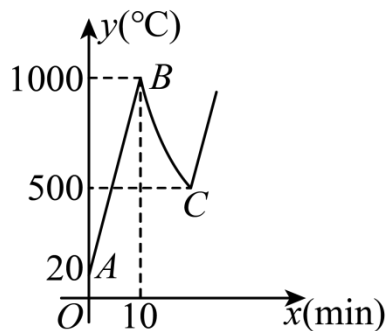
解得 $x \geq 20$.

$\therefore$ 当 $x = 20$ 时, w 取得最大值, 此时 $w = 1100$.

答: 当购进大号“龙辰辰”20 个时, 销售总利润最大, 最大利润是 1100 元.

23. 打铁是中国传统手工锻造工艺, 以铁砧、火炉、风箱等工具将铁料经煅烧、锻造、淬火等工序制成农具或生活器具, 该工艺始于汉代, 作为一项老祖先的传承, 小明某次旅游中, 观看了一次打铁的非遗表演. 并发现了以下现象, 请帮他解决问题:

打铁要进行煅烧和锻造两个工序, 即将材料由 20°C 烧到 1000°C 后立即开始锻造操作, 当材料温度低于 500°C 时, 须停止锻造并立即进行再次煅烧. 每次煅烧温度上升的速度相同, 煅烧过程温度 $y (^{\circ}\text{C})$ 与时间 $x (\text{min})$ 成一次函数关系, 第一次锻造时温度 $y (^{\circ}\text{C})$ 与时间 $x (\text{min})$ 成反比例函数关系.



- (1)求第一次煅烧和锻造的函数解析式;
- (2)求第一次锻造操作的时长;
- (3)求第二次开始锻造的时间 (精确到 0.1 min).

【答案】 (1) $y = 98x + 20$ ($0 \leq x < 10$); $y = \frac{10000}{x}$ ($10 \leq x < 20$)

(2) 10 min

(3) 25.1 min

【分析】 (1) 根据题意分别设第一次煅烧和锻造的函数解析式为 $y = kx + b$ 与 $y = \frac{m}{x}$, 再结合图象找出其经过的点, 最后利用待定系数法求解即可;

(2) 利用 (1) 中求出的第一次锻造的函数解析式, 分别算出 $y = 500$ 与 $y = 1000$ 时的自变量取值, 再作差求解即可;

(3) 设第二次煅烧时的函数解析式为 $y = ax + n$, 根据每次煅烧温度上升的速度相同, 得到 $a = 98$, 再结合图象利用待定系数法求出第二次煅烧时的函数解析式, 最后求出当 $y = 1000$ 时, 自变量的值, 即可解题.

【详解】 (1) 解: 第一次煅烧时温度 y (°C) 与时间 x (min) 成一次函数关系, 设此时函数解析式为 $y = kx + b$, 由图象可知, 该函数经过 $(0, 20)$ 和 $(10, 1000)$ 两点,

$$\text{即} \begin{cases} 0 + b = 20 \\ 10k + b = 1000 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} b = 20 \\ k = 98 \end{cases},$$

即 $AB: y = 98x + 20$ ($0 \leq x < 10$),

第一次锻造时温度 y (°C) 与时间 x (min) 成反比例函数关系,

设此时函数解析式为 $y = \frac{m}{x}$,

由图象可知, 该函数经过 $(10, 1000)$ 点, 即 $1000 = \frac{m}{10}$, 解得 $m = 10000$,

即 $BC: y = \frac{10000}{x} \quad (10 \leq x < 20)$;

(2) 解: 当 $y = 500$ 时, $x = \frac{10000}{500}$, 解得: $x = 20$,

当 $y = 1000$ 时, $x = 10$,

$20 - 10 = 10$ (min),

所以第一次锻造操作的时长是 10 min;

(3) 解: 每次煅烧温度上升的速度相同,

设第二次煅烧时温度 y ($^{\circ}\text{C}$) 与时间 x (min) 的函数解析式为 $y = ax + n$,

由题意得 $a = 98$, 即函数解析式为 $y = 98x + n$, 此函数经过 $(20, 500)$ 点,

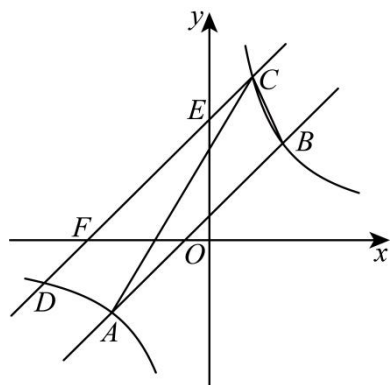
代入可得, $500 = 98 \times 20 + n$,

$\therefore n = -1460$, 即 $y = 98x - 1460$,

当 $y = 1000$ 时, $x \approx 25.1$ min,

所以第二次开始锻造的时间约为第 25.1 min.

24. 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y = x + b$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于 A, B 两点, 其中点 A 、点 B 的横坐标分别是 -4 和 3 .



(1) 当 $x + b > \frac{k}{x}$ 时, 自变量 x 的取值范围为 _____;

(2) 求出一次函数和反比例函数的表达式;

(3) 将直线 AB 向上平移后, 与反比例函数图象交于 C, D 两点, 与两坐标轴分别相交于 E, F 两点. 若 $S_{\triangle ABC} = 14$, 求直线 CD 的函数表达式.

【答案】 (1) $-4 < x < 0$ 或 $x > 3$

(2) 一次函数的表达式为: $y = x + 1$, 反比例函数的表达式为 $y = \frac{12}{x}$

(3) 直线 CD 的表达式为 $y = x + 5$

【分析】(1) 直接由图象法求解即可；

(2) 把点 $A\left(-4, -\frac{k}{4}\right)$ 、 $B\left(3, \frac{k}{3}\right)$ 代入一次函数 $y = x + b$ 得：
$$\begin{cases} -4 + b = -\frac{k}{4} \\ 3 + b = \frac{k}{3} \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k = 12 \\ b = 1 \end{cases},$$

即可求解；

(3) 根据直线 $AB \parallel CD$ ，得 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABE} = 14$ ，设直线 AB 与 y 轴交于点 G ，再由

$S_{\triangle ABE} = S_{\triangle AGE} + S_{\triangle BGE}$ ，即 $\frac{1}{2} \cdot GE \cdot (x_B - x_A) = 14$ ，求得 $GE = 4$ ，则 $E(0, 5)$ ，把 $E(0, 5)$ 代入 $y = x + b$ ，得 $b = 5$ 即可求解。

【详解】(1) 解： $\because$ 一次函数 $y = x + b$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于 A, B 两点，且点 A 、点 B 的横坐标分别是 -4 和 3 。

$\therefore$ 由图象可得：当 $x + b > \frac{k}{x}$ 时，自变量 x 的取值范围为 $-4 < x < 0$ 或 $x > 3$ ；

(2) 解： $\because$ 点 A 、点 B 的横坐标分别是 -4 和 3 ，

$\therefore$ 点 $A\left(-4, -\frac{k}{4}\right)$ 、 $B\left(3, \frac{k}{3}\right)$ ，

将点 $A\left(-4, -\frac{k}{4}\right)$ 、 $B\left(3, \frac{k}{3}\right)$ 代入一次函数 $y = x + b$ 得：

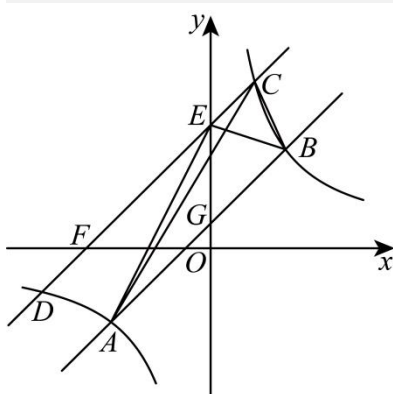
$$\begin{cases} -4 + b = -\frac{k}{4} \\ 3 + b = \frac{k}{3} \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k = 12 \\ b = 1 \end{cases},$$

$\therefore$ 一次函数的表达式为： $y = x + 1$ ，反比例函数的表达式为 $y = \frac{12}{x}$ ；

(3) 解： $\because$ 直线 $AB \parallel CD$ ，

$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABE} = 14$ ，

设直线 AB 与 y 轴交于点 G ，



令 $x=0$ ，则 $y=1$ ，

$$\therefore G(0,1),$$

$$\text{又} \because S_{\triangle ABE} = S_{\triangle AGE} + S_{\triangle BGE},$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot GE \cdot (x_B - x_A) = 14,$$

$$\text{即} \frac{1}{2} GE \times [3 - (-4)] = 14,$$

$$\text{解得 } GE = 4,$$

$$\therefore OE = 4 + 1 = 5,$$

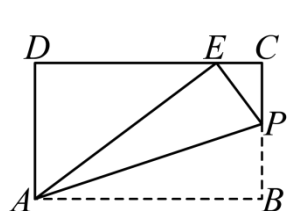
$$\therefore E(0,5)$$

把 $E(0,5)$ 代入 $y=x+b$ ，得 $b=5$ ，

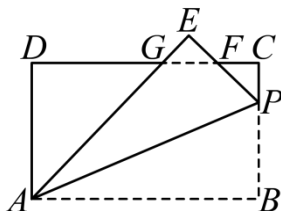
$\therefore$ 直线 CD 的表达式为 $y=x+5$ 。

25. 【问题原型】

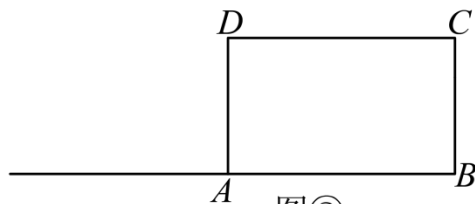
在矩形 $ABCD$ 中， $AB=5$ ， $BC=3$ ，点 P 为边 BC 上一点，将 $\triangle ABP$ 沿直线 AP 翻折至 $\triangle AEP$ 的位置（点 B 落在点 E 处）。



图①



图②



图③

(1) 【问题解决】如图①，当点 E 落在边 CD 上时，可求得 DE 的长为_；

(2) 【尝试应用】如图②， PE 与 CD 相交于点 F ， AE 与 CD 相交于点 G ，且 $FC=FE$ ，

①求证： $GF=PF$ ；

②求 BP 的长。

(3) 【拓展提升】如图③，点 Q 为射线 BA 上的一个动点，将 $\triangle BCQ$ 沿 CQ 翻折，点 B 恰好落在直线 DQ 上的点 B' 处，直接写出 BQ 的长。

【答案】(1) 4

(2) ①证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore \angle B = \angle C = 90^\circ,$$

由翻折的性质知， $\angle E = \angle B$ 、 $BP = EP$ ，

$$\therefore \angle E = \angle C,$$

在 $\triangle EFG$ 和 $\triangle CFP$ 中,

$$\begin{cases} \angle E = \angle C \\ EF = CF \\ \angle EFG = \angle CFP \end{cases},$$

$$\therefore \triangle EFG \cong \triangle CFP (A, S, A),$$

$$\therefore GF = PF;$$

$$\textcircled{2} BP = \frac{15}{7};$$

(3) BQ 的长为 1 或 9

【分析】(1) 由矩形的性质可得 $AD = BC = 3$ 、 $\angle D = 90^\circ$ ，利用折叠的性质可得 $AE = AB = 5$ ，再运用勾股定理求解即可；

(2) ①由矩形的性质、折叠的性质证明 $\triangle EFG \cong \triangle CFP (ASA)$ ，再利用全等三角形的性质即可证明结论；②设 $BP = EP = x$ ，则 $GE = PC = 3 - x$ ，进而得到 $DG = 5 - x$ 、 $AG = x + 2$ ，再在 $\text{Rt}\triangle ADG$ 中，利用勾股定理列方程求解即可；

(3) 分点 Q 在线段 AB 上和点 Q 在线段 BA 的延长线上两种情况，分别利用矩形的性质、折叠的性质、勾股定理求解即可。

【详解】(1) 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore AD = BC = 3, \angle D = 90^\circ,$$

$\therefore$ 将 $\triangle ABP$ 沿直线 AP 翻折至 $\triangle AEP$ 的位置，

$$\therefore AE = AB = 5,$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ADE \text{ 中, } DE = \sqrt{AE^2 - AD^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4;$$

(2) ①证明：略；

$$\textcircled{2}\text{解: } \because \triangle EFG \cong \triangle CFP,$$

$$\therefore GE = CP,$$

$$\text{设 } BP = EP = x, \text{ 则 } GE = PC = 3 - x,$$

$$\therefore GC = GF + FC = PF + EF = EP = x,$$

$$\therefore DG = CD - GC = 5 - x, \quad AG = AE - GE = 5 - (3 - x) = x + 2,$$

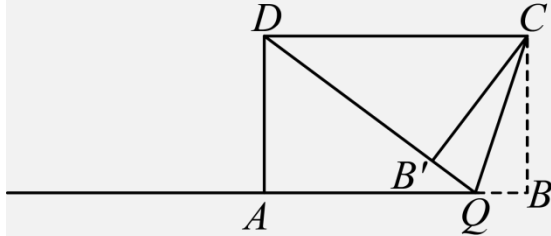
$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ADG \text{ 中, } AG^2 = AD^2 + DG^2,$$

$$\therefore 3^2 + (5-x)^2 = (x+2)^2, \text{ 解得: } x = \frac{15}{7},$$

$$\therefore BP = \frac{15}{7}.$$

(3) 解: 分两种情况讨论:

当点 Q 在线段 AB 上时, 如图所示:



由翻折的性质知, $\angle CQB = \angle CQB'$ 、 $B'C = BC = 3$ 、 $BQ = B'Q$ 、 $\angle CB'Q = \angle B = 90^\circ$,

$$\therefore \angle CB'D = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore CD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle DCQ = \angle CQB,$$

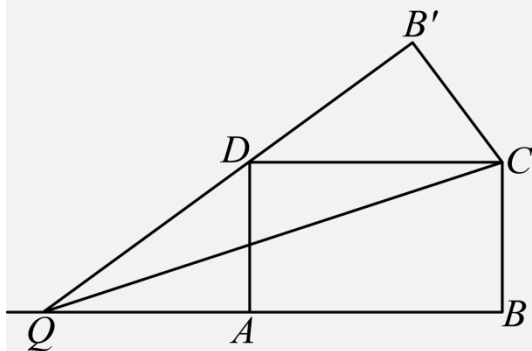
$$\therefore \angle DCQ = \angle CQD,$$

$$\therefore QD = CD = 5,$$

$$\therefore DB' = \sqrt{CD^2 - B'C^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\therefore BQ = B'Q = QD - DB' = 5 - 4 = 1;$$

当点 Q 在线段 BA 的延长线上时, 如图所示:



由翻折的性质知, $B'C = BC = 3$ 、 $BQ = B'Q$ 、 $\angle B' = \angle B = 90^\circ$,

$$\therefore DB' = \sqrt{CD^2 - B'C^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

设 $BQ = B'Q = x$, 则 $DQ = x - 4$ 、 $AQ = QB - AB = x - 5$,

$$\angle Q \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAQ = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle ADQ$ 中, $QD^2 = AD^2 + AQ^2$,

$$\therefore 3^2 + (x-5)^2 = (x-4)^2, \text{ 解得: } x=9, \text{ 即 } BQ=9,$$

综上, BQ 的长为 1 或 9.